

**ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧИХ  
СИСТЕМ ТА ТЕХНОЛОГІЙ**

**Кафедра обчислювальної техніки та систем управління**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання лабораторних робіт  
з дисципліни**

***«МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ЕОМ»***

**Харків – 2017**

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри обчислювальної техніки та систем управління 26 лютого 2015 р., протокол № 6.

Методичні вказівки розроблено відповідно до навчальної програми з дисципліни "Математичні моделі на ЕОМ". До них включено 9 лабораторних робіт з варіантами індивідуальних завдань.

Метою лабораторних робіт є отримання практичних навичок проведення досліджень на математичних моделях механічних систем.

Рекомендується для студентів всіх форм навчання.

Укладачі:

доценти В. С. Меркулов,  
Н. М. Завгородня,  
асист. О. В. Казанко

Рецензент

проф. І. Е. Мартинов

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт

з дисципліни

*«МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НА ЕОМ»*

Відповідальний за випуск Меркулов В. С.

Редактор Третьякова К. А.

---

Підписано до друку 25.06.15 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 3,25. Тираж 150. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,  
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Робота 1. Побудова матричних моделей.....	7
Робота 2. Моделювання статичних детермінованих процесів. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь..	17
Робота 3. Обробка результатів експериментів. Чисельні методи інтерполяції та апроксимації.....	24
Робота 4. Побудова моделей, що містять інтегральні перетворення. Методи чисельного розрахунку визначеного інтеграла.....	33
Робота 5. Моделювання динамічних процесів. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.....	37
Робота 6. Метод золотого перерізу для розв'язання задач однопараметричної оптимізації.....	44
Робота 7. Метод Монте-Карло для розв'язання задач однопараметричної оптимізації.....	51
Робота 8. Метод покоординатного спуску для розв'язання задач багатопараметричної оптимізації.....	53
Робота 9. Моделювання процесів пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування.....	64
Варіанти індивідуальних завдань.....	74
Список літератури.....	90

## **Вступ**

Лабораторні роботи виконуються студентами технічних спеціальностей денної та заочної форм навчання. Мета робіт – надання студентам навичок побудови математичних моделей та використання чисельних методів для розв'язання інженерних задач в середовищі Visual Basic 6.0.

### **Порядок виконання**

Форма звітності та перелік робіт, що виконуються, узгоджуються з викладачем перед виконанням лабораторних робіт.

### ***Дати письмові відповіді на запитання.***

Відповіді подаються у довільній формі, повинні бути стислими, конкретними, максимально повно розкривати запитання.

*Наприклад, відповідь на запитання «Сформулювати стисло суть модульного програмування» може бути такою:*

*При рішенні багатьох практичних завдань виникає необхідність у багаторазовому обчисленні величин за тими ж самими алгоритмами при різних значеннях змінних. Щоб програма була компактною, доцільно оформити ці обчислення у вигляді програмних модулів (процедур) і у відповідних місцях основної програми звертатися до них, задаючи необхідні для розрахунків значення параметрів. Крім того, розбиття складного завдання на незалежні модулі полегшує процеси створення і налагодження програми.*

### ***Виконати завдання з лабораторної роботи:***

- розробити VB6.0-проекти, що реалізують моделі згідно з індивідуальним завданням;
- побудувати графіки, засобами Excel де це вказано.

### ***Сформулювати звіт з лабораторної роботи (файли \*.doc).***

Доцільно використовувати копії екрана з формами, програмними кодами та результатами моделювання.

### ***Структура звіту:***

- титульний аркуш (1 стор.);
- відповіді на запитання (1-1.5 стор.);
- результати та опис виконаних завдань з аналізом (2-2.5 стор.).

Обсяг звіту не повинен перевищувати 5 сторінок. Звіт формується засобами текстового процесора Word. Титульний аркуш оформляється за відповідним зразком.

При форматуванні документа встановити такі параметри:

- *аркуш формату А4 (стандартний);*
- *розміри всіх полів аркуша – 2 см;*
- *шрифт Arial або Times New Roman, 14 пт.;*
- *міжрядковий інтервал – Множитель 1,2;*
- *відступ першого рядка – 1,27 см;*
- *вирівнювання основного тексту по ширині;*
- *Номер сторінки – по центру внизу аркуша (нижній колонтитул). Прізвище, ініціали, група студента та номер варіанта вказуються у верхньому колонтитулі. На титульному аркуші номер не ставиться, колонтитул не виводиться;*

- *назви розділів «Умова завдання», «Вихідні дані», «Результати та опис виконаних завдань», «Висновки» оформляються стилем «Заголовок1»;*

- *перед таблицею робиться напис з номером і назвою таблиці. Вирівнювання рядка – по центру. Рекомендується розташовувати таблицю цілком на одному аркуші;*

- *графіки виводяться із позначеними на них назвою графіка, назвами координат, координатною сіткою. Вирівнювання рядка – по центру;*

- *копії екрана, виконані за допомогою комбінації **Alt-PrintScreen**, супроводити пояснювальним підписом «Рисунок 1 – ... Назва ...» під рисунком. Вирівнювання рядка з підрисунковим підписом – по центру.*

◆ **Зберегти файли** із звітом і виконаними завданнями у вказаній викладачем папці на жорсткому диску (с:\НОМЕ\шифр\_групи\ім'я\_папки(прізвище) \номер\_ЛР\ім'я\_файла<sup>1</sup>.\*), а також на персональному flesh-диску.

◆ **Надати викладачу:**

- *письмовий звіт;*
- *файли із звітом і виконаними завданнями:*
  - *файли проекту та форм: Visual Basic Project (\*.vbp); Visual Basic Project Workspace (\*.vbw); Visual Basic Form File (\*.frm); Visual Basic Form Binary File (\*.frx);*

---

<sup>1</sup> Ім'я\_файла повинно містити; прізвище студента, номер лабораторної роботи (наприклад: Computer-25\ C:\НОМЕ\4 -III-B\Іванов\\_ЛР1\Ivanov\_1.xls).

- файли Excel, що містять необхідні таблиці та графіки (\*.xls);
- файл зі звітом (\*.doc).

На основі звіту та виконаного завдання студент одержує диференційовану оцінку, яка виставляється в журнал, а також рекомендації та зауваження про хід та результати виконання лабораторної роботи.

*Рекомендації до використання Visual Basic 6.0*

### **1 Запустіть Visual Basic і зробіть необхідні налаштування.**


Після запуску програми на екран буде виведене діалогове вікно **New Project**. Вікно надає користувачеві меню для вибору подальших дій. Меню містить три пункти:


- **New** – початок створення нового проекту;
- **Existing** – вибір додатків з існуючих проектів;
- **Recent** – список останніх проектів.


У вікні за замовчуванням встановлено тип програмного проекту **Standard EXE**.


**1.1** Натисніть кнопку **<Открыть>**. Після завантаження Visual Basic з'явиться кілька вікон.

**1.2** Якщо на екрані немає *Конструктора форм*, відкрийте його (команди меню **View, Object** або клавіші **Shift+F7**). Воно розташовано в центрі та має заголовок Project1 - Form1(Form).

**1.3** Якщо немає *Вікна властивостей* об'єкта - **View, Properties Window**; клавіша F4 або кнопка  на панелі інструментів.

**1.4** Якщо немає *Вікна елементів управління* - **View, Toolbox** або кнопка  на панелі інструментів).

**1.5** Для того щоб уявити, як форма буде розташовуватися на екрані, зручно використовувати *Вікно макета розміщення форм*. Щоб відкрити - **View, Form Layout Window** або кнопка  на панелі інструментів.

**1.6** Якщо необхідно, можна додати *Вікно провідника проектів* (рисунок В.1) - **View, Project Explorer**, клавіші Ctrl+R або кнопка  на панелі інструментів.

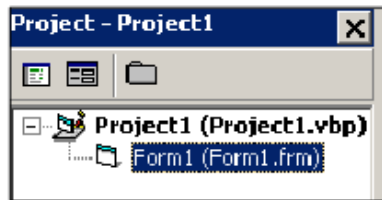


Рисунок В.1 – Вікно провідника проектів

## **2 Створіть екранну форму (розробіть інтерфейс).**

*Подумки уявіть, як буде виглядати екранна форма, виходячи з постановки завдання.*

Використовуючи Вікно елементів управління, розмістіть на екранній формі об'єкти управління.

### **Робота 1**

#### **Побудова матричних моделей**

##### **1 Контрольні запитання**

###### **1.1 Матричні моделі.**

1.1.1 Дайте визначення “математичної моделі”. Для чого вони потрібні?

1.1.2 Чим характеризується початковий етап побудови моделі.

1.1.3 Що таке матрична модель?

###### **1.2 Основи модульного програмування.**

1.2.1 Сформулювати суть модульної організації програмних проектів.

1.2.2 Вказати відмінності процедури-функції від процедури-підпрограми.

1.2.3 Які існують способи обміну даними між головною програмою і процедурами?

##### **2 Завдання**

2.1 Спроекувати алгоритм обчислювального процесу (згідно з індивідуальним завданням) і скласти його схему.

2.2 Спроекувати форму з елементами управління відповідно до завдання.

2.3 Задати необхідні відповідні властивості формі та елементам управління у процесі проектування.

2.4 Розробити програмні коди складових завдання у вигляді окремих процедур.

2.5 Передбачити у проекті при необхідності допоміжні засоби: введення вихідних даних, виведення результатів, очищення комірок з даними, завершення роботи тощо.

2.6 Подати результати роботи проекту для двох варіантів довільних вихідних даних (другий варіант даних обрати самостійно).

Звіт з даної роботи повинен містити:

- схему алгоритму обчислювального процесу;
- програмний код на Visual Basic;
- вихідні дані;
- отримані результати.

*Можна використати наведений нижче приклад, зробивши зміни відповідно індивідуальному завданню.*

### **3 Приклад побудови матричної моделі**

Задана квадратна матриця ( $k$  рядків та  $k$  стовпців) - двовимірний масив числових значень  $\{ x_{ij} \}$ ,  $i=1,2,\dots, k$ ;  $j=1,2,\dots, k$ . Для визначеності візьмемо  $k=5$ .

Необхідно:

1 Спроекувати алгоритм обчислювального процесу і зобразити його схему (рисунки 1.1-1.7).

2 Розробити багатомодульний проект та налагодити відповідний програмний код, що складатиметься з таких процедур:

- **введення** елементів масиву  $\{ x_{ij} \}$  з клавіатури (рисунок 1.1).;

- **формування елементів масиву**  $\{ x_{ij} \}$  за допомогою генератора псевдовипадкових чисел (рисунок 1.2);

- **виведення** елементів масиву (рисунок 1.7);

- **очищення та налагодження полів** для введення-виведення даних (Рисунок 1.4);

- **закінчення виконання** проекту (рисунок 1.8);

- **формування масиву**  $\{ z_t \}$  з елементів  $\{ x_{ij} \}$ , розташованих у парних рядках ( $i=2, 4, \dots, k$ ) та таких, що задовольняють умову  $2 < x_{ij} < 15$ ; визначення кількості елементів в  $\{ z_t \}$  (Рисунок 1.3);

- **формування масиву**  $\{ y_i \}$ ,  $i=1,2,\dots, k$ , кожний елемент якого є середнім арифметичним значенням елементів відповідного рядка  $\{ x_{ij} \}$  (Рисунок 1.5);

**визначення різниці** між значеннями максимальних елементів головної ( $i=j$ ) та побічної ( $i+j=k+1$ ) діагоналей  $\{ x_{ij} \}$  (Рисунок 1.6).



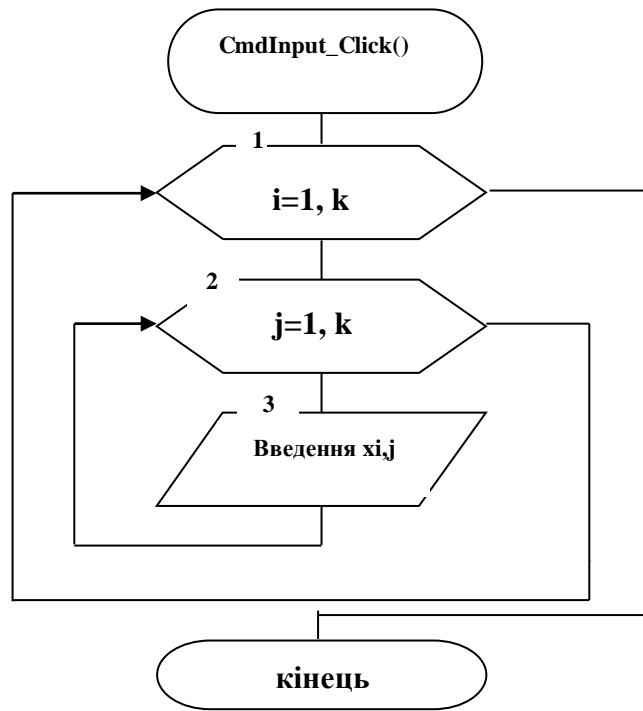


Рисунок 1.1 – Введення елементів масиву  $\{ x_{ij} \}$  з клавіатури

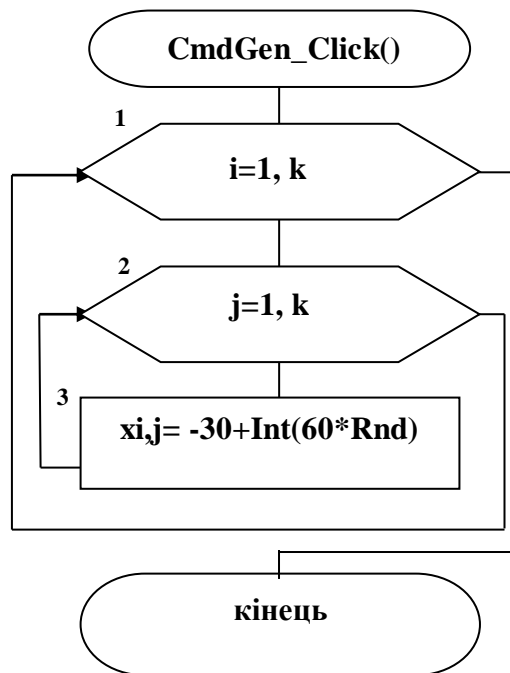


Рисунок 1.2 – Формування елементів масиву  $\{ x_{ij} \}$  за допомогою генератора псевдовипадкових чисел

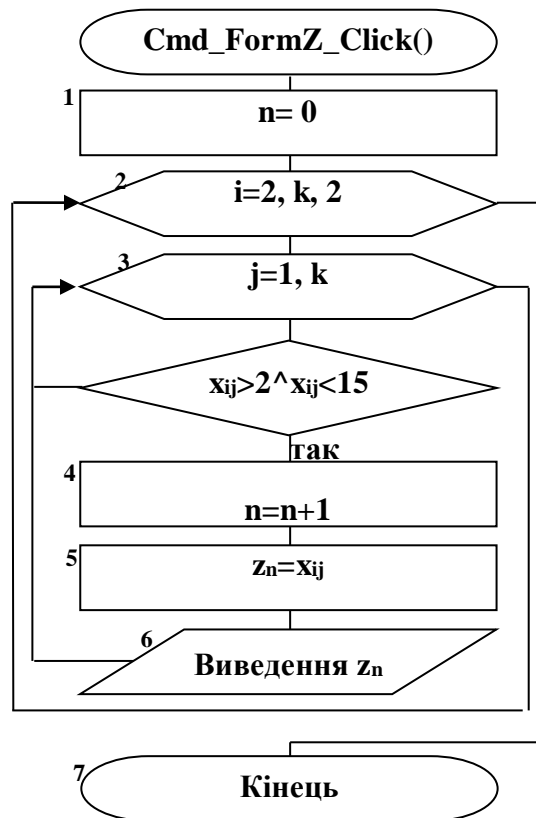


Рисунок 1.3 – Формування масиву  $\{ z_t \}$

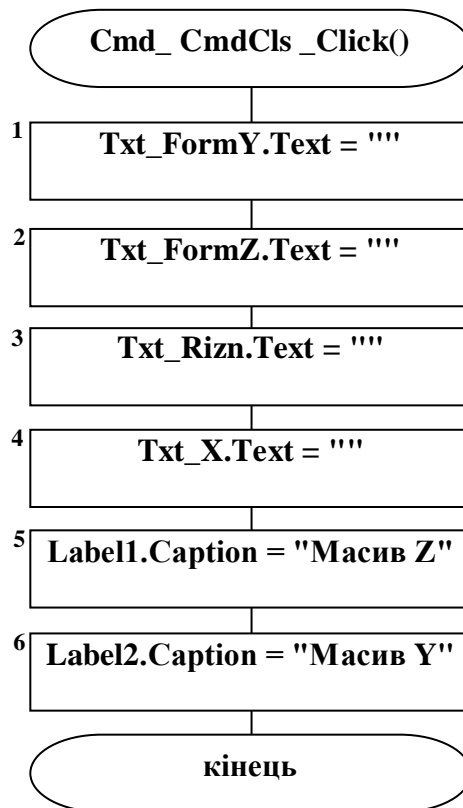


Рисунок 1.4 – Очищення та налагодження полів для введення-виведення даних

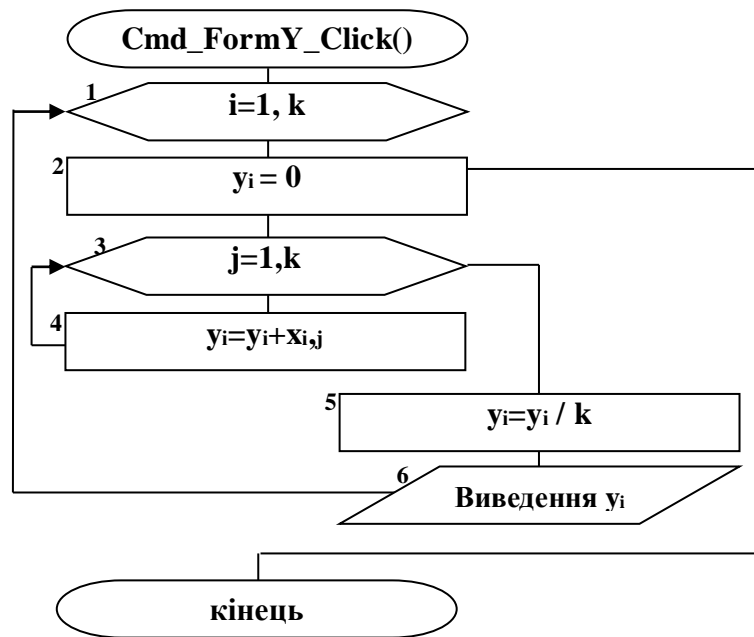


Рисунок 1.5 – Формування масиву  $\{y_i\}$

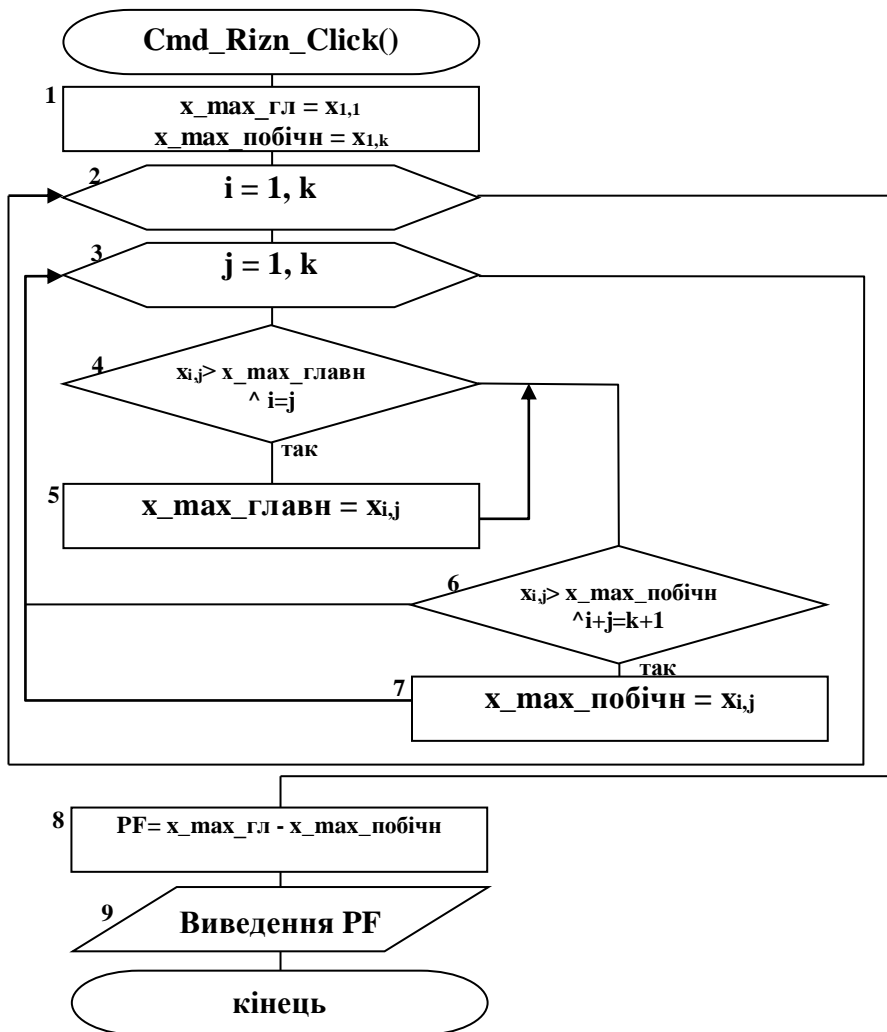


Рисунок 1.6 - Обчислення різниці між максимальними елементами на діагоналях матриці

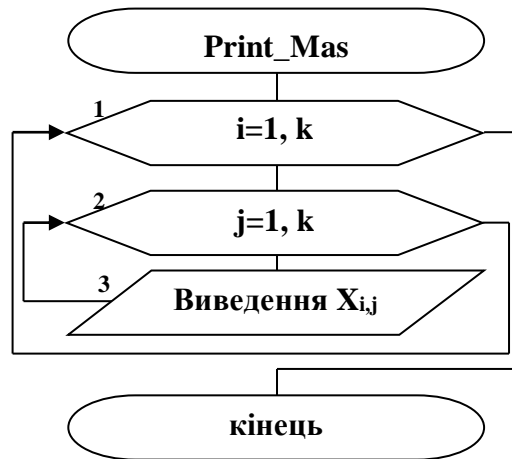


Рисунок 1.7 – Виведення елементів масиву  $\{ x_{ij} \}$

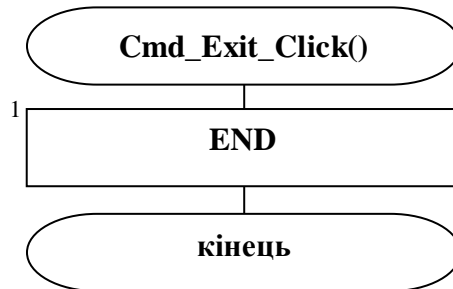





Рисунок 1.8 – Закінчення виконання проекту

Піктограми відповідних об'єктів управління у Вікні елементів управління:

-  – Мітка;
-  – Текстове поле;
-  – Командна кнопка.

На екранній формі розташовані (рисунок 1.9):

- три об'єкти класу **Мітка** (Label);
- чотири об'єкти класу **Текстове поле** (TextBox);
- сім об'єктів класу **Командна кнопка** (CommandBatton), які налагоджені згідно з таблицею 1.1.

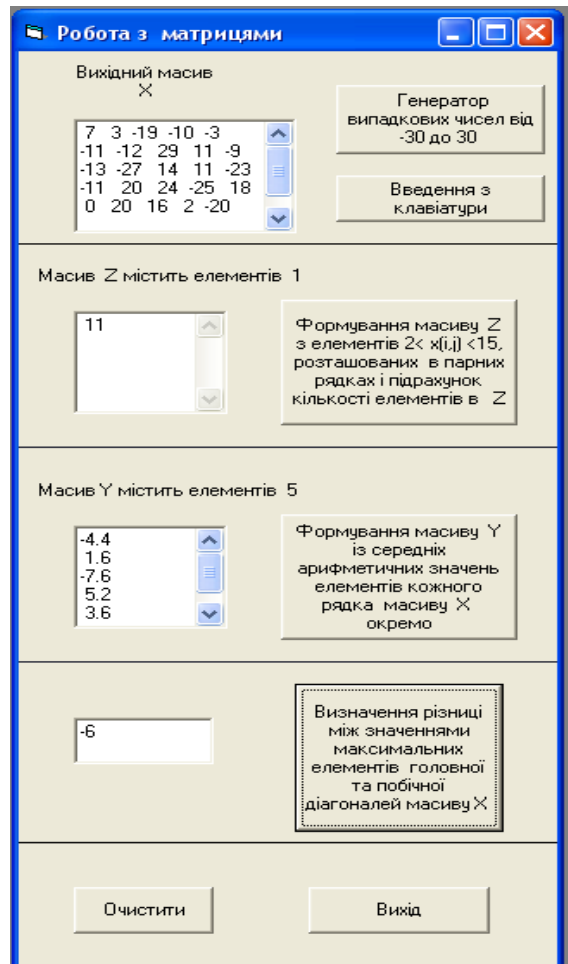
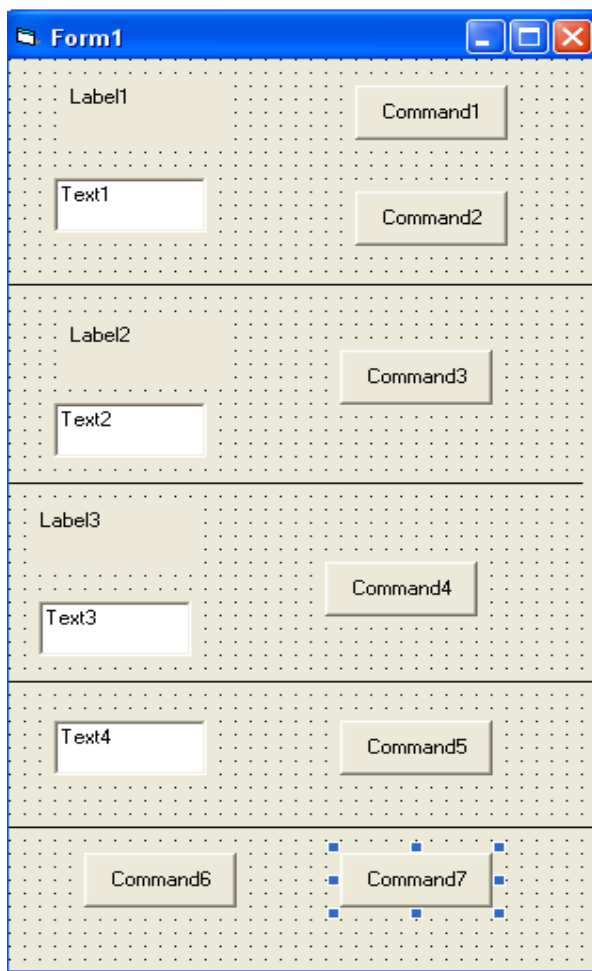


Рисунок 1.9 – Екранна форма для побудови матричної моделі

Таблиця 1.1 – Властивості форми та елементів управління для побудови матричної моделі

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
Форма	Form1	Name Caption	Frm2Mac Робота з матрицями
Мітка	Label1	Name Caption	Label1 Вихідний масив X
Мітка	Label2	Name Caption	Label2 Масив Z
Мітка	Label3	Name Caption	Label3 Масив Y
Текстове поле	Text1	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtX порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text2	Name Text MultiLine ScrollBars	Txt_FormZ порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text3	Name Text MultiLine ScrollBars	Txt_FormY порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text4	Name Text	TxtRizn порожнє поле
Командна кнопка	Command 1	Name Caption	CmdGen Генератор псевдовипадкових чисел від -30 до 30
Командна кнопка	Command2	Name Caption	CmdInput Введення з клавіатури
Командна кнопка	Command3	Name Caption	Cmd_FormZ Формування масиву Z з елементів $2 < x(i,j) < 15$ , розташованих в парних рядках та визначення кількості елементів Z
Командна кнопка	Command4	Name Caption	Cmd_FormY Формування масиву Y із середніх арифметичних значень елементів кожного рядка масиву X окремо
Командна кнопка	Command5	Name Caption	Cmd_Rizn Визначення різниці між значеннями максимальних елементів головної та побічної діагоналей масиву X
Командна кнопка	Command6	Name Caption	CmdCls Очистити
Командна кнопка	Command7	Name Caption	Cmd_Exit Вихід

### *Програмний код*

Option Explicit

Dim i As Integer, j As Integer

Dim x(1 To 5, 1 To 5) As Integer

#### **Private Sub CmdInput\_Click()**

For i = 1 To 5

For j = 1 To 5

x(i, j) = Val(InputBox("Введіть елемент x(" & i & "," & j & ") ",  
"Введення елементів масиву X "))

Next j

Next i

Call Print\_Mas(x())

**End Sub**

#### **Private Sub CmdGen\_Click()**

Randomize Timer

For i = 1 To 5

For j = 1 To 5

x(i, j) = -30 + Int(60 \* Rnd())

Next j

Next i

Call Print\_Mas(x())

**End Sub**

#### **Private Sub CmdCls\_Click()**

Txt\_FormY.Text = ""

Txt\_FormZ.Text = ""

TxtRizn.Text = ""

TxtX.Text = ""

Label1.Caption = "Масив Z"

Label2.Caption = "Масив Y"

**End Sub**

#### **Private Sub Cmd\_Exit\_Click()**

End

**End Sub**

**Private Sub Cmd\_FormY\_Click()**

Dim y(1 To 5) As Single

For i = 1 To 5

y(i) = 0

For j = 1 To 5

y(i) = y(i) + x(i, j)

Next j

y(i) = y(i) / 5

Txt\_FormY.Text = Txt\_FormY.Text + Str(y(i)) + Chr(13) + Chr(10)

Next i

Label2.Caption = Label2.Caption + " містить елементів " + Str((5))

**End Sub****Private Sub Cmd\_FormZ\_Click()**

Dim n As Integer

Dim z(1 To 25) As Integer

n = 0

For i = 2 To 5 Step 2

For j = 1 To 5

If x(i, j) > 2 And x(i, j) < 15 Then

n = n + 1

z(n) = x(i, j)

Txt\_FormZ.Text = Txt\_FormZ.Text + Str(z(n)) + Chr(13) + Chr(10)

End If

Next j, i

Label1.Caption = Label1.Caption + " містить елементів " + Str((n))

**End Sub****Private Sub Cmd\_Rizn\_Click()**

Dim x\_max\_гл As Integer, x\_max\_побічн As Integer, PF As Integer

For i = 1 To 5

For j = 1 To 5

If x(i, j) > x\_max\_гл And i = j Then x\_max\_гл = x(i, j)

If x(i, j) > x\_max\_побічн And i + j = 6 Then x\_max\_побічн = x(i, j)

Next j, i

PF = x\_max\_гл - x\_max\_побічн

TxtRizn.Text = Str(PF)

**End Sub**



### **Sub Print\_Mas(mass() As Integer)**

For i = 1 To 5

For j = 1 To 5

TxtX.Text = TxtX.Text + Str(mass(i, j)) + " "

Next j

TxtX.Text = TxtX.Text + Chr(13) + Chr(10)

Next i

**End Sub**

## **Робота 2**

### **Моделювання статичних детермінованих процесів. Чисельні методи розв'язання нелінійних рівнянь**

#### **1 Контрольні запитання**

1.1 Навести приклади алгебраїчної і трансцендентної функцій. Пояснити, чим вони відрізняються.

1.2 Пояснити поняття «корінь рівняння». Навести приклади.

1.3 Що значить ізолювати корінь?

1.4 Які вам відомі чисельні методи розв'язання елементарних рівнянь?

1.5 Коротко сформулювати ідею методу ділення навпіл.

1.6 У чому полягає ідея методу простих ітерацій?

1.7 Вказати вимоги до рівнянь при використанні:

- методу ділення навпіл;
- методу простих ітерацій.

#### **2 Завдання**

2.1 Побудувати в Excel графік функції  $g(x)$  (рисунок 2.1) з індивідуального завдання; проаналізувати, чи наявні корні рівняння, скільки їх.

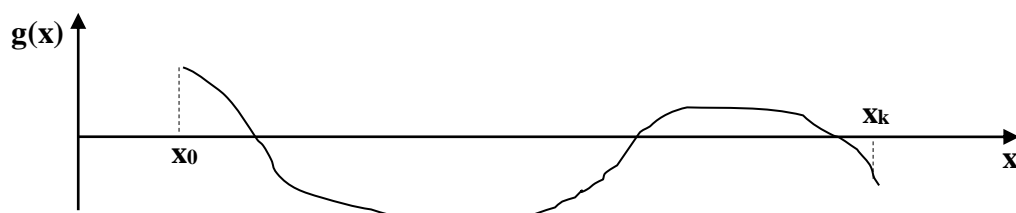


Рисунок 2.1 – Можливий вигляд графіка функції  $g(x)$

2.2 Розв'язати на ЕОМ рівняння, використовуючи:

а) відокремлення коренів та ділення навпіл;

б) відокремлення коренів та прості ітерації.

2.3 Спроекувати форму з елементами управління за завданням, та налагодити їх згідно із таблицею 2.2.

2.4 Задати необхідні відповідні властивості формі та елементам управління у процесі проектування.

2.5 Розробити програмний код, що реалізує *відокремлення коренів*.

2.6 Розробити програмний код методу *ділення навпіл*.

2.7 Розробити програмний код методу *простих ітерацій*.

2.8 Передбачити у проекті при необхідності допоміжні засоби: введення вихідних даних, виведення результатів, очищення полів, завершення роботи, тощо.

2.9 Перевірити програму на прикладі з коренями, що легко обчислюються аналітично (рівняння  $x^2 + 2x - 3 = 0$ , корені  $x_1 = -3$ ;  $x_2 = 1$  на проміжку  $[-5, 5]$ , дивись приклад).

2.10 Зробити обчислення, змінивши функції **f** та **g** в прикладі на свої з індивідуального завдання.

*В індивідуальних завданнях функції задані у вигляді  $x = f(x)$ . Виходячі з цього, вважати  $g(x) = f(x) - x$ .*

2.11 Записати в таблицю 2.1 результати для різних значень точності.

Таблиця 2.1

Точність $\epsilon$	Ділення навпіл			Прості ітерації		
	Корінь	Функція	Відхил	Корінь	Функція	Відхил
0.1						
0.01						
0.001						
0.0001						

*Відхил обчислюється як модуль різниці між значенням функції **g** та нулем в отриманій точці.*

2.12 Результати порівняти й зробити висновок на узгодженість результату.

2.13 Виконати перевірку шляхом підставлення результатів у рівняння індивідуального завдання.

## Побудова графіка в Excel

1 Вписати отримані результати табулювання у два стовпчики ( $x$  та  $y$  відповідно).

2 Завантажити Excel і ввести в документ Excel результати табулювання у два стовпчики (як роздільник цілої та дробової частин числа використовувати символ «, $\rangle$  - кома).

3 Вибрати пункт головного меню **Вставка** → **Діаграма**.

4 У вікні «**Мастер діаграм (крок 1 з 4)**...» → вкладка «**Нестандартные**» → тип діаграми «**Гладкие графики**» (для переходу до наступного кроку – кнопка «**Дальше**»).

5 У вікні, що розкрилося (крок 2 з 4), у рядок «**диапазон**» ввести адреси значень  $y$  з другого стовпчика, виділивши їх у таблиці.

6 У вкладці «**Ряд**» у рядок «**Подписи по оси X**» ввести адреси значень  $x$  з першого стовпчика, виділивши їх у таблиці.

7 Завершити побудову діаграми - кнопка «**Готово**».

При необхідності за допомогою контекстного меню осі діаграми команди «**Формат осі**» задати розміщення тексту підписів осі.

Таблиця 2.2 – Властивості форми та елементів управління для чисельного знаходження коренів нелінійних рівнянь

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	FrmНЕЛІН_РІВН Розв'язання нелінійних рівнянь
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 шукаємо корені на інтервалі з кроком
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 уточнений інтервал
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 корень в результаті ділення навпіл
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 корень в результаті ітерацій
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label3 функція в результаті ділення навпіл
<b>Мітка</b>	Label6	Name Caption	Label4 функція в результаті ітерацій

## Продовження таблиці 2.2

1	2	3	4
Текстове поле	Text1	Name Text	TxtX0 порожнє поле
Текстове поле	Text2	Name Text	TxtXK порожнє поле
Текстове поле	Text3	Name Text	TxtH порожнє поле
Текстове поле	Text4	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtOT_X0 порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text5	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtOT_XK порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text6	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtПОЛ порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text7	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtІТЕР порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text8	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtGПОЛ порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text9	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtGITЕР порожнє поле True 2-Vertical
Командна кнопка	Command1	Name Caption	CmdВВЕД ВВЕДЕННЯ
Командна кнопка	Command2	Name Caption	CmdОТД Відділяємо корені
Командна кнопка	Command3	Name Caption	CmdПОЛ Ділення навпіл
Командна кнопка	Command4	Name Caption	CmdІТЕР Ітерації
Командна кнопка	Command5	Name Caption	CmdВИХІД ВИХІД

### 3 Допоміжні відомості

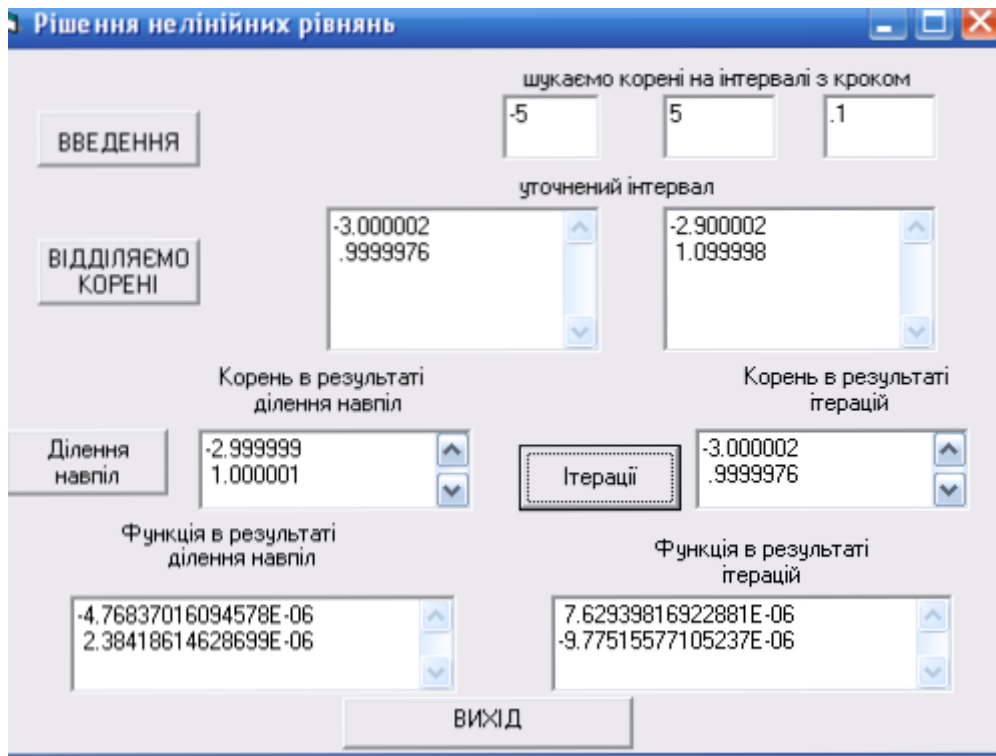


Рисунок 2.2 – Приклад форми з елементами управління для чисельного знаходження коренів нелінійних рівнянь

#### *Програмний код*

Option Explicit

Dim a As Single, b As Single, h As Single

Dim x0 As String, xk As String

Dim str\_i As String, str\_h As String, str\_eps As String

Dim i As Integer

Dim eps As Single, c As Single

Dim x1(50), x2(50)

#### **Function f(x)**

$f = \text{sqr}(3 - 2 * x)$

**End Function**

#### **Function g(x)**

$g = x ^ 2 + 2 * x - 3$

**End Function**

**Private Sub CmdВВЕД\_Click()**

TxtX0.Text = ""

TxtXK.Text = ""

TxtH.Text = ""

TxtOT\_X0.Text = ""

TxtOT\_XK.Text = ""

x0 = InputBox("задайте початок інтервалу", "Введення x0")

xk = InputBox("задайте кінець інтервалу", "Введення xk")

str\_h = InputBox("задайте крок", "Введення значення кроку")

TxtX0.Text = x0

TxtXK.Text = xk

TxtH.Text = str\_h

**End Sub****Private Sub CmdВИХІД\_Click()**

End

**End Sub****Private Sub CmdІТЕР\_Click()**

Dim x As Single

str\_i = InputBox("задайте номер кореня", "Введення порядкового номера")

i = Val(str\_i)

str\_eps = InputBox("задайте точність", "Введення точності ітерацій")

eps = Val(str\_eps)

x = x1(i)

Do While (Abs(x - f(x)) >= eps)

x = f(x)

Loop

c = x

TxtІТЕР.Text = TxtІТЕР.Text + Str(c) + Chr(13) + Chr(10)

TxtGІТЕР.Text = TxtGІТЕР.Text + Str(g(c)) + Chr(13) + Chr(10)

**End Sub****Private Sub CmdОТДВІД\_Click()**

Dim priz As Integer

Dim p As Integer

```

h = Val(str_h)
a = Val(x0)
priz = 0
i = 0
Do
b = a + h
If g(a) * g(b) < 0 Then
TxtOT_X0.Text = TxtOT_X0.Text + Str(a) + Chr(13) + Chr(10)
TxtOT_XK.Text = TxtOT_XK.Text + Str(b) + Chr(13) + Chr(10)
i = i + 1: x1(i) = a: x2(i) = b
priz = 1
End If
a = a + h:
Loop While a < Val(xk)
If priz = 1 Then
p = 0 + 64 'Кнопка ОК і піктограма Інформація
MsgBox "Знайдено " + Str(i) + " інтервалів", p, "Вітаємо!"

Else
p = 0 + 48 'Кнопка ОК й піктограма Попередження
MsgBox " Інтервалів з коренями не знайдено ", p, "Змініть
інтервал!"
TxtX0.Text = ""
TxtXK.Text = ""
TxtH.Text = ""
End If
End Sub

```

### **Private Sub CmdПОЛ\_Click()**

```

Dim t As Single
str_i = InputBox("задайте номер кореня", "Введення порядкового
номера")
i = Val(str_i)
str_eps = InputBox("задайте точність", "Введення точності ділення
навпіл")
eps = Val(str_eps)
a = x1(i): b = x2(i)
Do

```

```

t = (a + b) / 2
If g(a) * g(t) > 0 Then
a = t
Else
b = t
End If
Loop Until b - a < eps
c = (a + b) / 2
TxtПОЛ.Text = TxtПОЛ.Text + Str(c) + Chr(13) + Chr(10)
TxtГПОЛ.Text = TxtГПОЛ.Text + Str(g(c)) + Chr(13) + Chr(10)
End Sub

```

### **Робота 3**

#### **Обробка результатів експериментів. Чисельні методи інтерполяції та апроксимації**

##### **1 Контрольні запитання**

###### 1.1 Інтерполяція. Метод Лагранжа.

1.1.1 Пояснити термін «інтерполяція».

1.1.2 Дати визначення інтерполяційного багаточлена.

1.1.3 Перелічити форми для інтерполяційного багаточлена.

1.1.4 Записати формулу Лагранжа для інтерполяційного багаточлена.

1.1.5 У яких випадках застосовується метод інтерполяції?

###### 1.2 Апроксимація. Метод найменших квадратів.

1.2.1 Пояснити термін «апроксимація».

1.2.2 Коротко викласти ідею методу найменших квадратів.

1.2.3 Який вигляд має апроксимант?

1.2.4 Які функції можуть використовуватися як апроксиманти у методі найменших квадратів?

1.2.5 Записати систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) для методу найменших квадратів (апроксимація квадратичною параболою).



## 2 Завдання

Вихідні дані: значення  $\{x_i\}$ ,  $\{y_i\}$ ,  $i=1, k$  з індивідуального завдання;  $a=x_1$ ,  $b=x_k$ .

### 2.1 Інтерполяція.

2.1.1 Розробити проект, що містить форму з елементами управління, палагодженими за таблицею 3.1, та програмний код у вигляді процедур для побудови інтерполянта за формулою Лагранжа (рисунок 3.1).

2.1.2. Обчислити значення інтерполянта в 3-х довільних точках інтервалу дослідження.

2.1.3. Побудувати графік вихідних даних, на якому вказати обчислені значення.

У вікні, що розкрилося (крок 2 з 4), у рядок «діапазон» увести значення  $u$  з другого стовпчика (для інтерполяції), у та  $u_i$  з другого та третього стовпчиків (для апроксимації), виділивши їх у таблиці.

2.1.4 Зробити висновок про погодженість результатів.

### Інтерполяція

$x$																				
$y$																				

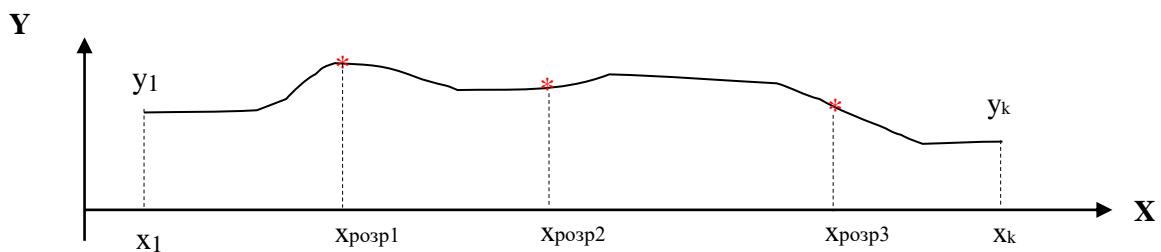


Рисунок 3.1 – Можливий вигляд графіка інтерполянта

### 2.2 Апроксимація.

2.2.1 Створити проект, що містить форму з елементами управління (таблиця 3.2) та програмний код у вигляді процедур для апроксимації результатів експериментів за методом найменших квадратів (рисунок 3.4).

Розробити фрагмент програми для розрахунків елементів матриці коефіцієнтів СЛАР.

2.2.2 Протабулювати отриманий апроксимант на заданому проміжку  $[a, b]$  із кроком  $h$ .

2.2.3 Побудувати графік вихідних даних і апроксиманта за результатами машинного табулювання (рисунок 3.2).

### Апроксимація

$x$												
$y$												
$y_t$												

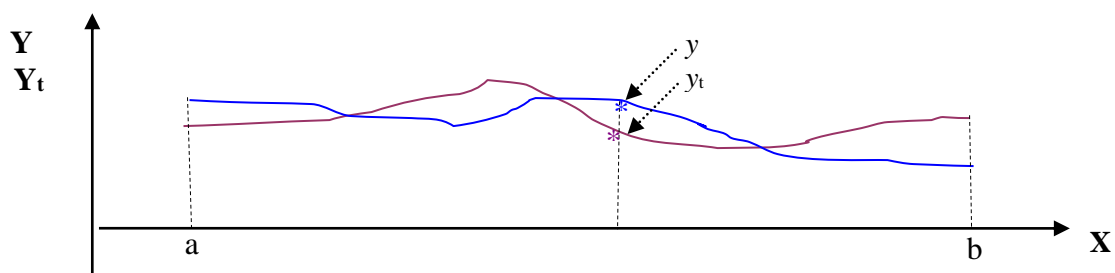


Рисунок 3.2 – Можливий вигляд графіка апроксиманта

2.2.4 Зробити висновок про погодженість результатів табулювання апроксиманта.

## 3 Допоміжні відомості

### 3.1 Метод Лагранжа.

Результати вимірів	
X	Y
1	3
2	4

Розрахункова точка: 3.5

Результат: 5.5

Рисунок 3.3 – Приклад форми з елементами управління проекту, що реалізує метод Лагранжа

Таблиця 3.1 – Властивості форми та елементів управління для методу Лагранжа

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	Frm_Метод_Лагранжа ЛАГРАНЖ
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 Результати вимірів
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 X
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 Y
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 Розрахункова точка
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label5 Результат
<b>Текстове поле</b>	Text1	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtX порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text2	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtY порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text3	Name Text	Txt_X_розр порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text4	Name Text	Txt_Результат порожнє поле
<b>Командна кнопка</b>	Command 1	Name Caption	CmdПоч_Введ ВВЕДЕННЯ

### *Програмний код*

Option Explicit

Dim n As Integer, i As Integer, j As Integer 'Кількість пар чисел,  
лічильник циклу

Dim P As Single, S As Single, t As Single

Dim x(20) As Single, y(20) As Single

### **Private Sub CmdПоч\_Введ\_Click()**

Dim str\_n As String, str\_x As String, str\_y As String, str\_X\_розр As  
String

str\_n = InputBox("Скільки пар чисел?", "Кількість чисел")

```

n = Val(str_n) 'Кількість чисел
For i = 1 To n
str_x = InputBox("Введіть " + Str(i) + " значення X і натисніть
кнопку ОК", _
"Введення поточного X")
x(i) = Val(str_x)
TxtX = TxtX + str_x + Chr(13) + Chr(10) 'Додавання X в текстове
поле
str_y = InputBox("Введіть" + Str(i) + " значення Y і натисніть
кнопку ОК", _
"Введення поточного Y")
y(i) = Val(str_y)
TxtY = TxtY + str_y + Chr(13) + Chr(10) 'Додавання Y в текстове
поле
Next i
str_X_розр = InputBox("Введіть значення розрахункової точки і
натисніть кнопку ОК", _
"Введення розрахункової точки")
Txt_X_розр = str_X_розр
t = Val(str_X_расч)
Txt_Результат.Text = Str(Round(L, 2))
End Sub

```

### **Function L()**

```

S = 0
For i = 1 To n
P = 1
For j = 1 To n
If j <> i Then
P = P * (t - x(j)) / (x(i) - x(j))
End If
Next j:
S = S + y(i) * P
Next i
L = S
End Function

```

### 3.2 Метод найменших квадратів.

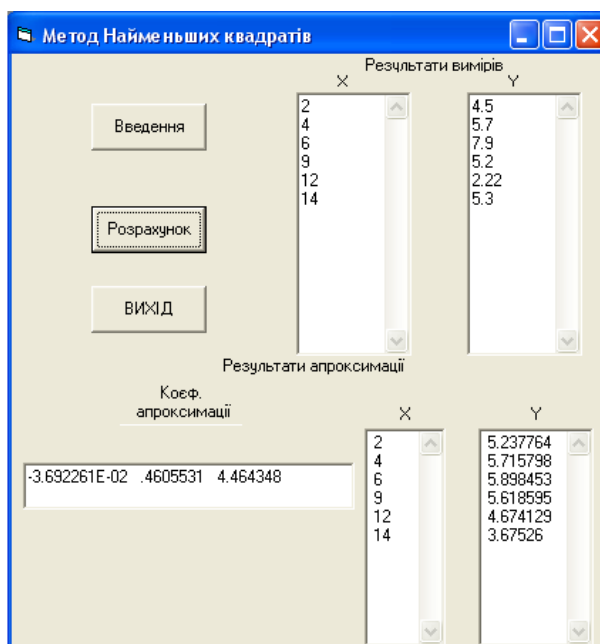


Рисунок 3.4 – Приклад форми з елементами управління проекту, що реалізує метод найменших квадратів

Таблиця 3.2 – Властивості форми та елементів управління для методу найменших квадратів

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	Frm_Метод_Лагранжа ЛАГРАНЖ
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 Результати вимірів
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 X
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 Y
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 Результати апроксимації
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label5 X
<b>Мітка</b>	Label6	Name Caption	Label6 Y
<b>Мітка</b>	Label7	Name Caption	Label7 Коеф. апроксимації

## Продовження таблиці 3.2

1	2	3	4
Текстове поле	Text1	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtX порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text2	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtY порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text3	Name Text MultiLine ScrollBars	Txt_X_розр порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text4	Name Text MultiLine ScrollBars	Txt_Y_розр порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text5	Name Text	Txtkf порожнє поле
Командна кнопка	Command 1	Name Caption	CmdПоч_Введ Введення
Командна кнопка	Command 2	Name Caption	Cmd_Розр Розрахунок
Командна кнопка	Command 3	Name Caption	CmdВихід ВИХІД

### *Програмний код*

Option Explicit

Dim n As Integer, i As Integer, j As Integer, k As Integer

Dim x(20) As Single, y(20) As Single, q(3) As Single, z(20) As Single

Dim a(3, 3) As Single, b(3) As Single

#### **Private Sub Cmd\_Розр\_Click()**

Dim str\_X\_розр As String, str\_Y\_розр As String

Call Approximation

For i = 1 To n

$y(i) = q(1) * x(i) ^ 2 + q(2) * x(i) + q(3)$

str\_X\_розр = Str(x(i))

str\_Y\_розр = Str(Round(y(i), 2))

Txt\_X\_Розр.Text = Txt\_X\_Розр.Text + str\_X\_розр + Chr(13) +  
Chr(10) 'Додавання X в текстове поле

Txt\_Y\_Розр.Text = Txt\_Y\_Розр.Text + str\_Y\_розр + Chr(13) +  
Chr(10) 'Додавання Y в текстове поле

Next i

**End Sub**

**Private Sub CmdПоч\_Введ\_Click()**

```
Dim str_n As String, str_x As String, str_y As String, str_X_розр As String
```

```
str_n = InputBox("Скільки пар чисел?", "Кількість пар чисел")
```

```
n = Val(str_n) 'Кількість пар чисел
```

```
For i = 1 To n
```

```
str_x = InputBox("Введіть " + Str(i) + " значення X і натисніть кнопку ОК", "Введення поточного числа")
```

```
x(i) = Val(str_x)
```

```
TxtX.Text = TxtX.Text + str_x + Chr(13) + Chr(10) 'Додавання X в текстове поле
```

```
str_y = InputBox("Введіть " + Str(i) + " значення Y і натисніть кнопку ОК", "Введення поточного числа")
```

```
y(i) = Val(str_y)
```

```
TxtY.Text = TxtY.Text + str_y + Chr(13) + Chr(10) 'Додавання Y в текстове поле
```

```
Next i
```

**End Sub****Sub Approccimation()**

```
Dim sx4 As Single, sx3 As Single, sx2 As Single, sx As Single
```

```
Dim sx2y As Single, sxy As Single, sy As Single
```

```
sx4 = 0: sx3 = 0: sx2 = 0: sx = 0
```

```
For i = 1 To n
```

```
sx4 = sx4 + x(i) ^ 4
```

```
sx3 = sx3 + x(i) ^ 3
```

```
sx2 = sx2 + x(i) ^ 2
```

```
sx = sx + x(i)
```

```
Next i
```

```
sx2y = 0: sxy = 0: sy = 0
```

```
For i = 1 To n
```

```
sx2y = sx2y + x(i) ^ 2 * y(i)
```

```
sxy = sxy + x(i) * y(i)
```

```
sy = sy + y(i)
```

```
Next i
```

```
a(1, 1) = sx4: a(1, 2) = sx3: a(1, 3) = sx2: b(1) = sx2y
```

```
a(2, 1) = sx3: a(2, 2) = sx2: a(2, 3) = sx: b(2) = sxy
```

```
a(3, 1) = sx2: a(3, 2) = sx: a(3, 3) = n: b(3) = sy
```

```
Call GaussMethod(3)
For i = 1 To 3
Txtkf.Text = Txtkf.Text + Str(Round(q(i), 2)) + " "
Next i
End Sub
```

```
Sub GaussMethod(m)
Dim S As Single
For i = 1 To m - 1
For j = i + 1 To m
a(j, i) = -a(j, i) / a(i, i)
For k = i + 1 To m
a(j, k) = a(j, k) + a(j, i) * a(i, k)
Next k
b(j) = b(j) + a(j, i) * b(i)
Next j
Next i
q(m) = b(m) / a(m, m)
For i = m - 1 To 1 Step -1
S = b(i)
For j = i + 1 To m
S = S - q(j) * a(i, j)
Next j
q(i) = S / a(i, i)
Next i
End Sub
```

```
Private Sub CmdВихід_Click()
End
End Sub
```



## Робота 4

### Побудова моделей, що містять інтегральні перетворення. Методи чисельного розрахунку визначеного інтеграла

#### 1 Контрольні запитання

- 1.1 Пояснити поняття «визначений інтеграл».
- 1.2 Дати геометричне уявлення визначеного інтеграла.
- 1.3 Перелічити чисельні методи обчислення інтегралів.
- 1.4 Що спільного в розглянутих в роботі методах чисельного обчислення інтегралів?
- 1.5 У чому відмінності в роботі методів чисельного обчислення інтегралів?
- 1.6 Який метод з розглянутих є найточнішим?
- 1.7 Як підвищити точність чисельного обчислення інтеграла?

#### 2 Завдання

2.1 Розробити проект, що містить форму з елементами управління (рисунок 4.1, таблиця 4.2) та програмні коди у вигляді процедур для:

- методу прямокутників;
- методу трапецій;
- методу Симпсона.

2.2 Отримані на ЕОМ результати дослідити на погодженість. Пояснити, чим викликано відхилення результатів (якщо вона є).

2.3 Перевірити роботу програм на контрольному прикладі

$$D = \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{4}$$

2.4 Протабулювати отримані різними методами результати (значення інтеграла) залежно від кількості точок розбиття сегмента  $[a, b]$  (таблиця 4.1).

Таблиця 4.1

Кількість точок	Метод прямокутників	Метод трапецій	Метод Симпсона
10			
100			
1000			
10000			
100000			

### 3 Допоміжні відомості

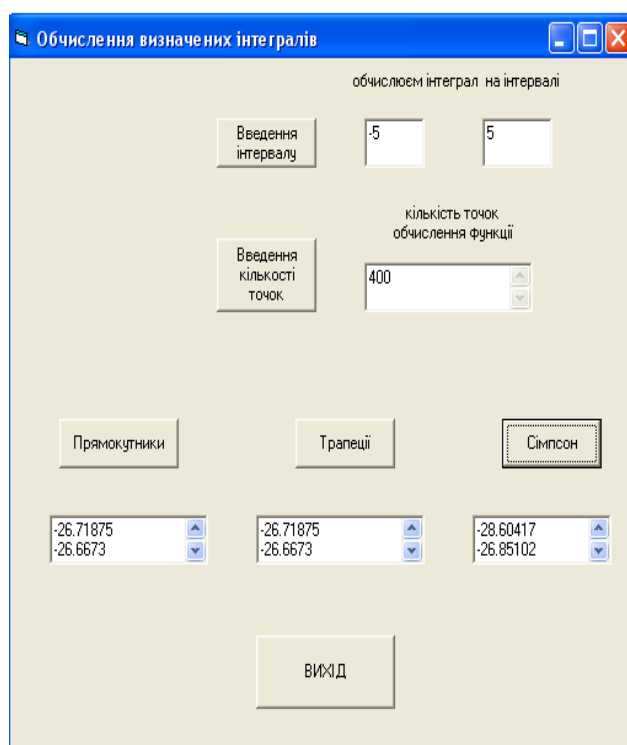


Рисунок 4.1 – Приклад форми з елементами управління для обчислення визначеного інтеграла

Таблиця 4.2 – Властивості форми та елементів управління для обчислення визначеного інтеграла

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	FrmІнтегр Обчислення визначених інтегралів
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 обчислюємо інтеграл на інтервалі
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 кількість точок обчислення функції
<b>Текстове поле</b>	Text1	Name Text	TxtX0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text2	Name Text	TxtXK порожнє поле

## Продовження таблиці 4.2

1	2	3	4
Текстове поле	Text3	Name Text MultiLine ScrollBars	Txtn порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text4	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtПРЯМ порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text5	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtТРАП порожнє поле True 2-Vertical
Текстове поле	Text6	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtСИМП порожнє поле True 2-Vertical
Командна кнопка	Command 1	Name Caption	CmdВВЕД Введення інтервалу
Командна кнопка	Command 2	Name Caption	Cmd_N Введення кількості точок
Командна кнопка	Command 3	Name Caption	CmdПРЯМ Прямокутники
Командна кнопка	Command 4	Name Caption	CmdТРАП Трапеції
Командна кнопка	Command 5	Name Caption	CmdСИМП Симпсон
Командна кнопка	Command 6	Name Caption	CmdВИХІД ВИХІД

### *Програмний код*

Option Explicit

Dim a As Single, b As Single, h As Single

Dim x0 As String, xk As String, str\_n As String

Dim n As Long

Dim x As Single, s As Single, d As Single

### **Private Sub Form\_Load()**

TxtX0.Text = ""

TxtXK.Text = ""

Txtn.Text = ""

TxtПРЯМ.Text = ""

TxtТРАП.Text = ""

TxtСИМП.Text = ""

**End Sub**

**Private Sub CmdВВЕД\_Click()**

TxtX0.Text = ""

TxtXK.Text = ""

x0 = InputBox("задайте початок інтервалу", "Введення x0")

xk = InputBox("задайте кінець інтервалу", "Введення xk")

TxtX0.Text = x0

TxtXK.Text = xk

**End Sub****Private Sub Cmd\_N\_Click()**

str\_n = InputBox("задайте кількість точок", "Введення кількості точок")

n = Val(str\_n)

Txtn.Text = Txtn.Text + str\_n + Chr(13) + Chr(10)

**End Sub****Private Sub CmdВИХІД\_Click()**

End

**End Sub****Function f(x)**

*' ЗАПИШІТЬ ІНДИВІДУАЛЬНУ ФУНКЦІЮ*

f =

**End Function****Private Sub CmdПРЯМ\_Click()**

a = Val(x0)

b = Val(xk)

h = (b - a) / n

s = 0: x = a:

Do While x < b

s = s + f(x)

x = x + h

Loop

d = h \* s

TxtПРЯМ = TxtПРЯМ + Str(d) + Chr(13) + Chr(10)

**End Sub**

### **Private Sub CmdТРАП\_Click()**

a = Val(x0)

b = Val(xk)

h = (b - a) / n

s = 0: x = a + h

Do While x < b

s = s + f(x)

x = x + h

Loop

d = h \* ((f(a) + f(b)) / 2 + s):

TxtТРАП = TxtТРАП + Str(d) + Chr(13) + Chr(10)

**End Sub**

### **Private Sub CmdСИМП\_Click()**

Dim s1 As Single, s2 As Single, z As Single

a = Val(x0)

b = Val(xk)

h = (b - a) / n

s1 = 0: s2 = 0

x = a + h: z = a + 2 \* h

Do While x < b

s1 = s1 + f(x)

s2 = s2 + f(z)

x = x + 2 \* h

z = z + 2 \* h

Loop

d = h \* (f(a) + f(b) + 2 \* s1 + 4 \* s2) / 3

TxtСИМП = TxtСИМП + Str(d) + Chr(13) + Chr(10)

**End Sub**

## **Робота 5**

**Моделювання динамічних процесів. Чисельні методи розв'язання звичайних диференційних рівнянь**

### **1 Контрольні запитання**

1.1 Пояснити поняття “динамічна система”.

1.2 Пояснити поняття “детермінована динамічна система”.

1.3 Навести приклади динамічних систем.

1.4 Які ви знаєте типи задач, розв'язання яких моделює поведінку динамічних систем?

1.5 Що являє собою результат чисельного розв'язання диференційного рівняння?

1.6 Коли слід використовувати аналітичні, а коли чисельні методи розв'язання задачі Коші?

1.7 Через що виникає похибка при розв'язанні звичайного диференційного рівняння (ЗДР) методом Ейлера?

1.8 Яка похибка методів Ейлера і Рунге-Кутта?

## 2 Завдання

2.1 Розробити проект, що містить форму з елементами управління (таблиця 5.1) та програмні коди у вигляді процедур для методу:

- Рунге-Кутта для ЗДР;
- Ейлера для системи ЗДР.

2.2 Записати в таблицю результати моделювання.

2.3 Побудувати в Ексел графік функції  $y(x)$ , отриманої в результаті використання методу Рунге-Кутта (рисунок 5.1) та функцій  $y(x)$ ,  $z(x)$ , отриманих в результаті використання методу Ейлера (рисунок 5.2) з індивідуального завдання.

### Метод Рунге-Кутта

<b>x</b>																					
<b>y</b>																					

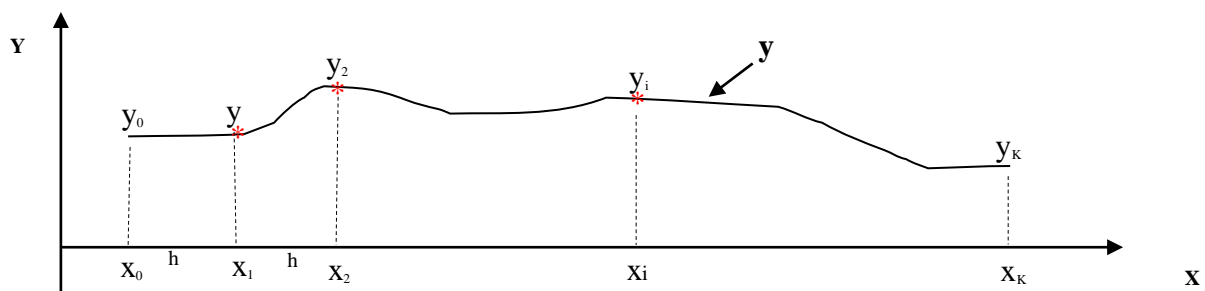


Рисунок 5.1 – Приблизний графік, що ілюструє розв'язання ЗДР методом Рунге-Кутта

## Метод Ейлера

<b>X</b>											
<b>Y</b>											
<b>Z</b>											

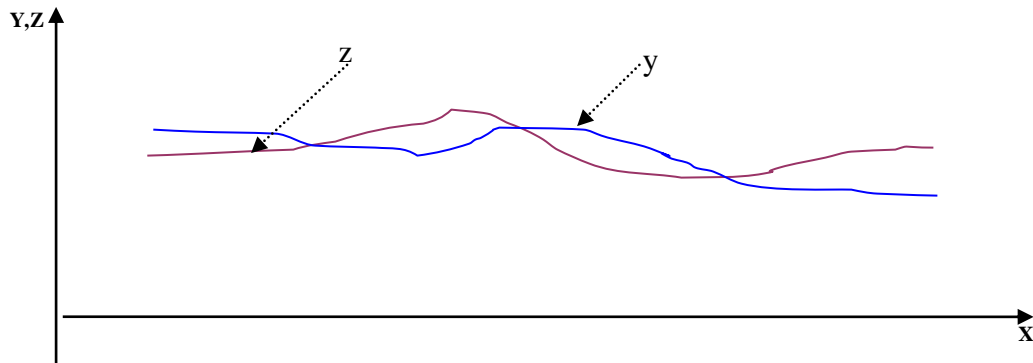


Рисунок 5.2 – Приблизний графік, що ілюструє розв'язання системи ЗДР методом Ейлера

### 3 Допоміжні відомості

**Вирішення диф. рівнянь**

Метод Рунге-Кутта

початкові умови

X0: 1    Xk: 4    Y0: 1    H: 0.5

Результати вирішення диф. рівняння методом Рунге-Кутта

X	Y
1.5	1.35
2	1.21
2.5	.88
3	.81
3.5	1.11

---

Метод Ейлера

Початкові умови

X0: 1    N: 6    Y0: 1    Z0: 1    H: 0.5

Результати вирішення системи диф. рівнянь методом Ейлера

X	Y	Z
2.5	1.5	4.44
3	2.25	5.81

ВИХІД

Рисунок 5.3 – Приклад форми з елементами управління для розв'язання ЗДР методом Рунге-Кутта та системи ЗДР методом Ейлера

Таблиця 5.1 – Властивості форми та елементів управління для розв’язання ЗДР методом Рунге-Кутта та системи ЗДР методом Ейлера

Об’єкт	Ім’я об’єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	FrmДиф_РІВ Розв’язання диф.рівнянь
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 Початкові умови
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 X0
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 XK
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 Y0
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label5 H
<b>Мітка</b>	Label6	Name Caption	Label6 Результати розв’язання системи диф. рівнянь методом Рунге-Кутта
<b>Мітка</b>	Label7	Name Caption	Label7 X
<b>Мітка</b>	Label8	Name Caption	Label8 Y
<b>Мітка</b>	Label9	Name Caption	Label9 Початкові умови
<b>Мітка</b>	Label10	Name Caption	Label10 X0
<b>Мітка</b>	Label11	Name Caption	Label11 N
<b>Мітка</b>	Label12	Name Caption	Label12 Y0
<b>Мітка</b>	Label13	Name Caption	Label13 Z0
<b>Мітка</b>	Label14	Name Caption	Label14 H
<b>Мітка</b>	Label15	Name Caption	Label15 Результати розв’язання системи диф. рівнянь методом Ейлера
<b>Мітка</b>	Label16	Name Caption	Label16 X
<b>Мітка</b>	Label17	Name Caption	Label17 Y



## Продовження таблиці 5.1

1	2	3	4
<b>Мітка</b>	Label18	Name Caption	Label18 Z
<b>Текстове поле</b>	Text1	Name Text	TxtRK_X0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text2	Name Text	TxtRK_XK порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text3	Name Text	TxtRK_Y0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text4	Name Text	TxtRK_H порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text5	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtRK_X порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text6	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtRK_Y порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text7	Name Text	TxtE_X0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text8	Name Text	TxtE_N порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text9	Name Text	TxtE_Y0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text10	Name Text	TxtE_Z0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text11	Name Text	TxtE_H Порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text12	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtE_X порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text12	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtE_Y порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text12	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtE_Z порожнє поле True 2-Vertical
<b>Командна кнопка</b>	Command 1	Name Caption	CmdRK Метод Рунге-Кутта
<b>Командна кнопка</b>	Command2	Name Caption	CmdE Метод Ейлера
<b>Командна кнопка</b>	Command3	Name Caption	CmdВИХІД ВИХІД

## *Програмний код*

```
Option Explicit
Dim x As Single, y As Single, z As Single, h As Single
Dim x0 As Single, xk As Single, y0 As Single, z0 As Single
Dim str_h As String, str_N As String
Dim str_x0 As String, str_xk As String, str_y0 As String, str_z0 As String
Dim i As Integer
Dim N As Integer
```

### **Function f1(x, y, z)**

*'ЗАПИШІТЬ ІНДИВІДУАЛЬНУ ФУНКЦІЮ*

f1 =

**End Function**

### **Function f2(x, y, z)**

*'ЗАПИШІТЬ ІНДИВІДУАЛЬНУ ФУНКЦІЮ*

f2 =

**End Function**

### **Function f(x, y)**

*'ЗАПИШІТЬ ІНДИВІДУАЛЬНУ ФУНКЦІЮ*

f =

**End Function**

### **Private Sub CmdE\_Click()**

```
str_x0 = InputBox("задайте початок інтервалу", "Введення x0")
TxtE_X0.Text = str_x0
x0 = Val(str_x0)
str_y0 = InputBox("задайте початкове значення y0 ", "Введення y0")
TxtE_Y0.Text = str_y0
y0 = Val(str_y0)
str_z0 = InputBox("задайте початкове значення z0 ", "Введення z0")
TxtE_Z0.Text = str_z0
z0 = Val(str_z0)
```

```

    str_N = InputBox("задайте кількість розрахункових точок",
"Введення N")
    TxtE_N.Text = str_N
    N = Val(str_N)
    str_h = InputBox("задайте крок", "Введення значення кроку")
    TxtE_H.Text = str_h
    h = Val(str_h)
    x = x0: y = y0: z = z0
    xk = (N - 1) * h + x0
Do
    y = y + h * f1(x, y, z)
    z = z + h * f2(x, y, z)
    x = x + h
    TxtE_X.Text = TxtE_X.Text + Str(x) + Chr(13) + Chr(10)
    TxtE_Y.Text = TxtE_Y.Text + Str(Round(y, 2)) + Chr(13) + Chr(10)
    TxtE_Z.Text = TxtE_Z.Text + Str(Round(z, 2)) + Chr(13) + Chr(10)
Loop While x <= xk
End Sub

```

### **Private Sub CmdRK\_Click()**

```

Dim K1 As Single, K2 As Single, K3 As Single, K4 As Single
    str_x0 = InputBox("задайте початок інтервалу", "Введення x0")
    TxtRK_X0.Text = str_x0
    str_xk = InputBox("задайте кінець інтервалу", "Введення xk")
    TxtRK_XK.Text = str_xk
    str_y0 = InputBox("задайте початкове значення y0 ", "Введення
y0")
    TxtRK_Y0.Text = str_y0
    str_h = InputBox("задайте крок", "Введення значення кроку")
    TxtRK_H.Text = str_h
    h = Val(str_h): xk = Val(str_xk)
    x = Val(str_x0): y = Val(str_y0)
Do
    K1 = h * f(x, y)
    K2 = h * f(x + h / 2, y + K1 / 2)
    K3 = h * f(x + h / 2, y + K2 / 2)
    K4 = h * f(x + h, y + K3)
    y = y + (K1 + 2 * K2 + 2 * K3 + K4) / 6

```

```
x = x + h
TxtRK_X.Text = TxtRK_X.Text + Str(x) + Chr(13) + Chr(10)
TxtRK_Y.Text = TxtRK_Y.Text + Str(Round(y, 2)) + Chr(13) +
Chr(10)
Loop While x < xk
End Sub
```

```
Private Sub CmdВІХІД_Click()
End
End Sub
```

```
Private Sub Form_Load()
TxtRK_X0.Text = ""
TxtRK_XK.Text = ""
TxtRK_Y0.Text = ""
TxtRK_H.Text = ""
TxtRK_X.Text = ""
TxtRK_Y.Text = ""
TxtE_X0.Text = ""
TxtE_N.Text = ""
TxtE_Y0.Text = ""
TxtE_Z0.Text = ""
TxtE_H.Text = ""
TxtE_X.Text = ""
TxtE_Y.Text = ""
TxtE_Z.Text = ""
End Sub
```

## **Робота 6**

**Метод золотого перерізу для розв'язання задач  
однопараметричної оптимізації**

### **1 Контрольні запитання**

- 1.1 Що таке локальний і глобальний екстремуми функції?
- 1.2 У чому переваги методу золотого перерізу?
- 1.3 У чому недолік методу золотого перерізу?

1.4 В якому співвідношенні точка золотого перерізу розподілює відрізок, на якому шукаємо екстремум?

1.5 Який алгоритм (формула) одержання чисел Фібоначчі? Запишіть перші десять чисел.

1.6 Як пов'язані між собою кількість ітерацій і точність обчислення значень цільової функції?

## 2 Завдання

2.1 Розробити проект, який містить форму з елементами управління (таблиця 6.1, рисунок 6.2) та програмний код у вигляді процедур, що реалізує метод золотого перерізу.

2.2 Виконати за допомогою розробленої моделі необхідні розрахунки.

2.3 Варіюючи точністю обчислень значень цільової функції, дослідити залежність кількості ітерацій від точності та занести їх в таблицю.

Залежність кількості ітерацій  $N$  від точності обчислень  $E$

$E$	0.001	0.0001	0.00001	0.000001
$N$				

2.4 Побудувати графік залежності кількості ітерацій від точності обчислень та відмітити на ньому точки MIN та MAX (рисунок 6.1).

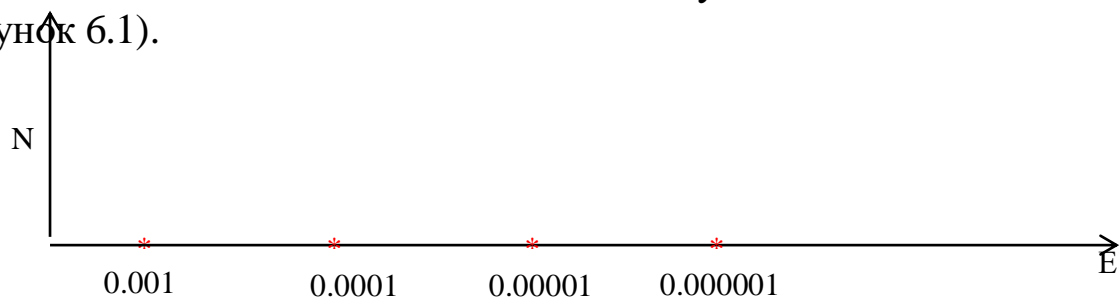


Рисунок 6.1 – Координатні осі для побудови графіка залежності кількості ітерацій від точності обчислень

### 3 Допоміжні відомості

Екстремум функції 1 змінної

шукаємо екстремум на інтервалі з точністю

ВВЕДЕННЯ    -5    5    0.0001

підінтервал X    відповідні Y

MAX

MIN

Max та аргумент при MAX    Min та аргумент при Min    Кількість ітерацій

32 5    -4 -1    48

ВИХІД

Рисунок 6.2 – Приклад форми з елементами управління для обчислення екстремумів функції однієї змінної методом золотого перерізу

Таблиця 6.1 – Властивості форми та елементів управління для обчислення екстремумів функції однієї змінної методом золотого перерізу

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	FrmЗолотий_переріз Екстремум функції однієї змінної

Продовження таблиці 6.1

1	2	3	4
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 шукаємо екстремум на інтервалі з точністю
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 підінтервал X
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 підінтервал Y
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 Max та аргумент при MAX
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label5 Min та аргумент при Min
<b>Мітка</b>	Label6	Name Caption	Label6 Кількість ітерацій
<b>Текстове поле</b>	Text1	Name Text	TxtX0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text2	Name Text	TxtXK порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text3	Name Text	TxtEPS порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text4	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtX порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text5	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtY порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text6	Name Text	TxtMAX порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text7	Name Text	TxtMIN порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text8	Name Text	Txt_nITER порожнє поле
<b>Командна кнопка</b>	Command 1	Name Caption	CmdВВЕД ВВЕДЕННЯ
<b>Командна кнопка</b>	Command 2	Name Caption	CmdMAX MAX
<b>Командна кнопка</b>	Command 3	Name Caption	CmdMIN MIN
<b>Командна кнопка</b>	Command 4	Name Caption	CmdВИХІД ВИХІД

### ***Програмний код***

```
Option Explicit
Dim a As Single, b As Single
Dim x0 As String, xk As String
Dim str_eps As String
Dim n As Integer
Dim eps As Single, xr As Single
Dim t As Single
Dim x1 As Single, x2 As Single
Dim y1 As Single, y2 As Single
```

### **Function fc(x)**

*'ЗАПИШИТЬ ИНДИВИДУАЛЬНУ ФУНКЦИЮ*

fc =

**End Function**

### **Private Sub CmdMAX\_Click()**

```
TxtX.Text = ""
TxtY.Text = ""
a = Val(x0)
b = Val(xk)
eps = Val(str_eps)
t = 0.618034
x1 = b - (b - a) * t
x2 = a + (b - a) * t
y1 = fc(x1)
y2 = fc(x2)
Do While b - a > eps
n = n + 1
If y1 < y2 Then
a = x1
x1 = x2
y1 = y2
x2 = a + (b - a) * t
y2 = fc(x2)
Else
b = x2
x2 = x1
```



```

y2 = y1
x1 = b - (b - a) * t
y1 = fc(x1)
End If
TxtX.Text = TxtX.Text + Str(x1) + " " + Str(x2) + Chr(13) + Chr(10)
TxtY.Text = TxtY.Text + Str(y1) + " " + Str(y2) + Chr(13) + Chr(10)
Loop
xr = (a + b) / 2
TxtMAX.Text = Str(Round(fc(xr), 2)) + " " + Str(Round(xr, 2))
Txt_nITEP = Str(n)
End Sub

```

### **Private Sub CmdMIN\_Click()**

```

TxtX.Text = ""
TxtY.Text = ""
a = Val(x0)
b = Val(xk)
eps = Val(str_eps)
t = 0.618034
x1 = b - (b - a) * t
x2 = a + (b - a) * t
y1 = fc(x1)
y2 = fc(x2)
Do While b - a > eps
n = n + 1
If y1 > y2 Then
a = x1
x1 = x2
y1 = y2
x2 = a + (b - a) * t
y2 = fc(x2)
Else
b = x2
x2 = x1
y2 = y1
x1 = b - (b - a) * t
y1 = fc(x1)
End If

```

```
TxtX.Text = TxtX.Text + Str(x1) + " " + Str(x2) + Chr(13) + Chr(10)
TxtY.Text = TxtY.Text + Str(y1) + " " + Str(y2) + Chr(13) + Chr(10)
Loop
xr = (a + b) / 2
TxtMIN.Text = Str(Round(fc(xr), 2)) + " " + Str(Round(xr, 2))
Txt_nИТЕР = Str(n)
End Sub
```

#### **Private Sub CmdBBED\_Click()**

```
TxtX0.Text = ""
TxtXK.Text = ""
TxtEPS.Text = ""
TxtX.Text = ""
TxtY.Text = ""
TxtMAX.Text = ""
TxtMIN.Text = ""
Txt_nИТЕР.Text = ""
x0 = InputBox("задайте початок інтервалу", "Введення x0")
xk = InputBox("задайте кінець інтервалу", "Введення xk")
str_eps = InputBox("задайте точність", "Введення точності")
TxtX0.Text = x0
TxtXK.Text = xk
TxtEPS.Text = str_eps
End Sub
```

#### **Private Sub CmdВИХІД\_Click()**

```
End
End Sub
```

## Робота 7

### Метод Монте-Карло для розв'язання задач однопараметричної оптимізації

#### 1 Контрольні запитання

1.1 Що є результатом розв'язання статичної оптимізаційної задачі?

1.2 Які числа виробляє генератор псевдовипадкових чисел **RND**?

1.3 Який вигляд має формула для генерування псевдовипадкових дійсних чисел  $x$  у діапазоні  $[a, b]$ ?

1.4 В чому переваги методу випадкового пошуку?

1.5 В чому недоліки методу випадкового пошуку?

1.6 Від чого залежить точність обчислення оптимального значення цільової функції для методу випадкового пошуку?

1.7 Що значить протабулювати функцію у заданому діапазоні?

1.8 Що являють собою проектні параметри в задачах оптимізації?

1.9 Що являє собою цільова функція?

#### 2 Завдання

2.1 Розробіть проект згідно з наведеним алгоритмом (рисунок 7.2):

- спроектуйте форму проекту;
- розмістіть на ній необхідні елементи управління;
- задайте властивості об'єктів;
- напишіть відповідні коди;
- налагодіть проект.

*Як шаблон можна взяти проект роботи 6 і виконати необхідні зміни інтерфейсу та програмного коду.*

2.2 Імпортуйте графік функції  $F(x)$  зі звіту роботи 6.

2.3 Перевірте роботу проекту для усіх значень  $N$  з індивідуального завдання.

2.4 За результатами машинного табулювання побудуйте графіки залежності Max та Min від значення  $N$  (таблиця 7.1, рисунок 7.1).

2.5 Зробіть письмові висновки стосовно порівняння результатів моделювання для різних значень  $N$ .

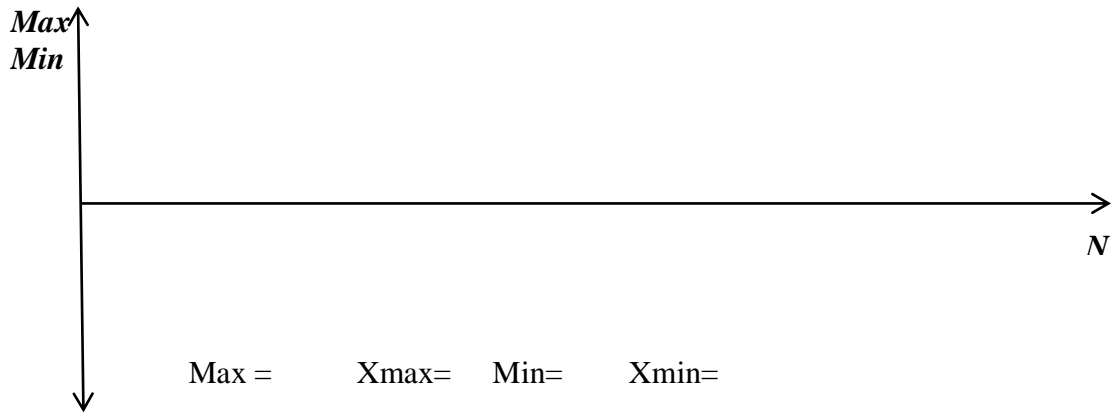


Рисунок 7.1 – Координатні вісі для графіка та таблиця результатів дослідження за методом випадкового пошуку (Монте – Карло)

Таблиця 7.1

N														
Max														
Xmax														
Min														
Xmin														

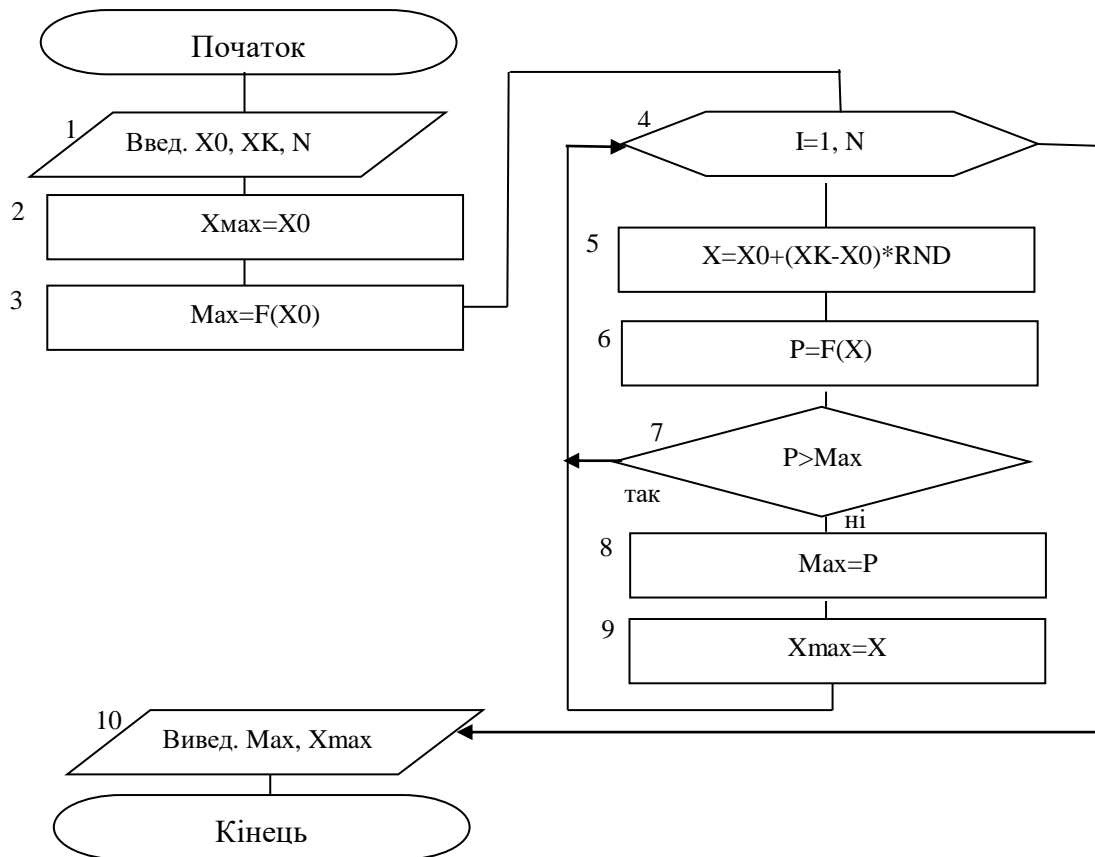


Рисунок 7.2 – Схема алгоритму методу випадкового пошуку (Монте – Карло)

## Робота 8

### Метод покоординатного спуску для розв'язання задач багатопараметричної оптимізації

#### 1 Контрольні запитання

- 1.1 Що називають багатопараметричною оптимізацією?
- 1.2 Як використовуються методи однопараметричної оптимізації для здійснення багатопараметричної оптимізації?
- 1.3 Чому метод покоординатного спуску має таку назву?
- 1.4 В чому суть методу простого сканування, який застосовують при реалізації пошуку оптимуму за методом покоординатного спуску?
- 1.5 Як можна графічно зобразити область пошуку екстремуму функції двох змінних?
- 1.6 Перелічіть критерії, за якими можна припиняти обчислення при застосуванні методів багатопараметричної оптимізації.
- 1.7 Від чого залежить вибір значення кроку зміни  $x$  та  $y$  при пошуку екстремуму функції двох змінних?

#### 2 Завдання

- 2.1 Побудувати графік цільової функції.

##### Побудова графіка в Excel

1 Завантажити Excel і протабулювати функцію двох змінних відповідно до умови індивідуального завдання (див. рисунок 8.2). Варіант індивідуального завдання містить три діапазони зміни  $x$  та  $y$ , кожна пара значень записана в таблиці в одному рядку. Крок зміни  $x$  та  $y$  обрати самостійно.

2 В комірці **B2** записати формулу для розрахунку значення функції відповідно до умови індивідуального завдання (див. рисунок 8.2).

3 Використовуючи маркер автозаповнення, розповсюдити формулу на всі комірки таблиці.

4 Виділити отримані розраховані дані.

5 Вибрати пункт головного меню **Вставка** → **Другие диаграммы** → **Поверхность**.

6 Навести курсор на горизонтальну вісь. Побачимо напис: **Горизонтальная ось (категорий)**. Виділити рядок горизонтальних підписів, для чого натиснути праву кнопку на відповідній області та обрати з меню, що відкрилося, опцію **Подписи горизонтальной оси → Изменить**.

7 У вікні, що розкрилося, у рядок «діапазон» увести адреси значень  $x$ , виділивши їх у таблиці. Якщо необхідно, за допомогою контекстного меню осі діаграми командою **Формат осі** задати розміщення та розмір тексту підписів осі.

8 В Навести курсор на вісь  $y$ . Побачимо напис: **Ось Z (рядов значений)**. Виділити рядок підписів осі  $y$ , для чого натиснути праву кнопку на відповідній області та обрати з меню, що відкрилося, опцію **Выбрать данные**.

9 У вікні **Элементы легенды** обираємо **Ряд1 → Изменить**.

10 У вікні, що розкрилося, **Изменение ряда** у рядок **Имя ряда** вводим заголовок першого стовбця значень функції (1 для наведеного прикладу).

11 Далі змінюємо усі написи, що містять слово **Ряд**, на відповідні заголовки стовбців. Зауважимо, що кількість написів залежить від розміру області діаграми та шрифту.

2.2 Розробити проект, що містить форму з елементами управління (таблиця 8.1, рисунок 8.1) та програмний код у вигляді процедур для методу покоординатного спуску.

2.3 Шляхом дослідження відповідної цільової функції розв'язати задачу згідно з умовою та значеннями параметрів варіанта індивідуального завдання. Результат обґрунтувати.

*При дослідженні цільової функції дотримуватися такої схеми дій:*

1) розбити область існування цільової функції на прямокутні фрагменти, які задаються двома границями діапазону зміни кожного вхідного параметра. Далі усі ці прямокутні фрагменти досліджувати окремо;

2) для кожної прямокутної області проектної площини використовувати як початкові точки ліву нижню границю фрагмента.

3) результати кожного дослідження з усіма відмітками про умови та значення параметрів заносити до відповідних граф спеціальної таблиці 8.2.

### 3 Допоміжні відомості

Рисунок 8.1 - Приклад форми з елементами управління для обчислення екстремумів функції двох змінних методом покоординатного спуску

Таблиця 8.1 – Властивості форми та елементів управління проекту для обчислення екстремумів функції двох змінних методом покоординатного спуску

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	Frm_2_вим_оптимізація Екстремум функції 2 змінних
<b>Перемикач</b>	OptionButton1	Name Caption	Option1 порівняння значень аргументу
<b>Перемикач</b>	OptionButton2	Name Caption	Option2 порівняння значень функції

## Продовження таблиці 8.1

1	2	3	4
<b>Перемикач</b>	OptionButton3	Name Caption	Option2 за кількістю ітерацій
<b>Контейнер</b>	Frame	Name Caption	Frame1 Оберіть критерій закінчення пошуку
<b>Мітка</b>	Label1	Name Caption	Label1 шукаємо екстремум на інтервалах
<b>Мітка</b>	Label2	Name Caption	Label2 Крок
<b>Мітка</b>	Label3	Name Caption	Label3 Точність
<b>Мітка</b>	Label4	Name Caption	Label4 X
<b>Мітка</b>	Label5	Name Caption	Label5 Y
<b>Мітка</b>	Label6	Name Caption	Label6 Кількість ітерацій Max
<b>Мітка</b>	Label7	Name Caption	Label7 Max
<b>Мітка</b>	Label8	Name Caption	Label8 Xmax
<b>Мітка</b>	Label9	Name Caption	Label9 Ymax
<b>Мітка</b>	Label10	Name Caption	Label10 Кількість ітерацій Min
<b>Мітка</b>	Label11	Name Caption	Label11 Min
<b>Мітка</b>	Label12	Name Caption	Label12 Xmin
<b>Мітка</b>	Label13	Name Caption	Label13 Ymin
<b>Текстове поле</b>	Text1	Name Text	TxtH порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text2	Name Text	TxtEPS порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text3	Name Text	TxtX0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text4	Name Text	TxtXK порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text5	Name Text	TxtY0 порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text6	Name Text	TxtYK порожнє поле
<b>Текстове поле</b>	Text7	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtNMAX порожнє поле True 2-Vertical



## Продовження таблиці 8.1

1	2	3	4
<b>Текстове поле</b>	Text8	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtMAX порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text9	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtXmax порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text10	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtYmax порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text11	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtNMIN порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text12	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtMIN порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text13	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtXmin порожнє поле True 2-Vertical
<b>Текстове поле</b>	Text14	Name Text MultiLine ScrollBars	TxtYmin порожнє поле True 2-Vertical
<b>Командна кнопка</b>	Command 1	Name Caption	CmdВВЕД ВВЕДЕННЯ
<b>Командна кнопка</b>	Command 2	Name Caption	CmdВИХІД ВИХІД
<b>Командна кнопка</b>	Command 3	Name Caption	CmdCLS ОЧИСТИТИ
<b>Командна кнопка</b>	Command 4	Name Caption	CmdMAX MAX
<b>Командна кнопка</b>	Command 5	Name Caption	CmdMIN MIN

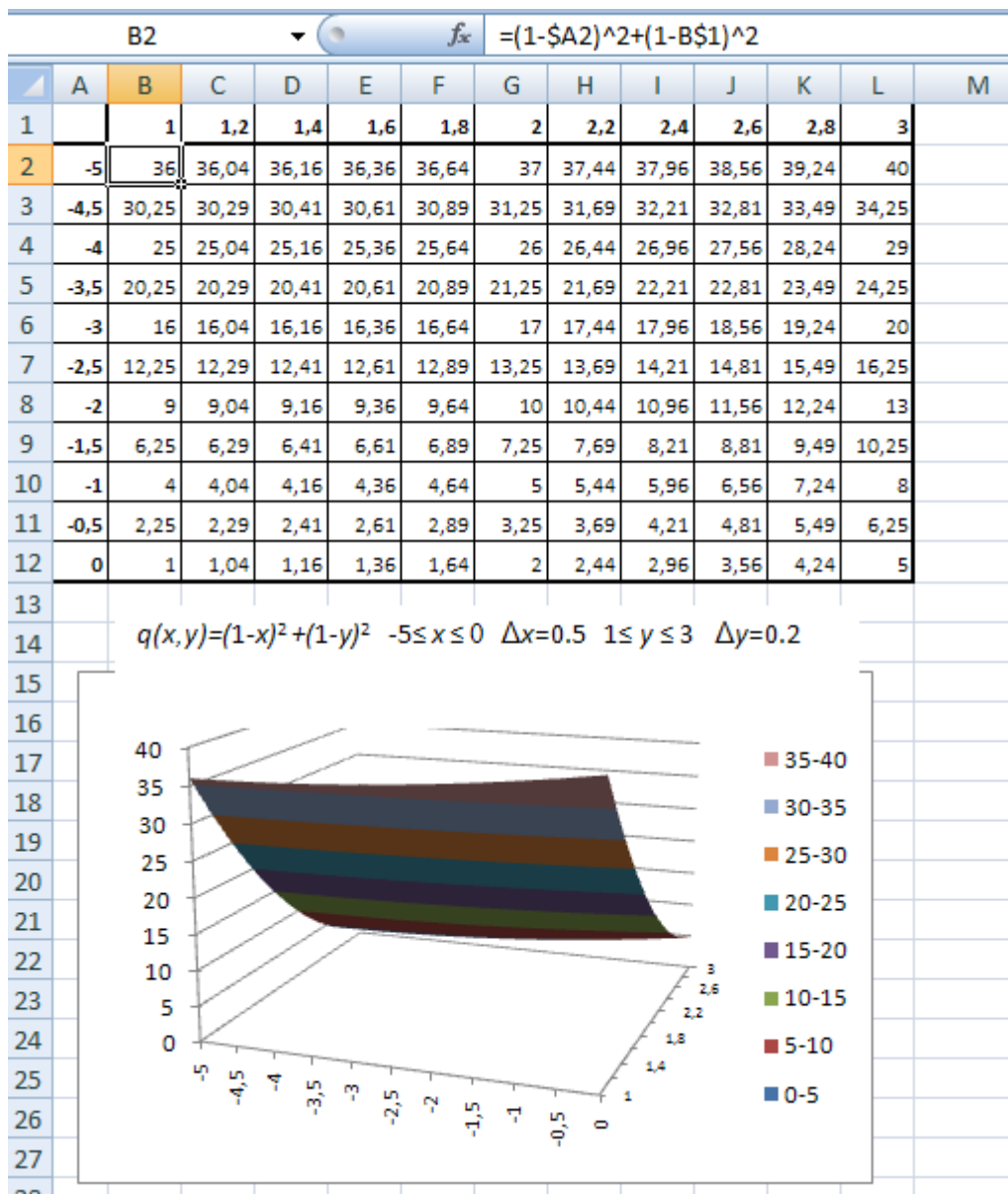


Рисунок 8.2 – Приклад побудови графіка цільової функції двох змінних

### Програмний код

Option Explicit

Dim str\_x0 As String, str\_xk As String

Dim str\_y0 As String, str\_yk As String

Dim str\_h As String, str\_eps As String, str\_n As String

Dim x0 As Double, xk As Double

Dim y0 As Double, yk As Double

Dim h As Double, eps As Double

Dim x As Double, y As Double

```
Dim A As Double, B As Double
Dim xs As Double, ys As Double
Dim nk As Double, vk As Double
Dim i As Double
```

```
Dim j As Long, n As Long
Dim m As Long, s As Long, ind As Integer
```

```
Function q(x, y)
```

```
    'ЗАПИШИТЬ ИНДИВИДУАЛЬНУ ФУНКЦИЮ
```

```
    q =
```

```
End Function
```

```
Private Sub CmdMAX_Click()
```

```
s = 0
```

```
ind = 0
```

```
If Option1.Value = True Then
```

```
    str_n = InputBox("задайте припустиму кількість ітерацій",  
"Введення n")
```

```
    n = Val(str_n)
```

```
    ind = 1
```

```
ElseIf Option2.Value = True Then
```

```
    ind = 2
```

```
ElseIf Option3.Value = True Then
```

```
    ind = 3
```

```
End If
```

```
m = 0
```

```
A = 0
```

```
B = q(x0, y0)
```

```
x = x0: y = y0
```

```
povtor:
```

```
    A = B
```

```
    For j = 1 To 2
```

```
        Call qmax(j, B)
```

```
    Next j
```

```
        m = m + 1
```

```
If ind = 1 And m > n Then
```

```

GoTo vuvod
ElseIf ind = 2 And Abs(A - B) < eps Then
    GoTo vuvod
ElseIf ind = 3 And Sqr((x - xs) ^ 2 + (y - ys) ^ 2) < eps Then
    GoTo vuvod
Else
    GoTo povtor
End If

```

vuvod:

```

TxtMAX.Text = TxtMAX.Text + Str(Round(q(x, y), 2)) + Chr(13) +
Chr(10)
TxtXmax.Text = TxtXmax.Text + Str(Round(x, 2)) + Chr(13) +
Chr(10)
TxtYmax.Text = TxtYmax.Text + Str(Round(y, 2)) + Chr(13) +
Chr(10)
TxtNMAX.Text = TxtNMAX.Text + Str(m) + Space(3) + Str(s) +
Chr(13) + Chr(10)

```

```

MsgBox "Зробіть ОЧИЩЕННЯ та ЗАДАЙТЕ дані!", 0 + 48,
"Повторний експеримент!!!"
End Sub

```

**Private Sub qmax(j, B)**

```

If j = 1 Then nk = x0: vk = xk Else nk = y0: vk = yk
xs = x: ys = y
For i = nk To vk Step h
    If j = 1 Then x = i Else y = i
    s = s + 1
    If q(x, y) > B Then
        B = q(x, y)
        If j = 1 Then xs = x Else ys = y
    End If
Next i
If j = 1 Then x = xs Else y = ys

```

### **Private Sub CmdMIN\_Click()**

s = 0

ind = 0

If Option1.Value = True Then

    str\_n = InputBox("задайте припустиму кількість ітерацій",  
"Введення n")

    n = Val(str\_n)

    ind = 1

ElseIf Option2.Value = True Then

    ind = 2

ElseIf Option3.Value = True Then

    ind = 3

End If

m = 0

A = 0

B = q(x0, y0)

x = x0: y = y0

povtor:

    A = B

    For j = 1 To 2

        Call qmin(j, B)

    Next j

    m = m + 1

    Print x, y, B

If ind = 1 And m > n Then

    GoTo vuvod

ElseIf ind = 2 And Abs(A - B) < eps Then

    GoTo vuvod

ElseIf ind = 3 And Sqr((x - xs) ^ 2 + (y - ys) ^ 2) < eps Then

    GoTo vuvod

Else

    GoTo povtor

End If

vuvod:

```
TxtMIN.Text = TxtMIN.Text + Str(Round(q(x, y), 2)) + Chr(13) +  
+Chr(10)
```

```
TxtXmin.Text = TxtXmin.Text + Str(Round(x, 2)) + Chr(13) +  
+Chr(10)
```

```
TxtYmin.Text = TxtYmin.Text + Str(Round(y, 2)) + Chr(13) +  
+Chr(10)
```

```
TxtNMIN.Text = TxtNMIN.Text + Str(m) + Space(3) + Str(s) +  
+Chr(13) + Chr(10)
```

```
MsgBox "Зробіть ОЧИЩЕННЯ та ЗАДАЙТЕ дані!", 0 + 48,  
"Повторний експеримент!!!"
```

**End Sub**

**Private Sub qmin(j, B)**

```
If j = 1 Then nk = x0: vk = xk Else nk = y0: vk = yk
```

```
xs = x: ys = y
```

```
For i = nk To vk Step h
```

```
    If j = 1 Then x = i Else y = i
```

```
    s = s + 1
```

```
    If q(x, y) < B Then
```

```
        B = q(x, y)
```

```
        If j = 1 Then xs = x Else ys = y
```

```
    End If
```

```
Next i
```

```
If j = 1 Then x = xs Else y = ys
```

**End Sub**

**Private Sub CmdBBED\_Click()**

```
    str_x0 = InputBox("задайте початок інтервалу за x ", "Введення  
x0")
```

```
    str_xk = InputBox("задайте кінець інтервалу за x", "Введення  
xk")
```

```
    str_y0 = InputBox("задайте початок інтервалу за y", "Введення  
y0")
```

```
    str_yk = InputBox("задайте кінець інтервалу за y", "Введення  
yk")
```

```
str_h = InputBox("задайте крок", "Введення кроку h")  
str_eps = InputBox("задайте точність", "Введення точності eps")
```

```
MsgBox "Спочатку оберіть критерій!", 0 + 48, "УВАГА!!!"
```

```
TxtX0.Text = str_x0  
TxtXK.Text = str_xk  
TxtY0.Text = str_y0  
TxtYK.Text = str_yk  
TxtEPS.Text = str_eps  
TxtH.Text = str_h
```

```
x0 = Val(str_x0)  
xk = Val(str_xk)  
y0 = Val(str_y0)  
yk = Val(str_yk)  
h = Val(str_h)  
eps = Val(str_eps)
```

**End Sub**

**Private Sub CmdCLS\_Click()**

```
TxtX0.Text = ""  
TxtXK.Text = ""  
TxtEPS.Text = ""  
TxtY0.Text = ""  
TxtYK.Text = ""  
TxtH.Text = ""
```

```
Option1.Value = False  
Option2.Value = False  
Option3.Value = False
```

**End Sub**

**Private Sub CmdВихід\_Click()**

```
End
```

**End Sub**

Таблиця 8.2 – Дані про здійснення процедур пошуку оптимуму для заданої цільової функції  $q(x, y)$

№	Діапазон зміни $x$	Діапазон зміни $y$	Крок досл.	Початкова точка $(x, y)$	Умова зупинки	Оптимум	Коорд-ти оптимуму	Кільк. ітерацій	Кільк.обч. функції
1	3	4	5	6	7	8	9	10	11

## Робота 9

### Моделювання процесів пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування

#### 1 Контрольні запитання

1.1 Дайте визначення однокрокового та багатокрокового процесів прийняття рішення.

1.2 Для розв'язання яких задач застосовується метод динамічного програмування?

1.3 Стисло описати алгоритм пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування.

1.4 Як задаються вартості проміжних шляхів на графі?

1.5 Який шлях називають найкоротшим?

#### 2 Завдання

2.1 Намалювати граф-схему, що відповідає наведеному в п. 3 прикладу.

2.2 Спроекувати форму з елементами управління п. 3 (рисунок 9.2, таблиця 9.1).



2.3 Формі та елементам управління задати відповідні властивості у процесі проектування.

2.4 Розробити програмний код, що реалізує пошук оптимального рішення методом динамічного програмування.

2.5 Використовуючи розроблений проект, визначити шлях найменшої вартості для прикладу п. 3. Отриманий шлях внести до граф-схеми.

2.6 Намалювати граф-схему відповідно до індивідуального завдання.

2.7 Визначити шлях найменшої вартості для індивідуального завдання. Отриманий шлях внести до граф-схеми.

2.8 Задати в проекті всі однакові вартості. Зробити розрахунки та обґрунтувати отриманий результат.

2.9 Змінити одну з вартостей у деякому діапазоні, наприклад, від 1 до 5 із кроком 1 (інші вартості зафіксуйте). Обґрунтувати отриманий результат.

### **3 Приклад реалізації моделі пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування**

Для забезпечення надійної експлуатації виробу в цеху поряд з іншими видами робіт необхідно здійснити певні заходи двох видів. Першого *виду* – 4; заходів другого *виду* – 3.

**Необхідно визначити послідовність реалізації заходів, при якій задана надійність буде досягнута з мінімальними витратами.**

Оскільки задача двохпараметрична, то як наочну модель використаємо граф, а процедуру оптимізації подамо як визначення шляху найменшої вартості з початкової вершини в кінцеву. Цей шлях проходить через ряд проміжних точок.

Нехай задані 20 точок, які в абстрагованому вигляді можна розташувати в такий спосіб (рисунок 9.1).

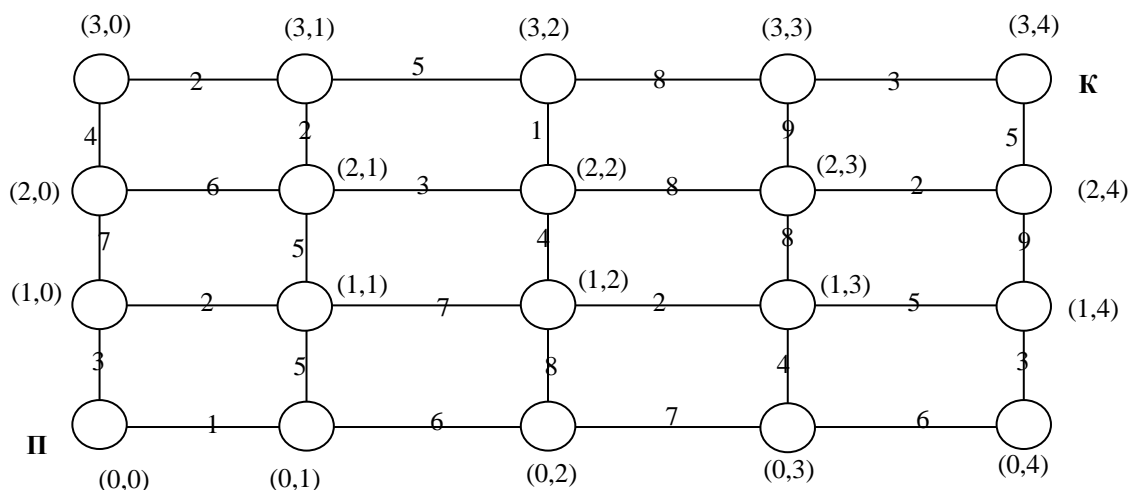


Рисунок 9.1 – Графічне зображення вихідних даних

Маємо прямокутний граф, ребра якого відповідають проведеним заходам: горизонтальні - заходам першого виду; вертикальні - заходам другого виду.

Оскільки точки розташовані у вигляді матриці, то зручно позначити їх номерами рядка й стовпця, у яких вони знаходяться (рисунок 9.1).

Відома вартість шляху між сусідніми точками, вона показана у вигляді чисел на лініях, що з'єднують точки. Ліва нижня точка є початковою, а права верхня - кінцевою. Шлях складається із кроків - відрізків ліній, що з'єднують суміжні точки.

Для запису вищевикладених дій введемо позначення:

- Елементи матриці  $A = a(i, j)$  - вартість горизонтального кроку з вершини з індексами  $i, j$ ;
- Елементи матриці  $B = b(i, j)$  - вартість вертикального кроку з вершини з індексами  $i, j$ ;
- Елементи матриці  $C = c(i, j)$  - вартість оптимального шляху із точки  $(i, j)$  до кінцевої точки.

Ці величини зручно подати у вигляді двовимірних масивів:

$A$  - розміром 4 на 4;  $B$  - розміром 3 на 5;  $C$  - розміром 4 на 5.

Вихідними даними є масиви  $A$  і  $B$ , результатом – масив  $C$ .

Нумерацію рядків та стовпців у цих масивах починаємо з нуля, рухаючись від початкової точки до кінцевої.

$A_{0,0}=1, A_{0,1}=6 A_{0,2}=7 A_{0,3}=6$	$B_{0,0}=3, B_{0,1}=5 B_{0,2}=8 B_{0,3}=4 B_{0,4}=3$
$A_{1,0}=2, A_{1,1}=7 A_{1,2}=2 A_{1,3}=5$	$B_{1,0}=7, B_{1,1}=5 B_{1,2}=4 B_{1,3}=8 B_{1,4}=9$
$A_{2,0}=6, A_{2,1}=3 A_{2,2}=8 A_{2,3}=2$	$B_{2,0}=4, B_{2,1}=2 B_{2,2}=1 B_{2,3}=9 B_{2,4}=5$
$A_{3,0}=2, A_{3,1}=5 A_{3,2}=8 A_{3,3}=3$	

#### 4 Допоміжні відомості

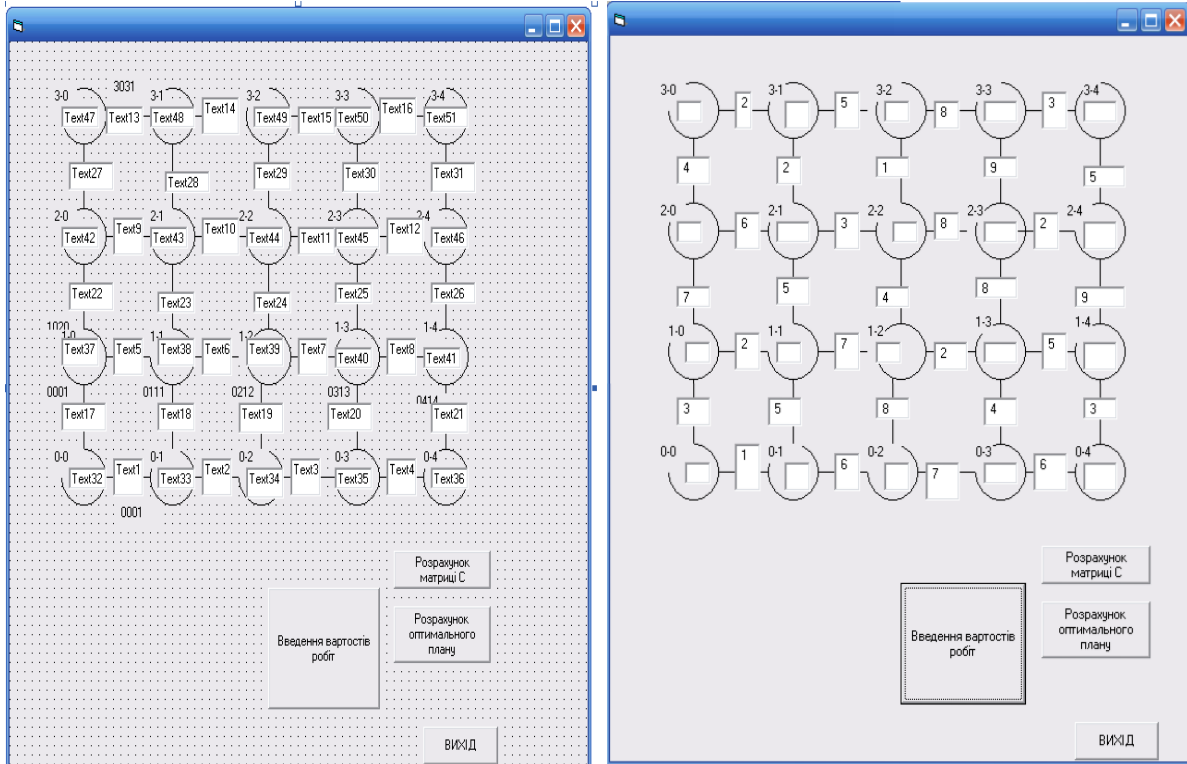


Рисунок 9.2 – Приклад форми з елементами управління для пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування

Таблиця 9.1 – Властивості форми та елементів управління для пошуку оптимального рішення методом динамічного програмування

Об'єкт	Ім'я об'єкта за замовчанням (значення властивості Name)	Властивість	Значення властивості
1	2	3	4
<b>Форма</b>	Form1	Name Caption	Form1 Динамічне програмування
<b>Командна кнопка</b>	Command 1	Name Caption	Cmd_Введ_даних Введення вартостей робіт

## Продовження таблиці 9.1

1	2	3	4
<b>Командна кнопка</b>	Command 2	Name Caption	Cmd_матр_варт_С Розрахунок матриці С
<b>Командна кнопка</b>	Command 3	Name Caption	Cmd_оптим_план Розрахунок оптимального плану
<b>Командна кнопка</b>	Command 4	Name Caption	Cmd_Вихід ВИХІД
<b>Мітки</b>	Label1 - Label20	Caption	00,01,02,03,04 10,11,12,13,14 20,21,22,23,24 30,31,32,33,34
<b>Текстові поля</b>	Text1 - Text51	Text	порожнє поле
<b>Лінії</b>	Line1 –Line31	Name	Line0001 –Line3334 При утворенні властивості Name до слова Line додаються 4 цифри-номери відповідних вершин графа від меншого до більшого, що з'єднує лінія (див. рис. 9.2)
<b>Контури (кола)</b>	Shape1-Shape20	Shape	3-Circle

### *Програмний код*

Option Explicit

Dim c(3, 4) As Integer

Dim b(2, 4) As Integer

Dim a(3, 3) As Integer

Dim d1 As Integer

Dim d2 As Integer

Dim i As Integer

Dim j As Integer

Private Sub Cmd\_матр\_варт\_С\_Click()

For i = 3 To 0 Step -1

    For j = 4 To 0 Step -1

        If i = 3 And j = 4 Then

            c(i, j) = 0

        ElseIf i = 3 And j < 4 Then

            c(i, j) = c(i, j + 1) + a(i, j)

        ElseIf i < 3 And j = 4 Then

            c(i, j) = c(i + 1, j) + b(i, j)

        Else

```

        d1 = c(i, j + 1) + a(i, j)
        d2 = c(i + 1, j) + b(i, j)
        If d1 < d2 Then c(i, j) = d1 Else c(i, j) = d2
    End If
Next j
Next i

```

'візуалізація матриці вартості C

```

Text32.Text = Str(c(0, 0))
Text33.Text = Str(c(0, 1))
Text34.Text = Str(c(0, 2))
Text35.Text = Str(c(0, 3))
Text36.Text = Str(c(0, 4))
Text37.Text = Str(c(1, 0))
Text38.Text = Str(c(1, 1))
Text39.Text = Str(c(1, 2))
Text40.Text = Str(c(1, 3))
Text41.Text = Str(c(1, 4))
Text42.Text = Str(c(2, 0))
Text43.Text = Str(c(2, 1))
Text44.Text = Str(c(2, 2))
Text45.Text = Str(c(2, 3))
Text46.Text = Str(c(2, 4))
Text47.Text = Str(c(3, 0))
Text48.Text = Str(c(3, 1))
Text49.Text = Str(c(3, 2))
Text50.Text = Str(c(3, 3))
Text51.Text = Str(c(3, 4))

```

**End Sub**

**Private Sub Cmd\_Введ\_даних\_Click()**

```

For i = 0 To 3
For j = 0 To 3
a(i, j) = Val(InputBox("Введіть елемент a(" & i & ", " & j & ") ",
"Введення елементів масиву a "))
Next j
Next i
Text1.Text = Str(a(0, 0)): Text2.Text = Str(a(0, 1)): Text3.Text =
Str(a(0, 2)): Text4.Text = Str(a(0, 3))

```

```
Text5.Text = Str(a(1, 0)): Text6.Text = Str(a(1, 1)): Text7.Text =  
Str(a(1, 2)): Text8.Text = Str(a(1, 3))  
Text9.Text = Str(a(2, 0)): Text10.Text = Str(a(2, 1)): Text11.Text =  
Str(a(2, 2)): Text12.Text = Str(a(2, 3))  
Text13.Text = Str(a(3, 0)): Text14.Text = Str(a(3, 1)): Text15.Text =  
Str(a(3, 2)): Text16.Text = Str(a(3, 3))
```

```
For i = 0 To 2
```

```
For j = 0 To 4
```

```
b(i, j) = Val(InputBox("Введіть елемент b(" & i & "," & j & ") ",  
"Введення елементів масиву b "))
```

```
Next j
```

```
Next i
```

```
Text17.Text = Str(b(0, 0)): Text18.Text = Str(b(1, 0)): Text19.Text =  
Str(b(2, 0))
```

```
Text20.Text = Str(b(0, 1)): Text21.Text = Str(b(1, 1)): Text22.Text =  
Str(b(2, 1))
```

```
Text23.Text = Str(b(0, 2)): Text24.Text = Str(b(1, 2)): Text25.Text =  
Str(b(2, 2))
```

```
Text26.Text = Str(b(0, 3)): Text27.Text = Str(b(1, 3)): Text28.Text =  
Str(b(2, 3))
```

```
Text29.Text = Str(b(0, 4)): Text30.Text = Str(b(1, 4)): Text31.Text =  
Str(b(2, 4))
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Cmd_оптим_план_Click()
```

```
Text1.Visible = False
```

```
Text2.Visible = False
```

```
Text3.Visible = False
```

```
Text4.Visible = False
```

```
Text5.Visible = False
```

```
Text6.Visible = False
```

```
Text7.Visible = False
```

```
Text8.Visible = False
```

```
Text9.Visible = False
```

```
Text10.Visible = False
```

```
Text11.Visible = False
```

```
Text12.Visible = False
```

Text13.Visible = False  
Text14.Visible = False  
Text15.Visible = False  
Text16.Visible = False  
Text17.Visible = False  
Text18.Visible = False  
Text19.Visible = False  
Text20.Visible = False  
Text21.Visible = False  
Text22.Visible = False  
Text23.Visible = False  
Text24.Visible = False  
Text25.Visible = False  
Text26.Visible = False  
Text27.Visible = False  
Text28.Visible = False  
Text29.Visible = False  
Text30.Visible = False  
Text31.Visible = False  
'невид гор лінії  
Line0001.Visible = False  
Line0102.Visible = False  
Line0203.Visible = False  
Line0304.Visible = False  
Line1011.Visible = False  
Line1112.Visible = False  
Line1213.Visible = False  
Line1314.Visible = False  
Line2021.Visible = False  
Line2122.Visible = False  
Line2223.Visible = False  
Line2324.Visible = False  
Line3031.Visible = False  
Line3132.Visible = False  
Line3233.Visible = False  
Line3334.Visible = False  
'невид верт лінії  
Line0010.Visible = False





```
If x = " 0 1 1 1" Then Line0111.Visible = True
If x = " 1 1 2 1" Then Line1121.Visible = True
If x = " 2 1 3 1" Then Line2131.Visible = True
If x = " 0 2 1 2" Then Line0212.Visible = True
If x = " 1 2 2 2" Then Line1222.Visible = True
If x = " 2 2 3 2" Then Line2232.Visible = True
If x = " 0 3 1 3" Then Line0313.Visible = True
If x = " 1 3 2 3" Then Line1323.Visible = True
If x = " 2 3 3 3" Then Line2333.Visible = True
If x = " 0 4 1 4" Then Line0414.Visible = True
If x = " 1 4 2 4" Then Line1424.Visible = True
If x = " 2 4 3 4" Then Line2434.Visible = True
If x = " 0 0 0 1" Then Line0001.Visible = True
If x = " 0 1 0 2" Then Line0102.Visible = True
If x = " 0 2 0 3" Then Line0203.Visible = True
If x = " 0 3 0 4" Then Line0304.Visible = True
If x = " 1 0 1 1" Then Line1011.Visible = True
If x = " 1 1 1 2" Then Line1112.Visible = True
If x = " 1 2 1 3" Then Line1213.Visible = True
If x = " 1 3 1 4" Then Line1314.Visible = True
If x = " 2 0 2 1" Then Line2021.Visible = True
If x = " 2 1 2 2" Then Line2122.Visible = True
If x = " 2 2 2 3" Then Line2223.Visible = True
If x = " 2 3 2 4" Then Line2324.Visible = True
If x = " 3 0 3 1" Then Line3031.Visible = True
If x = " 3 1 3 2" Then Line3132.Visible = True
If x = " 3 2 3 3" Then Line3233.Visible = True
If x = " 3 3 3 4" Then Line3334.Visible = True
inn = ik
jnn = jk
End Sub
```

```
Private Sub Cmd_Вихід_Click()
End
End Sub
```

## Варіанти індивідуальних завдань

### Робота 1

**Варіант 1.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{s_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3,4$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{s_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{x_j\}$ ,  $j=1,2,3,4$  з максимальних елементів кожного стовпця  $\{s_{ij}\}$ .

3 Транспонувати (поміняти місцями рядки і стовпці)  $\{s_{ij}\}$ .

4 Підрахувати суму всіх додатніх елементів  $\{s_{ij}\}$ .

**Варіант 2.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{d_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{d_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{c_i\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$  з середніх арифметичних елементів кожного рядка  $\{d_{ij}\}$ .

3 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{y_t\}$  з елементів  $-12 < d_{ij} < 25$  та підрахувати кількість елементів в  $\{y_t\}$ .

4 Знайти мінімальне значення серед елементів  $\{d_{ij}\}$ .

**Варіант 3.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати матрицю  $\{c_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ , де  $c_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij})$ , тобто  $c_{11} = \max(a_{11}, b_{11})$ ;  $c_{12} = \max(a_{12}, b_{12})$  і т.д.

3 Підрахувати кількість елементів парних рядків  $\{c_{ij}\}$ , які задовольняють умову  $f < c_{ij} < d$  ( $f, d$  - довільні числа,  $f < d$ ).

4 Знайти різницю між найбільшим і найменшим значеннями  $\{b_{ij}\}$ .

**Варіант 4.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{x_{ij}\}$  та  $\{y_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{x_{ij}\}$  та  $\{y_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати матрицю  $\{z_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ , де  $z_{ij}=\min(x_{ij}, y_{ij})$ , тобто  $z_{11}=\min(x_{11}, y_{11})$ ;  $z_{12}=\min(x_{12}, y_{12})$  і т. д.

3 Підрахувати кількість елементів непарних стовпців  $\{z_{ij}\}$ , які задовольняють умову  $-5 < z_{ij} < 10$ .

4 Знайти різницю між найбільшим значенням  $\{x_{ij}\}$  і найменшим значенням  $\{y_{ij}\}$ .

**Варіант 5.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{w_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3,4$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{w_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Підрахувати кількість рядків  $\{w_{ij}\}$ , в яких немає від'ємних елементів, та кількість стовпців  $\{w_{ij}\}$ , в яких немає додатних елементів.

3 Знайти добуток усіх елементів  $\{w_{ij}\}$ , сума індексів яких дорівнює числу 5.

4 Підрахувати кількість елементів  $\{w_{ij}\}$ , які більші за середнє арифметичне елементів цієї матриці.

**Варіант 6.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{t_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{t_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Знайти індекси (номери стовпця і рядка) усіх елементів  $\{t_{ij}\}$ , які більші за середнє арифметичне елементів непарних стовпців  $\{t_{ij}\}$ .

3 Знайти мінімальне значення серед елементів  $\{t_{ij}\}$ , розташованих на головній діагоналі.

4 Знайти суму значень від'ємних елементів  $\{t_{ij}\}$ , сума індексів яких є парним числом.

**Варіант 7.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{a_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,m$  та  $\{b_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,k$ ;  $j=1,2,\dots,k$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{c_m\}$  з від'ємних елементів, розташованих на головній діагоналі  $\{b_{ij}\}$ .

3 Знайти кількість від'ємних елементів в  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$  окремо.

4 Знайти добуток елементів  $\{a_{ij}\}$ , сума індексів яких дорівнює числу  $(m-1)$ .

**Варіант 8.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{y_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3,4$ ;  $j=1,2,3,4$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{y_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{x_j\}$ ,  $j=1,2,3,4$  з мінімальних елементів кожного рядка  $\{y_{ij}\}$ .

3 Сформувати матрицю  $\{u_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3,4$ ;  $j=1,2,3,4$  з елементів  $\{y_{ij}\}$ , замінивши усі від'ємні елементи нулями.

4 Підрахувати суму елементів  $\{y_{ij}\}$ , які задовольняють умову  $-12 < y_{ij} < 25$ .

**Варіант 9.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{d_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3,4$ ;  $j=1,2,3,4$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{d_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{c_i\}$ ,  $i=1,2,3,4$ ; елементами якого будуть сума та добуток елементів кожного парного рядка  $\{d_{ij}\}$ .

3 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{y_t\}$ ,  $t=1,2,3,4$ ; елементами якого будуть сума та добуток елементів кожного непарного стовпця  $\{d_{ij}\}$ .

4 Знайти номер рядка, що містить мінімальний елемент  $\{d_{ij}\}$ .

**Варіант 10.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати матрицю  $\{u_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ , де  $u_{ij} = \max(a_{ij}, b_{ij})$ , тобто  $u_{11} = \max(a_{11}, b_{11})$ ;  $u_{12} = \max(a_{12}, b_{12})$  і т. д.

3 Підрахувати кількість елементів  $\{u_{ij}\}$ , розташованих в парних стовпцях та таких, що задовольняють умову:  $u_{ij}$  – парне число.

4 Знайти різницю між найменшим елементом  $\{a_{ij}\}$  і найбільшим елементом  $\{b_{ij}\}$ .

**Варіант 11.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{f_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{f_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Знайти мінімальне значення серед елементів другого рядка  $\{f_{ij}\}$  та максимальне значення серед елементів  $m$ -го стовпця  $\{f_{ij}\}$ .

3 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{a_k\}$ ,  $k=1,2,\dots,m$  з елементів побічної діагоналі  $\{f_{ij}\}$ .

4 Знайти перший ненульовий елемент  $\{a_k\}$ .

**Варіант 12.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{w_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3,4$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{w_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Знайти мінімальний і максимальний елементи  $\{w_{ij}\}$ .

3 Знайти добуток усіх елементів  $\{f_{ij}\}$ , сума індексів яких дорівнює числу 3.

4 Обчислити середнє арифметичне елементів  $\{f_{ij}\}$ .

**Варіант 13.** Задана матриця у вигляді двовимірного масиву числових значень –  $\{t_{ij}\}$ ,  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{t_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Знайти кількість від'ємних елементів, розташованих в непарних рядках  $\{t_{ij}\}$ .

3 Сформувати вектор (одновимірний масив)  $\{b_j\}$ ,  $j=1,2,3$  з максимальних елементів кожного стовпця  $\{t_{ij}\}$ .

4 Знайти суму значень від'ємних елементів  $\{t_{ij}\}$ , сума індексів яких є парним числом.

**Варіант 14.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{a_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,m$  та  $\{b_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 У головній програмі здійснити введення елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Сформувати матрицю  $\{z_{ij}\}$ ,  $i=1,m$ ;  $j=1,m$  з сум відповідних елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , тобто  $z_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$ .

3 За допомогою процедури-підпрограми знайти кількість елементів парних рядків  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$  окремо.

4 За допомогою процедури-функції знайти добуток елементів  $\{z_{ij}\}$ .

**Варіант 15.** Задані матриці у вигляді двовимірних масивів числових значень –  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ ,  $i=1,2,\dots,n$ ;  $j=1,2,\dots,m$ .

1 Здійснити введення елементів  $\{a_{ij}\}$  та  $\{b_{ij}\}$ , виклик необхідних процедур і виведення результатів.

2 Знайти в якій з матриць більше додатних елементів та найменший елемент в  $\{b_{ij}\}$ .

3 Обчислити середнє арифметичне елементів  $\{b_{ij}\}$ .

4 Знайти різницю між найбільшим і найменшим значеннями  $\{a_{ij}\}$ .

## Робота 2

Варіант	Функція $g(x)$	Інтервал
<b>1</b>	$\frac{1}{2} \sin x - x$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
<b>2</b>	$\frac{1}{2} \cos x - x$	$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
<b>3</b>	$\frac{1}{2}(\cos x + \sin x) - x$	$\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
<b>4</b>	$\frac{1}{2}\left(\cos x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) - x$	$\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
<b>5</b>	$\frac{1}{16}x^2 - 1 - x$	$[-1, 1]$
<b>6</b>	$x = x \sin x - x$	$\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$
<b>7</b>	$\frac{1}{4} \sin 2x - x$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
<b>8</b>	$e^{-x} - x$	$[0, 1]$
<b>9</b>	$\frac{1}{2}e^{-x} \sin x - x$	$[-1, 1]$
<b>10</b>	$\frac{1}{2}\left(\sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)\right) - x$	$[-1, 1]$
<b>11</b>	$\frac{1}{4}x^2 - 1 - x$	$[-2, 2]$

Варіант	Функція $g(x)$	Інтервал
<b>12</b>	$x \sin^2 x - x$	$\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$
<b>13</b>	$e^{-2x} - x$	$[-1, 1]$
<b>14</b>	$\frac{1}{2}(\cos x + 1) - x$	$\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$
<b>15</b>	$\frac{1}{3}e^{-x/2} \sin x - x$	$[-1, 1]$

### Робота 3

Варіант 1	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Х	1	2	3	5	6	8	9	10	11	12
	У	6	7	8	2	3	1	2	3	4	7

Варіант 2	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Х	1	2	3	5	6	8	9	10	11	12
	У	6	7	9	3	3	1	2	3	4	7

Варіант 3	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Х	1	2	4	6	7	8	9	10	12
	У	7	8	7	2	3	4	2	4	10

Варіант 4	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Х	1	2	4	6	7	8	9	10	12
	У	7	9	7	2	3	5	2	4	9

Варіант 5	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	X	1	2	4	5	7	8	9	10	12
	Y	11	3	10	3	2	2	2	5	3

Варіант 6	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	X	1	2	4	5	7	8	9	10	12
	Y	10	3	9	3	2	2	3	5	3

Варіант 7	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	2	3	4	6	7	9	10	11	12
	Y	5	6	7	11	12	15	20	25	27	30

Варіант 8	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	2	3	5	6	8	9	10	11	12
	Y	5	7	7	3	2	2	2	5	2	5

Варіант 9	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	2	4	5	7	8	9	10	11	12
	Y	8	4	7	2	3	1	2	7	6	7



Варіант 10	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	2	4	5	7	8	9	10	11	12
	Y	8	4	7	2	2	2	2	7	6	8

Варіант 11	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	X	1	2	4	5	6	8	9	10	12
	Y	10	4	11	3	2	1	2	7	5

Варіант 12	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	X	1	2	4	5	6	8	9	10	12
	Y	9	4	12	3	2	2	2	7	6

Варіант 13	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	3	4	6	7	8	9	10	11	12
	Y	10	12	22	2	3	8	9	13	18	21

Варіант 14	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	3	4	6	7	8	9	10	11	12
	Y	10	11	20	2	3	8	9	13	18	20

Варіант 15	Номер точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	X	1	3	4	6	7	8	9	10	11	12
	Y	11	17	19	2	4	8	9	14	20	23

## Робота 4

Варіант	Функція f(x)	Інтервал	Примітка
1	$x^2$	[0,1]	$\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _{x=0}^{x=1} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$
2	$e^x$	[0,1]	$\int_0^1 e^x dx = \frac{e^x}{1} \Big _{x=0}^{x=1} = 2.718282 - 1 = 1.718282$
3	$e^{-x}$	[0,1]	$\int_0^1 e^{-x} dx = -\frac{e^{-x}}{1} \Big _{x=0}^{x=1} = -0.3678055 + 1 = 0.6321945$
4	$\sin(x)$	[0,π]	$\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big _{x=0}^{x=\pi} = 1 + 1 = 2$
5	$\cos(x)$	$[-\pi/2, \pi/2]$	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x dx = \sin x \Big _{x=-\pi/2}^{x=\pi/2} = 2$
6	$\frac{e^x}{1-e^x}$	[-1,1]	$\int_{-1}^1 \frac{e^x}{1-e^x} dx = -\ln 1-e^x  \Big _{x=-1}^{x=1} = -1$
7	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$[\pi/4, \pi/2]$	$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x \Big _{x=\pi/4}^{x=\pi/2} = 0 + 1 = 1$

Варіант	Функція f(x)	Інтервал	Примітка
8	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$[0, \pi/4]$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}=0.78539816} \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x \Big _{x=0}^{x=\frac{\pi}{4}} = 1 - 0 = 1$
9	$x^2 + x + 1$	$[0, 1]$	$\int_0^1 (x^2 + x + 1) dx = \left( \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big _{x=0}^{x=1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{6}$
10	$x \sin x$	$[0, \pi]$	$\int_0^{\pi \approx 3.14159} x \sin x dx = (x \cos x - \cos x) \Big _{x=0}^{x=\pi} = \pi \approx 3.14159$
11	$\sqrt{x}$	$[0, 1]$	$\int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big _{x=0}^{x=1} = \frac{2}{3}$
12	$\frac{1}{x}$	$[0, e]$	$\int_1^{e=2.7182} \frac{dx}{x} = \ln x \Big _{x=0}^{x=e} = 1 - 0 = 1$
13	$\sin^2 x$	$[0, \pi/2]$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \left( \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big _{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$
14	$\cos^2 x$	$[0, \pi/2]$	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos 2x}{2} dx = \left( \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big _{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$
15	$\frac{1}{1+x^2}$	$[0, 1]$	$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x \Big _{x=0}^{x=1} = \frac{\pi}{4}$

## Робота 5

### Завдання 5.1

Варіант	$F(x, y)$	$X_0$	$X_K$	$Y_0$	$h$
1	$\sin y - \cos x$	0	1	1	0.1
2	$Y + x$	0	2	1	0.25
3	$2xysin(x + y),$	1	3	1	0.25
4	$X^2ysin(x + y)^2$	0	2	1	0.2
5	$X^2y^3\sin x$	0	1	1	0.1
6	$y\sin(x^2 + y)^2$	-1	1	2	0.2
7	$y\log(y) + \sin(x)$	1	3	e	0.25
8	$2x^2 - 3y$	1	3	2	0.25
9	$2x^2 - 6xy$	1	3	1	0.25
10	$X^3y^5\sin(x + y)^3$	0	3	1	0.3
11	$y\sin(x^2 + y)^2$	-1	1	2	0.2
12	$5\sin y - 2\cos x$	0	1	1	0.1
13	$y\log(x) + \sin(x+y),$	2	4	e	0.25
14	$\exp(x)/(\exp(y)+1)$	0	5	0.5	0.35
15	$3x^2 - 5xy$	2	8	1	1.25

### Завдання 5.2

Варіант	$F_1(x, y, z)$	$F_2(x, y, z)$	$X_0$	$Y_0$	$Z_0$	$h$	$N$
1	$2x - 3y + 2z$	$3x - 2y + z$	0	1	0	0.1	10
2	$X - 2y + z$	$2x + y - 3z$	1	1	0	0.05	10
3	$2x - y + 3z$	$4x - 2y + 3z$	0	1	1	0.1	10
4	$3x + y - 4z$	$2x + 2y - 2z$	1	0	1	0.15	10
5	$2x - 2y + 3z$	$5x - 3y + 3z$	0	0	0	0.2	10
6	$3x - 2y + 4z$	$2x + 3y - 3z$	1	1	1	0.1	10
7	$2x + 2y - 3z$	$2x - 2y + 3z$	0	1	0	0.05	10
8	$3x - 2y + z$	$x + 3y - 3z$	1	0	1	0.2	10
9	$2x + 3y - 5z$	$x - 5y + 2z$	0	1	1	0.15	10
10	$2x + 2y - 4z$	$3x - 3y - z$	1	1	0	0.1	10
11	$3x + y + 3z$	$4x - 3y + 2z$	0	0	1	0.2	10
12	$3x - y + z$	$2x + 5y - 3z$	1	0	1	0.15	10
13	$2x + 3 + z$	$0.5x - 3y + 2z$	0	1	1	0.1	10
14	$3x - y - 2z$	$2x + 3y - 0.5z$	1	0	1	0.2	10
15	$X + 2y - 3z$	$1.5x - 3y - 2z$	0	1	0	0.1	10

## Робота 6

Варіант	Цільова функція	А	В
1	$F(x)=(15-2*X*(3-X))*EXP(-X/3)$	0	10
2	$F(x)=(10-2*X*(8-X))*EXP(-X/3)$	0	10
3	$F(x)=(40-2*X*(8-X))*EXP(-X/5)$	0	10
4	$F(x)=(25-2*X*(8-X))*EXP(-X/4)$	0	15
5	$F(x)=(22-2*X*(7-X))*EXP(-X/2)$	0	15
6	$F(x)=(15-2*X*(3-X))*EXP(-X/3)$	0	15
7	$F(x)=(9-2*X*(1-X))*EXP(-X/3)$	2	12
8	$F(x)=(4-2*X*(2-X))*EXP(-X/7)$	2	12
9	$F(x)=(34-2*X*(6-X))*EXP(-X/5)$	2	12
10	$F(x)=(30-2*X*(9-X))*EXP(-X/3)$	0	20
11	$F(x)=(25-2*X*(8-X))*EXP(-X/4)$	0	20
12	$F(x)=(5-2*X*(5-X))*EXP(-X/4)$	0	20
13	$F(x)=(15-2*X*(15-X))*EXP(-X/4)$	5	10
14	$F(x)=25-2*X*(10-X))*(EXP(-X/2)$	5	10
15	$F(x)=(24-2*X*(9-X))*EXP(-X/3)$	5	10

## Робота 7

Варіант	Цільова функція	XN	XK	N
1	$F(x)=(15-2*X*(3-X))*EXP(-X/3)$	0	10	2,5,8,10,30,50,100, 1000, 5000, 20000, 100000, 100010
2	$F(x)=(10-2*X*(8-X))*EXP(-X/3)$	0	10	1,7,18,30,32,50,120, 2000,5000,30000, 40000,100000
3	$F(x)=(40-2*X*(8-X))*EXP(-X/5)$	1	11	3,5,8,14,30,53,300, 1010,7000, 25000, 200000, 300000
4	$F(x)=(25-2*X*(8-X))*EXP(-X/4)$	2	12	2,3,32,33,120,2000, 2001,50000,100000, 300000,400000, 500000
5	$F(x)=(22-2*X*(7-X))*EXP(-X/2)$	1	10	1,5,8,15,35,53, 1000, 1010, 7000, 25000,200000, 300000

<b>Варіант</b>	<b>Цільова функція</b>	<b>XN</b>	<b>XK</b>	<b>N</b>
<b>6</b>	$F(x)=(15-2*X*(3-X))*EXP(-X/3)$	1	9	2,5,8,10,33,50,100, 1050,5000, 20000, 100500, 100010
<b>7</b>	$F(x)=(9-2*X*(1-X))*EXP(-X/3)$	2	11	3,7,18,30,32,50,150, 2000,5000,30000, 50000, 100000
<b>8</b>	$F(x)=(4-2*X*(2-X))*EXP(-X/7)$	2	10	4,5,8,14,30,53,300, 1010,7000, 45000, 200000, 700000
<b>9</b>	$F(x)=(34-2*X*(6-X))*EXP(-X/5)$	2	12	2,3, 32, 93, 120, 2000, 2001, 50000, 100000, 300000, 400000, 800000
<b>10</b>	$F(x)=(30-2*X*(9-X))*EXP(-X/3)$	3	9	3,5,8,15,35,53,1000, 1010,6000, 25000,200000, 270000
<b>11</b>	$F(x)=(25-2*X**8-X))*EXP(-X/4)$	4	12	3,5,9,14,30,53,300, 3333,7000, 25000, 200000,300600
<b>12</b>	$F(x)=(5-2*X*(5-X))*EXP(-X/4)$	3	15	2,3,32,55,120,2000, 2001, 50000, 100000,300000, 300001, 500000
<b>13</b>	$F(x)=(15-2*X*(15-X))*EXP(-X/4)$	4	9	1,5,8,20,30,50,200, 1000, 5000, 30000,100000, 200010
<b>14</b>	$F(x)=25-2*X*(10-X))*(EXP(-X/2)$	5	10	3,7,18,30,35,60,150, 2000,9000,30000, 45000, 80000
<b>15</b>	$F(x)=(24-2*X*(9-X))*EXP(-X/3)$	5	10	5,5,8,14,30,53,53, 1010, 7000, 25000,250000, 300000

## Робота 8

Варіант	Цільова функція	Інтервал існування змінної $x$	Інтервал існування змінної $y$
<b>1</b>	$q(x, y) = 2 \cos\left(\frac{y}{4}\right)^2 + 2x \sin^2 x \cdot \tan(y^2) + 20$	$-5 \leq x \leq -2$ $-2 \leq x \leq 2$ $1 \leq x \leq 5$	$2 \leq y \leq 5$ $-2 \leq y \leq 2$ $-5 \leq y \leq 2$
<b>2</b>	$q(x, y) = (2x^2 - y - 10)^2 + (3x + y^2 - 7)^2$	$-5 \leq x \leq 0$ $-5 \leq x \leq -1$ $1 \leq x \leq 4$	$1 \leq y \leq 3$ $-5 \leq y \leq -1$ $-4 \leq y \leq 1$
<b>3</b>	$q(x, y) = 2 \cos\left[10\left(\frac{x}{8}\right)^3 - \left(\frac{y}{4}\right)^2\right] + \frac{x}{6} + 1$	$-3 \leq x \leq 1$ $0 \leq x \leq 3$ $0 < x \leq 2$	$-4 \leq y \leq 2$ $-2 \leq y \leq 2$ $-5 \leq y \leq -2$
<b>4</b>	$q(x, y) = \tan\left(-2 \sin\left(\frac{1}{20}(x^2 + y^3)\right)\right) + 2x^2 - \frac{y^3}{2} + 1$	$-5 \leq x \leq -1$ $-1 \leq x \leq 2$ $-5 \leq x \leq 0$	$2 \leq y \leq 5$ $2 \leq y \leq 5$ $3 \leq y \leq 5$
<b>5</b>	$q(x, y) = \sin^2\left(\frac{y^3 - \sqrt{x^2 + y^2}}{6}\right) + \frac{x^2}{2} + \frac{y}{5} + 2$	$-5 \leq x \leq -3$ $1 \leq x \leq 3$ $2 < x \leq 4$	$-4 \leq y \leq -1$ $1 \leq y \leq 3$ $-5 \leq y \leq -1$
<b>6</b>	$q(x, y) = \cos\left(\frac{x^2}{2} - \operatorname{tg}\left(\frac{y^2}{2}\right)\right) + \frac{x^2}{10} + 1$	$-5 \leq x \leq -1$ $-1 \leq x \leq 2$ $-2 \leq x \leq 2$	$-2 \leq y \leq 2$ $0 \leq y \leq 2$ $-5 \leq y \leq -2$
<b>7</b>	$q(x, y) = \operatorname{tg}\frac{2xy}{5} - \cos\left(\frac{x}{10}\right)^2 - \sin\left(\frac{y}{10}\right)^2 + x^2 + 4$	$-1 \leq x \leq 2$ $-1 \leq x \leq 0$ $-5 \leq x \leq -2$	$3 \leq y \leq 5$ $2 \leq y \leq 4$ $0 \leq y \leq 2$
<b>8</b>	$q(x, y) = \tan(x^3 + y^2 + 8) - \cos(x \cdot y - 2) + x^3 - y^3 + 30,$	$-2 \leq x \leq 0$ $-2 \leq x \leq 0$ $2 \leq x \leq 0$	$1 \leq y \leq 3$ $-1 \leq y \leq 1$ $-3 \leq y \leq -1$
<b>9</b>	$q(x, y) = \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + 9\right)^2 + 5\left(\frac{x}{2}\right)^2 - 1^2,$	$-5 \leq x \leq -3$ $-2 \leq x \leq 1$ $2 \leq x \leq 4$	$-3 \leq y \leq 3$ $-4 \leq y \leq 3$ $-3 \leq y \leq 3$
<b>10</b>	$q(x, y) = 15 \cos \frac{3x^2 + 2y^2 + 3x^2y^2}{80} + (x+1)^2 + 3$	$-4 \leq x \leq -1$ $2 \leq x \leq 4$	$-2 \leq y \leq -1$ $1 \leq y \leq 3$
<b>11</b>	$q(x, y) = 2 \cos^2 \frac{x^2 - y}{5} - \sin^2 \frac{x^2 + y}{8} + 1,$	$-5 \leq x \leq -3$ $-2 \leq x \leq 2$ $2 \leq x \leq 4$	$-5 \leq y \leq 0$ $-3 \leq y \leq 2$ $1 \leq y \leq 4$
<b>12</b>	$q(x, y) = 2 \sin\left(\left(\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{y^2}{8}\right)^3\right) - \frac{xy}{6} + 1,$	$-5 \leq x \leq 0$ $-1 \leq x \leq 3$ $-2 \leq x \leq 0$	$0 \leq y \leq 3$ $-1 \leq y \leq 4$ $1 \leq y \leq 3$

Варіант	Цільова функція	Інтервал існування змінної $x$	Інтервал існування змінної $y$
13	$q(x, y) = 2 \cos \left( 4 \left( \frac{x-5}{3} \right)^3 - \frac{y^2}{2} \right) + \frac{x}{3} + \frac{y^2}{6} - 3,$	$-5 \leq x \leq 1$ $-1 \leq x \leq 5$ $1 < x \leq 4$	$1 \leq y \leq 5$ $1 \leq y \leq 5$ $-2 \leq y \leq 0$
14	$q(x, y) = \sqrt{\sin^2 \frac{x-y+1}{5} + \cos^2 \frac{x+y-2}{3}} + \frac{y}{4}$	$-5 \leq x \leq -2$ $0 \leq x \leq 2$	$-3 \leq y \leq 0$ $2 \leq y \leq 4$
15	$q(x, y) = \ln \left( \frac{1}{4} + \left  10 \cos \left( \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} \right) \right  \right) + 3$	$-5 \leq x \leq -2$ $-2 \leq x \leq 2$ $-1 \leq x \leq 1$	$1 \leq y \leq 4$ $2 \leq y \leq 4$ $-1 \leq y \leq 1$

## Робота 9

Варіант	Завдання	
1	$a_{0,0}=3, a_{0,1}=4 a_{0,2}=9 a_{0,3}=8$ $a_{1,0}=4, a_{1,1}=9 a_{1,2}=4 a_{1,3}=7$ $a_{2,0}=8, a_{2,1}=5 a_{2,2}=10 a_{2,3}=4$ $a_{3,0}=4, a_{3,1}=7 a_{3,2}=10 a_{3,3}=5$	$b_{0,0}=4, b_{0,1}=6 b_{0,2}=9 b_{0,3}=5 b_{0,4}=4$ $b_{1,0}=8, b_{1,1}=6 b_{1,2}=5 b_{1,3}=9 b_{1,4}=10$ $b_{2,0}=5, b_{2,1}=3 b_{2,2}=2 b_{2,3}=10 b_{2,4}=6$
2	$a_{0,0}=2, a_{0,1}=7 a_{0,2}=8 a_{0,3}=7$ $a_{1,0}=3, a_{1,1}=8 a_{1,2}=3 a_{1,3}=6$ $a_{2,0}=7, a_{2,1}=4 a_{2,2}=9 a_{2,3}=3$ $a_{3,0}=3, a_{3,1}=6 a_{3,2}=9 a_{3,3}=4$	$b_{0,0}=5, b_{0,1}=7 b_{0,2}=10 b_{0,3}=6 b_{0,4}=5$ $b_{1,0}=9, b_{1,1}=7 b_{1,2}=6 b_{1,3}=10 b_{1,4}=11$ $b_{2,0}=6, b_{2,1}=4 b_{2,2}=3 b_{2,3}=11 b_{2,4}=7$
3	$a_{0,0}=4, a_{0,1}=9 a_{0,2}=10 a_{0,3}=9$ $a_{1,0}=5, a_{1,1}=10 a_{1,2}=5 a_{1,3}=8$ $a_{2,0}=9, a_{2,1}=6 a_{2,2}=11 a_{2,3}=5$ $a_{3,0}=5, a_{3,1}=7 a_{3,2}=11 a_{3,3}=6$	$b_{0,0}=6, b_{0,1}=8 b_{0,2}=11 b_{0,3}=7 b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10, b_{1,1}=8 b_{1,2}=7 b_{1,3}=11 b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=7, b_{2,1}=5 b_{2,2}=4 b_{2,3}=12 b_{2,4}=8$
4	$a_{0,0}=5, a_{0,1}=10 a_{0,2}=11 a_{0,3}=10$ $a_{1,0}=6, a_{1,1}=11 a_{1,2}=6 a_{1,3}=9$ $a_{2,0}=10, a_{2,1}=7 a_{2,2}=12 a_{2,3}=6$ $a_{3,0}=6, a_{3,1}=9 a_{3,2}=12 a_{3,3}=7$	$b_{0,0}=6, b_{0,1}=8 b_{0,2}=11 b_{0,3}=7 b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10, b_{1,1}=8 b_{1,2}=7 b_{1,3}=11 b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=7, b_{2,1}=5 b_{2,2}=4 b_{2,3}=12 b_{2,4}=8$
5	$a_{0,0}=4, a_{0,1}=9 a_{0,2}=10 a_{0,3}=9$ $a_{1,0}=5, a_{1,1}=10 a_{1,2}=5 a_{1,3}=8$ $a_{2,0}=9, a_{2,1}=6 a_{2,2}=11 a_{2,3}=5$ $a_{3,0}=5, a_{3,1}=7 a_{3,2}=11 a_{3,3}=6$	$b_{0,0}=7, b_{0,1}=9 b_{0,2}=12 b_{0,3}=8 b_{0,4}=7$ $b_{1,0}=11, b_{1,1}=9 b_{1,2}=8 b_{1,3}=12 b_{1,4}=13$ $b_{2,0}=8, b_{2,1}=6 b_{2,2}=5 b_{2,3}=13 b_{2,4}=9$
6	$a_{0,0}=5, a_{0,1}=10 a_{0,2}=11 a_{0,3}=10$ $a_{1,0}=6, a_{1,1}=11 a_{1,2}=6 a_{1,3}=9$ $a_{2,0}=10, a_{2,1}=7 a_{2,2}=12 a_{2,3}=6$ $a_{3,0}=6, a_{3,1}=9 a_{3,2}=12 a_{3,3}=7$	$b_{0,0}=7, b_{0,1}=9 b_{0,2}=12 b_{0,3}=8 b_{0,4}=7$ $b_{1,0}=11, b_{1,1}=9 b_{1,2}=8 b_{1,3}=12 b_{1,4}=13$ $b_{2,0}=8, b_{2,1}=6 b_{2,2}=5 b_{2,3}=13 b_{2,4}=9$



Варіант	Завдання	
7	$a_{0,0}=6$ , $a_{0,1}=11$ $a_{0,2}=12$ $a_{0,3}=11$ $a_{1,0}=7$ , $a_{1,1}=12$ $a_{1,2}=7$ $a_{1,3}=10$ $a_{2,0}=11$ , $a_{2,1}=8$ $a_{2,2}=13$ $a_{2,3}=7$ $a_{3,0}=7$ , $a_{3,1}=10$ $a_{3,2}=13$ $a_{3,3}=8$	$b_{0,0}=4$ , $b_{0,1}=6$ $b_{0,2}=9$ $b_{0,3}=5$ $b_{0,4}=4$ $b_{1,0}=8$ , $b_{1,1}=6$ $b_{1,2}=5$ $b_{1,3}=9$ $b_{1,4}=10$ $b_{2,0}=5$ , $b_{2,1}=3$ $b_{2,2}=2$ $b_{2,3}=10$ $b_{2,4}=6$
8	$a_{0,0}=4$ , $a_{0,1}=5$ $a_{0,2}=10$ $a_{0,3}=9$ $a_{1,0}=5$ , $a_{1,1}=10$ $a_{1,2}=5$ $a_{1,3}=8$ $a_{2,0}=9$ , $a_{2,1}=6$ $a_{2,2}=11$ $a_{2,3}=5$ $a_{3,0}=5$ , $a_{3,1}=7$ $a_{3,2}=11$ $a_{3,3}=5$	$b_{0,0}=6$ , $b_{0,1}=8$ $b_{0,2}=11$ $b_{0,3}=7$ $b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10$ , $b_{1,1}=8$ $b_{1,2}=5$ $b_{1,3}=11$ $b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=7$ , $b_{2,1}=5$ $b_{2,2}=4$ $b_{2,3}=12$ $b_{2,4}=5$
9	$a_{0,0}=5$ , $a_{0,1}=10$ $a_{0,2}=3$ $a_{0,3}=10$ $a_{1,0}=6$ , $a_{1,1}=11$ $a_{1,2}=6$ $a_{1,3}=9$ $a_{2,0}=3$ , $a_{2,1}=7$ $a_{2,2}=12$ $a_{2,3}=6$ $a_{3,0}=6$ , $a_{3,1}=9$ $a_{3,2}=12$ $a_{3,3}=3$	$b_{0,0}=6$ , $b_{0,1}=8$ $b_{0,2}=11$ $b_{0,3}=3$ $b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10$ , $b_{1,1}=3$ $b_{1,2}=7$ $b_{1,3}=11$ $b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=7$ , $b_{2,1}=5$ $b_{2,2}=4$ $b_{2,3}=12$ $b_{2,4}=8$
10	$a_{0,0}=4$ , $a_{0,1}=2$ $a_{0,2}=10$ $a_{0,3}=9$ $a_{1,0}=5$ , $a_{1,1}=10$ $a_{1,2}=5$ $a_{1,3}=2$ $a_{2,0}=9$ , $a_{2,1}=6$ $a_{2,2}=11$ $a_{2,3}=5$ $a_{3,0}=5$ , $a_{3,1}=7$ $a_{3,2}=11$ $a_{3,3}=6$	$b_{0,0}=7$ , $b_{0,1}=9$ $b_{0,2}=12$ $b_{0,3}=8$ $b_{0,4}=7$ $b_{1,0}=2$ , $b_{1,1}=9$ $b_{1,2}=8$ $b_{1,3}=2$ $b_{1,4}=13$ $b_{2,0}=8$ , $b_{2,1}=6$ $b_{2,2}=5$ $b_{2,3}=13$ $b_{2,4}=9$
11	$a_{0,0}=4$ , $a_{0,1}=4$ $a_{0,2}=9$ $a_{0,3}=4$ $a_{1,0}=4$ , $a_{1,1}=9$ $a_{1,2}=4$ $a_{1,3}=7$ $a_{2,0}=8$ , $a_{2,1}=4$ $a_{2,2}=10$ $a_{2,3}=4$ $a_{3,0}=4$ , $a_{3,1}=7$ $a_{3,2}=10$ $a_{3,3}=5$	$b_{0,0}=4$ , $b_{0,1}=6$ $b_{0,2}=9$ $b_{0,3}=5$ $b_{0,4}=4$ $b_{1,0}=8$ , $b_{1,1}=6$ $b_{1,2}=4$ $b_{1,3}=9$ $b_{1,4}=10$ $b_{2,0}=5$ , $b_{2,1}=3$ $b_{2,2}=2$ $b_{2,3}=10$ $b_{2,4}=6$
12	$a_{0,0}=2$ , $a_{0,1}=7$ $a_{0,2}=8$ $a_{0,3}=7$ $a_{1,0}=7$ , $a_{1,1}=8$ $a_{1,2}=7$ $a_{1,3}=6$ $a_{2,0}=7$ , $a_{2,1}=4$ $a_{2,2}=9$ $a_{2,3}=3$ $a_{3,0}=3$ , $a_{3,1}=6$ $a_{3,2}=9$ $a_{3,3}=4$	$b_{0,0}=5$ , $b_{0,1}=7$ $b_{0,2}=10$ $b_{0,3}=6$ $b_{0,4}=5$ $b_{1,0}=9$ , $b_{1,1}=7$ $b_{1,2}=7$ $b_{1,3}=10$ $b_{1,4}=7$ $b_{2,0}=6$ , $b_{2,1}=4$ $b_{2,2}=3$ $b_{2,3}=11$ $b_{2,4}=7$
13	$a_{0,0}=4$ , $a_{0,1}=9$ $a_{0,2}=10$ $a_{0,3}=9$ $a_{1,0}=5$ , $a_{1,1}=9$ $a_{1,2}=5$ $a_{1,3}=8$ $a_{2,0}=9$ , $a_{2,1}=6$ $a_{2,2}=11$ $a_{2,3}=9$ $a_{3,0}=5$ , $a_{3,1}=7$ $a_{3,2}=11$ $a_{3,3}=6$	$b_{0,0}=6$ , $b_{0,1}=8$ $b_{0,2}=11$ $b_{0,3}=7$ $b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10$ , $b_{1,1}=8$ $b_{1,2}=9$ $b_{1,3}=11$ $b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=9$ , $b_{2,1}=5$ $b_{2,2}=4$ $b_{2,3}=12$ $b_{2,4}=8$
14	$a_{0,0}=2$ , $a_{0,1}=10$ $a_{0,2}=11$ $a_{0,3}=10$ $a_{1,0}=6$ , $a_{1,1}=11$ $a_{1,2}=6$ $a_{1,3}=9$ $a_{2,0}=10$ , $a_{2,1}=2$ $a_{2,2}=12$ $a_{2,3}=6$ $a_{3,0}=6$ , $a_{3,1}=9$ $a_{3,2}=12$ $a_{3,3}=7$	$b_{0,0}=2$ , $b_{0,1}=8$ $b_{0,2}=11$ $b_{0,3}=7$ $b_{0,4}=6$ $b_{1,0}=10$ , $b_{1,1}=8$ $b_{1,2}=7$ $b_{1,3}=11$ $b_{1,4}=12$ $b_{2,0}=7$ , $b_{2,1}=2$ $b_{2,2}=4$ $b_{2,3}=12$ $b_{2,4}=8$
15	$a_{0,0}=2$ , $a_{0,1}=1$ $a_{0,2}=10$ $a_{0,3}=7$ $a_{1,0}=3$ , $a_{1,1}=8$ $a_{1,2}=3$ $a_{1,3}=6$ $a_{2,0}=1$ , $a_{2,1}=4$ $a_{2,2}=9$ $a_{2,3}=1$ $a_{3,0}=3$ , $a_{3,1}=6$ $a_{3,2}=10$ $a_{3,3}=4$	$b_{0,0}=7$ , $b_{0,1}=10$ $b_{0,2}=12$ $b_{0,3}=8$ $b_{0,4}=1$ $b_{1,0}=1$ , $b_{1,1}=9$ $b_{1,2}=8$ $b_{1,3}=12$ $b_{1,4}=13$ $b_{2,0}=8$ , $b_{2,1}=6$ $b_{2,2}=5$ $b_{2,3}=10$ $b_{2,4}=9$

## Список літератури

1 Данько, М. І. Математичні методи та моделі в розрахунках на ЕОМ [Текст]: навч. посібник за ред. М. І. Данька / М. І. Данько, В. С. Меркулов, В. О. Гончаров [та ін.]. - Харків: УкрДАЗТ, 2008. - 174 с.

2 Меркулов, В. С. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисциплін "Математичне моделювання на ЕОМ", "Математичні методи та моделі в розрахунках на ЕОМ" [Текст] / В. С. Меркулов, В. Г. Пчюлін, О. В. Казанко. – Харків: УкрДАЗТ, 2008.- 92 с.

3 Меркулов, В. С. Завдання та методичні вказівки до контрольної роботи з дисциплін "Математичні моделі на ЕОМ", "Математичні методи та моделі в розрахунках на ЕОМ", "Математичні моделі в розрахунках на ЕОМ" [Текст] / В. С. Меркулов, О. В. Казанко. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. - 45 с.

4 Завгородня, Н. М., «Математичні методи і моделі: комп'ютерне моделювання» [Текст]: підручник / Н. М. Завгородня, С. В. Панченко, С. Є. Бантюков, В. С. Меркулов. – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – 186 с.

5 Філіппенко, І. Г. Основи проектування технічних систем. Класифікація моделей [Текст]: конспект лекцій з дисципліни “Математичні методи і моделі в розрахунках на ЕОМ” / І. Г. Філіппенко, В. О. Гончаров, В. С. Меркулов. – 2-ге вид., випр. – Харків: УкрДАЗТ, 2004. – Ч. 1. – 47 с.

6 Філіппенко, І. Г. Методи оптимізації [Текст]: конспект лекцій з дисц. “Математичні методи і моделі в розрахунках на ЕОМ”, / І. Г. Філіппенко, В. О. Гончаров, В. С. Меркулов. – 2-ге вид., випр. – Харків: УкрДАЗТ, 2004. – Ч. 2. – 38 с.