

УДК 629.488.27:621.822.614:620.179

## ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ВІБРАЦІЙ ПІДШИПНИКОВИХ ВУЗЛІВ НА ОСНОВІ СТОХАСТИЧНОГО ПІДХОДУ

**А.В. Погребняк, доц., к.т.н., Харківський національний автомобільно-дорожній університет, С.В. Михалків, доц., к.т.н., А.В. Євтушенко, доц., к.т.н., Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків**

*Анотація.* Коротко дано опис стохастичного до підходу процесу вібродіагностування. Визначено багатовхідну модель виникнення вібраційного процесу в підшипниках кочення. Здійснено вибір статистичних гіпотез для побудови вирішальних правил під час проведення вібродіагностування.

*Ключові слова:* стохастичний підхід, діагностичні ознаки, коливальна система, багатовхідна модель, підшипники кочення.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ ОЦЕНИВАНИЯ ВИБРАЦИЙ ПОДШИПНИКОВЫХ УЗЛОВ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА

**А.В. Погребняк, доц., к.т.н., Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, С.В. Михалкив, доц., к.т.н., А.В. Евтушенко, доц., к.т.н., Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, г. Харьков**

*Аннотация.* Кратко описан стохастический подход процесса вибродиагностирования. Определена многовходная модель возникновения вибрационного процесса в подшипниках качения. Осуществлен выбор стохастических гипотез для построения окончательных правил во время проведения вибродиагностирования.

*Ключевые слова:* стохастический подход, диагностические признаки, колебательная система, многовходная модель, подшипники качения.

## THEORETICAL GROUNDING OF METHODS FOR EVALUATING VIBRATIONS OF BEARING KNOTS ON THE BASIS OF STOCHASTIC APPROACH

**A. Pogrebnyak, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.), Kharkov National Automobile and Highway University, S. Mykhalkiv, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.), S. Evtushenko, Assoc. Prof., Cand. Sc. (Eng.), Ukrainian state university of railway transport, Kharkiv**

*Abstract.* The stochastic approach of the process of vibrodiagnosticating is briefly described. The multientrance model of the origin of oscillation process in bearings of rolling is grounded. The choice of stochastic hypotheses for the construction of final rules during realization of vibrodiagnosticating is made.

*Key words:* stochastic approach, diagnostic signs, oscillating system, multientrance model, bearing of woobling.

### Вступ

На думку авторів [1], використання детермінованих методів при діагностуванні не є ви-

правданим, оскільки вібрації підшипників кочення за природою мають випадковий характер. На вібрації підшипників кочення в точці їх реєстрації впливають перешкоди

інших вузлів електричного двигуна. Це виключає можливість одержання абсолютно достовірної відповіді щодо технічного стану підшипників кочення, базуючись лише на результаті одного виміру. Будь-яке прийняте діагностичне рішення, навіть побудоване на дослідженні значної кількості віброграм, пов'язане з певним сумнівом, кількісна оцінка якого можлива при стохастичному підході. Основною вихідною вимогою під час використання стохастичного підходу є можливість отримання необхідної кількості віброграм для досягнення заданої точності й достовірності діагностування.

При стохастичному підході процес вібродіагностування базується на відповідним чином обраних і глибоко аргументованих імовірнісній моделі вібрацій і найчастіше здійснюється у три етапи. Перший етап полягає у встановленні діагностичних параметрів (ознак), які відповідають різним технічним станам підшипників і є чутливими щодо їхніх змін. Другий пов'язаний із вибором діагностичних просторів (етап навчання) і передбачає формування за експериментальними даними навчальних сукупностей (образів), які відповідають конкретним несправностям підшипників кочення. Третій етап передбачає побудову вирішальних правил щодо діагностування несправностей у досліджуваних підшипниках кочення і прийняття рішень, які реалізуються на базі наявних навчальних сукупностей шляхом реєстрації (при заздалегідь обумовлених режимах роботи досліджуваного об'єкта) вібрацій підшипників кочення, що діагностуються, за певним правилом із наступною статистичною обробкою характеристик віброприскорень, яка завершується винесенням діагностичного рішення.

При встановленні діагностичних ознак основну роль відіграє модель вібрацій. Успіх проведення діагностування залежить, насамперед, від вдало зробленого вибору моделі, її погодження і здатності підтвердження експериментальними даними. Параметри, які входять до моделі, мають підпорядковуватися простому фізичному трактуванню, легко обчислюватися під час розгляду моделі в теоретичному вигляді і, найголовніше, щоб на етапі навчання їх можна було визначити з необхідною точністю. До того ж, ці параметри мають бути досить інформативними, щоб за ними можна було будувати оптимальні й ефективні процедури діагностування, які забезпечуватимуть мінімальні витрати часу й

засобів на оцінювання. Зазначені вимоги не є простими з погляду виконання, тому перший етап діагностування є складним комплексним завданням, для вирішення якого необхідно використовувати сучасний математичний апарат і проводити відносно велику кількість натурних випробувань і експериментів на спеціальних стендах.

### Аналіз публікацій

Нині одним з основних факторів, що обмежують розвиток вібродіагностування, є недостатня кількість інформації щодо нових методів обробки сигналів серед інженерного персоналу. Складний математичний апарат частотно-часового аналізу та відсутність програмного забезпечення стримують використання цих підходів. Огляд літературних джерел, пов'язаних із обробкою різних типів сигналів, дає змогу вважати найбільш прийнятним і перспективним для подальшого застосування вібродіагностування математичний апарат вейвлет-аналізу [2–4]. Виходячи з вищеведеного, сформульовано мету та задачі.

### Мета і постановка завдання

Метою дослідження є підвищення ефективності вібродіагностування пошкоджень елементів підшипників кочення електричних двигунів на різних стадіях розвитку, забезпечення принципу нерозривності технології вібродіагностування.

Виходячи з цього, у статті розглянуто методи вібродіагностування підшипникових вузлів електродвигунів із використанням стохастичного та детермінованого підходів аналізу вібраційних сигналів.

### Визначення багатовхідної моделі виникнення вібраційного процесу в підшипниках кочення

Вібрації, які виникають у працюючих підшипникових вузлах електродвигунів, зумовлені роботою основних елементів підшипників кочення. При роботі підшипників кочення в місцях контакту тіл кочення із зовнішнім і внутрішнім кільцями виникають значні напруги і відбувається переміщення матеріалу в атомарному масштабі з утворенням пружних хвиль напруги, які викликають акустичне випромінювання та вібрацію підшипників кочення.

Процес, який викликає вібрації підшипників кочення, за фізичною природою є потоком випадкових за часом й інтенсивністю імпульсів. На підставі обґрунтованих міркувань [1] було зроблено висновок про можливість описання фізичного процесу математичною моделлю випадкових процесів із незалежними значеннями, які підпорядковуються безкінечно подільному закону розподілу.

Підшипник кочення можна розглядати як механічну коливальну систему, на яку впливає зазначений процес, що викликає її резонанс на певних частотах. Останні зумовлені як конструктивними особливостями власне підшипникового вузла, так і всього електричного двигуна в цілому. У лінійному наближенні механічну коливальну систему можна подати однією або сукупністю лінійних ланок першого та другого порядків, тобто сукупністю коливальних і аперіодичних ланок. Тоді вібрації, які реєструються в точці розміщення віброакселерометра на підшипниковому вузлі, є її відгуком на вплив спричиненого векторного процесу.

Оскільки місця виникнення імпульсів у спричиненому процесі постійно переміщуються у просторі, можна умовно локалізувати їх за групами, тобто перейти від механічної моделі з розподіленими вхідними впливами до багатовхідної (рис. 1). На рис. 1 величини  $\eta'_j(\tau)$ ,  $j = \overline{1, n}$  є компонентами вектора спричиненого процесу;  $(\varphi_j(\tau, t))$  – вектор імпульсних перехідних функцій досліджуваної системи, де  $t$  – поточний час;  $\tau$  – момент початку імпульсу (до цього моменту величина імпульсу тотожно дорівнює нулю);  $n$  – число входів системи;  $\xi(t)$  – вібраційний процес, який визначається в точці розміщення віброакселерометра.

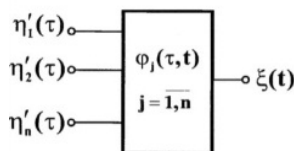


Рис. 1. Багатовхідна модель виникнення вібраційного процесу підшипників кочення

Кожен з цих імпульсів визначається імовірнісним законом появи у часі, має певні тривалість та інтенсивність, значення яких мають випадковий характер. Процес, що породжує  $\xi(t)$ , можна описати випадковим проце-

сом із незалежними значеннями, розподіл яких безмежно подільний. Тому відгук  $\xi(t)$  лінійної системи описує цей клас процесів

$$\xi(t) = \sum_{j=1}^n a_j \xi_j(t), \quad t \in (-\infty, \infty), \quad (1)$$

де  $n$  – деяке позитивне число, яке визначається конструктивними, технологічними і експлуатаційними характеристиками підшипників кочення;  $a_j$  – вагові коефіцієнти, які враховують згасання у відповідному каналі.

(Передбачається, що  $\sum_{j=1}^n a_j = 1$ ,  $\xi_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j(\tau, t) d\eta(\tau)$ ;  $j = \overline{1, n}$  – вібраційний

процес, що залежить від спричиненої дії  $\eta^2(\tau)$ , характер якої зумовлений технічним станом підшипників кочення, може бути заданий за допомогою характеристичних функцій.

Під час дослідження експериментально визначених вібрацій електричних двигунів виникає необхідність побудови статистичних оцінок різних параметрів, які характеризують аналізований процес. Тому статистичне оцінювання є завершальним етапом технічних вимірів параметрів і характеристик випадкових процесів та є невід'ємною частиною дослідження. Від вірності оцінювання і вибору методів та алгоритмів побудови оцінок значною мірою залежать успіх і достовірність отриманих результатів вимірів.

При використанні точкового оцінювання  $T_n$  ( $\xi_1, \dots, \xi_n$ ) при для оцінки математичного очікування випадкової величини  $\xi$  обирається

оцінка  $v = \sum_{j=1}^n a_j \xi_j$ , тоді

$$v_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \xi_j. \quad (2)$$

Аналогічно будуються оцінки для початкових моментів будь-якого порядку  $k$ , якщо  $|M \xi^k| < \infty$ ,

$$v_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \xi_j^k, \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

і центральних моментів

$$\mu_k = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\xi_j - v_1)^k, \quad k = 2, 3, \dots \quad (4)$$

Оцінка дисперсії випадкової величини (4) при  $k = 2$  є зміщеною, тобто породжує механічну похибку. Для побудови незміщеної оцінки дисперсії треба використовувати таке співвідношення

$$\tilde{\mu}_k = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (\xi_j - v_1)^k. \quad (5)$$

### Застосування статистичних критеріїв для оцінки стаціонарності вібрацій підшипників кочення електричних двигунів

Оскільки для стаціонарного ергодичного процесу під час побудови статистичних оцінок достатньо лише однієї реалізації, то виникає необхідність визначати за допомогою статистичних критеріїв приналежність досліджуваної реалізації до класу стаціонарних процесів. В основу таких критеріїв покладено ідею перевірки статистичних гіпотез про незмінність математичного очікування, дисперсії, одновимірної функції розподілу та інших характеристик.

За результатами спостережень над  $\xi(t)$  з'являються випадкові вибіркові функції й фіксуються їх реалізації – віброграми  $\xi_k(t)$  та  $x_k(t)$  відповідно  $t \in T_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ , де  $N$  – кількість послідовно спостережених реалізацій процесу  $\xi(t)$  на інтервалах часу  $T_k \subset T$ . Вони є послідовністю моментів часу.

На рис. 2 наведено п'ять можливих віброграм  $N = 5$ , отриманих на деякому інтервалі часу  $T$ .

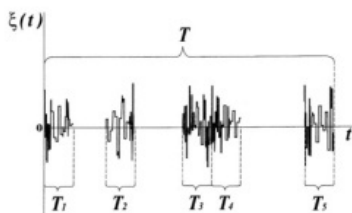


Рис. 2. Віброграми досліджуваного сигналу

Стаціонарність процесу вібрацій за досліджуваними реалізаціями можна перевірити під час аналізу поведінки у часі оцінок основних статистичних параметрів (математичне

очікування  $M\xi(t)$ , дисперсія  $D\xi(t)$ , коефіцієнт кореляції  $\rho$ , асиметрії  $k$ , ексцесу  $\gamma$  та ін.), які отримують із віброграм, досліджених на послідовностях інтервалів, які не перетинаються у часі.

У нашому випадку розглядаються випадкові процеси із дискретним часом, тобто часові ряди виду

$$\{\xi(k\Delta t), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}, \quad (6)$$

де  $\Delta t$  – крок дискретизації.

Статистична гіпотеза  $H_0$  про стаціонарність процесу (6) проти альтернативної гіпотези  $H_1$  про нестаціонарність перевіряється на основі випадкових вибірок із генеральної сукупності. Гіпотеза про стаціонарність нормального процесу, який подається двома незалежними візками реалізації  $N = 2$  обсягів  $n_1$  та  $n_2$ , за дисперсією перевіряється з використанням  $F$ -критерію Фішера [5]. За цим критерієм гіпотеза про рівність дисперсій, яка оцінюється за двома реалізаціями процесу  $\xi(t)$ , взятих на інтервалах часу, що не перетинаються,  $T_1$  та  $T_2$ , перевіряється за допомогою статистики

$$W_{n_1, n_2-1} = \frac{\tilde{\mu}_2^{(1)}}{\tilde{\mu}_2^{(2)}} = \frac{\frac{n_1 - 1}{n_1 - 1} \mu_2^{(1)}}{\frac{n_2 - 1}{n_2 - 1} \mu_2^{(2)}}, \quad (7)$$

де  $\tilde{\mu}_2^{(1)}, \tilde{\mu}_2^{(2)}$  – незміщені оцінки дисперсії на інтервалах  $T_1$  та  $T_2$  дискретних вибірок обсягу  $n_1$  та  $n_2$ , які визначаються за (5); та визначаються за (4) при  $n = n_1$  та  $n = n_2$  відповідно. Статистика  $W_{n_1, n_2-1}$ , при справедливості гіпотези про сталість дисперсії у часі, має  $F$ -розподіл зі ступенями свободи  $n_1 - 1$  та  $n_2 - 1$ .

Двовибірковий  $t$ -критерій ( $N = 2$ ) використовується для перевірки гіпотези щодо стаціонарності досліджуваних вібрацій за математичним очікуванням за сталості дисперсії. Тоді гіпотеза  $H_0$  про рівність математичних очікувань двох незалежних нормальних випадкових вибірок із генеральної сукупності з нормальною функцією розподілу перевіряється за допомогою  $t$ -статистики

$$t = \frac{v_1^{(1)} - v_1^{(2)}}{\sqrt{(\mu_2^{(1)} + \mu_2^{(2)})/n}}. \quad (8)$$

Коли підтверджується гіпотеза  $H_0$  про те, що досліджувані вібрації підшипника кочення є стаціонарним процесом за математичним очікуванням, статистика, яка визначається відповідно до (8), має  $t$ -розподіл Стюдента із  $m = n_1 + n_2 - 2$  або  $m = 2n - 2$  ступенями свободи.

Різниця  $v_1^{(1)} - v_1^{(2)}$  вважається значущою при деякому  $\alpha$ , якщо  $|t| > t_{m, 1-\alpha/2}$ . При цьому гіпотеза  $H_0$  відхиляється, тобто вважається, що вібрації є нестаціонарними. Якщо  $|t| \leq t_{m, 1-\alpha/2}$ , то гіпотеза  $H_0$  береться, тобто вібрації вважаються стаціонарними.

Рівень значущості виражає ймовірність прийняття невірної рішення. Його беруть у відсотках і обирають рівним 5 %, тобто  $\alpha = 0,05$ , рідше – 1 або 0,5 %. Вибір  $\alpha$  не впливає на достовірність, якщо обсяг вибірки фіксований. Для підвищення достовірності необхідно збільшити обсяг вибірки.

Наявність тих або інших несправностей в підшипнику кочення призводить до зміни його вібраційних характеристик, а внаслідок цього – до зміни виду кривої щільності його розподілу. Це підтверджується результатами гістограмного аналізу вібрацій підшипника кочення (рис. 3).

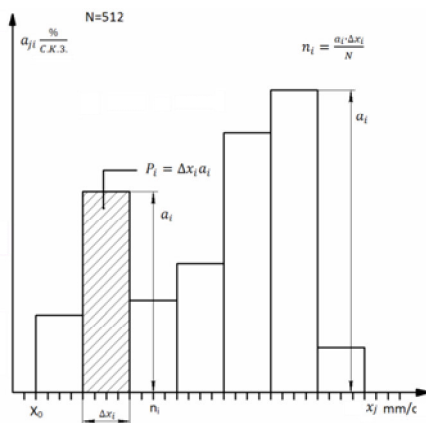


Рис. 3. Гістограма розподілення миттєвих значень віброшвидкості:  $x_0$  – початкова точка гістограми (рис. 3);  $\Delta x$  – амплітудний інтервал між вибірками гістограми;  $a_j$  – значення випадкової функції в точці СКЗ (середньоквадратичне значення), %;  $P_j$  – вірогідність появи значення  $x_j$ ;  $x_j$  – значення випадкової функції в  $j$ -му інтервалі;  $j$  – порядковий номер (індекс) амплітудного інтервала

У результаті численних експериментів, проведених дослідниками [3], встановлено, що математичне очікування та дисперсія досліджуваних вібрацій є малоефективними діагностичними ознаками. Повнішу інформацію про характер кривої щільності розподілу ймовірностей надають третій і четвертий моменти, які можна використовувати як діагностичні ознаки технічного стану підшипників кочення. На практиці для діагностування технічного стану підшипників кочення зручніше користуватися не самими моментами, а коефіцієнтами асиметрії  $k$  та ексцесу  $\gamma$ , які пов'язані з моментами співвідношеннями

$$k = \mu_3 / \mu_2^{3/2}, \quad (9)$$

$$\gamma = \mu_4 / \mu_2^2 - 3. \quad (10)$$

### Використання статистичних гіпотез для побудови вирішальних правил під час проведення вібродіагностування

Запропоноване Нейманом і Пірсоном вирішальне правило вибору гіпотез у двоальтернативній ситуації базується на одноступеневому аналізі логарифма відношення правдоподібності

$$\eta_n = \left( \sum_{k=1}^n \Xi_{mk} \right)^T M^{-1} (\Theta_1 - \Theta_0) - \frac{n}{2} (\Theta_1 + \Theta_0)^T M^{-1} (\Theta_1 - \Theta_0), \quad n = 1, 2, \dots \quad (11)$$

та фактично зводиться до оптимального вибору деякого ступеня  $C$ , що поділяє множину допустимих значень відношення правдоподібності на дві підмножини, які не перетинаються. Основним моментом у цій задачі є вибір на множині допустимих значень деякого порогу  $C$ , для якого при заданій помилці першого роду  $\alpha$ , фіксованому обсягу вибірки  $n$  та найменшому значенні помилки другого роду  $\beta$  можна було зробити висновок про те, що вірною є гіпотеза  $H_0$  при  $\eta_n \leq \ln C$  та  $H_1$  при  $\eta_n > \ln C$ .

За одновимірного гаусового розподілу щільність імовірності записується у вигляді

$$p(y) = \frac{1}{\delta \sqrt{2\pi}} e^{-(y-\theta)^2 / 2\sigma^2}. \quad (12)$$

Значення параметра  $\Theta = \Theta_0$  відповідає гіпотезі  $H_0$ , а  $\Theta = \Theta_1$  – гіпотезі  $H_1$  за незмінного значення  $\sigma$ . Припускається, що  $\Theta_0 \neq \Theta_1$ . Тому при  $\Theta > \Theta_0$  гіпотеза  $H_0$  береться, якщо

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \leq C, \quad (13)$$

де

$$C = \frac{(\theta_1 - \theta_0)(u_\alpha - u_\beta)}{2(u_\alpha + u_\beta)} + \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_0), \quad (14)$$

де  $u_\alpha$  та  $u_\beta$  – квантилі, знайдені за [6].

Використовуючи ці безрозмірні параметри віброакустичного сигналу (амплітудні дискримінанти), було розроблено програму розрахунку на ЕОМ, яка дозволяє розрахувати та отримати імовірнісні характеристики вібросигналу (математичне очікування, дисперсію  $D$ , коефіцієнт варіації  $V$ , коефіцієнт ексцесу  $E$  та ін.).

#### Частковий алгоритм програми «Розрахунок імовірнісних характеристик віброакустичного сигналу»

У діалоговому режимі програми реалізовано введення таких даних:

- допоміжних (табл. 1);
- робочих (табл. 2).

Таблиця 1 Введення допоміжних даних

Позначення у програмі	Значення	Примітка
dvigatel	1...2	Номер двигуна, який діагностується
podshipnik	1...2	Номер підшипника, який діагностується
regim	1...2	1 – обертання ротора двигуна за годинниковою стрілкою; 2 – проти годинникової стрілки
diapason	1...3	Три частотних діапазони відповідно: 160–1760 Гц; 1792–3392 Гц; 9600–12800 Гц

Амплітуди випадкової функції вводяться послідовно по точках гістограми. Для завершення вводу випадкової функції на запит черго-

вого значення амплітуди необхідно набрати число «999».

Таблиця 2 Введення робочих даних

Позначення	Позначення в тексті	Примітка
XØ	X <sub>0</sub>	Номер двигуна, який діагностується
PX	ΔX	Номер підшипника, який діагностується
DD	D	1 – обертання ротора двигуна за годинниковою стрілкою; 2 – проти годинникової стрілки
A(j)	a <sub>j</sub>	Три частотних діапазони відповідно: 160–1760 Гц; 1792–3392 Гц; 9600–12800 Гц

Вивести на друк:

- номер двигуна, номер підшипника, номер режиму, номер діапазону;
- значення  $x_j$ , вірогідність  $P_j$ , кіл-ть  $k_j$ ,  $j = 1 \dots k$ ;
- середнє значення  $\bar{x}$ , дисперсію змішену  $D$ , розкид  $\sigma$ ; коефіцієнт асиметрії  $A_s$ ; коефіцієнт ексцесу  $E$ ; коефіцієнт варіації  $V$ ; пікфактор  $F$ . Фрагмент тексту програми наведений нижче

```
5 NN = 1000
10 PRINT "test-rez=99, x0=8, dx=1, dd=1,
a1=1, a2=3, a3=3, a4=4, a5=1"
20 OPTION BASE 1
25 INPUT "Dvigatel ="; DVIG
```

```
.....
380 LPRINT "koef.excessa "; E, TAB(45); "
koef.excessa "; E
.....
400 END
```

#### Висновки

У статті обґрунтовано методи оцінювання вібрацій підшипникових вузлів на основі стохастичного та детермінованого підходів, даються основні принципи аналізу, який базується на ШПФ (швидке перетворення Фур'є), описуються методи оцінювання комплексних частотних характеристик.

Було розроблено програму розрахунку на ЕОМ, яка дозволяє розрахувати та отримати імовірнісні характеристики вібросигналу підшипника.

## Література

1. Марченко Б.Г. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин / Б.Г. Марченко, М.В. Мыслович. – К.: Наукова думка, 1992. – 210 с.
2. Береговой А.И. Вибродиагностика электрических машин. Статистический подход и устройство / А.И. Береговой, А.Ф. Быстриков, Н.Н. Котвицкий. – К., 1984. – 56 с. (Препр./АН УССР. Ин-ут электродинамики. 364).
3. Погребняк А.В. Совершенствование методики диагностирования подшипников тепловозных турбокомпрессоров по вибрационным характеристикам: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07 / А.В. Погребняк. – Днепропетровск, 1990. – 164 с.
4. Тартаковский Э.Д. Совершенствование технологии диагностирования подшипников качения по вибрационным характеристикам / Э.Д. Тартаковский, Е.А. Игуменцев, А.В. Погребняк // Сб. тр. ХИИТ. – 1990. – № 5135. – С. 20.
5. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: Высшая школа, 1974. – 564 с.
6. Большев Л.Н. Таблицы математической статистики / Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука, 1965. – 482 с.

Рецензент: В.Д. Мигаль, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

---