

УДК 624.074.4

ВЛИЯНИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА НЕСУЩЮЮ СПОСОБНОСТЬ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

М.Е. Резуненко, к.техн. наук, доцент

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, г. Харьков

Постановка задачи. Рассмотрим случай оболочки в виде однополостного гиперboloида длиной l . Оболочка сжимается двумя опорами силой P в сечении $x=x_l$. Сечение является кругом радиуса R . Контактная нагрузка действует на оболочку со стороны опор по двум дугам длиной $2r$. Взаимодействие происходит при помощи нормальных контактных усилий, касательными усилиями и трением пренебрегаем, контактное давление направлено по нормали к срединной поверхности оболочки.

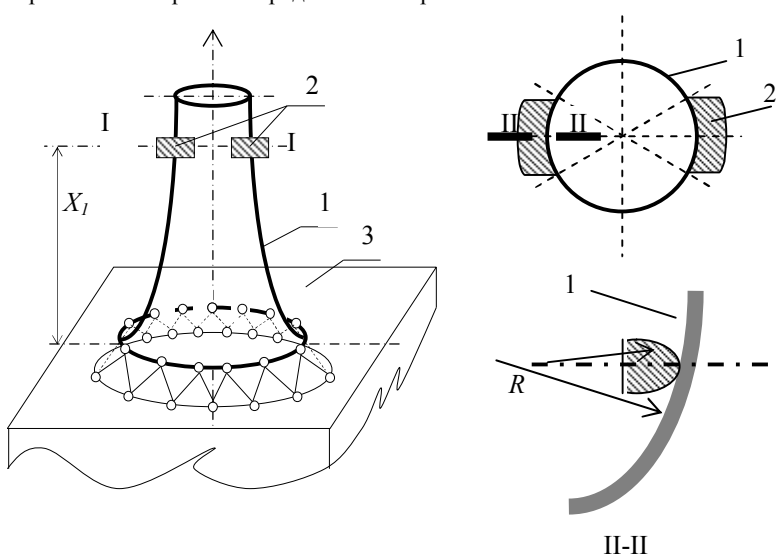


Рис. 1. Взаимодействие однополостного гиперboloида и опор: 1-оболочка; 2-опора; 3-фундамент.

Цель работы. Необходимо найти компоненты напряженного состояния в зависимости от величины сосредоточенной нагрузки и ее точки приложения.

Задача сводится к численному решению системы дифференциальных уравнений в частных производных :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - a_3 \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ a_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + a_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - a_4 \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\ \nabla^2 \nabla^2 w + \frac{12}{h^2 R_2} (a_4 + \lambda a_3) w - \frac{12}{h^2} \left(a_4 \frac{\partial v}{\partial y} + a_3 \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{p(x, y)}{D} \end{cases} \quad (1)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $a_{1,2} = \frac{1 \pm \nu}{2}$, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$, $a_5 = \frac{Eh}{1-\nu^2}$; $a_3 = \frac{\lambda + \nu}{R_2}$, $a_4 = \frac{1 + \lambda \nu}{R_2}$, $\lambda = \frac{R_2}{R_1}$, $-1 \leq \lambda \leq 0$,

u, v - тангенциальные перемещения в направлении координатных осей x, y соответственно; w - поперечный прогиб в направлении оси z ; E, ν, h - модуль упругости, коэффициент Пуассона, толщина оболочки. Интенсивность нагрузки представим в виде $p(x, y) = q(y)\delta(x - x_1)$,

где $\delta(x-x_1)$ -дельта-функция, $q(y) = \sum_{k=1}^n q_k(y)$,

$$q_k(y) = \begin{cases} q_k, & y \in \left(\frac{k-1}{n}r, \frac{k}{n}r \right) \\ 0, & y \notin \left(\frac{k-1}{n}r, \frac{k}{n}r \right) \end{cases}$$

$q_k(y)$ найдены численным путем на основе решения задачи контактного взаимодействия оболочки и упругого штампа [1].

В силу четности функции $q(y)$ ее разложение в ряд Фурье на периоде $[-\pi R/2, \pi R/2]$ будет содержать только четную составляющую. Тогда

$$q(y) = \sum_{k=1}^n q_k(y) = \sum_{k=1}^n \left(\frac{2rq_k}{Rn\pi} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4q_k}{\pi m} \sin \frac{rm}{Rn} \cos \frac{rm}{Rn} (2k-1) \cos \frac{2m}{R} y \right),$$

где $a_m = \frac{4}{\pi R} \int_{\frac{k-1}{n}r}^{\frac{k}{n}r} q_k \cos \frac{2ym}{R} dy = \frac{4q_k}{\pi m} \sin \frac{rm}{Rn} \cos \frac{rm}{Rn} (2k-1)$,

$$a_0 = \frac{4}{\pi R} \int_{\frac{k-1}{n}r}^{\frac{k}{n}r} q_k dy = \frac{4rq_k}{R\pi n}$$

Продолжив функцию $p(x, y)$ нечетным образом по переменной x на интервале $[-l, l]$ и, учитывая, свойства дельта – функции,

$$\int_a^b f(x) \delta(x - x_1) dx = f(x_1) \text{ получим}$$

$$b_s = \frac{1}{l} \int_{-l}^l \sin \frac{s\pi x}{l} \delta(x - x_1) dx = \frac{1}{l} \sin \frac{s\pi x_1}{l}, \delta(x - x_1) = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{l} \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sin \frac{s\pi x}{l}$$

Отсюда для интенсивности нагрузки получим следующее разложение в ряд Фурье

$$p(x, y) = \frac{4}{\pi l} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{q_k}{(\delta_{m0} + 1) \left[m(1 - \delta_{m0}) + \frac{Rn}{r} \delta_{m0} \right]} \times$$

$$\times \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sin \frac{rm}{Rn} \cos \frac{rm}{Rn} (2k - 1) \sin \frac{s\pi x}{l} \cos \frac{2m}{R} y.$$

Условия опирания по торцам и симметрии деформации будут выполнены, если мы возьмем [2]

$$u = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_{ms} \cos \frac{2my}{R} \cos \frac{\pi sx}{l}, v = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} B_{ms} \sin \frac{2my}{R} \sin \frac{\pi sx}{l},$$

$$w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} C_{ms} \cos \frac{2my}{R} \sin \frac{\pi sx}{l}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим, предварительно учитывая следующие выражения

Тогда выражения (1) принимают вид

$$\sum_{m,s=0}^{\infty} \left(- \left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + a_1 \left(\frac{2m}{R} \right)^2 \right] A_{ms} + a_2 \frac{2sm\pi}{Rl} B_{ms} - a_3 \frac{s\pi}{l} C_{ms} \right) \cos \frac{2my}{R} \cos \frac{\pi sx}{l} = 0$$

$$\sum_{m,s=0}^{\infty} \left(- a_2 \frac{2sm\pi}{Rl} A_{ms} - \left[\left(\frac{2m}{R} \right)^2 + a_1 \left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 \right] B_{ms} + a_4 \frac{2m}{R} C_{ms} \right) \sin \frac{2my}{R} \sin \frac{\pi sx}{l} = 0$$

$$\sum_{m,s=0}^{\infty} \left\{ \left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{2m}{R} \right)^2 + \frac{12}{h^2 R} (a_4 + \lambda a_3) \right] C_{ms} + \frac{12}{h^2} \left(a_3 \frac{s\pi}{l} A_{ms} - a_4 \frac{2m}{R} B_{ms} \right) \right\} \cos \frac{2my}{R} \sin \frac{\pi sx}{l} =$$

$$= \frac{4}{l\pi D} \sum_{s=1}^{\infty} \sum_{k=1}^n \sum_{m=0}^{\infty} \frac{q_k}{(\delta_{m0} + 1) \left[m(1 - \delta_{m0}) + \frac{Rn}{r} \delta_{m0} \right]} \times$$

$$\times \sin \frac{\pi m}{n} \cos \frac{\pi m}{n} (2k - 1) \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sin \frac{s\pi x}{l} \cos \frac{2m}{R} y.$$

В силу ортогональности системы получим систему линейных уравнений относительно переменных A_{ms}, B_{ms}, C_{ms}

$$- \left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + a_1 \left(\frac{2m}{R} \right)^2 \right] A_{ms} + a_2 \frac{2sm\pi}{Rl} B_{ms} - a_3 \frac{s\pi}{l} C_{ms} = 0,$$

$$- a_2 \frac{2sm\pi}{Rl} A_{ms} - \left[\left(\frac{2m}{R} \right)^2 + a_1 \left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 \right] B_{ms} + a_4 \frac{2m}{R} C_{ms} = 0,$$

$$\left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{2m}{R} \right)^2 + \frac{12}{h^2 R} (a_4 + \lambda a_3) \right] C_{ms} + \frac{12}{h^2} \left(a_3 \frac{s\pi}{l} A_{ms} - a_4 \frac{2m}{R} B_{ms} \right) =$$

$$= \frac{4}{\pi l D} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{(\delta_{m0} + 1) \left[m(1 - \delta_{m0}) + \frac{Rn}{r} \delta_{m0} \right]} \sin \frac{s\pi x_1}{l} \times \sin \frac{rm}{Rn} \cos \frac{rm}{Rn} (2k - 1)$$

Решив эту систему, получим значения для A_{ms}, B_{ms}, C_{ms} :

$$A_{ms} = \begin{cases} \frac{2}{\Lambda(m, s) l \pi D} \sum_{k=1}^n \frac{q_k r}{Rn} \sin \frac{s\pi x_1}{l}, & \text{при } m = 0 \\ \frac{4}{\Lambda(m, s) l \pi D} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{m} \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sin \frac{rm}{Rn} \cos \frac{rm(2k - 1)}{Rn}, & m \neq 0. \end{cases}$$

$$B_{ms} = \theta A_{ms}; \quad C_{ms} = \Omega A_{ms};$$

где

$$\Lambda(m, s) = \left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{2m}{R} \right)^2 + \frac{12(a_4 + \lambda a_3)}{h^2 R} \right] \Omega + \frac{12a_3 s\pi}{h^2 R l} - \frac{2a_4 m \theta}{R}$$

$$\Omega = \frac{2a_2 m \theta}{a_3 R} - \frac{l}{a_3 \pi} \left[\left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 + \left(\frac{2m}{R} \right)^2 \right]$$

$$\theta = \frac{2ml \left[(s\pi R)^2 (a_2 a_3 + a_4) + a_4 a_1 (2ml)^2 \right]}{s\pi R \left[(2ml)^2 (a_2 a_4 - a_3) + a_3 a_1 (s\pi R)^2 \right]}.$$

При $m=0$ эти выражения особенно просты.

$$A_{0s} = \frac{r}{K \pi R n D} \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sum_{k=1}^n q_k, C_{0s} = - \frac{sr}{a_3 l K R n D} \sin \frac{s\pi x_1}{l} \sum_{k=1}^n q_k,$$

$$K = \frac{s\pi}{a_3} \left[\frac{12a_3^2}{h^2} - \left(\frac{s\pi}{l} \right)^2 - \frac{12}{h^2 R} (a_4 + \lambda a_3) \right].$$

Подставляя найденные значения A_{ms}, B_{ms}, C_{ms} в выражения для компонент напряженного состояния

$$t_1 = a_5 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - a_3 w \right); \quad t_2 = a_5 \left(v \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - a_4 w \right);$$

$$m_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right); \quad m_2 = -D \left(v \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right);$$

получим значения прогиба, тангенциальных усилий и изгибающих моментов.

С возрастанием s коэффициенты разложения быстро уменьшаются. Поэтому, ограничившись при численном решении по 5 членов рядов разложения в ряд Фурье, мы можем получить деформацию оболочки с достаточной точностью.

На рисунках 2-5 представлен характер поведения компонент напряженного состояния стальной оболочки, сжимаемой двумя штампами силой P , для различных значений параметров R, h, λ .

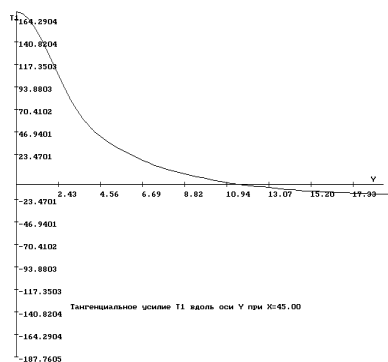


Рис. 2 – Тангенциальное усилие t_1

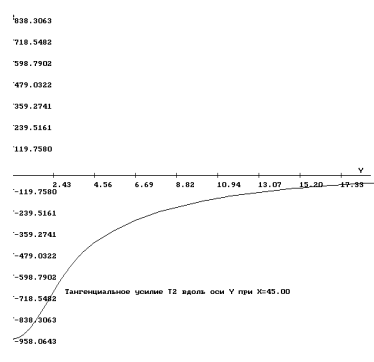


Рис. 3 – Тангенциальное усилие t_2

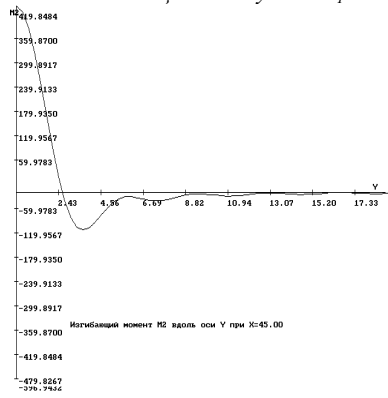


Рис. 4 – Изгибающий момент m_1

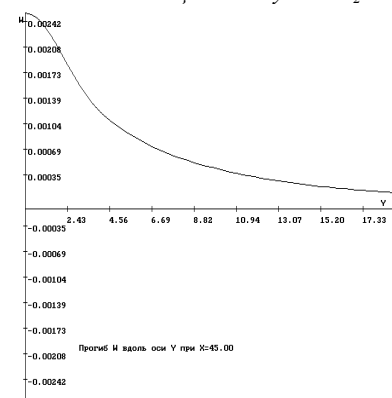


Рис. 5 – Изгибающий момент m_2

Выводы.

1. Существенное значение имеет шаг разбиения. Так при сравнении результатов расчета с шагом $1/5; 1/10; 1/20; 1/30$ отмечается следующая закономерность: чем мельче шаг разбиения, тем меньше длина зоны контакта, а кривая распределения более гладкая. Поэтому, для получения достаточно точной картины напряженного состояния оболочек необходимо брать сетку разбиения с шагом, не меньшим, чем $1/30$.

2. При взаимодействии оболочки с опорой распределение контактного давления возрастает к концам зоны контакта;

3. При рассмотрении в разложении двух членов ряда длина полузоны контакта для одного из случаев составляет $l=3,2285832845$, для пяти членов разложения в ряд $l=3,2285244245$ (т.е. погрешность составляет 0,00006 см.), для 21 члена разложения $l=3,2285244762$, (погрешность составляет 0,0000003 см). При увеличении радиусов оболочки и опоры длина зоны контакта уменьшается.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Чихладзе Э.Д., Резуенко М.Е. Контактное взаимодействие оболочки и упругого штампа с выступом// Вісник ДонНАБіА. -Вип. 2005-8(56).
2. Тимошенко С.П., Войновский - Кригер С. Пластинки и оболочки. Пер. с англ. - М.: Наука, 1966.- 636 с.

УДК 691.3

ЕФЕКТИВНІСТЬ НОВИХ РОЗРОБОК В СИСТЕМІ ПЛАСТИФІКУЮЧИХ ДОБАВОК ДЛЯ БЕТОНІВ

*Р.Ф. Рунова д.т.н. проф., І.І. Руденко к.т.н., В.В. Товстони́с асп., С.М. Чудновський *, Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ *ТОВ НВП "Містіт", м.Рівне*

За останні роки вітчизняний ринок хімічних добавок для бетонів пройшов шлях від ознайомлення з імпортом до започаткування власного сучасного виробництва. На ринку з'явилася значна кількість модифікуючих добавок вітчизняного виробництва, які за своєю хімічною будовою та принципами роботи практично не відрізняються від іноземних. Для просування на ринок, кожна нова пластифікуюча добавка повинна бути класифікована, адже як відомо, вітчизняна нормативна база передбачає поділ таких добавок на 4 групи. Авторами пропонується методика визначення ефективності пластифікуючих добавок, яка враховує крім стандартних умов особливості можливого рецептурного рішення на прикладі добавки марки "Комплекс К-15" виробництва ТОВ НВП "Містіт".

1. Визначення ефективності добавки за стандартною методикою.

Згідно [1] ефективність пластифікуючої добавки визначають за зміною рухомості бетонної суміші та міцності бетонних зразків після теплової