УДК 621.391

Н.А. Штомпель

Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Харьков

ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ПОМЕХОУСТОЙЧИВЫХ КОДОВ

Представлены принципы кодирования и декодирования информации линейными помехоустойчивыми кодами. Предложено функциональное представление линейных помехоустойчивых кодов различных классов. Рассмотрены классификация и особенности реализации методов декодирования данных кодов.

Ключевые слова: *линейные коды, кодирование, декодирование, функциональное представление.*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Основным способом повышения достоверности передачи информации в современных телекоммуникационных сетях различного назначения является применение линейных помехоустойчивых кодов. Процессы кодирования и декодирования информации с использованием данных кодов часто представляют в матричной, полиномиальной или графической формах [1]. В [2] рассмотрено функциональное представление линейных блоковых кодов, позволяющее обобщить разные формальные способы задания данных кодов. В связи с широким распространением других классов линейных помехоустойчивых кодов актуальной задачей является развитие и обобщение данного подхода.

Целью статьи является дальнейшее развитие идеи функционального представления линейных помехоустойчивых кодов различных классов с учетом их особенностей.

Основная часть

Для защиты от ошибок информационная последовательность u_1, u_2, …, u_i, u_{i+1}, … дискретных двоичных символов $u_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, ...$ должна быть закодирована перед передачей по каналу связи. В классической теории помехоустойчивого кодирования выделяют два базовых класса линейных кодов – блоковые коды и сверточные коды. При этом далее для упрощения изложения материала рассматриваются только двоичные коды.

При блоковом кодировании информационная последовательность разбивается на блоки $\overline{u} = (u_1, u_2, ..., u_k)$ по k символов, называемые сообщениями. Кодер канала отображает каждое сообщение $\overline{u}$ в соответствующую последовательность кодовых символов $\overline{c} = (c_1, c_2, ..., c_n)$ длины n, называемую кодовым словом. В общем случае кодовые символы являются двоичными, т.е. $c_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, ...$.

Формально отображение сообщения в кодовое слово при блоковом кодировании можно представить с помощью линейной функции:

$$\overline{c} = f_B(\overline{u}) . \qquad (1)$$

Поскольку число различных сообщений равно 2^k, то число кодовых слов также равно 2^k. Совокупность 2^k кодовых слов называется (n, k) блоковым кодом C_B. При этом величина n называется длиной кодового слова, величина k – длиной информационной части, а отношение $R = k / n$ – скоростью блокового кода [3].

В случае сверточного кодирования кодер канала делит исходную информационную последовательность на подблоки $\overline{u}_i = (u_{i.,1}, u_{i.,2}, ..., u_{i.,k_0})$, $i = 1, 2, ...$ из k_0 символов, так что $\overline{u}_\infty = \overline{u}_1, \overline{u}_2, ...$. Затем кодер отображает каждый подблок информационной последовательности $\overline{u}_i$ в соответствующие подблоки кодовой последовательности $\overline{c}_i = (c_{i.,1}, c_{i.,2}, ..., c_{i.,n_0})$, $i = 1, 2, ...$ длины n_0, в результате чего формируется кодовая последовательность $\overline{c}_\infty = \overline{c}_1, \overline{c}_2, ...$. Теоретически информационная и кодовая последовательности могут быть бесконечными (хотя на практике их длина всегда ограничена), в отличии от блокового кодирования. При этом кодовый подблок $\overline{c}_i$ зависит не только от соответствующего информационного подблока $\overline{u}_i$, но и от m предыдущих информационных подблоков $\overline{u}_{i-1}$, $\overline{u}_{i-2}$, …, $\overline{u}_{i-m}$. Следовательно, в данном случае кодер канала имеет память m. В общем случае символы подблоков кодовой последовательности являются двоичными, т.е. $c_{i,j} \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, ...$, $j = 1, 2, ..., n_0$. Тогда формально отображение информационной последовательности в кодовую последовательность при сверточном кодировании можно представить с помощью линейной функции:

$$\overline{c}_\infty = f_C(\overline{u}_\infty, m) . \qquad (2)$$

Совокупность всех возможных кодовых последовательностей, порождаемых кодером, образует

(n_0, k_0, m) сверточный код C_C. При этом величина n_0 называется длиной подблока кодовой последовательности, k_0 – длиной подблока информационной последовательности, m – длиной (размером) памяти, а отношение $R = k_0 / n_0$ – скоростью сверточного кода.

Приведенные выше помехоустойчивые коды являются кодами с фиксированной скоростью кодирования. Параметры данных кодов должны выбираться в зависимости от характеристик канала связи, при этом адаптация данных кодов к изменениям в канале фактически заключается в изменении скорости кодирования. Для устранения данного ограничения в современной теории помехоустойчивого кодирования выделяют коды без фиксированной скорости кодирования – фонтанные коды [3].

Согласно данной стратегии помехоустойчивого кодирования, как и при блоковом кодировании, информационная последовательность разбивается по k' информационных символов $\overline{u}_F = (u_1, u_2, ..., u_{k'})$. Кодер канала отображает каждое сообщение $\overline{u}_F$ в последовательность кодовых символов $\overline{c}_F = c_1, c_2, ..., c_{n'}, ...$. При этом формирование каждого кодового символа происходит на основе d случайно выбранных информационных символов в соответствии с некоторым законом распределения вероятностей $\omega(d)$. Теоретически полученная кодовая последовательность может быть бесконечной, однако на практике имеет конечную длину. В общем случае кодовые символы являются двоичными, т.е. $c_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, ...$.

Тогда формально отображение набора информационных символов в последовательность кодовых символов при фонтанном кодировании можно представить с помощью линейной функции

$$\overline{c}_F = f_F(\overline{u}_F, \omega(d)). \tag{3}$$

Совокупность всех возможных последовательностей кодовых символов, порождаемых кодером, образует $(k', \omega(d))$ фонтанный код C_F. При этом величина k' называется числом информационных символов, а $\omega(d)$ – законом распределения вероятностей случайной величины d. Для фонтанного кода конечной длины величина n' называется числом кодовых символов, а отношение $\varepsilon = n'/k'$ – избыточностью кода.

Необходимо отметить, что фактически функции (1–3) позволяют единообразно представить различные способы задания процессов кодирования линейными помехоустойчивыми кодами.

Из приведенного выше следует, что отличие сверточных кодов от блоковых состоит в наличии памяти, которая приводит к более сложной зависимости между кодовыми и информационными символами. Фонтанные коды можно рассматривать как обобщение блоковых кодов на случай бесконечной длины кодовой последовательности, формируемой на основе некоторого информационного сообщения. При этом процесс кодирования с использованием блоковых и сверточных кодов является детерминированным, что приводит к необходимости определения параметров данных кодов для заданных (предполагаемых) условий передачи информации. С другой стороны, фонтанное кодирование фактически является случайным процессом, благодаря чему может адаптироваться в соответствии с текущими условиями передачи.

Для передачи кодовых символов по физическому каналу связи осуществляется их отображение в непрерывный сигнал конечной длительности с помощью модулятора, реализующего некоторый метод модуляции. Следовательно, фактически воздействию помех, действующих в физическом канале, подвергаются сигналы, а не кодовые последовательности (символы). Принимаемый из канала непрерывный сигнал обрабатывает демодулятор, реализующий соответствующий метод демодуляции, в результате чего формируется дискретный символ или непрерывный сигнал (недвоичный символ). Выходная последовательность на выходе демодулятора, соответствующая кодовой последовательности, называется принятой последовательностью.

При рассмотрении кодовых систем целесообразно использовать упрощенную модель канала – цифровой канал, который является комбинацией модулятора, физического канала и демодулятора. Входом канала является кодовая последовательность, а выходом – принятая последовательность. В общем случае при использовании двоичных цифровых методов модуляции вход данного канала является двоичным. В зависимости от принципа реализации демодулятора выход канала может быть двоичным, недвоичным или непрерывным. Канал с двоичным выходом получается в результате формирования демодулятором жесткого решения на основании принятого сигнала. Канал с непрерывным выходом образуется при формировании демодулятором мягкого решения без использования квантования принятого сигнала, а канал с недвоичным выходом – в результате выполнения квантования принятого сигнала. Таким образом, для представления условий передачи и воздействия помех на закодированную информацию могут использоваться различные модели каналов связи, которые определяют особенности формирования принятой последовательности [1].

В общем случае из-за воздействия помех в канале связи принятые последовательности отличаются от кодовых последовательностей (1–3), что формально можно представить следующим образом:

$$\overline{r} = \psi(\overline{c}), \tag{4}$$

$$\overline{r}_\infty = \psi(\overline{c}_\infty), \tag{5}$$

$$\overline{r}_F = \psi(\overline{c}_F). \tag{6}$$

Задачей декодера канала является отображение принятой последовательности в соответствующую оценку информационной последовательности (или что эквивалентно оценку кодового слова). Данная оценка базируется на знании используемого кода, который задается функциями (1–3), и распределения шума в канале связи, определяемого функциями (4–6). Тогда формально процесс декодирования принятых последовательностей с учетом особенностей каждого из рассмотренных выше линейных помехоустойчивых кодов представим с помощью нелинейных функций:

$$\overline{x} = \phi_B(f_B^{-1}(\overline{r})), \quad (7)$$

$$\overline{x}_\infty = \phi_C(f_\infty^{-1}(\overline{r}_\infty, m)), \quad (8)$$

$$\overline{x}_F = \phi_F(f_F^{-1}(\overline{r}_F, \omega(d))). \quad (9)$$

Следует отметить, что функции декодирования (7–9) обратны не функциям кодирования (1–3), а действию канала связи (4–6), что приводит к большей сложности реализации декодера канала по сравнению с кодером канала. В идеальном случае, полученные оценки (7–9) должны полностью соответствовать переданной информационной последовательности, в противном случае – возникает ошибка декодирования.

Методы декодирования линейных помехоустойчивых кодов, формально представленные с помощью функций (7–9), можно разделить на два больших класса – вероятностные и невероятностные. Также для повышения эффективности защиты от ошибок можно реализовать комбинированные методы декодирования. Классические невероятностные методы декодирования основаны на алгебраических процедурах и могут применяться только для помехоустойчивых линейных кодов со специальной структурой, например, кодов БЧХ, кодов Рида-Соломона и т.д. Другими словами, данные методы декодирования в основном применяются только для ограниченных видов линейных блоковых кодов. Современным подходом к невероятностному декодированию различных линейных кодов, устраняющим данные ограничения, является использование детерминированных процедур оптимизации на основе представления задачи декодирования в виде соответствующей оптимизационной задачи [4].

Вероятностные методы декодирования основаны на полном или частичном переборе кодовых слов с использованием некоторых эвристических и/или стохастических процедур. В общем случае данные методы декодирования являются более универсальными и могут применяться к помехоустойчивым кодам произвольного вида – случайным сверточным и фонтанным кодам. Для повышения эффективности вероятностных методов декодирования целесообразно использовать стохастические процедуры поисковой оптимизации на основе биоинспирированного подхода [5], который можно рассматривать как дальнейшее развитие классических эвристик.

Рассмотренные выше методы декодирования могут использоваться для каналов как с двоичным, так и недвоичным (непрерывным) выходом. При этом канал с непрерывным (недвоичным) выходом предоставляет декодеру дополнительную информацию о надежности принятых символов, что позволяет повысить эффективность декодирования за счет увеличения вычислительной сложности реализации декодера канала. Обычно использование меры надежности принятых символов легче осуществить в вероятностных методах декодирования, что обуславливает более высокую перспективность их применения.

Выводы

Предложенное функциональное представление процессов кодирования и декодирования информации линейными помехоустойчивыми кодами различных классов позволяет обобщить существующие способы формального описания данных кодов.

Список литературы

1. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение: пер. с англ. / Р. Морелос-Сарагоса. – М: Техносфера, 2005. – 320 с.

2. Зяблов В.В. Высокоскоростная передача сообщений в реальных каналах / В.В. Зяблов, Д.Л. Коробков, С.Л. Портной. – М.: Радио и связь, 1991. – 288 с.

3. MacKay D.J.C. Fountain codes / D.J.C. MacKay // IEE Proceedings–Communications. – 2005. – Vol. 152, № 6. – P. 1062-1068.

4. Feldman J. Using linear programming to Decode Binary linear codes / J. Feldman, M.J. Wainwright, D.R. Karger // IEEE Transactions on Information Theory. – 2005. – vol. 51, № 3. – P. 954-972.

5. Жученко А.С. Метод декодирования линейных блоковых кодов на основе популяционных процедур поисковой оптимизации / А.С. Жученко, Н.Г. Панченко, С.В. Панченко, Н.А. Штомпель // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х: УкрДУЗТ, 2016. – Вип. 2 (117). – С. 25-29.

Поступила в редколлегию 13.01.2017

Рецензент: д-р техн. наук проф. С.И. Приходько, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, Харьков.

ФУНКЦІОНАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛІНІЙНИХ ЗАВАДОСТІЙКИХ КОДІВ

М.А. Штомпель

Представлені принципи кодування і декодування інформації лінійними завадостійкими кодами. Запропоновано функціональне представлення лінійних завадостійких кодів різних класів. Розглянуто класифікацію та особливості реалізації методів декодування даних кодів.

Ключові слова: *лінійні коди, кодування, декодування, функціональне представлення.*

FUNCTIONAL REPRESENTATION OF LINEAR ERROR CORRECTING CODES

M.A. Shtompel

The principles of encoding and decoding information of linear error correcting codes are presented. The functional representation of linear error correcting codes of different classes is proposed. The classification and features of the implementation decoding methods of these codes are considered.

Keywords: *linear codes, encoding, decoding, functional representation.*