

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра механіки і проектування машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічних та контрольних робіт

з дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

(розділ «Кінематика»)

Харків – 2023

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри механіки і проектування машин 21 лютого 2022 р., протокол № 8.

Методичні вказівки призначено для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня для всіх освітніх програм і форм навчання механіко-енергетичного та будівельного факультетів.

Укладач

доц. Н. А. Аксьонова

Рецензент

доц. В. С. Тищенко

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Кінематика матеріальної точки.....	5
Теоретичні матеріали та практичні рекомендації до виконання завдання.....	5
2 Варіанти для виконання завдання.....	15
Список літератури	20

ВСТУП

Створення та використання методичного забезпечення навчального процесу, яке містить повний комплекс інформації, необхідної для засвоєння теоретичного матеріалу та набуття практичних навичок є однією з основних тенденцій розвитку вищої школи. Майбутні спеціалісти в галузі залізничного транспорту під час підготовки за навчальними планами вивчають фундаментальні технічні дисципліни, пріоритетною з яких є «Теоретична механіка».

При формуванні теоретичної бази провідна роль відводиться лекційним курсам, які висвітлюють основні питання розділів «Статика», «Кінематика», «Динаміка». При цьому, передбачається виконання розрахунково-графічних робіт для здобувачів денної форми та контрольних робіт для здобувачів заочної форми навчання. У цих методичних вказівках наведено основні підходи для виконання РГР та КР з розділу «Кінематика». Основною задачею кінематики є визначення параметрів руху твердого тіла (механічної системи) в цілому та кожної його точки окремо. Отже, кінематика матеріальної точки стає основою та надає загальні підходи до визначення параметрів руху в будь-яких механічних процесах. Вищесказане зумовило необхідність розроблення і введення до навчального процесу методичного забезпечення, яке дає змогу активізувати роботу здобувачів, сприяє перетворенню самостійної роботи у творчий процес. Математичні моделі до їх використання надаються у вигляді рекомендацій і схем для виконання індивідуальної роботи за різними варіантами. Кожний пункт супроводжується стислими визначеннями основних параметрів. Такий підхід спрямований на покращення розуміння розрахунків і повний аналіз отриманих результатів. Методичне забезпечення призначено для здобувачів денної та заочної форми навчання всіх спеціальностей (освітніх програм) механіко-енергетичного та будівельного факультетів.

1 КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Теоретичні матеріали та практичні рекомендації до виконання завдання

Це завдання, яке є першим завданням розділу «Кінематика» (скорочено **К-1**), розглядають здобувачі всіх спеціальностей, які вивчають теоретичну механіку. *Здобувачі денної форми навчання виконують розрахунково-графічну (РГР), а заочної – контрольну (КР) роботу.*

Мета завдання – за заданими рівняннями руху точки M встановити вид її траєкторії і для моменту часу $t = t_1$ (с) визначити положення точки на траєкторії, її швидкість, повне дотичне і нормальне прискорення, а також радіус кривини траєкторії у відповідній точці.

Задача К-1 вирішується за допомогою формул, за якими визначаються швидкість та прискорення точки у декартових координатах (координатний спосіб завдання руху точки), а також формул, за якими визначаються швидкість, дотичне та нормальне прискорення точки при натуральному способі завдання її руху. Для контрольної роботи (КР) умови надаються у вигляді двох (координатного К-1а) та натурального (К-1б) способів завдання руху матеріальної точки.

Приклад завдання К-1 (для РГР) та К-1а (для КР)

Дано: рух точки заданий координатним способом

$$x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3 \quad (\text{см}),$$

$$y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1 \quad (\text{см}),$$

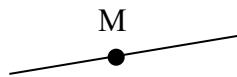
$$t_1 = 1 \text{ с.}$$

Знайти: 1) рівняння траєкторії точки; 2) положення точки М; 3) швидкість; 4) повне, 5) дотичне; 6) нормальне прискорення для моменту часу t_1 , а також 7) радіус кривизни у відповідній точці траєкторії.

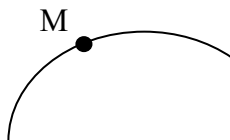
Розв'язок та коментарі

Матеріальною точкою називається фізичне тіло, розмірами якого в умовах цієї задачі можна знехтувати [1]. Знаючи закон руху точки, можна визначити всі кінематичні характеристики її руху.

1 Траєкторія – це безперервна лінія, яку описує рухома точка відносно обраної системи відліку. За виглядом траєкторії можна охарактеризувати вид руху точки.



Якщо траєкторія руху точки М – пряма лінія, рух називається прямолінійним.



Якщо траєкторія руху точки М – крива лінія, рух називається криволінійним.

У деяких варіантах завдання (РГР К1 та КР К1а) при визначенні траєкторії або при подальших розрахунках (для їх спрощення) треба мати на увазі відомі з тригонометрії формули:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha;$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha;$$

$$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1.$$

Для визначення рівняння траєкторії точки в цьому прикладі виключимо із заданих рівнянь руху час t . Застосуємо формулу $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$, тобто

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right),$$

тоді $\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2}$, отже $\frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4}$.

Остаточно маємо рівняння траєкторії точки: $x = (y+1)^2 + 1$ – це парабола (рисунок 1).

2 Положення точки M_1 при $t_1 = 1c$ буде визначено координатами:

$$x_1 = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 = 1,6 \text{ (см)},$$

$$y_1 = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - 1 = -0,23 \text{ (см)}.$$

та зображено в масштабі, як показано на рисунку 1.

3 Швидкість точки – одна з основних кінематичних характеристик руху, векторна величина, що характеризує зміну положення та напрямку руху точки в цій системі відліку [2].

При координатному способі завдання руху, проекції швидкості на координатні осі визначаються як перші похідні від належних координат точки за часом. Відповідно, проекції швидкості для заданого моменту часу дорівнюють:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{ при } t_1 = 1c \quad V_x = 1,11 \text{ (см/с)},$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{8}t\right) \text{ при } t_1 = 1c \quad V_y = 0,73 \text{ (см/с)}.$$

Модуль швидкості $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1,11^2 + 0,73^2} = 1,33$ (см/с).

Вектор швидкості точки в даний момент часу спрямований по дотичній до траєкторії точки в бік руху. У випадку прямолінійного руху вектор \vec{V} весь час спрямовується вздовж прямої, за якою відбувається рух точки, і може змінюватись лише за модулем. При криволінійному русі, окрім чисельної величини, весь час може змінюватись і напрямок вектора швидкості точки [3].

Правильно побудовані за визначеними проєкціями вектори, є підтвердженням розрахунків (рисунок 1).

4 Прискоренням точки \vec{a} називається векторна величина, яка характеризує зміну модуля і напрямку швидкості точки з часом.

При координатному способі завдання руху проєкції вектора прискорення точки в даний момент часу визначаються як перші похідні від проєкцій вектора швидкості або другі похідні від відповідних координат точки за часом [4].

Повні прискорення точки для заданого моменту часу дорівнюють:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с} \quad a_x = 0,87 \text{ (см/с}^2\text{)},$$

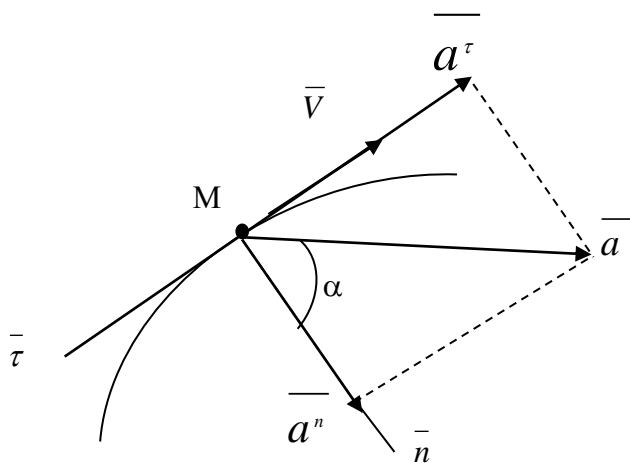
$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32} \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с} \quad a_y = -0,12 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

Модуль прискорення $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0,87^2 + 0,12^2} = 0,88$ (см/с²).

Вектор прискорення точки в даний момент часу \vec{a} лежить у дотичній площині і спрямований у бік увігнутості траєкторії при криволінійному

русі точки та вздовж прямої при прямолінійному русі. Саме це має відобразитись при побудові \vec{a} за визначеними проєкціями (рисунок 1).

Повне прискорення точки \vec{a} також визначається як векторна сума дотичного \vec{a}^τ та нормального \vec{a}^n прискорень: $\vec{a} = \vec{a}^\tau + \vec{a}^n$, а модуль, відповідно, дорівнює $a = \sqrt{(a^\tau)^2 + (a^n)^2}$



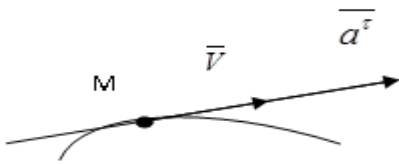
\vec{a}^τ - дотичне прискорення;
 \vec{a}^n - нормальне прискорення;
 \vec{a} - прискорення повне;
 $(\vec{a}^\tau \perp \vec{a}^n)$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a^\tau}{a^n}$.

5 Дотичним (тангенціальним) прискоренням a^τ називається проєкція повного прискорення точки на дотичну до траєкторії, тобто на вектор швидкості [6]. Дотичне прискорення дорівнює першій похідній від алгебраїчної величини швидкості або другій похідній від криволінійної координати s за часом $a^\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$. Дотичне прискорення характеризує зміну швидкості точки за величиною. Існує тільки при нерівномірному русі.

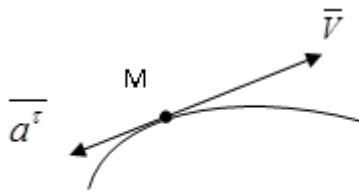
Дотичне прискорення знайдемо за формулою:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y}{V} = \frac{1.11 \cdot 0.87 + 0.73 \cdot (-0.12)}{1.33} = 0.66 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

Вектор дотичного прискорення завжди спрямований по дотичній до траєкторії точки, тобто вздовж лінії вектору швидкості \bar{V} .



Якщо знак a^τ є додатнім (+), тобто рух є прискореним, вектор \bar{a}^τ спрямовано в бік вектора швидкості.



В протилежному випадку, коли a^τ має від'ємний знак (-), рух точки сповільнений, вектор \bar{a}^τ спрямовується протилежно \bar{V} вектору швидкості точки.

б Нормальним прискоренням a^n називається проекція прискорення точки на головну внутрішню нормаль до траєкторії [7]. Нормальне прискорення дорівнює квадрату швидкості, поділеному на радіус кривизни траєкторії в даній точці: $a^n = \frac{V^2}{R}$. Нормальне прискорення характеризує зміну швидкості за напрямком. Існує тільки при криволінійному русі і є завжди додатною величиною.

Нормальне прискорення характеризує рух за виглядом траєкторії точки:

якщо $a^n \neq 0$ – рух точки криволінійний ($R \neq 0$); $a^n = const$ – рух за колом радіусу R ; $a^n = 0$ – рух точки прямолінійний (тобто $R \rightarrow \infty$).

Нормальне прискорення точки для заданого моменту часу дорівнює:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{0.88^2 - 0.66^2} = 0.58 \text{ (см/с}^2\text{)}.$$

Всі побудови (з урахуванням масштабу) векторів $\overline{a_\tau}$ та $\overline{a_n}$ на рисунку 1 мають відповідати властивостям величин, це і буде підтвердженням правильності розрахунків.

Рекомендується проводити побудови (обов'язково в масштабі) усіх розрахованих кінематичних параметрів поступово, тобто в тому ж порядку, тоді будь-яка помилка буде одразу помітною [3].

7 Знайдемо радіус кривизни траєкторії у точці M_1 :

$$R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{1.33^2}{0.58} = 3.05 \text{ (см)}.$$

Відповідь:

$$x = (y + 1)^2 + 1,$$

$$V = 1.33 \text{ (см/с)},$$

$$a = 0.88 \text{ (см/с}^2\text{)},$$

$$a_\tau = 0.66 \text{ (см/с}^2\text{)},$$

$$a_n = 0.58 \text{ (см/с}^2\text{)},$$

$$R = 3.05 \text{ (см)}.$$

Всі результати нанесено на плоску декартову систему відліку (рисунок 1).

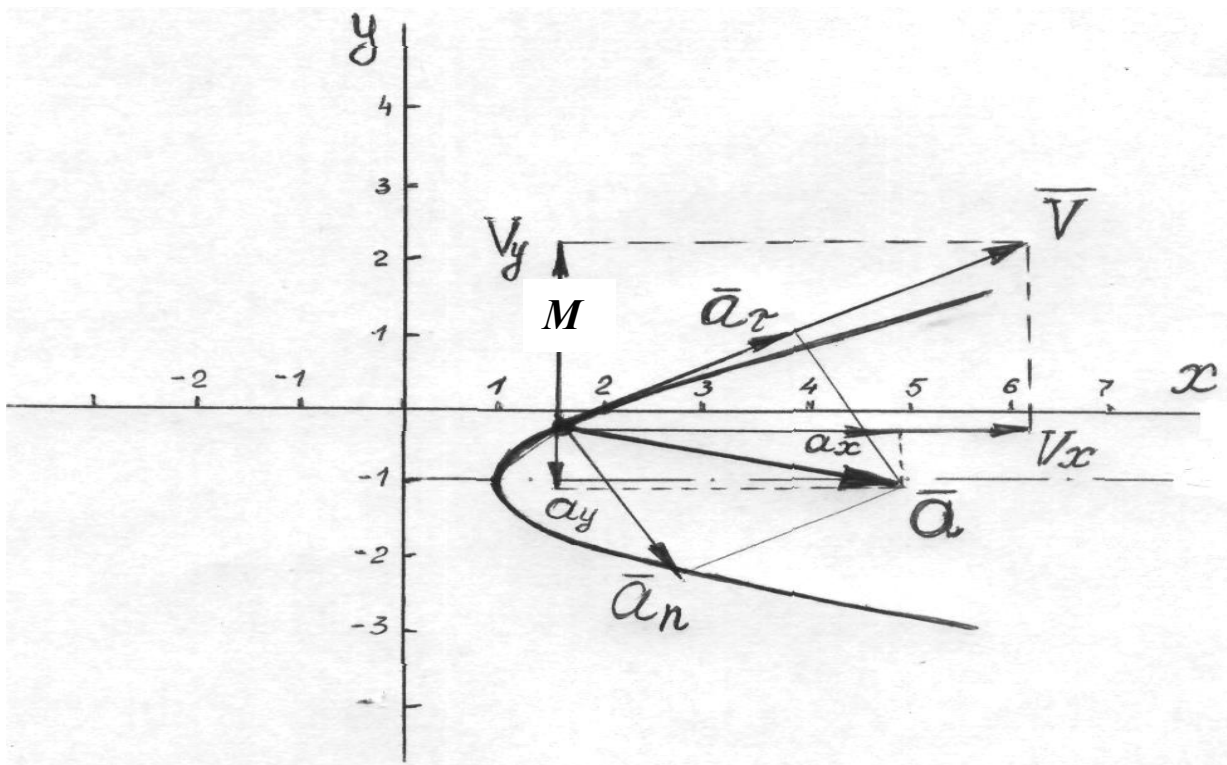


Рисунок 1

Приклад завдання К-16 (для КР)

Дано: $R=2(м)$, $\check{S}=AM=2\sin(\frac{\pi \cdot t}{4})(м)$, $t_1=1(с)$.

Знайти: положення точки M_1 для моменту часу t_1 ; її швидкість і прискорення.

Розв'язок та коментарі

В цьому завданні рух точки задано натуральним (природним) способом, тобто рівнянням руху є залежність дугової координати \check{S} (переміщення) від часу [2]. Траєкторія (лінія AM) відома – це коло відповідного радіуса R , зображення якої наведено на рисунку 2. Всі результати подальших розрахунків також будуть нанесені на рисунок 2 послідовно.

1 Положення точки M_1 на траєкторії в момент часу t_1 :

$$\check{S}_1 = AM_1 = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1,4 \text{ м},$$

Центральний кут α , який відповідає положенню точки

$$\alpha = \frac{S_1}{R} = \frac{1,4}{2} = 0,7 \text{ рад} = 40^\circ.$$

2 Швидкість точки M_1 :

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \Big|_{t=1} = 1,11 \text{ м/с},$$

оскільки $V > 0$, то вектор швидкості \bar{V} спрямований по дотичній до кола у бік збільшення дугової координати \check{S} .

3 Прискорення точки M_1 визначаються за його дотичною (\bar{a}_τ) та нормальною (\bar{a}_n) складовими:

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n, (\bar{a}_\tau \perp \bar{a}_n),$$

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2} = -\frac{\pi^2}{8} \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right) \text{ (для } t_1=1) = -0,87 \text{ м/с}^2,$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{1,11^2}{2} = 0,62 \text{ м/с}^2.$$

Модуль прискорення дорівнює

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{0,87^2 + 0,62^2} = 1,07 \text{ м/с}^2.$$

Оскільки $a_\tau < 0$, то вектор \vec{a}_τ спрямований по дотичній до кола у бік зменшення швидкості V .

Відповідь: $V=1,11\text{м/с}$; $\vec{a}_\tau = -0,87 \text{ м/с}^2$; $\vec{a}_n = 0,62 \text{ м/с}^2$; $\vec{a} = 1,07 \text{ м/с}^2$.

На рисунку 2 зображені всі вектори \vec{v} , \vec{a}_τ , \vec{a}_n , \vec{a} з урахуванням знаків V та a_τ (точка M_1 рухається сповільнено).

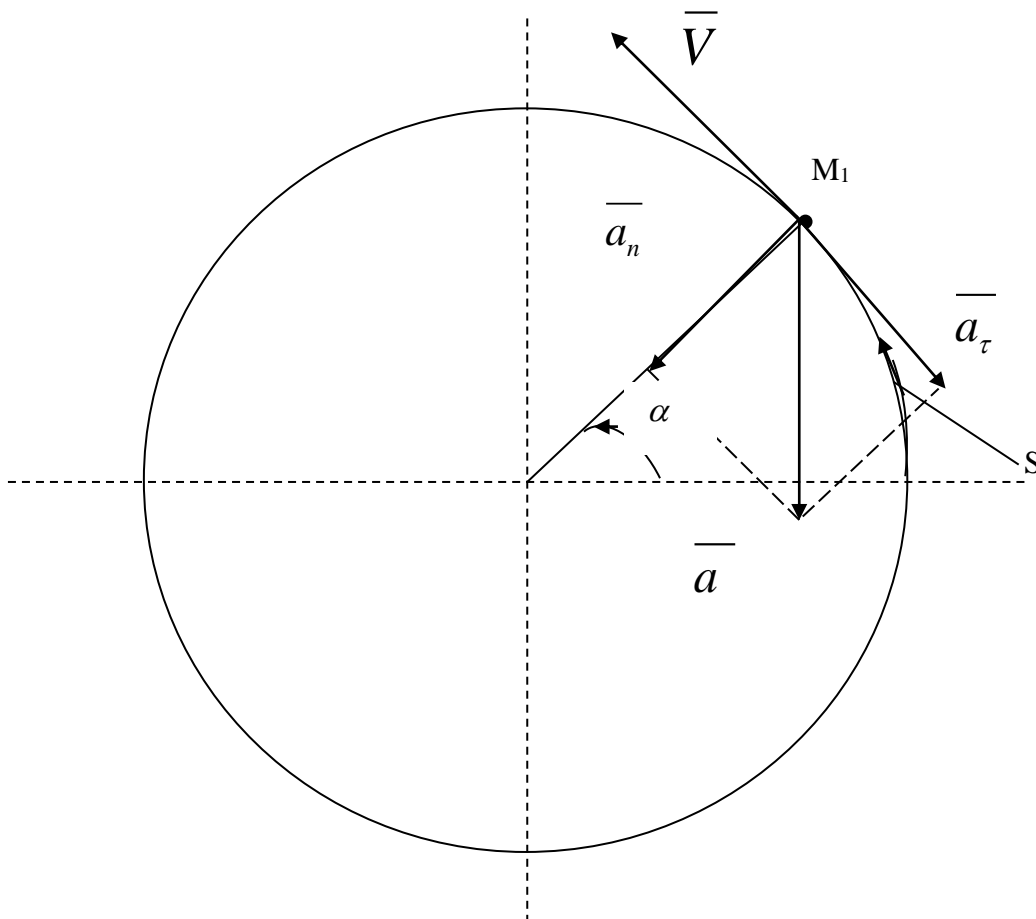


Рисунок 2

2 ВАРІАНТИ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ К-1

Дані для виконання РГР (для студентів денної форми навчання) наведено в таблиці 1.

Рівняння руху точки задано координатним способом.

Таблиця 1

Номер варіанта	Рівняння руху		t ₁ , с
	x = x (t), см	y = y (t), см	
1	2	3	4
1	$-2 t^2 + 3$	$-5 t$	1/2
2	$4 \cos^2 (\pi/3) + 2$	$4 \sin^2 (\pi/3)$	1
3	$-\cos (\pi^2/3) + 3$	$\sin (\pi^2/3) - 1$	1
4	$4t + 4$	$-4 / (t + 1)$	2
5	$2 \sin (\pi/3)$	$-3 \cos (\pi/3) + 4$	1
6	$3 t^2 + 2$	$-4 t$	1/2
7	$3 t^2 - t + 1$	$5t^2 - 5t/3 - 2$	1
8	$7 \sin (\pi^2/6) + 3$	$2 - 7 \cos (\pi^2/6)$	1
9	$-3 / (t + 2)$	$3t + 6$	2
10	$-4 \cos (\pi/3)$	$-2 \sin (\pi/3) - 3$	1
11	$-4 t^2 + 1$	$-3 t$	1/2
12	$5 \sin^2 (\pi/6)$	$-5 \cos^2 (\pi/6) - 3$	1
13	$5 \cos (\pi^2/3)$	$-5 \sin (\pi^2/3)$	1
14	$-2 t - 2$	$-2 / (t + 1)$	2
15	$4 \cos (\pi/3)$	$-3 \sin (\pi/3)$	1
16	$3t$	$4t^2 + 1$	1/2
17	$7 \sin^2 (\pi/6) - 5$	$-7 \cos^2 (\pi/6)$	1
18	$1 + 3 \cos (\pi^2/3)$	$3 \sin (\pi^2/3) + 3$	1

Продовження таблиці 1

1	2	3	4
19	$-5t^2 - 4$	$3t$	1
20	$2 - 3t - 6t^2$	$3 - 3t/2 - 3t^2$	0
21	$6 \sin (\pi^2/6) - 2$	$6 \cos (\pi^2/6) + 3$	1
22	$7 t^2 - 3$	$5t$	$1/4$
23	$3 - 3t^2 + t$	$4 - 5t^2 + 5t/3$	1
24	$-4 \cos (\pi/3) - 1$	$-4 \sin (\pi/3)$	1
25	$-6t$	$-2t^2 - 4$	1
26	$8 \cos^2 (\pi/6) + 2$	$-8 \sin^2 (\pi/6) - 7$	1
27	$-3 - 9 \sin (\pi^2/6)$	$-9 \cos (\pi^2/6) + 5$	1
28	$-4t^2 + 1$	$-3t$	1
29	$5t^2 + 5t/3 - 3$	$3t^2 + t + 3$	1
30	$2 \cos (\pi^2/3) - 2$	$-2 \sin (\pi^2/3) + 3$	1

Дані для виконання КР (для студентів заочної форми навчання) наведено в таблиці 2 та на рисунках 3.0 – 3.9.

Завдання К-1а

Точка В рухається у площині xu (рисунки 3.0 – 3.9, таблиця 2; траєкторію точки на рисунках показано умовно). Закон руху точки задано рівнянням $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, де x та y виражені у сантиметрах, t – у секундах.

Залежність $x = f_1(t)$ вказано безпосередньо на рисунках, а залежність $y = f_2(t)$ наведено у таблиці 2 (для рисунків 3.0 – 3.2 у стовпчику 2, для рисунків 3.3 – 3.6 у стовпчику 3, для рисунків 3.7 – 3.9 у стовпчику 4).

Завдання К-16

Точка рухається вздовж дуги кола радіуса $R = 2$ м за законом $S = f(t)$, що задано у таблиці 2 у стовпчику 5 (S – у метрах, t – у секундах), $S = AM$ – відстань від точки А, яка є початком відліку координати S до рухомої точки М, виміряна вздовж дуги кола. Визначити швидкість та прискорення точки у момент часу $t_1=1$ с. Зобразити на рисунку вектори \vec{V} та \vec{a} , вважаючи, що точка у цей момент часу знаходиться у положенні М, а додатний напрямок відліку S – від А до М.

У задачі всі величини треба визначити тільки для моменту часу $t_1=1$ с.

Таблиця 2

Варіант	$y = f_2(t)$			$s = f(t)$
	рисунки 0 - 2	рисунки 3 - 6	рисунки 7 - 9	
1	2	3	4	5
0	$12\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2t^2 + 2$	$4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
1	$-6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$8\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$6\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
2	$-3\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$(2+t)^2$	$4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$6t - 2t^2$
3	$2\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2t^3$	$10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$-2\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
4	$3\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$-4\cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
5	$10\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2 - 3t^2$	$12\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$-3\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
6	$6\sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$2\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$-3\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3t^2 - 10t$
7	$-2\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$(t+1)^3$	$-8\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$-2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
8	$9\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$2 - t^3$	$9\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
9	$-8\sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	$-6\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$-2\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

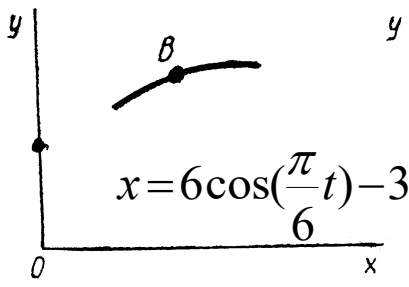


Рисунок 3.0

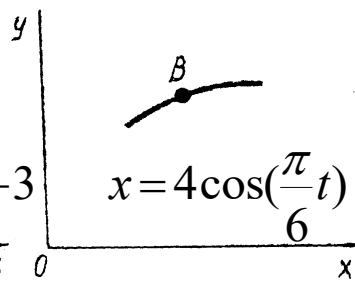


Рисунок 3.1

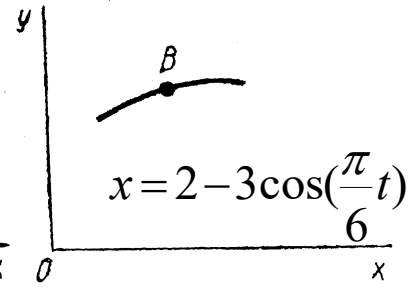


Рисунок 3.2

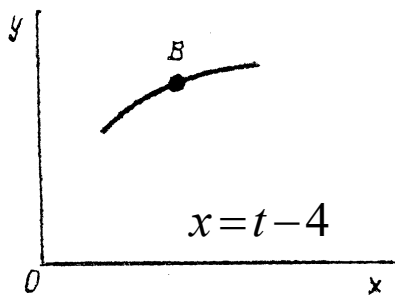


Рисунок 3.3

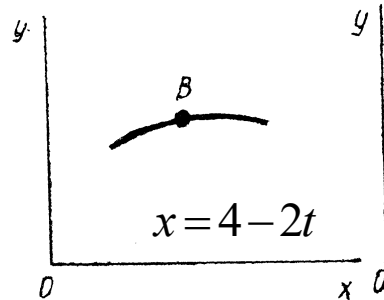


Рисунок 3.4

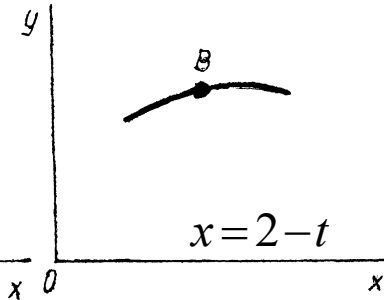


Рисунок 3.5

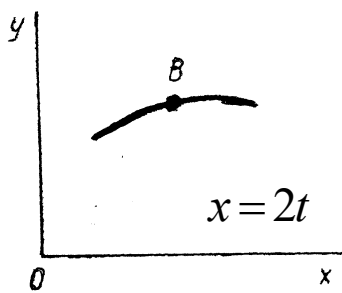


Рисунок 3.6

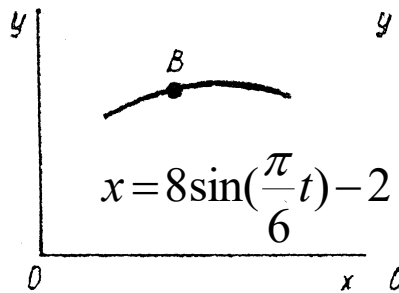


Рисунок 3.7

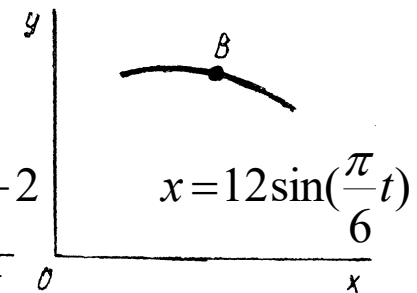


Рисунок 3.8

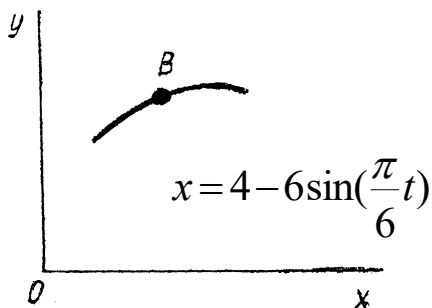


Рисунок 3.9

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Аксьонова Н. А. Теоретична механіка: робочий конспект лекцій. Харків: УкрДАЗТ, 2005. 122 с.
- 2 Аксьонова Н. А., Оробінський О. В. Теоретична механіка: конспект лекцій. Харків: УкрДАЗТ, 2015. 152 с.
- 3 Аксьонова Н. А., Дунай Л. М. Комплексне методичне забезпечення до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни «Теоретична механіка». Харків: УкрДАЗТ, 2013. 70 с.
- 4 Бондаренко А. А. Теоретична механіка: підручник у 2 ч. Ч. 1: Статика. Кінематика. Київ: Знання, 2004. 599 с.
- 5 Бондаренко А. А. Теоретична механіка: підручник у 2 ч. Ч. 2: Динаміка. Київ: Знання, 2004. 590 с.
- 6 Теоретична механіка: навч. посіб. Ч. 1: Статика, кінематика / В. Векерик, М. Лисканич та ін. Івано-Франківськ: Факел, 2002. 273 с.
- 7 В. Векерик, М.Лисканич, Я Капелюх, О. Петрук, І. Цідило. Теоретична механіка: навч. посіб. Ч. 2: Динаміка. Івано-Франківськ: Факел, 2002. 342 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання розрахунково-графічних та контрольних робіт
з дисципліни
«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»
(розділ «Кінематика»)

Відповідальний за випуск Аксьонова Н. А.

Підписано до друку 01.02.2023 р.
Умовн. друк. арк. 1,25. Тираж . Замовлення № .
Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного
транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейсрбаха,7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.