

**МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра електроенергетики, електротехніки  
та електромеханіки**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання курсового проекту  
з дисципліни**

***«КОНСТРУКЦІЯ ТА ДИНАМІКА ЕРС»***

**Харків – 2017**

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки 20 березня 2017 р., протокол № 9.

Рекомендуються для бакалаврів спеціальності 273 «Залізничний транспорт» освітньої програми «Електровози та електропоїзди» денної та заочної форм навчання.

Укладач

старш. викл. В. П. Нерубацький

Рецензент

доц. Д. Л. Сушко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання курсового проекту  
з дисципліни

*«КОНСТРУКЦІЯ ТА ДИНАМІКА ЕРС»*

Відповідальний за випуск Нерубацький В. П.

Редактор Решетилова В. В.

---

Підписано до друку 03.04.17 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,25. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Геометричний розрахунок тягової зубчастої передачі.....	6
2 Визначення реакцій тягового приводу на рушійну колісну пару та на раму візка.....	9
3 Розрахунок гумометалевого амортизатора підвішування тягового електродвигуна.....	12
4 Розрахунок амплітудно-частотної характеристики передачі....	15
5 Визначення динамічних навантажень у зубчастому зачепленні та на підвішуванні.....	21
6 Визначення коливань екіпажа типу $2_0-2_0$ у вертикальній поздовжній площині.....	22
7 Визначення бічних коливань жорсткого двовісного візка на прямій ділянці колії.....	30
Список літератури.....	33
Додаток А. Вихідні дані до виконання курсового проекту.....	34

## ВСТУП

Питання прогнозування поведінки проєктованих та існуючих конструкцій механічної частини (екіпажа) рухомого складу вирішуються на основі методів динаміки. Вирішення цих питань включає в себе ряд етапів, основними з яких є:

- створення розрахункової схеми, що відображає основні динамічні властивості системи;

- вибір збурюючого впливу, який надає вирішальний вплив на поведінку системи в умовах поставленого завдання;

- створення математичної моделі процесів, що виникають під час руху;

- вивчення властивостей вихідної системи за її математичною моделлю і практичне використання результатів.

При вивченні властивостей математичної моделі такої складної динамічної системи, якою є сучасний рухомий склад, широко застосовуються засоби обчислювальної техніки, комп'ютери. За їх допомогою визначаються власні частоти, вирішуються питання про умови стійкості руху, вивчаються змушені коливання при різних режимах руху.

У динаміці залізничних екіпажів, і зокрема динаміці електровозів, залежно від поставленого завдання як самостійна динамічна система можуть розглядатися окремі елементи або частини екіпажа. Наприклад, це можуть бути: колісна пара; одиночний візок (жорсткий або з пружними зв'язками рами з колісними парами); секція електровоза; поїзд – електровоз і група вагонів. Для дослідження тягових властивостей в розгляд вводять електродинамічні процеси.

Під динамічною системою розуміється сукупність матеріальних точок, твердих або пружних тіл, що взаємодіють одна з одною і зовнішнім середовищем. Обмеження, що накладаються на переміщення або швидкості елементів системи, які реалізуються за рахунок властивостей тертя, пружності, незмінності лінійних розмірів та інших обмежень, називаються зв'язками. Зв'язки можуть здійснюватися напрямними пристроями (рейкова колія), шарнірними елементами, пружними і дисипативними елементами (пружини, ресори, резинові елементи, гасителі коливань).

Динамічна модель повинна відображати основні властивості системи, яка розглядається в такій мірі, щоб з її допомогою можна було з необхідною точністю оцінити динамічні якості реального об'єкта. Стан динамічної системи описується рівняннями рівноваги сил і моментів, що діють на її елементи, в кожен момент часу. Для опису руху динамічної системи використовують диференційні рівняння.

Збурюючі фактори, що діють на динамічну систему, для розв'язання задачі моделювання повинні бути визначені кількісними характеристиками.

У процесі руху екіпажа по рейковій колії виникають вільні та змушені коливання. Необхідність вивчення вільних коливань виникає при перехідних (несталих) режимах руху. Наприклад, проходження одиночної нерівності колії, вхід в криву, удар на стику рейки, зіткнення екіпажів та ін. Дисипативні характеристики рухомого складу залізниць такі, що вільні коливання швидко згасають. Тому при визначенні показників динамічних якостей розглядають в основному сталий режим змушених коливань.

Збурення, що викликають змушені коливання, можна розділити на три види: кінематичні, силові і параметричні. Стосовно до умов роботи тягового рухомого складу як кінематичні збурення виступають геометричні нерівності колії в профілі і плані, нерівності на поверхні кочення колеса; як силові – тяговий момент, періодичні сили від дисбалансу обертальних частин дизелів, електричних машин, компресорів. Параметричні збурення обумовлені змінами будь-якого параметра системи. Ці збурення використовують при вирішенні різних завдань динаміки рухомого складу.

У курсовому проекті розглядаються питання міцності і динаміки тягового приводу вантажного електровоза.

Курсовий проект складається з розрахункової частини, вихідні дані до виконання якої наведені у таблиці А.1 додатка А, та графічної частини, яка передбачає креслення загального вигляду електровоза (електропоїзда) у двох проекціях та візка електровоза (електропоїзда) у двох проекціях згідно з таблицею А.2 додатка А (обидва креслення виконуються на аркушах формату А1).

Для вирішення поставлених в курсовому проекті завдань пропонується використовувати сучасні комп'ютерні технології.

# 1 ГЕОМЕТРИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ТЯГОВОЇ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ

У курсовому проекті розглядається вантажний локомотив, прототипом якого є електровоз ВЛ80. Для заданого електровоза необхідно визначити тип підвішування тягового електричного двигуна та тип тягової передачі.

Частоту обертання колісної пари в годинному режимі можна визначити так:

$$n_{кз} = 5,3 \cdot \frac{V_2}{D_к}, \quad (1.1)$$

де 5,3 – коефіцієнт, що враховує одиниці виміру величин;

$V_2$  – годинна швидкість руху електровоза, км/год;

$D_к$  – діаметр колісної пари, м.

Максимальна частота обертання колісної пари буде при конструктивній швидкості  $V_к$

$$n_{кmax} = 5,3 \cdot \frac{V_к}{D_к}. \quad (1.2)$$

Частота обертання якоря двигуна в годинному режимі визначається так:

$$n_{яз} = \frac{V_{яз} \cdot 60 \cdot 10^3}{\pi \cdot D_я}, \quad (1.3)$$

де  $V_{яз}$  – лінійна швидкість якоря при роботі його в годинному режимі, м/с;

$D_я$  – діаметр якоря двигуна, мм, який визначається з виразу

$$D_я = K_в \cdot \sqrt{\frac{P_{\partial 2}}{V_2}}, \quad (1.4)$$

де  $K_g$  – коефіцієнт, що враховує клас ізоляції В;

$P_{\partial z}$  – годинна потужність двигуна, кВт.

Першу оцінку передатного числа  $\mu$  можна здійснити за частотами обертання

$$\mu_1 = \frac{n_{яz}}{n_{кz}}. \quad (1.5)$$

Крутний момент на валу якоря в годинному режимі визначається за формулою

$$M_{яz} = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_{\partial z}}{n_{яz}}. \quad (1.6)$$

Модуль передачі  $m_{\gamma}$  можна визначити за графіком, поданим на рисунку 1.1, залежно від величини крутного моменту  $M_{яz}/K$ , що передається одним кінцем вала якоря.

При однобічній передачі  $K = 1$ . Двобічна передача приймається при  $M_{яz} > 4$  кН·м, і в цьому випадку  $K = 2$ .

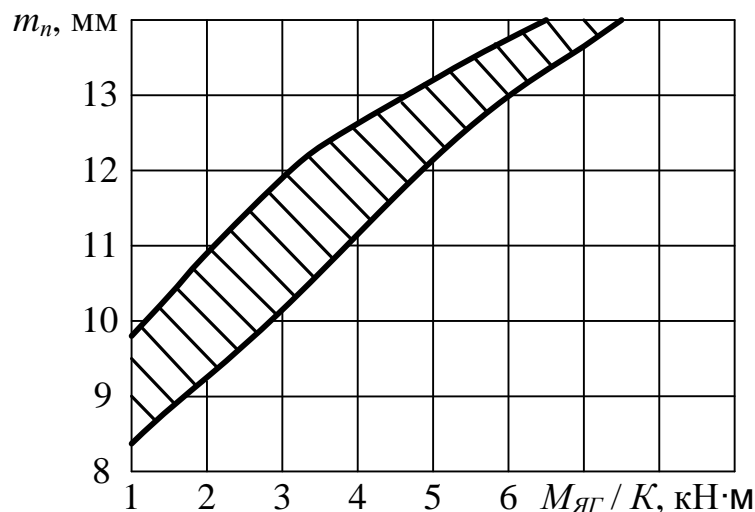


Рисунок 1.1 – Залежність модуля передачі від крутного моменту

Друга оцінка передатного числа  $\mu$  полягає у його визначенні через співвідношення кількості зубів колеса  $z_k$  до кількості зубів шестірні  $z_u$ :

$$\mu_2 = \frac{z_k}{z_u}. \quad (1.7)$$

Зубчасте колесо повинно вписуватись у габарит рухомого складу. Ця вимога призводить до співвідношення

$$z_{kmax} = \frac{D_k - 2 \cdot (h + S_k + h_x + \Delta_{kз})}{m_n}, \quad (1.8)$$

де  $h$  – відстань від нижньої точки кожуха зубчастої передачі до головки рейки (при повному бандажі  $h = 130$  мм);

$S_k$  – товщина кожуха,  $S_k \geq 5$  мм;

$h_x$  – висота головки зуба,  $h_x = m_n$ ;

$\Delta_{кз}$  – зазор між кожухом та головою зуба,  $\Delta_{кз} \geq 5$  мм.

При остаточному визначенні кількості зубів  $z_k$  та  $z_u$  з метою зменшення їх зношування доцільно мати в парі зубчастого зачеплення парну та непарну кількість зубів.

Практикою встановлено, що для електровозних тягових електродвигунів при їх опорно-осьовому підвішуванні величина централі складає

$$Ц = (1,01 \div 1,22) \cdot D_{я}. \quad (1.9)$$

Одночасно величина централі  $Ц$  пов'язана з параметрами передачі, тобто

$$Ц = \frac{m_n}{2} \cdot (z_u + z_k) + 0,5 \cdot m_n, \quad (1.10)$$

де 0,5 – корекція зачеплення для малої шестірні.



Значення формули (1.10) має задовольняти практичну рекомендацію (1.9). Приблизне значення радіуса  $R$  зубчастого колеса знаходиться як відповідна частка централі  $C$  за формулою:

$$R = \frac{m_n}{2} \cdot z_k + 0,25 \cdot m_n. \quad (1.11)$$

## 2 ВИЗНАЧЕННЯ РЕАКЦІЙ ТЯГОВОГО ПРИВОДУ НА РУШІЙНУ КОЛІСНУ ПАРУ ТА НА РАМУ ВІЗКА

При роботі приводу відбувається перерозподіл навантажень від ваги тягового двигуна, що передається при опорно-осьовому підвішуванні тягового електродвигуна на точки опори: вісь колісної пари та раму візка (рисунок 2.1).

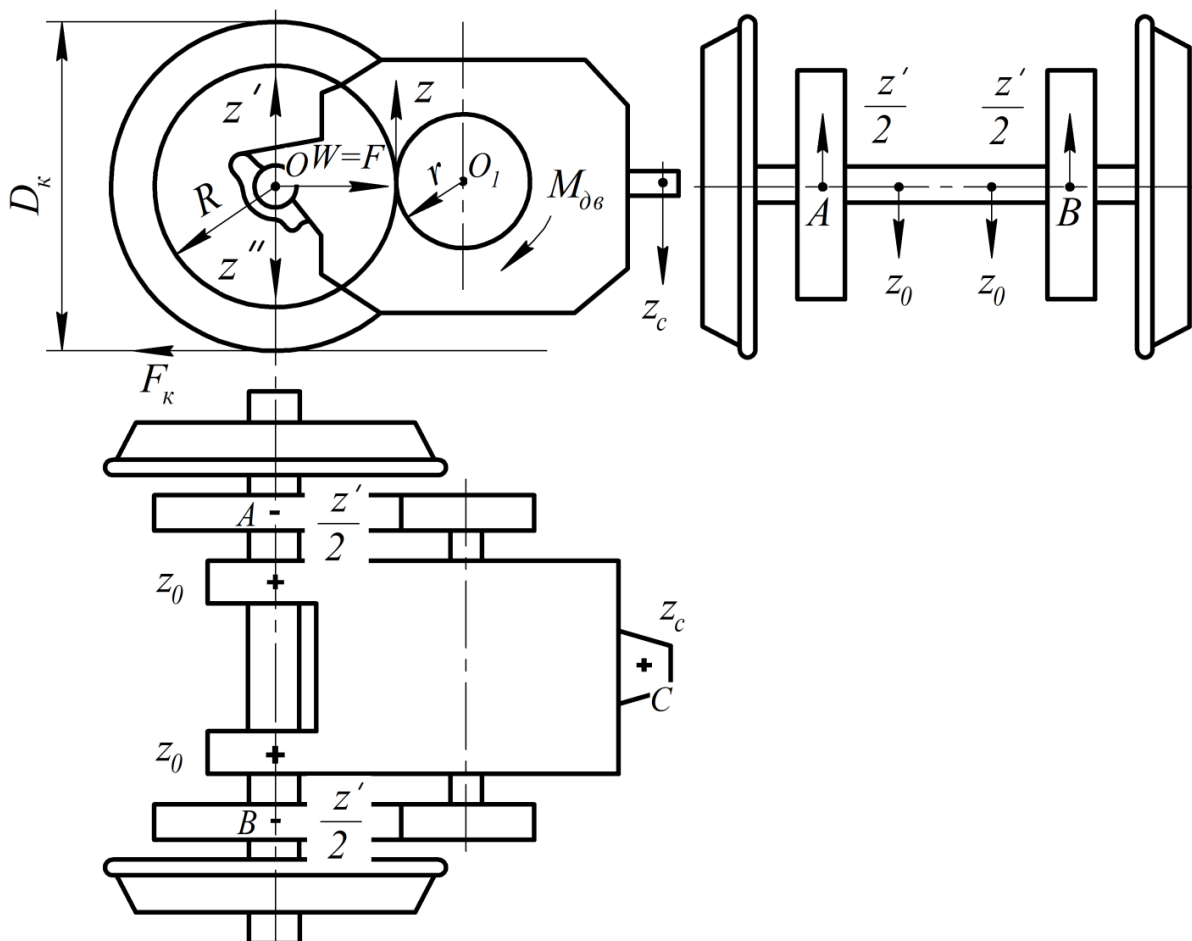


Рисунок 2.1 – Схема опорно-осьового підвішування тягового двигуна

Сила тяги, що реалізується колісною парою в годинному режимі, визначається так:

$$F_{\kappa} = 3,6 \cdot \frac{P_{\partial z}}{V_z} \cdot \eta_{zn}, \quad (2.1)$$

де 3,6 – коефіцієнт, що враховує одиниці виміру величин;

$\eta_{zn}$  – коефіцієнт корисної дії зубчастої передачі тягового приводу,  $\eta_{zn} = 0,97 \div 0,98$ .

На колісну пару діє обертальний момент

$$M = \frac{F_{\kappa} \cdot D_{\kappa}}{2}. \quad (2.2)$$

З іншого боку, цей момент дорівнює:

$$M = Z \cdot R. \quad (2.3)$$

Отже,

$$Z = |Z'| = \frac{M}{R}, \quad (2.4)$$

де  $Z$  та  $Z'$  – сили, прикладені відповідно до зубів колеса та шестірні.

Прикладемо до осі колісної пари дві однакові та протилежно спрямовані сили  $Z'$  та  $Z''$ , що дорівнюють  $Z$ .

Сили  $Z$  та  $Z''$  утворять пару сил, момент якої врівноважить обертальний момент, що утворюється опором рухові  $W$  та силою тяги  $F_{\kappa}$ .

Сила, що лишилась неврівноваженою, передається на вісь колісної пари в точках  $A$  та  $B$  зубчастих коліс.

Дія сили на зуб шестірні на валу двигуна завдяки електромагнітному зв'язку між якорем та корпусом двигуна розподіляється в усталеному режимі між носиком корпуса

двигуна  $C$  та опорно-осьовими підшипниками  $O_1$  та  $O_2$  обернено пропорційно плечам  $R$  та  $L - R$ .

Додаткове навантаження рами візка через носик  $C$  від тягового моменту визначається так:

$$Z_{\text{Стяг}} = \frac{R}{L} \cdot Z' = \frac{M}{L}, \quad (2.5)$$

де  $L$  – база підвішування двигуна, м.

Додаткове навантаження осі колісної пари через один опорно-осьовий підшипник від тягового моменту складає

$$Z_{\text{Отяг}} = \frac{L - R}{2 \cdot L} \cdot Z' = \frac{M}{2 \cdot R} \cdot \left(1 - \frac{R}{L}\right). \quad (2.6)$$

Повний тиск у зубах передачі спрямовано по лінії зчеплення, внаслідок чого додатково до реакції приводу з'являється реакція  $H$ , спрямована вздовж централі. Але вплив реакції  $H$  на результуючий тиск в опорно-осьових підшипниках невеликий.

Вага двигуна  $G_{\text{дв}}$  розподіляється між трьома точками опори приблизно таким чином: по  $1/4 G_{\text{дв}}$  припадає на кожен опорний підшипник  $O_1$  та  $O_2$ , та  $1/2 G_{\text{дв}}$  – на носик  $C$ .

$$G_{\text{дв}} = (m_{\text{к}} + m_{\text{я}}) \cdot g. \quad (2.7)$$

Сумарне (від ваги двигуна і тягового моменту) навантаження рами візка через носик  $C$

$$Z_C = \frac{G_{\text{дв}}}{2} \mp Z_{\text{Стяг}}. \quad (2.8)$$

Сумарне навантаження осі, що передається через кожен опорно-осьовий підшипник,

$$Z_{O_1} = Z_{O_2} = \frac{G_{дв}}{4} \pm Z_{Отяг}. \quad (2.9)$$

Верхній з подвійних знаків формул відповідає розташуванню двигуна ззаду рушійної осі, а нижній знак – розташуванню двигуна попереду осі.

### 3 РОЗРАХУНОК ГУМОМЕТАЛЕВОГО АМОРТИЗАТОРА ПІДВІШУВАННЯ ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА

В прийнятій розрахунковій схемі амортизатор підвішування є єдиним пружним елементом і його параметри в значній мірі визначають перебіг коливального процесу. Жорсткість  $J$  та коефіцієнт демпфірування  $\beta$  гумових елементів залежать від марки гуми, температури навколишнього середовища та конструкції амортизатора. Загальний вигляд гумометалевого амортизатора підвішування показано на рисунку 3.1.

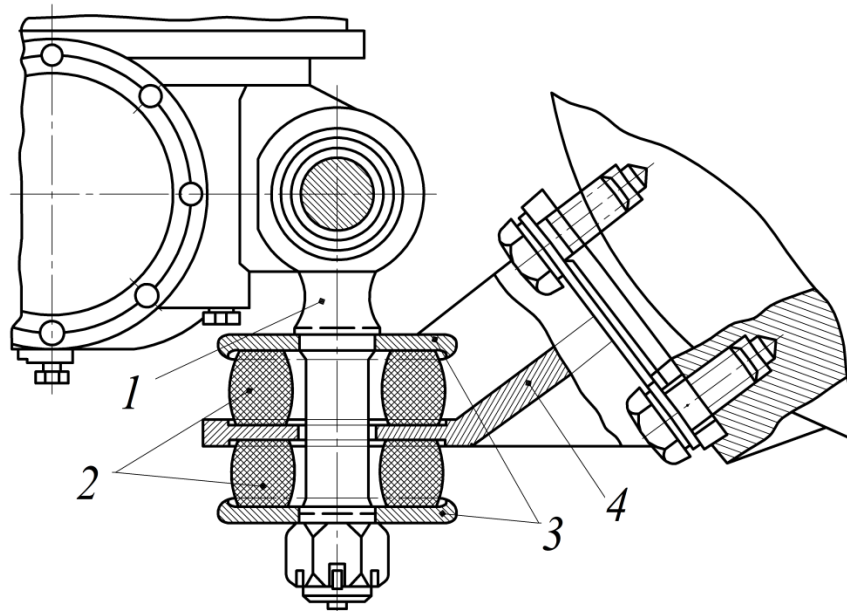


Рисунок 3.1 – Пружна підвіска тягового двигуна:  
 1 – підвіска; 2 – гумові шайби; 3 – сталеві шайби; 4 – носик

Метою розрахунку гумометалевого амортизатора є побудова силової характеристики пружної підвіски двигуна і визначення

еквівалентного коефіцієнта жорсткості  $k_{\phi}$  лінійної залежності між навантаженням і деформацією амортизатора.

Коефіцієнт форми гумової шайби визначається так:

$$k_{\phi} = 1 + 4,67 \cdot \frac{D - d}{4 \cdot h_{uu}}, \quad (3.1)$$

де  $D$  – зовнішній діаметр шайби, мм;

$d$  – внутрішній діаметр шайби,  $d = 80$  мм;

$h_{uu}$  – висота шайби у вільному стані,  $h_{uu} = 80$  мм.

Площа перетину шайби визначається так:

$$S = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2). \quad (3.2)$$

Силова характеристика гумової шайби є нелінійною

$$P(\Delta) = E \cdot k_{\phi} \cdot S \cdot \frac{\Delta}{h_{uu} - \Delta} \cdot 10^{-3}, \quad (3.3)$$

де  $P(\Delta)$  – сила стиснення, кН;

$E$  – модуль пружності гуми, Н/мм<sup>2</sup>;

$\Delta$  – деформація шайби, мм.

За формулою (3.3) необхідно побудувати графік силової характеристики гумової шайби, тобто залежність сили стиснення від деформації.

Щоб унеможливити «розкриття амортизатора», коли тягове навантаження спрямоване донизу, треба забезпечити попередній натяг верхньої гумової шайби саме на величину сили  $Z_{\text{Стяг}}$ .

Деформацію попереднього натягу верхньої шайби  $\Delta_{\epsilon}$  можна визначити за умови  $P(\Delta_{\epsilon}) = Z_{\text{Стяг}}$  за формулою:

$$\Delta_{\epsilon} = \frac{Z_{\text{Стяг}} \cdot h_{uu}}{E \cdot k_{\phi} \cdot S \cdot 10^{-3} + Z_{\text{Стяг}}}. \quad (3.4)$$

Деформація попереднього натягу нижньої шайби  $\Delta_n$  буде більшою за рахунок ваги двигуна (при навантаженні  $Z_C$ )

$$\Delta_n = \frac{Z_C \cdot h_{ш}}{E \cdot k_{\phi} \cdot S \cdot 10^{-3} + Z_C}. \quad (3.5)$$

Для побудови в єдиній координатній системі силових характеристик кожної шайби та спільної характеристики комплекту з двох шайб треба вибрати початок відліку деформацій  $\Delta$  таким чином, щоб у стані попереднього натягу був умовний нуль деформацій. Крім того, треба врахувати зворотний напрямок сил стискання у верхній та нижній шайбах.

В єдиній системі координат силові характеристики мають вигляд:

- верхньої гумової шайби

$$P_e(\Delta) = P(\Delta + \Delta_e); \quad (3.6)$$

- нижньої гумової шайби:

$$P_n(\Delta) = -P(\Delta_n - \Delta); \quad (3.7)$$

- спільна характеристика підвіски:

$$P_{\Sigma}(\Delta) = P_e(\Delta) + P_n(\Delta). \quad (3.8)$$

За межами діапазону  $-\Delta_e \leq \Delta \leq \Delta_n$  ці характеристики не працюють, бо відбувається «розкриття амортизатора».

Коефіцієнт жорсткості підвіски може бути визначений як тангенс нахилу кута силової характеристики за формулою

$$ЖС = \frac{2 \cdot P(\Delta_n + \Delta_e) \cdot 10^3}{\Delta_n + \Delta_e}. \quad (3.9)$$

## 4 РОЗРАХУНОК АМПЛІТУДНО-ЧАСТОТНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕДАЧІ

Амплітудно-частотна характеристика системи являє собою залежність амплітуди коливань від частоти дії збурюючого фактора. Вона дає можливість визначити реакцію системи на зовнішні збурення і, таким чином, розрахувати додаткові навантаження, що супроводжують коливальний процес.

Розрахункова схема наведена на рисунку 4.1.

Скористаємось рівняннями рівноваги, складеними згідно з принципом Даламбера. За цим принципом рівняння руху можна записувати за тими ж правилами, що і рівняння статички, якщо до зовнішніх силових факторів і реакцій зв'язків додати інерційні сили та моменти, що діють при прискореному русі мас системи. Система, що розглядається, має один степінь вільності. Узагальненою координатою, яка визначає положення корпуса двигуна у коливальному процесі, призначимо кут  $\varphi$  повороту корпуса двигуна навколо осі колісної пари (точки  $O$  на рисунку 2.1).

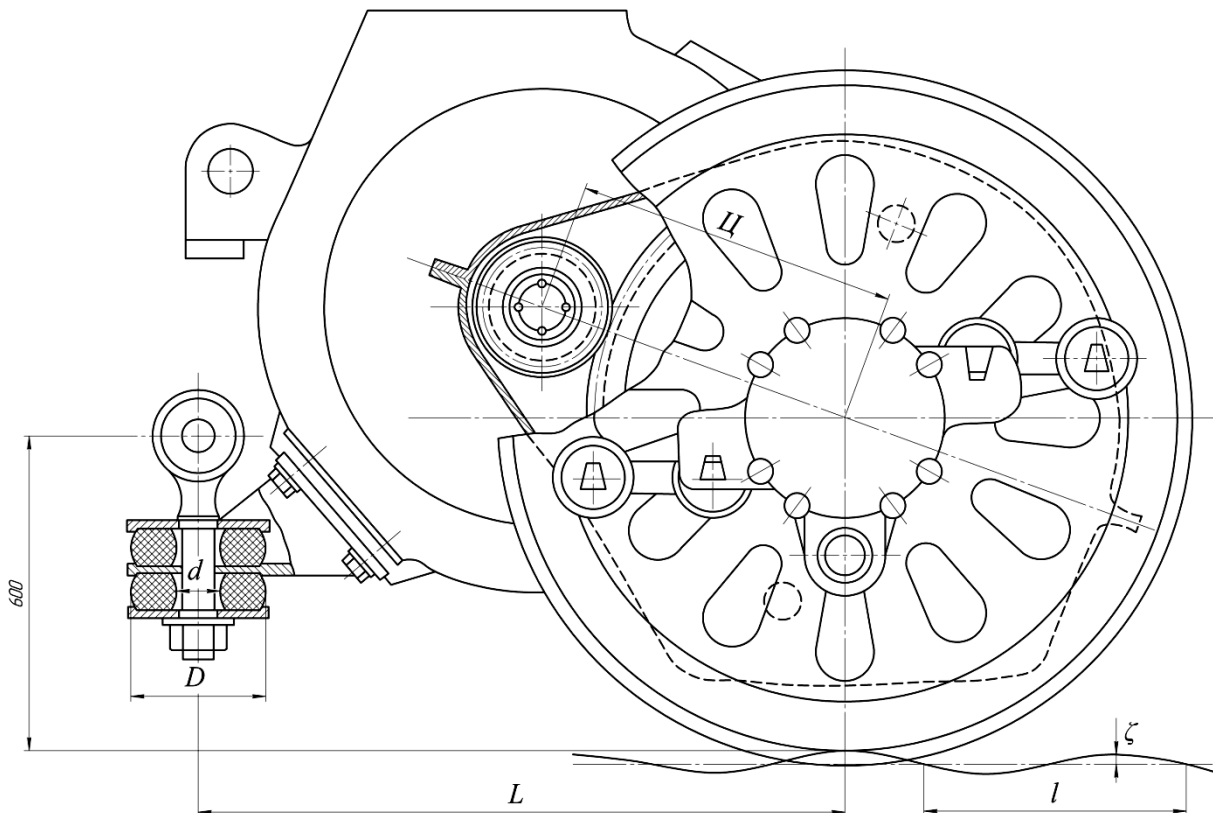


Рисунок 4.1 – Опорно-осьове підвішування тягового двигуна

Складемо одне рівняння «рівноваги» моментів усіх сил, що діють на корпус двигуна, відносно точки  $O$ :

$$M_{\kappa} + M_{\text{я}} + M_a = 0, \quad (4.1)$$

де  $M_{\kappa}$  – момент сил інерції корпуса;

$M_{\text{я}}$  – момент сил інерції якоря;

$M_a$  – момент сили, прикладеної до корпуса двигуна через амортизатор.

Прискореному повороту корпуса навколо точки  $O$  протидіє інерційний момент

$$M_{\kappa} = (J_{\kappa} + m_{\kappa} \cdot \varrho^2) \cdot \ddot{\phi}, \quad (4.2)$$

де  $J_{\kappa}$  – момент інерції корпуса відносно його центра мас, що приблизно збігається з віссю вала якоря,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

$m_{\kappa}$  – маса корпуса тягового двигуна та кожухів зубчастих передач,  $\text{кг}$ .

Складному прискореному руху якоря (обертання навколо власної осі і у той же час обертання навколо осі колісної пари) протидіє інерційний момент  $M_{\text{я}}$ , який можна записати у вигляді

$$M_{\text{я}} = [J_{\text{я}} \cdot (1 + \mu)^2 + m_{\text{я}} \cdot \varrho^2] \cdot \ddot{\phi}, \quad (4.3)$$

де  $J_{\text{я}}$  – момент інерції якоря з шестірнями відносно його осі обертання,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

$m_{\text{я}}$  – маса якоря тягового електродвигуна,  $\text{кг}$ .

Вираз у квадратних дужках формули (4.3) можна розглядати як приведений до осі колісної пари момент інерції якоря;  $(1 + \mu)$  – це передатне число від осі двигуна до осі колісної пари з урахуванням планетарного характеру зубчастої передачі. Функцію водила відіграє корпус двигуна.



Величина  $M_a$  визначається пружними та непружними силами на амортизаторі, тобто параметрами  $\mathcal{J}$  та  $\beta$ , а також величиною та швидкістю деформації шайб.

Якщо  $z_a$  – величина деформації, а  $\dot{z}_a$  – швидкість деформації, то:

$$\begin{aligned} M_a &= L \cdot (\mathcal{J} \cdot z_a + \beta \cdot \dot{z}_a) = \\ &= L \cdot \mathcal{J} \cdot (-z_0 + L \cdot \phi) + L \cdot \beta \cdot (-\dot{z}_0 + L \cdot \dot{\phi}), \end{aligned} \quad (4.4)$$

де  $z_0 = z_0(t)$  – вертикальне переміщення колісної пари, викликане нерівностями рейкової колії;

$\beta$  – параметр демпфірування гуми амортизатора.

Рівняння (4.1) після підстановки в нього виразів (4.2), (4.3), (4.4) матиме вигляд диференційного рівняння другого порядку, що описує змушені коливання в приводі

$$J \cdot \ddot{\phi} + L^2 \cdot \beta \cdot \dot{\phi} + L^2 \cdot \mathcal{J} \cdot \phi = f(t), \quad (4.5)$$

де  $J$  – приведений момент інерції коливальної системи:

$$J = J_k + J_j \cdot (1 + \mu)^2 + (m_k + m_j) \cdot \rho^2. \quad (4.6)$$

Права частина рівняння (4.5), тобто функція  $f(t)$ , визначається нерівностями рейкової колії і швидкістю руху – це функція кінематичного збурення

$$f(t) = L \cdot [\beta \cdot \dot{z}_0(t) + \mathcal{J} \cdot z_0(t)]. \quad (4.7)$$

Диференційне рівняння (4.5) можна розглядати як математичну модель змушених коливань опорно-осьового підвішування двигуна.

Доцільно спочатку розв'язати однорідне (без правої частини) рівняння, яке описує вільні коливання. Зокрема треба

знайти власну частоту коливань системи, з якою і здійснюються вільні коливання.

З теорії коливань відомо, що сили опору (демпфірування) практично не впливають на власні частоти, точніше, цим впливом можна у більшості випадків нехтувати. Рівняння вільних коливань двигуна тільки за рахунок деформацій гумометалевого амортизатора та без урахування демпфірування гуми має вигляд:

$$J \cdot \ddot{\varphi} + L^2 \cdot \mathcal{J} \cdot \dot{\varphi} = 0, \quad (4.8)$$

а власна частота визначається за формулою

$$\kappa = \sqrt{\frac{L^2 \cdot \mathcal{J}}{J}}. \quad (4.9)$$

Для спрощення задачі аналізу змушених коливань та можливості отримати аналітичним шляхом розв'язок диференційного рівняння (4.5) приймемо умовне припущення, що нерівності колії є гармонічними по координаті  $x$  з довжиною хвилі  $l$  і амплітудою  $\zeta$  (рисунок 4.1). За такого припущення, а також за умови руху електровоза з постійною швидкістю  $V$  можна записати закон вертикальних переміщень осі колісної пари у вигляді

$$z_0(t) = \zeta \cdot \sin \frac{2\pi \cdot x(t)}{l} = \zeta \cdot \sin \frac{2\pi \cdot V \cdot t}{l} = \zeta \cdot \sin \omega \cdot t, \quad (4.10)$$

де  $\omega$  – частота кінематичного збурення, тобто частота вертикальних коливань колісної пари, під впливом яких здійснює кутові коливання корпус двигуна,

$$\omega = \frac{2\pi \cdot V}{l}. \quad (4.11)$$

Функція кінематичного збурення (4.7) може бути записана так:

$$\begin{aligned}
 f(t) &= L \cdot \zeta \cdot (\beta \cdot \omega \cdot \cos \omega t + \varepsilon \cdot \sin \omega t) = \\
 &= L \cdot \zeta \cdot \sqrt{(\beta \cdot \omega)^2 + \varepsilon^2} \cdot \sin(\omega t + \theta),
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

де  $\theta = \arctg(\beta \cdot \omega / \varepsilon)$  – початковий фазовий зсув.

Таким чином, можна стверджувати, що кінематичне збурення коливань від нерівностей колії з математичної точки зору повністю еквівалентне збуренню гармонічною силою з амплітудою  $L \cdot \zeta \cdot \sqrt{(\beta \cdot \omega)^2 + \varepsilon^2}$ .

Сталому режиму змушених коливань відповідає такий розв’язок диференційного рівняння (4.5):

$$\begin{aligned}
 \varphi(t) &= \frac{\zeta}{L} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\beta \cdot \omega}{\varepsilon}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\kappa}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{\beta \cdot \omega}{\varepsilon}\right)^2}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi) = \\
 &= \Phi \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi).
 \end{aligned}
 \tag{4.13}$$

При  $\omega \rightarrow 0$  (тобто при русі з гранично низькою швидкістю) амплітуда кута відхилення корпусу

$$\Phi_0 = \frac{\zeta}{L}.
 \tag{4.14}$$

Запишемо формулу коефіцієнта динамічного підсилення амплітуди  $\chi$ , тобто відношення амплітуди коливань  $\Phi$  при довільному значенні  $\omega$  до статичного значення  $\Phi_0$

$$\chi(\omega) = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\beta \cdot \omega}{\mathcal{J}}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\kappa}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{\beta \cdot \omega}{\mathcal{J}}\right)^2}}. \quad (4.15)$$

За формулою (4.15) необхідно побудувати амплітудно-частотну характеристику коливальної системи, тобто залежність  $\chi(\omega)$ . На цьому ж рисунку пунктирною лінією слід зобразити швидкість руху електровоза

$$V(\omega) = 3,6 \cdot l \cdot \omega / 2\pi. \quad (4.16)$$

Зазначимо, що будь-яка точка цього графіка буде відповідати сталому режиму змущених коливань ( $V = const$ ;  $\omega = const$ ). При  $\omega \approx \kappa$ , тобто при збігу частоти збурення з власною частотою, коливання матимуть резонансний характер. Оскільки частота кінематичного збурення визначається швидкістю руху електровоза, то можна розрахувати резонансну швидкість  $V_p$  при заданих параметрах гармонічних нерівностей колії, так:

$$V_p = V(\kappa). \quad (4.17)$$

В нашій спрощеній схемі з одним ступенем вільності амплітудно-частотна характеристика має один максимум (резонанс), в реальній системі таких максимумів декілька. В області нижчих частот амплітуда зростає через коливання візка, в області вищих частот з'являються коливання, пов'язані з більшою, але не безмежною жорсткістю інших елементів передачі, частково вала якоря та зубів зубчастої пари.

## 5 ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ У ЗУБЧАСТОМУ ЗАЧЕПЛЕННІ ТА НА ПІДВІШУВАННІ

Змушені коливання у тяговому приводі призводять до нерівномірного обертання якоря двигуна. При цьому на якір тягового електродвигуна та на зубчасті колеса тягового редуктора діють додаткові динамічні (інерційні) навантаження, пропорційні моменту інерції якоря та його кутовому прискоренню.

З урахуванням введених позначень і формули (4.14) закон кутових коливань корпуса двигуна має вигляд

$$\varphi(t) = \Phi_0 \cdot \chi \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi). \quad (5.1)$$

Кутове прискорення корпуса – це друга похідна від  $\varphi$ :

$$\varepsilon(t) = \ddot{\varphi}(t) = -\Phi_0 \cdot \chi \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi). \quad (5.2)$$

Відповідно амплітуда прискорення корпуса визначається так:

$$\Phi_\varepsilon = \Phi_0 \cdot \chi \cdot \omega^2. \quad (5.3)$$

Амплітуда кутового прискорення якоря визначається за формулою

$$\Phi_{я\epsilon} = \Phi_\varepsilon \cdot (1 + \mu) = \Phi_0 \cdot \chi \cdot \omega^2 \cdot (1 + \mu). \quad (5.4)$$

Розрахунок амплітудного значення динамічного моменту при різних частотах збурення виконуємо за формулою:

$$M_\partial(\omega) = J_\partial \cdot \Phi_0 \cdot \chi \cdot \omega^2 \cdot (1 + \mu). \quad (5.5)$$

За формулою (5.5) у курсовому проекті необхідно побудувати графік залежності амплітуди динамічного моменту від частоти  $\omega$ .

## 6 ВИЗНАЧЕННЯ КОЛИВАНЬ ЕКІПАЖА ТИПУ 2<sub>0</sub>-2<sub>0</sub> У ВЕРТИКАЛЬНІЙ ПОЗДОВЖНІЙ ПЛОЩИНІ

Застосуванню тих чи інших розрахункових схем передують аналіз причин виникнення коливань, зв'язаності коливань, необхідної деталізації системи. На цьому етапі розглядаються результати попередніх теоретичних і експериментальних досліджень. Для цього застосовуються методи частотного аналізу. Необхідно відзначити, що проблема адекватності моделі – доволі складна самотійна задача. Часто ця задача замінюється застосуванням і розвитком раніше апробованих моделей.

У більшості конструкцій екіпажної частини сучасних локомотивів і вагонів закладені технічні рішення, що визначають малий вплив вертикальних коливань на коливання в горизонтальній площині.

При вирішенні ряду задач аналізу динаміки основних частин рухомого складу поділяють коливання у вертикальній поперечній площині (бічна хитавиця) і коливання у вертикальній поздовжній площині (підстрибування і галопування).

Для вивчення коливань секції електровоза в вертикальній поздовжній площині при проходженні нерівностей колії розглянемо розрахункову схему коливань у вертикальній поздовжній площині секції електровоза типу ВЛ80, що має осьову формулу 2<sub>0</sub>-2<sub>0</sub> (рисунок 6.1).

На рисунку 6.1 прийняті такі позначення:  $m_{\text{куз}}$  – маса кузова;  $J_{\text{куз}}$  – момент інерції кузова;  $m_{\text{в}}$  – маса візка;  $J_{\text{в}}$  – момент інерції візка;  $a_{\text{к}}$  – половина бази кузова;  $a_{\text{в}}$  – половина бази візка;  $\mathcal{J}_{\text{в}}$ ,  $\beta_{\text{в}}$  – жорсткість і демпфірування у першому ярусі підвішування;  $\mathcal{J}_{\text{к}}$ ,  $\beta_{\text{к}}$  – жорсткість і демпфірування у другому ярусі підвішування;  $z_i$ ,  $\dot{z}_i$ ,  $\ddot{z}_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\dot{\varphi}_i$ ,  $\ddot{\varphi}_i$  – узагальнені координати та їх похідні від часу;  $\eta_j(t)$  – збурення з боку колії під  $j$ -ю колісною парою.

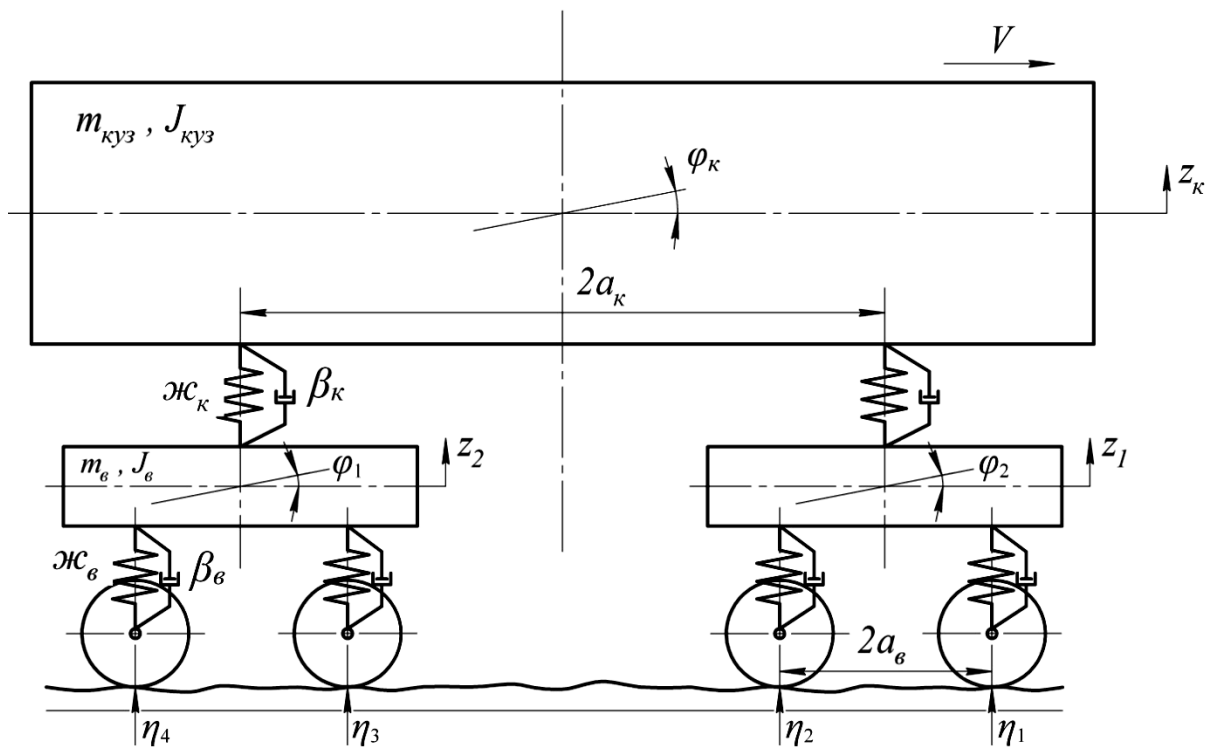


Рисунок 6.1 – Розрахункова схема вертикальних коливань екіпажа типу 2<sub>0</sub>-2<sub>0</sub>

Кузов і візки секції електровоза являють собою тверді тіла, мають два степені вільності і пов'язані пружними і дисипативними зв'язками. Колісні пари переміщуються без відриву від рейок. Збурення від правої і лівої рейок приймемо однаковими, що дозволяє розглянути плоскі коливання. Така постановка завдання цілком достатня, щоб розглянути основні динамічні процеси в системі.

Модель має шість степенів вільності. Для дослідження коливань у вертикальній поздовжній площині складемо систему шести диференціальних рівнянь другого порядку, що описують коливання у вертикальній поздовжній площині. Після перетворення отримаємо рівняння (6.1)-(6.3).

Рівняння коливань кузова

$$\begin{cases} m_{\text{куз}} \cdot \ddot{z}_k + \beta_k \cdot (2 \cdot \dot{z}_k - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \mathcal{J}_k \cdot (2 \cdot z_k - z_1 - z_2) = 0; \\ J_{\text{куз}} \cdot \ddot{\phi}_k + a_k \cdot \beta_k \cdot (2 \cdot a_k \cdot \dot{\phi}_k - \dot{z}_1 + \dot{z}_2) + \\ + a_k \cdot \mathcal{J}_k \cdot (2 \cdot a_k \cdot \phi_k - z_1 + z_2) = 0. \end{cases} \quad (6.1)$$

Рівняння коливань першого візка:

$$\begin{cases} m_{\epsilon} \cdot \ddot{z}_1 - \beta_{\kappa} \cdot (\dot{z}_{\kappa} - \dot{z}_1 + a_{\kappa} \cdot \dot{\phi}_{\kappa}) - \mathcal{J}_{\kappa} \cdot (z_{\kappa} - z_1 + a_{\kappa} \cdot \phi_{\kappa}) + \\ + 2 \cdot \beta_{\epsilon} \cdot \dot{z}_1 + 2 \cdot \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot z_1 = \beta_{\epsilon} \cdot (\dot{\eta}_1 + \dot{\eta}_2) + \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot (\eta_1 + \eta_2); \\ J_{\epsilon} \cdot \ddot{\phi}_1 + 2 \cdot \beta_{\epsilon} \cdot a_{\epsilon}^2 \cdot \dot{\phi}_1 + 2 \cdot \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot a_{\epsilon}^2 \cdot \phi_1 = \\ = a_{\epsilon} \cdot [\beta_{\epsilon} \cdot (\dot{\eta}_1 - \dot{\eta}_2) + \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot (\eta_1 - \eta_2)]. \end{cases} \quad (6.2)$$

Рівняння коливань другого візка

$$\begin{cases} m_{\epsilon} \cdot \ddot{z}_2 - \beta_{\kappa} \cdot (\dot{z}_{\kappa} - \dot{z}_2 - a_{\kappa} \cdot \dot{\phi}_{\kappa}) - \mathcal{J}_{\kappa} \cdot (z_{\kappa} - z_2 - a_{\kappa} \cdot \phi_{\kappa}) + \\ + 2 \cdot \beta_{\epsilon} \cdot \dot{z}_2 + 2 \cdot \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot z_2 = \beta_{\epsilon} \cdot (\dot{\eta}_3 + \dot{\eta}_4) + \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot (\eta_3 + \eta_4); \\ J_{\epsilon} \cdot \ddot{\phi}_2 + 2 \cdot \beta_{\epsilon} \cdot a_{\epsilon}^2 \cdot \dot{\phi}_2 + 2 \cdot \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot a_{\epsilon}^2 \cdot \phi_2 = \\ = a_{\epsilon} \cdot [\beta_{\epsilon} \cdot (\dot{\eta}_3 - \dot{\eta}_4) + \mathcal{J}_{\epsilon} \cdot (\eta_3 - \eta_4)]. \end{cases} \quad (6.3)$$

Рівняння коливань візків (6.2) і (6.3) в правій частині містять вирази, що описують збурення з боку колії.

Нерівність колії – зовнішнє збурення нашої системи. На входи моделі збурення подається зі зсувом – транспортним запізненням  $\tau$ , обумовленим геометричними розмірами і швидкістю руху:

$$\eta_i = \eta(t - \tau_i). \quad (6.4)$$

Вибір виду збурюючого впливу від колії (нерівності колії) залежить від постановки завдання і точності, яка вимагається від математичної моделі. Для аналізу динамічних навантажень необхідно отримати значення прискорень рухомих частин екіпажа. Підпрограми чисельного інтегрування, які використовуються в пакеті Mathcad, не дозволяють безпосередньо вивести значення других похідних. Для цього скористаємося виведеними рівняннями (6.1). Підставляючи в них параметри екіпажа і отримані значення змінних моделі, отримаємо вирази для прискорення в центрі кузова та в кабіні машиніста:



$$\begin{cases} \ddot{z}_k = \frac{1}{m_{\text{куз}}} \cdot [\beta_k \cdot (-2 \cdot \dot{z}_k + \dot{z}_1 + \dot{z}_2) + \mathcal{J}_k \cdot (-2 \cdot z_k + z_1 + z_2)]; \\ \ddot{\phi}_k = \frac{a_k}{J_{\text{куз}}} \cdot \left[ \beta_k \cdot (\dot{z}_1 - \dot{z}_2 - 2 \cdot a_k \cdot \dot{\phi}_k) + \right. \\ \left. + \mathcal{J}_k \cdot (z_1 - z_2 - 2 \cdot a_k \cdot \phi_k) \right]; \\ \ddot{z}_m = \ddot{z}_k + (a_k + a_e) \cdot \ddot{\phi}_k. \end{cases} \quad (6.5)$$

Для визначення відносних переміщень в гідравлічних гасителях коливань другого ярусу скористаємося такими співвідношеннями:

$$\begin{cases} z_{01} = z_k + a_k \cdot \phi_k - z_1; \\ z_{02} = z_k - a_k \cdot \phi_k - z_2. \end{cases} \quad (6.6)$$

Для розв'язання отриманої системи диференційних рівнянь числовими методами на комп'ютері необхідно привести отримані рівняння до форми Коші. Для цього розв'яжемо відносно других похідних, а потім зробимо заміну змінних.

Перехід від складених рівнянь до комп'ютерної програми багато в чому є формальною процедурою. Чим ретельніше описана математична частина моделі, тим легше програмування. Не слід забувати, що документ Mathcad – це все-таки програма, підпорядкована певним вимогам.

При розробці великих систем рекомендується ретельно продумати алгоритм розв'язання і систему позначень. Наприклад, можна скласти таблицю відповідності математичних позначень та комп'ютерних змінних (таблиця 6.1). Це характеризує не рівень користувача, а серйозність його намірів.

Таблиця 6.1 – Відповідність математичних і комп'ютерних змінних

№	Математичні позначення	Комп'ютерні змінні	№	Математичні позначення	Комп'ютерні змінні
1	$z_1$	$x_0$	11	$\varphi_K$	$x_{10}$
2	$\dot{z}_1$	$x_1$	12	$\dot{\varphi}_K$	$x_{11}$
3	$z_2$	$x_2$	13	$\eta_1$	$n_1$
4	$\dot{z}_2$	$x_3$	14	$\dot{\eta}_1$	$n_{11}$
5	$z_K$	$x_4$	15	$\eta_2$	$n_2$
6	$\dot{z}_K$	$x_5$	16	$\dot{\eta}_2$	$n_{22}$
7	$\varphi_1$	$x_6$	17	$\eta_3$	$n_3$
8	$\dot{\varphi}_1$	$x_7$	18	$\dot{\eta}_3$	$n_{33}$
9	$\varphi_2$	$x_8$	19	$\eta_4$	$n_4$
10	$\dot{\varphi}_2$	$x_9$	20	$\dot{\eta}_4$	$n_{44}$

Величина запізнювання нерівності визначається з геометричних розмірів і швидкості руху екіпажа.

$$n_0 = 0,005.$$

Частота кінематичного збурення з боку колії визначається так:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{V_e}{l_k}, \quad (6.7)$$

де  $V_e$  – швидкість руху екіпажа, м/с.

$l_k$  – довжина нерівності колії, м.

Функції, що описують переміщення і швидкості нерівності колії під кожною з осей, визначаються так:

$$n_1(t) = n_0 \cdot \sin(\omega \cdot t); \quad (6.8)$$

$$n_{11}(t) = \omega \cdot n_0 \cdot \cos(\omega \cdot t); \quad (6.9)$$

$$n_2(t) = n_1 \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\epsilon}{V_e} \right); \quad (6.10)$$

$$n_{22}(t) = n_{11} \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\epsilon}{V_e} \right); \quad (6.11)$$

$$n_3(t) = n_1 \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\kappa}{V_e} \right); \quad (6.12)$$

$$n_{33}(t) = n_{11} \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\kappa}{V_e} \right); \quad (6.13)$$

$$n_4(t) = n_1 \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\kappa + a_\epsilon}{V_e} \right); \quad (6.14)$$

$$n_{44}(t) = n_{11} \cdot \left( t - 2 \cdot \frac{a_\kappa + a_\epsilon}{V_e} \right). \quad (6.15)$$

Праві частини рівнянь у формі Коші для обраних позначень заносимо до символічного вектора  $H$  рівняння руху:

$$H(t, x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ \frac{1}{m_\epsilon} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\epsilon \cdot (n_{11}(t) + n_{22}(t) - 2 \cdot x_1) + \\ + \mathcal{H}_\epsilon \cdot (n_1(t) + n_2(t) - 2 \cdot x_0) + \\ + \beta_\kappa \cdot (x_5 - x_1 + x_{11} \cdot a_\kappa) + \\ + \mathcal{H}_\kappa \cdot (x_4 - x_0 + x_{10} \cdot a_\kappa) \end{array} \right] \\ x_3 \\ \frac{1}{m_\epsilon} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\epsilon \cdot (n_{33}(t) + n_{44}(t) - 2 \cdot x_3) + \\ + \mathcal{H}_\epsilon \cdot (n_3(t) + n_4(t) - 2 \cdot x_2) + \\ + \beta_\kappa \cdot (x_5 - x_3 + x_{11} \cdot a_\kappa) + \\ + \mathcal{H}_\kappa \cdot (x_4 - x_2 + x_{10} \cdot a_\kappa) \end{array} \right] \\ x_5 \\ \frac{1}{m_{\text{кюз}}} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\kappa \cdot (x_1 + x_3 - 2 \cdot x_5) + \\ + \mathcal{H}_\kappa \cdot (x_0 + x_2 - 2 \cdot x_4) \end{array} \right] \\ x_7 \\ \frac{a_\epsilon}{J_\epsilon} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\epsilon \cdot (n_{11}(t) - n_{22}(t) - 2 \cdot x_7 \cdot a_\epsilon) + \\ + \mathcal{H}_\epsilon \cdot (n_1(t) - n_2(t) - 2 \cdot x_6 \cdot a_\epsilon) \end{array} \right] \\ x_9 \\ \frac{a_\epsilon}{J_\epsilon} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\epsilon \cdot (n_{33}(t) - n_{44}(t) - 2 \cdot x_9 \cdot a_\epsilon) + \\ + \mathcal{H}_\epsilon \cdot (n_3(t) - n_4(t) - 2 \cdot x_8 \cdot a_\epsilon) \end{array} \right] \\ x_{11} \\ \frac{a_\kappa}{J_{\text{кюз}}} \cdot \left[ \begin{array}{l} \beta_\kappa \cdot (x_1 - x_3 - 2 \cdot x_{11} \cdot a_\kappa) + \\ + \mathcal{H}_\kappa \cdot (x_0 - x_2 - 2 \cdot x_{10} \cdot a_\kappa) \end{array} \right] \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Для розв'язання системи диференційних рівнянь використовується адаптивний метод з автоматичним вибором кроку

$$G = Rkadapt(x, 0, T_m, N_1, H), \quad (6.17)$$

де  $x = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ ;  $T_m = 4$ ;  $N_1 = 200$ .

Цей метод має велику швидкість в порівнянні з класичним методом Рунге-Кута.

У результаті в матриці  $G$  формуються рішення заданої системи у вигляді стовпців. Стовпець з індексом 0 – час, далі – змінні. Для зручності перетворення результатів і побудови графіків вводяться нові змінні (рисунки 6.2, 6.3, 6.4). При перетвореннях елементів масивів даних слід використовувати індекси або векторизацію обчислень.

$$\begin{aligned}
 T &:= G^{(0)} \\
 Z1 &:= 1000 \cdot G^{(1)} & Z2 &:= (1000 \cdot G)^{(3)} & ZK &:= (1000 \cdot G)^{(5)} \\
 VZ1 &:= G^{(2)} & VZ2 &:= G^{(4)} & VZK &:= G^{(6)} \\
 Fi1 &:= G^{(7)} & Fi2 &:= G^{(9)} & FiK &:= G^{(11)} \\
 VFi1 &:= G^{(8)} & VFi2 &:= G^{(10)} & VFiK &:= G^{(12)}
 \end{aligned}$$

Рисунок 6.2 – Фрагмент програми

$$\begin{aligned}
 n &:= 0..N_1 \\
 DZ01_n &:= ZK_n + 1000 \cdot a_K \cdot FiK_n - Z1_n & DZ02_n &:= ZK_n + 1000 \cdot a_K \cdot FiK_n - Z2_n \\
 VDZ01_n &:= VZK_n + 1000 \cdot a_K \cdot VFiK_n - VZ1_n & VDZ02_n &:= VZK_n + 1000 \cdot a_K \cdot VFiK_n - VZ2_n \\
 FG1_n &:= \beta_K \cdot VDZ01_n & FG2_n &:= \beta_K \cdot VDZ02_n \\
 F1_n &:= 0.001 \cdot \alpha_K \cdot VDZ01_n + \beta_K \cdot VDZ01_n & F2_n &:= 0.001 \cdot \alpha_K \cdot VDZ02_n + \beta_K \cdot VDZ02_n
 \end{aligned}$$

Рисунок 6.3 – Фрагмент програми

$$\begin{aligned}
 WZK_n &:= \frac{-1}{m_{KY3}} \cdot \left[ \beta_K \cdot (2 \cdot G_{n,6} - G_{n,2} - G_{n,4}) + \alpha_K \cdot (2 \cdot G_{n,5} - G_{n,1} - G_{n,3}) \right] \\
 WFiK_n &:= \frac{a_K}{J_{KY3}} \cdot \left[ \beta_K \cdot (G_{n,2} - G_{n,4} - 2 \cdot G_{n,12} \cdot a_K) + \alpha_K \cdot (2 \cdot G_{n,1} - G_{n,3} - 2 \cdot G_{n,11} \cdot a_K) \right] \\
 WG_n &:= WZK_n + a_K \cdot WFiK_n \\
 WK_n &:= WZK_n + (a_B + a_K) \cdot WFiK_n
 \end{aligned}$$

Рисунок 6.4 – Фрагмент програми

Отримані результати слід подати в графічному вигляді, як залежності:

- переміщення від часу (для першого, другого візків і кузова);
- кута повороту від часу (для першого, другого візків і кузова);
- швидкості маси від її лінійного переміщення (фазові діаграми для першого, другого візків і кузова);
- сили в гасителі коливань від швидкості.

## **7 ВИЗНАЧЕННЯ БІЧНИХ КОЛИВАНЬ ЖОРСТКОГО ДВОВІСНОГО ВІЗКА НА ПРЯМІЙ ДІЛЯНЦІ КОЛІЇ**

Під час руху екіпаж поряд з поступальним переміщенням уздовж колії робить коливання вильяння і бічного віднесення. Цей рух обумовлено зміною радіуса кочення коліс залежно від поперечного переміщення осей колісних пар.

Під час звивистого руху колісної пари виникають діючі в горизонтальній площині сили і моменти. На колісну пару також діють сили від рами візка. У результаті дії цих сил і невідповідності шляхів, що проходяться колесами, величинам їх радіусів виникає проковзування коліс по рейках. За теорією крипу дотичні сили в зоні контакту колеса і рейки залежать від відносної швидкості проковзування.

Коефіцієнт крипу залежить від нормальної сили в точці контакту, проковзування колеса відносно рейки, пружності контактуючих поверхонь. За лінійною теорією крипу (теорія Картера Ф.) дотична сила визначається так:

$$F = -K \cdot \frac{u}{v}, \quad (7.1)$$

де  $F$  – дотична сила;

$K$  – коефіцієнт крипу;

$u$  – швидкість проковзування колеса по рейці;

$v$  – швидкість руху колісної пари уздовж колії.

Коефіцієнт крипу змінюється в широких межах.

Для спрощених розрахунків використовують формулу Картера

$$K = 800 \cdot \sqrt{10 \cdot P_{\kappa} \cdot r_{\kappa}}, \quad (7.2)$$

або формулу Мюллера:

$$K = 235 \cdot P_{\kappa} - 2,4 \cdot P_{\kappa}^2 + 0,01 \cdot P_{\kappa}^3, \quad (7.3)$$

де  $K$  – коефіцієнт крипу, кН;

$P_{\kappa}$  – навантаження від колеса на рейку, кН;

$r_{\kappa}$  – радіус бандажа по колу кочення при відсутності поперечного і кутового відхилення візка, м.

Рух ЕРС як механічної системи з багатьма степенями вільності з урахуванням нелінійностей, обумовлених силовою взаємодією колеса і рейки, являє собою досить складну задачу. Суттєвого спрощення можна домогтися, прийнявши зв'язки букс з рамою візка нескінченно жорсткими. Тоді візок, що рухається в прямій ділянці колії з постійною швидкістю, має два степені вільності в горизонтальній площині (рисунок 7.1).

Для жорсткого візка з конічними бандажами рух в прямій ділянці колії описується системою диференційних рівнянь

$$\begin{cases} m_{\phi} \cdot \ddot{y} + 4 \cdot \frac{K}{V_e} \cdot \dot{y} + 4 \cdot K \cdot \phi_{\phi} = 0; \\ J_z \cdot \ddot{\phi}_{\phi} + 4 \cdot \frac{K \cdot (a_{\phi}^2 + s^2)}{V_e} \cdot \dot{\phi}_{\phi} + 4 \cdot \frac{K \cdot s \cdot i_{\phi}}{r_{\kappa}} \cdot y + \mathcal{J}_{\kappa} \cdot \phi_{\phi} = 0, \end{cases} \quad (7.4)$$

де  $y$  – поперечне переміщення центру мас візка, м;

$\phi_{\phi}$  – кут повороту візка щодо вертикальної осі, рад;

$m_{\phi}$  – маса візка, т;

$J_z$  – момент інерції візка щодо вертикальної осі, т·м<sup>2</sup>;

$2 \cdot a_{\phi}$  – база візка, м;

$\mathcal{J}_{\kappa}$  – кутова жорсткість зв'язків візка з кузовом, кН·м/рад;

$i_{\phi}$  – кут нахилу твірної бандажа,  $i_{\phi} = 0,05$  рад;

$2 \cdot s$  – відстань між колами кочення коліс, м;

$K$  – коефіцієнт крипу, кН;  
 $V_e$  – швидкість руху екіпажа, м/с.

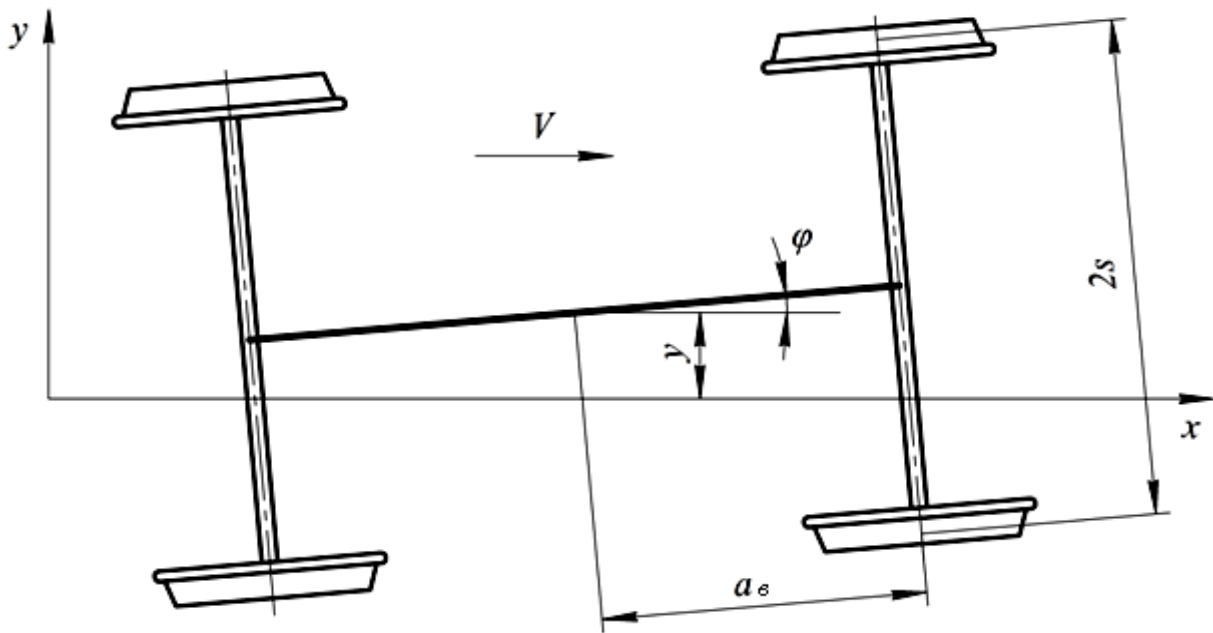


Рисунок 7.1 – Розрахункова схема руху жорсткого візка на прямій ділянці колії

Рух даної системи залежить від сил взаємодії колеса і рейки. Кутовий пружний зв'язок візка з кузовом забезпечує цій системі стійкість.

Для чисельного розв'язання задачі перетворимо систему (7.4) до форми Коші:

$$H(t, y) = \begin{bmatrix} y_1 \\ \frac{4 \cdot K}{m_{\text{с}}} \cdot \left( \frac{-y_1}{V_e} + y_2 \right) \\ y_3 \\ \frac{-1}{J_z} \cdot 4 \cdot (a_{\text{с}}^2 + s^2) \cdot K \cdot \frac{y_3}{V_e} + 4 \cdot s \cdot K \cdot i_{\text{о}} \cdot \frac{y_0}{r_{\text{к}}} + \mathcal{K}_{\text{к}} \cdot y_2 \end{bmatrix}, \quad (7.5)$$

де  $t$  – час, с.

Розв'язання проведемо при ненульових початкових умовах, які відповідають зміщенню візка в поперечному напрямку на 5 мм.



$$G = rkfixed(y, 0, T_{\max}, N_2, H), \quad (7.6)$$

де  $T_{\max} = 3$ ;  $N_2 = 1000$ ;

$$y = \begin{pmatrix} 0,005 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (7.7)$$

У курсовому проекті слід навести результати моделювання у вигляді фазової діаграми, за якою оцінити стійкість коливань системи.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Механическая часть тягового подвижного состава [Текст]: учеб. для вузов ж.-д. трансп. / И. В. Бирюков, А. Н. Савоськин [и др.]; под ред. И. В. Бирюкова. – М.: Транспорт, 1992. – 440 с.

2 Вериго, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава [Текст] / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган; под ред. М. Ф. Вериго. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.

3 Гарг, В. К. Динамика подвижного состава [Текст]: пер. с англ. / В. К. Гарг, Р. В. Дуккипати; под ред. Н. А. Панькина. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.

4 Гурский, Д. А. Вычисления в MathCAD [Текст] / Д. А. Гурский. – Минск: Новое знание, 2003. – 814 с.

5 Медель, В. Б. Подвижной состав электрических железных дорог. Конструкция и динамика [Текст] / В. Б. Медель. – М.: Транспорт, 1974. – 232 с.

6 Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит-ры изд-ва «Наука», 1971. – 240 с.

7 Рубан, В. Г. Решение задач динамики железнодорожных экипажей в пакете Mathcad [Текст]: учеб. пособие / В. Г. Рубан, А. М. Матва; Рост. гос. ун-т путей сообщения. – Ростов н/Д, 2009. – 99 с.

## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Вихідні дані до виконання курсового проекту

№ вар.	Параметри							
	$D_k$ , М	$\zeta$ , ММ	$m_{я}$ , КГ	$J_{я}$ , КГ·М <sup>2</sup>	$\beta$ , кН·с/М	$L$ , М	$l$ , М	$m_k$ , КГ
1	1,05	0,75	1450	60	90	1,11	1,3	3000
2	1,06	0,78	1455	61	89	1,12	1,4	3020
3	1,07	0,81	1460	62	88	1,13	1,5	3040
4	1,08	0,84	1465	63	87	1,14	1,6	3060
5	1,09	0,87	1470	64	86	1,15	1,7	3080
6	1,10	0,90	1475	65	85	1,16	1,8	3100
7	1,11	0,93	1480	66	84	1,17	1,9	3120
8	1,12	0,96	1485	67	83	1,18	2,0	3140
9	1,13	0,99	1490	68	82	1,19	2,1	3160
10	1,14	1,02	1495	69	81	1,20	2,2	3180
11	1,15	1,05	1500	70	80	1,21	2,3	3200
12	1,16	1,08	1505	71	79	1,22	2,4	3220
13	1,17	1,11	1510	72	78	1,23	2,5	3240
14	1,18	1,14	1515	73	77	1,24	2,6	3260
15	1,19	1,17	1520	74	76	1,25	2,7	3280
16	1,20	1,20	1525	75	75	1,11	2,8	3300
17	1,21	1,23	1530	76	74	1,12	2,9	3320
18	1,22	1,26	1535	77	73	1,13	3,0	3340
19	1,23	1,29	1540	78	72	1,14	3,1	3360
20	1,24	1,32	1545	79	71	1,15	3,2	3380
21	1,25	1,35	1550	80	70	1,16	3,3	3400
22	1,05	1,38	1555	81	69	1,17	3,4	3420
23	1,08	1,41	1560	82	68	1,18	3,5	3440
24	1,11	1,44	1565	83	67	1,19	3,6	3460
25	1,14	1,47	1570	84	66	1,20	3,7	3480
26	1,17	1,50	1575	85	65	1,21	3,8	3500
27	1,20	1,53	1580	86	64	1,22	3,9	3520
28	1,22	1,56	1585	87	63	1,23	4,0	3540
29	1,23	1,59	1590	88	62	1,24	3,1	3560
30	1,24	1,62	1595	89	61	1,25	3,2	3580
31	1,25	1,65	1600	90	60	1,11	3,3	3600

Продовження таблиці А.1

№ вар.	Параметри							
	$J_k$ , кг·м <sup>2</sup>	$E$ , Н/мм <sup>2</sup>	$V_z$ , км/ГОД	$V_k$ , км/ГОД	$V_{яг}$ , м/с	$P_{дг}$ , кВт	$K_e$	$D$ , мм
1	2000	3,0	47,5	90	25	700	120	171
2	2010	3,1	47,6	95	26	705	121	172
3	2020	3,2	47,7	100	27	710	122	173
4	2030	3,3	47,8	105	28	715	123	174
5	2040	3,4	47,9	110	29	720	124	175
6	2050	3,5	48,0	115	30	725	125	176
7	2060	3,6	48,1	120	31	730	126	177
8	2070	3,7	48,2	90	32	735	127	178
9	2080	3,8	48,3	95	33	740	128	179
10	2090	3,9	48,4	100	34	745	129	180
11	2100	4,0	48,5	105	25	750	130	181
12	2110	4,1	48,6	110	26	755	131	182
13	2120	4,2	48,7	115	27	760	132	183
14	2130	4,3	48,8	120	28	765	133	184
15	2140	4,4	48,9	90	29	770	134	185
16	2150	4,5	49,0	95	30	775	135	186
17	2160	4,6	49,1	100	31	780	136	187
18	2170	4,7	49,2	105	32	785	137	188
19	2180	4,8	49,4	110	33	790	138	189
20	2190	4,9	49,6	115	34	795	139	190
21	2200	5,0	49,8	120	25	800	140	191
22	2210	5,1	50,0	90	26	805	141	192
23	2220	5,2	50,2	95	27	810	142	193
24	2230	5,3	50,4	100	28	815	143	194
25	2240	5,4	50,6	105	29	820	144	195
26	2250	5,5	50,8	110	30	825	145	196
27	2260	5,6	51,0	115	31	830	146	197
28	2270	5,7	51,2	120	32	835	147	198
29	2280	5,8	51,4	90	33	840	148	199
30	2290	5,9	51,6	95	34	845	149	200
31	2300	6,0	51,8	100	25	850	150	201

Продовження таблиці А.1

№ вар.	Параметри							
	$m_v,$ Т	$m_{куз},$ Т	$J_v,$ КГ·М <sup>2</sup>	$J_{куз},$ КГ·М <sup>2</sup>	$\mathcal{J}_v,$ Н/ММ	$\mathcal{J}_k,$ Н/ММ	$\beta_v,$ КН·С/М	$\beta_k,$ КН·С/М
1	7,0	54,0	10,0	65,0	2800	2420	15	85
2	7,1	54,2	10,1	65,3	2810	2430	16	86
3	7,2	54,4	10,2	65,6	2820	2440	17	87
4	7,3	54,6	10,3	65,9	2830	2450	18	88
5	7,4	54,8	10,4	66,2	2840	2460	19	89
6	7,5	55,0	10,5	66,5	2850	2470	20	90
7	7,6	55,2	10,6	66,8	2860	2480	21	91
8	7,7	55,4	10,7	67,1	2870	2490	22	92
9	7,8	55,6	10,8	67,4	2880	2500	23	93
10	7,9	55,8	10,9	67,7	2890	2510	24	94
11	8,0	56,0	11,0	68,0	2900	2520	25	95
12	8,1	56,2	11,1	68,3	2910	2530	26	96
13	8,2	56,4	11,2	68,6	2920	2540	27	97
14	8,3	56,6	11,3	68,9	2930	2550	28	98
15	8,4	56,8	11,4	69,2	2940	2560	29	99
16	8,5	57,0	11,5	69,5	2950	2570	30	100
17	8,6	57,2	11,6	69,8	2960	2580	31	101
18	8,7	57,4	11,7	70,1	2970	2590	32	102
19	8,8	57,6	11,8	70,4	2980	2600	33	103
20	8,9	57,8	11,9	70,7	2990	2610	34	104
21	9,0	58,0	12,0	71,0	3000	2620	35	105
22	9,1	58,2	12,1	71,3	3010	2630	36	106
23	9,2	58,4	12,2	71,6	3020	2640	37	107
24	9,3	58,6	12,3	71,9	3030	2650	38	108
25	9,4	58,8	12,4	72,2	3040	2660	39	109
26	9,5	59,0	12,5	72,5	3050	2670	40	110
27	9,6	59,2	12,6	72,8	3060	2680	41	111
28	9,7	59,4	12,7	73,1	3070	2690	42	112
29	9,8	59,6	12,8	73,4	3080	2700	43	113
30	9,9	59,8	12,9	73,7	3090	2710	44	114
31	10,0	60,0	13,0	74,0	3100	2720	45	115

Продовження таблиці А.1

№ вар.	Параметри							
	$a_b,$ м	$a_k,$ м	$V_e,$ м/с	$l_k,$ м	$P_k,$ кН	$r_k,$ м	$J_z,$ Г·м <sup>2</sup>	$s,$ м
1	1,20	3,42	26,0	20,0	91	0,58	18,0	0,60
2	1,22	3,44	26,5	20,5	92	0,59	18,2	0,61
3	1,24	3,46	27,0	21,0	93	0,60	18,4	0,62
4	1,26	3,48	27,5	21,5	94	0,61	18,6	0,63
5	1,28	3,50	28,0	22,0	95	0,62	18,8	0,64
6	1,30	3,52	28,5	22,5	96	0,58	19,0	0,65
7	1,32	3,54	29,0	23,0	97	0,59	19,2	0,66
8	1,34	3,56	29,5	23,5	98	0,60	19,4	0,67
9	1,36	3,58	30,0	24,0	99	0,61	19,6	0,68
10	1,38	3,60	30,5	24,5	100	0,62	19,8	0,69
11	1,40	3,62	31,0	25,0	101	0,58	20,0	0,70
12	1,42	3,64	31,5	25,5	102	0,59	20,2	0,71
13	1,44	3,66	32,0	26,0	103	0,60	20,4	0,72
14	1,46	3,68	32,5	26,5	104	0,61	20,6	0,73
15	1,48	3,70	33,0	27,0	105	0,62	20,8	0,74
16	1,50	3,72	33,5	27,5	106	0,58	21,0	0,75
17	1,52	3,74	34,0	28,0	107	0,59	21,2	0,76
18	1,54	3,76	34,5	28,5	108	0,60	21,4	0,77
19	1,56	3,78	35,0	29,0	109	0,61	21,6	0,78
20	1,58	3,80	35,5	29,5	110	0,62	21,8	0,79
21	1,60	3,82	36,0	30,0	111	0,58	22,0	0,80
22	1,62	3,84	36,5	30,5	112	0,59	22,2	0,81
23	1,64	3,86	37,0	31,0	113	0,60	22,4	0,82
24	1,66	3,88	37,5	31,5	114	0,61	22,6	0,83
25	1,68	3,90	38,0	32,0	115	0,62	22,8	0,84
26	1,70	3,92	38,5	32,5	116	0,58	23,0	0,85
27	1,72	3,94	39,0	33,0	117	0,59	23,2	0,86
28	1,74	3,96	39,5	33,5	118	0,60	23,4	0,87
29	1,76	3,98	40,0	34,0	119	0,61	23,6	0,88
30	1,78	4,00	40,5	34,5	120	0,62	23,8	0,89
31	1,80	4,02	41,0	35,0	121	0,63	24,0	0,90

Таблиця А.2 – Вихідні дані до виконання графічної частини курсового проекту

№ вар.	Тип електровоза (електропоїзда)
1	ВЛ8
2	ВЛ10
3	ВЛ11
4	ВЛ15
5	ВЛ19
6	ВЛ22
7	ВЛ23
8	ВЛ40
9	ВЛ60
10	ВЛ65
11	ВЛ80
12	ВЛ82
13	ВЛ85
14	ЕП1
15	ЕП10
16	2ЕС4К
17	2ЕС5К
18	2ЕС6
19	ЧС2
20	ЧС4
21	ЧС6
22	ЧС7
23	ЧС8
24	ЧС200
25	ДЕ1
26	ДС3
27	2ЕЛ5
28	ЕР2
29	ЕР9
30	ЕПЛ2Т
31	ЕПЛ9Т