УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Кафедра вищої математики та фізики

В. Гресь, Н. Глейзер, Л. Наземцева

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Конспект лекцій

Харків 2023

Гресь В., Глейзер Н., Наземцева Л. Коливання і хвилі: Конспект лекцій. – Харків: УкрДУЗТ, 2023. – 71 с.

Конспект лекцій «Коливання і хвилі» для здобувачів першого освітнього рівня (бакалавр) спеціальностей 192 Будівництво та цивільна інженерія, 133 Галузеве машинобудування, 273 Залізничний транспорт, 275 Транспортні технології (на залізничному транспорті), 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 144 Теплоенергетика, 152 Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка, 151 Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології, 172 Телекомунікації та радіотехніка, 126 Інформаційні системи та технології відповідних освітніх програм. Призначений для здобувачів будівельного, механічного, ІКСТ та УПП факультетів усіх форм навчання.

Іл. 22, бібліогр.: 5 назв.

Конспект лекцій розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри вищої математики та фізики 07 грудня 2021 р., протокол № 4.

Рецензент

доц. І. Таранова (ХНУ ім. В. Н. Каразіна)

ЗМІСТ

ВСТУП

Сучасні вимоги до рівня кваліфікації спеціалістів у різних галузях науки і технологій передбачають наявність у молодих спеціалістів чітко сформованої сучасної фізичної картини світу, здатність до наукового мислення, що ґрунтується на твердій основі знань про фундаментальні фізичні поняття і закони, уявлень про перебіг фізичних явищ і процесів. Курс фізики для здобувачів першого-другого курсів є основою для формування фахових компетенцій, передбачених відповідною освітньою програмою, і підґрунтям для успішного та ефективного вивчення спеціальних дисциплін.

Невід'ємною складовою курсу фізики є розділ «Коливання і хвилі», у якому розглядаються різновиди коливальних процесів і їхнє розповсюдження у просторі. Поширеність процесів, що відбуваються періодично, у неживій і живій природі, починаючи від явищ мікросвіту і закінчуючи явищами, що керують поведінкою зоряних систем і цілих галактик, надзвичайно широкий спектр застосування в науці та технологіях зумовлюють велике значення цього розділу в загальному курсі фізики.

Конспект лекцій є стислим викладенням лекційного матеріалу, запропонованого здобувачам будівельного, механічного, ІКСТ та УПП факультетів при вивченні курсу фізики. У ньому коротко розглянуто різновиди коливань, умови, за яких вони виникають, наведено їхній математичний опис, вводяться і тлумачаться основні величини, що характеризують ці процеси; розглянуто хвильові процеси, наведено їхні основні характеристики, сформульовано основні поняття, за допомогою яких відбувається опис і класифікація хвиль, записано основні рівняння, що описують хвилі. Цей конспект може бути корисним під час підготовки здобувачів до лабораторних і практичних занять, виконання домашніх завдань і для самостійного вивчення матеріалу здобувачами.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Модуль 1 – 8 год.

Змістовий модуль 1. Фізичні основи класичної механіки – 8 год.

Тема 1. Предмет фізики. Кінематика поступального руху – 2 год.

Тема 2. Динаміка матеріальної точки – 2 год.

Тема 3. Закони збереження в механіці – 2 год.

Тема 4. Динаміка обертального руху твердого тіла – 2 год.

Модуль 2 – 12 год.

Змістовий модуль 2. Електростатика – 6 год.

Тема 5. Електричний заряд. Електростатичне поле – 3 год.

Тема 6. Електричне поле в речовині – 3 год.

Змістовий модуль 3. Постійний струм – 2 год.

Тема 7. Постійний електричний струм – 2 год.

Змістовий модуль 4. Електромагнетизм - 2 год.

Тема 8. Магнітне поле та його характеристики. Магнітні властивості речовини – 2 год.

Змістовий модуль 5. Електромагнітна індукція – 2 год.

Тема 9. Електромагнітна індукція – 2 год.

Модуль 3 – 6 год.

Змістовий модуль 6. Механічні та електромагнітні коливання – 6 год.

Тема 10. Гармонічні механічні коливання. Додавання коливань – 2 год.

Тема 11. Згасаючі та вимушені коливання механічні коливання. Резонанс – 2 год.

Тема 12. Коливальний контур. Електромагнітні коливання – 2 год.

Модуль 4 – 8 год.

Змістовий модуль 7. Пружні та електромагнітні хвилі. Хвильова оптика – 4 год.

Тема 13. Пружні хвилі – 2 год.

Тема 14. Електромагнітні хвилі. Елементи хвильової оптики – 2 год.

Змістовий модуль 8. Квантова оптика – 2 год.

Тема 15. Квантова природа випромінювання. Фотоефект. Тиск світла. Ефект Комптона – 2 год.

Змістовий модуль 9. Елементи фізики атомного ядра – 2 год.

Тема 16. Будова ядер. Радіоактивність. Ядерні реакції – 2 год.

Лекція 1

ПОНЯТТЯ ПРО КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ. ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА УМОВИ ЇХНЬОГО ВИНИКНЕННЯ. ШВИДКІСТЬ, ПРИСКОРЕННЯ ТА ЕНЕРГІЯ ТОЧКИ, ЩО ЗДІЙСНЮЄ ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ

План лекції

1.1 Поняття про коливальний рух. Період і частота коливань.

1.2 Диференціальне рівняння гармонічних коливань і його розв’язок.

1.3 Швидкість, прискорення та енергія точки, що здійснює гармонічні коливання.

1.1 Поняття про коливальний рух. Період і частота коливань

Серед явищ, що ми спостерігаємо в повсякденному житті, деякі звертають на себе увагу своєю повторюваністю: хитання під вітром дерева, коливання маятника годинника, гойдання на хвилях корабля, рух вгору-вниз голки швацької машинки – в усіх цих процесах ми бачимо одну й ту саму рису: багаторазове повторення одного й того самого циклу рухів. Такі рухи називаються коливання.

Коливаннями називаються фізичні процеси, що з часом повторюються.

Якщо повторення відбувається через однакові інтервали часу, такі рухи називаються періодичними.

Періодом називається час одного повного коливання.

$$T = \frac{t}{N},$$

де t – час спостереження;

N – кількість коливань.

$$[T] = c.$$

Кількість коливань за одиницю часу називається частотою.

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

$$[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}.$$

Видно, що частота і період – обернені величини:

$$T = \frac{1}{\nu}.$$

У природі, а особливо техніці, важливе значення мають тіла та пристрої, здатні здійснювати коливання самі по собі, тобто без впливу зовнішніх сил. Такі коливання називаються вільними.

Вільні коливання – це коливання, які відбуваються в системі під впливом внутрішніх сил.

Тіло, чи сукупність тіл, здатне здійснювати вільні коливання, називаються коливальною системою.

З коливальною системою доводиться мати справу не тільки в різних машинах і механізмах. Наприклад, розповсюдження звуку можливе лише тому, що повітря є гігантською коливальною системою.

Найбільш простий вид коливань – гармонічні коливання.

Гармонічні коливання – це коливання, що відбуваються за законом синуса чи косинуса [1].

Для того щоб у системі виникли вільні незгасаючі гармонічні коливання, необхідні три умови:

1) відсутність зовнішніх сил;
2) відсутність дисипативних сил;
3) наявність пружної або квазіпружної сили.

Квазіпружними називаються сили непружної природи, пропорційні зміщенню.

1.2 Диференціальне рівняння гармонічних коливань і його розв'язок

Отримаємо рівняння гармонічних коливань.

$$m\vec{a} = \overrightarrow{F_{\text{пр}}},$$

$$ma = -kx.$$

Оскільки $a = \ddot{x}$, то $m\ddot{x} = -kx$,

$$m\ddot{x} + kx = 0,$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Введемо позначення $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, тоді

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Це диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань.

З точки зору математики, це однорідне диференціальне рівняння другого порядку, розв'язок якого слід шукати у вигляді

$$x = Asin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

або

$$x = Acos(\omega_0 t + \varphi_0{}'),$$

де x – зміщення/відхилення величини від рівноважного значення;

A – амплітуда коливань – найбільше значення величини, що коливається, зміщення та амплітуда завжди мають однакові одиниці вимірювання;

$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - фаза коливань – величина, що визначає значення величини, що коливається в певний момент часу, $[\varphi] =$ рад;

φ_0- початкова фаза, яка визначає значення величини, що коливається в момент часу $t = 0$, $[\varphi_0] =$ рад;

ω_0 циклічна частота – це кількість коливань за 2π с, $[\omega_0] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Циклічна частота пов'язана з частотою

$$\omega_0 = 2\pi\nu ,$$

а також періодом

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{\text{T}}.$$

Графік гармонічного коливального процесу поданий на рисунку 1.1.

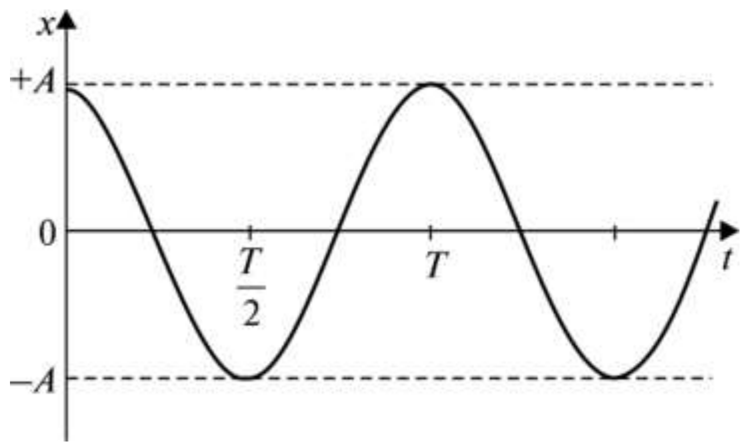

Рисунок 1.1

1.3 Швидкість, прискорення та енергія точки, що здійснює гармонічні коливання

Швидкість – це перша похідна від координати за часом:

$$v = \dot{x} = A\omega_0 cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Максимальна швидкість точки

$$v_m = A\omega_0.$$

Видно, що швидкість залежить від часу, а отже, точка рухається з прискоренням:

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = -A\omega_0^2 sin(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Максимальне прискорення

$$a_m = A\omega_0^2.$$

Видно, що коливання зміщення, швидкості і прискорення відбуваються за гармонічним законом з однаковою частотою ω_0 і різними амплітудами.

Тіло, що коливається, має кінетичну

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

і потенціальну енергію

$$W_{\text{р}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна енергія точки, що коливається,

$$W = W_k + W_p = \frac{m}{2}A^2\omega_0^2 cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{k}{2}A^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Оскільки $\omega_0^2 = \frac{k}{m} => k = m\omega_0^2$, то

$$W = \frac{m}{2}A^2\omega_0^2 cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{m\omega_0^2}{2}A^2 sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$W = \frac{m\omega_0^2}{2}A^2[cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}.$$

Отже, повна механічна енергія точки

$$W = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}$$

або

$$W = \frac{kA^2}{2}.$$

Видно, що енергія точки, яка здійснює гармонічні коливання, залишається сталою і з часом не зменшується.

Лекція 2

ПРОСТІ КОЛИВАЛЬНІ СИСТЕМИ. ГРАФІЧНЕ ПОДАННЯ КОЛИВАНЬ

План лекції

2.1 Пружинний маятник.

2.2 Математичний маятник.

2.3 Фізичний маятник.

2.4 Графічне представлення коливань.

2.1 Пружинний маятник

Одним з простих прикладів коливальних систем є маятники [1].

Маятником називається тверде тіло, здатне здійснювати коливання навколо нерухомої точки опори під впливом сил пружності і тяжіння.

Розглянемо три види таких систем: пружинний, математичний і фізичний маятники.

Пружинний маятник – це тягарець маси m, закріплений на одному з кінців пружини жорсткістю k.

Нехай l_0 – початкова довжина пружини. Якщо пружину розтягнути чи стиснути до довжини l, то виникає сила пружності, що намагається повернути пружину в початковий стан. За невеликих видовжень $x = l - l_0$ справедливий закон Гука: $F = -kx$, отже, коливання будуть гармонічними. Рівняння руху тягарця має вигляд

$$m\ddot{x} = -kx.$$

Якщо вважати $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, то

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Тоді період коливань пружинного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Розглянемо перетворення енергії під час коливань пружинного маятника (рисунок 2.1).

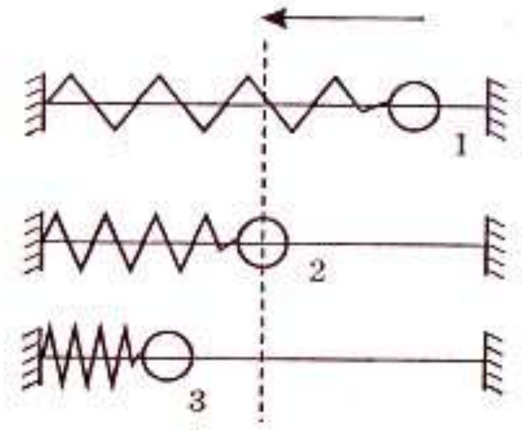

Рисунок 2.1

На рисунку 2.1 у точці 1 зміщення тіла максимальне та дорівнює амплітуді. У цій точці на нього діє максимальна сила, і тіло має максимальну потенціальну енергію $W_{p\,max} = \frac{kA^2}{2}$. Кінетична ж енергія тіла в цій точці дорівнює нулю, оскільки швидкість тіла дорівнює нулю. Але прискорення тіла не нульове і спрямоване в бік положення рівноваги.

Рухаючись від точки 1 до точки 2, тіло збільшує свою швидкість. Відбувається поступовий перехід енергії з потенціальної в кінетичну.

Положення рівноваги, точка 2, тіло проходить за інерцією – прискорення в цій точці дорівнює нулю, оскільки нулю дорівнює зміщення, швидкість досягає максимального значення, і максимальне значення має кінетична енергія $W_{k\,max} = \frac{mv_m^2}{2}$. Енергія системи зосереджена в кінетичній енергії тягарця.

Після того як тіло проходить точку 2, пружина починає деформуватися, і виникає сила пружності, яка перешкоджає руху тягарця в бік точки 3. Швидкість тіла зменшується, відбувається поступовий перехід кінетичної енергії в потенціальну енергію пружини.

У точці 3 деформація пружини досягає максимуму, швидкість тягарця стає рівною нулю, отже, енергія системи зосереджена в потенціальній енергії пружини.

Далі процес відбувається у зворотному напрямку, і за $t = T$ стан системи аналогічний стану за $t = 0$.

2.2 Математичний маятник

Математичний маятник – це тіло, підвішене на довгій нерозтяжній нитці.

Тіло, підвішене на нитці, можна вважати математичним маятником, якщо виконуються такі умови:

1) довжина підвісу набагато більша лінійних розмірів тягарця;

2) маса тягарця набагато більша маси підвісу;

3) деформації тягарця та підвісу малі.

Коли маятник знаходиться в положенні рівноваги (рисунок 2.2), сила тяжіння $m\vec{g}$ врівноважується силою натягу нитки $\vec{\mathrm{T}}$. Коли маятник відхилений від положення рівноваги, сила тяжіння спрямована під кутом до сили натягу нитки. Розкладемо силу тяжіння на дві складові: спрямовану вздовж нитки та перпендикулярну до неї.

Складова $\vec{F}$ спрямована в бік положення рівноваги та називається повертаючою силою. Вона виникає як тільки маятник відхиляється від положення рівноваги. Чим більше відхилення маятника, тим більше $\vec{F}$. Урешті-решт вона його зупиняє та спрямовує в бік положення рівноваги. Під час наближення до положення рівноваги ця сила стає все менше і в положенні рівноваги стає рівною нулю. Отже, положення рівноваги маятник проходить за інерцією. Як тільки він проходить положення рівноваги, знов з’являється повертаюча сила, і все повторюється.

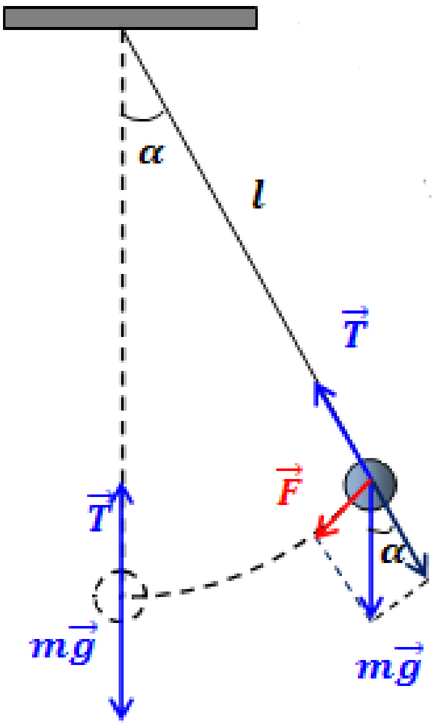

Рисунок 2.2

Що відбувається з енергією маятника при його відхиленнях від положення рівноваги? Двічі за період – при найбільших відхиленнях – швидкість маятника дорівнює нулю, а отже, дорівнює нулю і кінетична енергія. У той самий час потенціальна енергія маятника максимальна, оскільки центр тяжіння піднятий на найбільшу висоту. У момент проходження положення рівноваги швидкість і кінетична енергія маятника максимальні, а потенціальна енергія дорівнює нулю. Його повна енергія залишається сталою. Вона дорівнює тій енергії, що була надана маятнику на початку.

Під час спостережень за коливаннями математичного маятника були сформульовані такі закони:

1) якщо, залишаючи довжину підвісу сталою, підвішувати тягарці різної маси, період коливань залишається незмінним, отже, період коливань математичного маятника не залежить від маси;

2) якщо маятник відхиляти під час пуску на різні кути, він буде коливатися з тим самим періодом, хоча різними амплітудами, отже, період математичного маятника не залежить від амплітуди.

Виявляється, що період математичного маятника залежить тільки від довжини підвісу та прискорення вільного падіння в певній місцевості та визначається за формулою

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Саме на використанні математичного маятника ґрунтується один з перших методів експериментального визначення прискорення вільного падіння, запропонований ще в XVII ст. Р. Гуком [2].

Відхилення математичного маятника від положення рівноваги характеризується кутом φ. Рівняння руху має вигляд

$$ml^2\ddot{\varphi} = -mglsin\varphi,$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}sin\varphi = 0.$$

Коливання маятника будуть гармонічними, якщо кути відхилення малі: $\varphi \to 0 => sin\varphi \sim \varphi$, тоді

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0$$

або

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0,$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ – циклічна частота математичного маятника.

Математичний маятник є окремим випадком фізичного маятника.

2.3 Фізичний маятник

Фізичний маятник – це тверде тіло, здатне коливатися навколо горизонтальної осі, яка не проходить через центр тяжіння (рисунок 2.3).

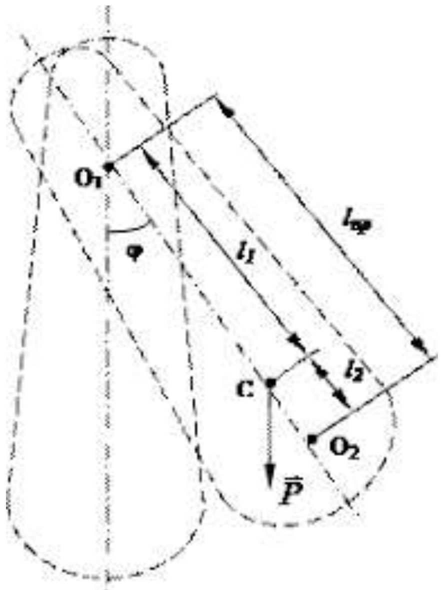

Рисунок 2.3

Коливання маятника відбуваються під впливом повертаючої сили аналогічно тому, як це відбувалося з математичним маятником. Відрізок ОС (рисунок 2.3) є плечем цієї сили. Положення тіла в будь-який момент можна охарактеризувати кутом відхилення від положення рівноваги φ. Повертаюча сила

$$F_1 = -mgsin\varphi.$$

Якщо кути відхилення малі $\varphi \to 0$, то $sin\varphi \sim \varphi$, отже, $F_1 = -mg\varphi$. На тіло діє момент сили

$$M = -mg\varphi l_1.$$

З іншого боку,

$$M = I\varepsilon = I\ddot{\varphi},$$

$$I\ddot{\varphi} = -mg\varphi l_1,$$

$$I\ddot{\varphi} + mg\varphi l_1 = 0,$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgl_1}{I} = 0.$$

Позначимо плече сили $l_1 = d$:

$$\ddot{\varphi} + \frac{mgd}{I} = 0.$$

Це диференціальне рівняння коливань фізичного маятника.

Звідси циклічна частота коливань фізичного маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}.$$

Тоді період коливань

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

Величину

$$L = \frac{I}{md}$$

називають зведеною довжиною фізичного маятника [3].

Зведена довжина фізичного маятника – це довжина математичного маятника, що коливається з тим самим періодом, що й певний фізичний маятник.

2.4 Графічне подання коливань

Іноді гармонічні коливання зручно подавати графічно (рисунок 2.4).

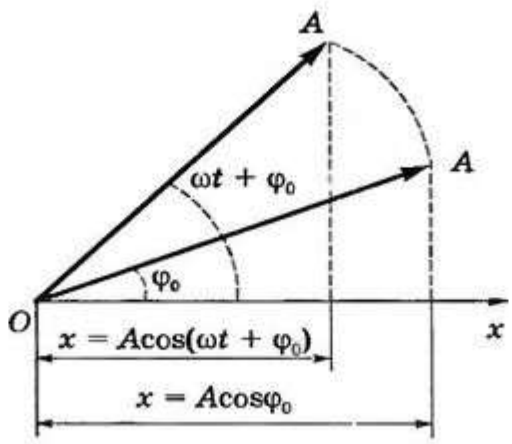

Рисунок 2.4

Візьмемо довільну вісь Ох і відкладемо вектор довжиною А під кутом φ_0. Будемо обертати цей вектор проти годинникової стрілки з кутовою швидкістю ω_0. Тоді проєкція кінця цього вектора на вісь Ох буде здійснювати гармонічні коливання за законом

$$x = Acos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Точка О відповідає положенню рівноваги. За один період вектор амплітуди повертається на кут 2π, а проєкція його вершини здійснює одне повне коливання.

Лекція 3
ДОДАВАННЯ КОЛИВАНЬ

План лекції

3.1 Додавання коливань одного напрямку з однаковими частотами.

3.2 Додавання коливань одного напрямку з близькими, але не рівними частотами (биття).

3.3 Додавання взаємно перпендикулярних коливань.

3.1 Додавання коливань одного напрямку з однаковими частотами

Графічне подання коливань видається особливо корисним у випадку додавання коливань.

Розглянемо два коливання одного напрямку, що відбуваються з однаковою частотою:

$$x_1 = A_1 cos(\omega_0 t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2 cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

Побудуємо векторну діаграму коливань і знайдемо результуюче коливання, додавши вектори за правилом паралелограма, як показано на рисунку 3.1.

Якщо обертати систему зі сталою швидкістю ω_0, то проєкції кінців векторів будуть здійснювати гармонічні коливання. Взаємна орієнтація векторів залишається незмінною. Сумарне коливання також буде гармонічним з частотою ω_0:

$$x = A\, cos(\omega_0 t + \varphi).$$

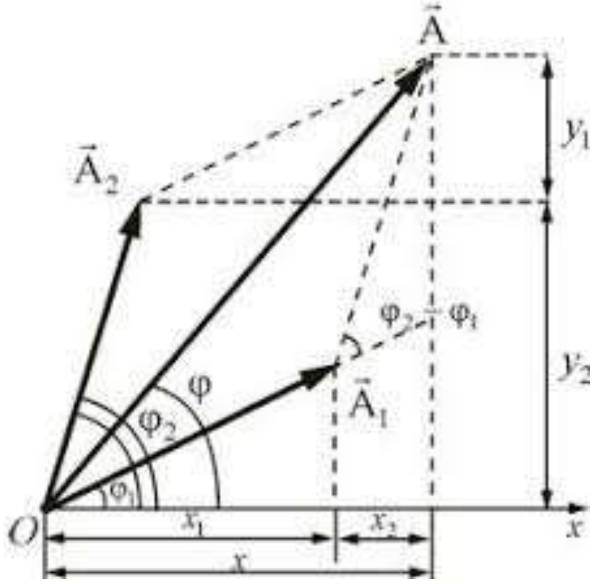

Рисунок 3.1

Амплітуду результуючого коливання знайдемо за теоремою косинусів:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\psi,$$

$$\psi = \pi - (\varphi_2 - \varphi_1),$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$ – амплітуда результуючого коливання.

Визначимо початкову фазу результуючого коливання:

$tg\varphi = \frac{y}{x} = \frac{y_1+y_2}{x_1+x_2} = \frac{A_1 sin\varphi_1 + A_2 sin\varphi_2}{A_1 cos\varphi_1 + A_2 cos\varphi_2}$ – початкова фаза результуючого коливання.

Розглянемо окремі випадки:

1) якщо $\Delta\varphi = 0$, то $A = A_1 + A_2$;

2) якщо $\Delta\varphi = \pi$, то $A = A_1 - A_2$.

3.2 Додавання коливань одного напрямку з близькими, але не рівними частотами (биття)

Під час додавання двох коливань одного напрямку з нерівними частотами виникають негармонічні коливання. Результуюче зміщення x дорівнює алгебраїчній сумі відхилень складових коливань. У найпростішому випадку, коли $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ та $\mathrm{A}_1 = \mathrm{A}_2 = \mathrm{A}$, маємо

$$x = x_1 + x_2 = A[sin\omega_1 t + sin\omega_2 t],$$

$$x = 2Acos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right),$$

$$x = A_{\text{мод}}(t)sin\omega_{\text{сер}}t,$$

$$A_{\text{мод}}(t) = 2Acos\frac{\Delta\omega}{2}t = 2Acos\omega_{\text{мод}}t;$$

$$\omega_{\text{сер}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ – середня частота;}$$

$$\omega_{\text{мод}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \text{ – частота модуляції результуючого коливання.}$$

Якщо $\omega_1 \approx \omega_2$, маємо $\omega_{\text{мод}} \ll \omega_{\text{сер}}$, і амплітуда $A_{\text{мод}}(t)$ дуже повільно змінюється протягом кількох коливань з частотою $\omega_{\text{сер}}$. Під час додавання двох коливань з близькими частотами виникають так звані биття.

Биття – рух, що виникає внаслідок додавання двох коливань з близькими, але не рівними частотами.

$$x = x_1 + x_2 = Acos\omega t + Acos(\omega + \Delta\omega)t = (2Acos\frac{\Delta\omega}{2}t)cos\omega t.$$

Множник у дужках змінюється набагато повільніше, ніж другий множник. Оскільки $\Delta\omega \ll \omega$, за той час, за який множник $\cos\omega t$ здійснює кілька повних коливань, множник у дужках майже не змінюється, отже, можна розглядати коливання як гармонічні з частотою ω, амплітуда яких змінюється в часі за деяким періодичним законом

$$A_{\text{мод}}(t) = \left|2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}t\right|.$$

Це періодична функція з частотою $\Delta\omega$. Отже, частота биття дорівнює різниці частот коливань-доданків.

Графічно биття можна подати у вигляді рисунка 3.2 [3].

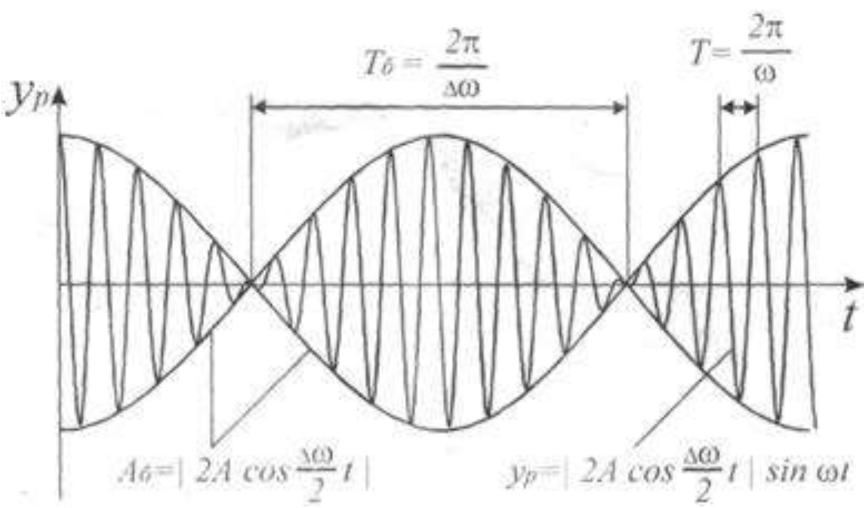

Рисунок 3.2

Періодом биття називається проміжок часу між двома послідовними моментами часу, у які $A_{\text{мод}}(t)$ дорівнює нулю.

$$T_б = \frac{2T_1T_2}{T_1+T_2}.$$

3.3 Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Припустимо, що матеріальна точка може здійснювати коливання як вздовж осі Ox, так і вздовж перпендикулярної осі Oy. Якщо збудити обидва коливання, матеріальна точка буде рухатися деякою складною криволінійною траєкторією, конкретна форма якої залежить від співвідношення частот і різниці початкових фаз доданків. Оберемо початок відліку часу так, щоб початкова фаза першого коливання дорівнювала нулю, тоді

$$x = acos\omega t,$$

$$y = bcos(\omega t + \alpha).$$

Тут α – різниця фаз коливань. Ці два рівняння є заданим у параметричному вигляді рівнянням траєкторії, за якою рухається точка. Виключимо t:

$$cos\omega t = \frac{x}{a} => \sin \omega t = \pm\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}},$$

$$cos(\omega t + \alpha) = cos\omega t cos\alpha - sin\omega t sin\alpha.$$

У результаті отримаємо

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} cos\alpha \mp sin\alpha\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}.$$

Перетворивши вираз, маємо

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} cos\alpha = sin^2\alpha.$$

Це рівняння еліпсу, осі якого повернуті відносно осей координат x та y. Орієнтація еліпса і величина його півосей залежать від амплітуд a і b і різниці фаз α.

Визначимо вигляд траєкторії для деяких випадків.

1 $\alpha = 0$, тоді $\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)^2 = 0 => y = \frac{b}{a}x$. Це рівняння прямої, що лежить у першій і третій координатних чвертях (рисунок 3.3). Результуючий рух є гармонічним коливанням з частотою ω та амплітудою $\sqrt{a^2 + b^2}$.

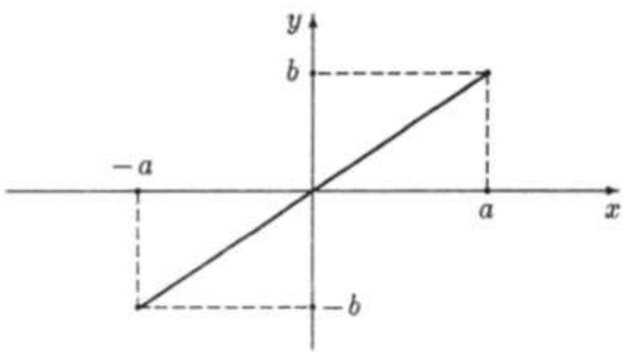

Рисунок 3.3

2 $\alpha = \pm\pi$. У цьому випадку $\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)^2 = 0 => y = -\frac{b}{a}x$. Коливання відбуваються вздовж прямої, що лежить у другій і четвертій координатних чвертях (рисунок 3.4).

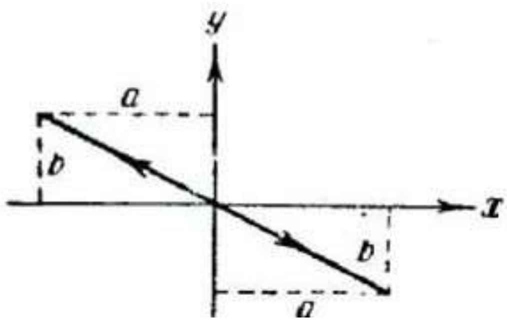

Рисунок 3.4

З $\alpha = \pm\frac{\pi}{2} => \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ – рівняння еліпса, приведеного до координатних осей. Півосі еліпса (рисунок 3.5) дорівнюють відповідним амплітудам коливань. Випадки $\alpha = +\frac{\pi}{2}$ і $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ відрізняються напрямком руху за траєкторією ($\alpha = +\frac{\pi}{2}$ – за годинниковою стрілкою, $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ – проти годинникової стрілки).

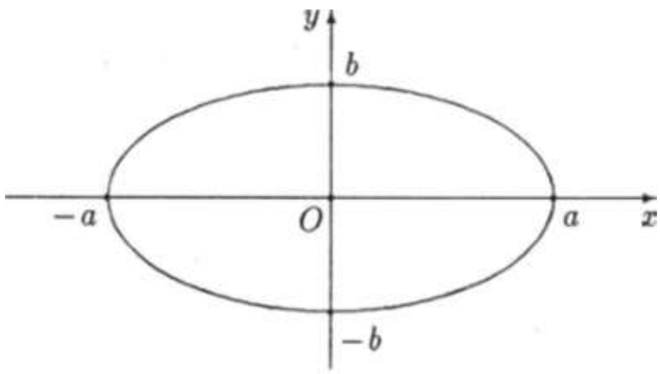

Рисунок 3.5

Якщо амплітуди рівності амплітуд a і b, еліпс вироджується в коло:

$$x = Rcos\omega t,$$

$$y = \pm Rsin\omega t.$$

Отже, рух по колу радіуса R з кутовою швидкістю ω може бути поданий як сума двох взаємно перпендикулярних коливань, фази яких відрізняються на $\frac{\pi}{2}$.

Якщо частоти взаємно перпендикулярних коливань не однакові, то траєкторія руху має вигляд доволі складних кривих, що називаються фігурами Лісажу. Вигляд фігур Лісажу залежить від відношень $\frac{a}{b}$, $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ і різниці початкових фаз. Траєкторії будуть стійкими, тільки якщо частоти відносяться як цілі числа. Чим ближче відношення $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ до 1, тим складніший вигляд фігур Лісажу. Для прикладу наведемо рисунок 3.6 [3].

Якщо відношення $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ не є раціональним, то траєкторії не повторюються, і фігури Лісажу неперервно змінюються.

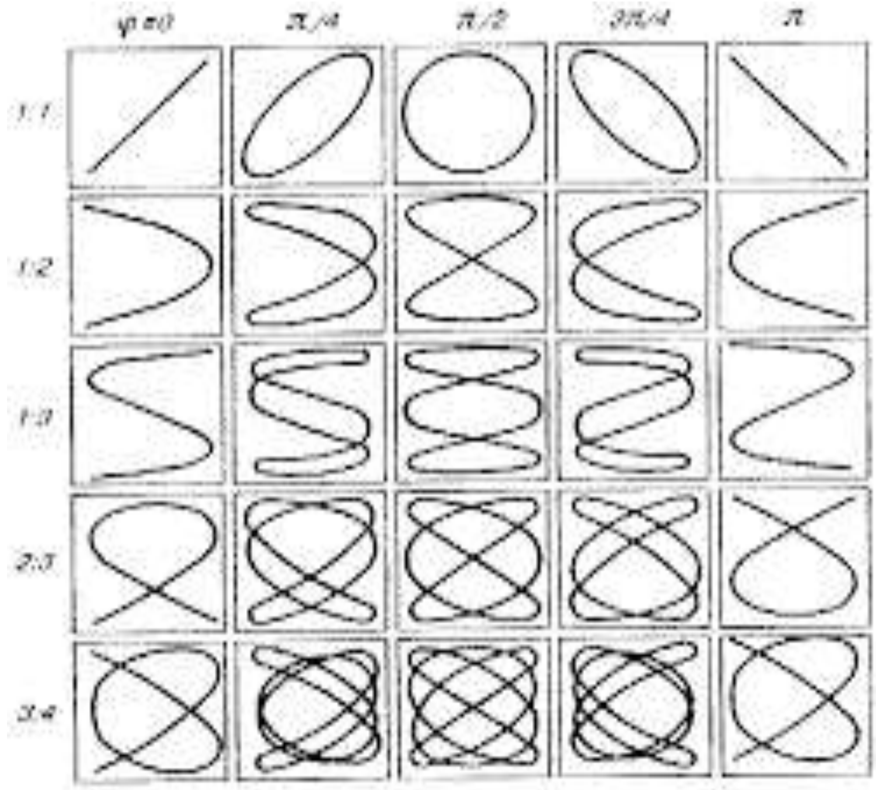

Рисунок 3.6

Лекція 4
ЗГАСАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ

План лекції

4.1 Згасаючі коливання.

4.2 Вимушені коливання.

4.3 Резонанс.

4.1 Згасаючі коливання

Розглядаючи коливання в реальних коливальних системах, ми відмітимо, що вільні коливання відбуваються зі зменшенням амплітуди і врешті-решт повністю припиняються. Такі коливання називаються згасаючими.

Згасаючі коливання – це коливання, амплітуда яких з часом зменшується.

Причина згасання полягає в тому, що в будь-якій коливальній системі, крім повертаючої сили, діють різного роду сили тертя, опору середовища, які гальмують рух [4]. Коливальна система витрачає свою енергію на роботу проти дисипативних сил, і на цю роботу витрачається весь запас енергії, наданий системі спочатку. Витрати енергії на роботу проти сил тертя можуть бути різними: можливе тертя між твердими поверхнями, здолання опору середовища, крім того, тіло, що коливається, приводить у рух середовище, що оточує тіло, віддаючи при кожному коливанні частину своєї енергії, ті самі деформації пружин, підвісів тощо також відбуваються з деякими втратами енергії на внутрішнє тертя в матеріалі, з якого вони виготовлені. Коливання, яке за відсутності тертя було б гармонічним, за наявності згасання перестає бути таким, рух не буде періодичним. Його осцилограма вже не буде періодичною кривою, а лінією, розмахи якої все менше. Збільшуючи в той чи інший спосіб тертя, ми можемо домогтися того, що коливання припиняться після першого ж розмаху. Такі рухи називають аперіодичними.

Отримаємо рівняння згасаючих коливань. Урахуємо, що на тіло, крім пружної сили $F_{\text{пр}} = -kx$, діє ще сила тертя $F_{\text{тер}} = -rv$. Ця сила пропорційна швидкості та спрямована в бік, протилежний напрямку руху. Тоді

$$ma = F_{\text{дис}} + F_{\text{тер}},$$

$$ma = -kx - rv,$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x};\ a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x} \Rightarrow,$$

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = 0,$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0.$$

Введемо позначення $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, $\frac{r}{m} = 2\beta$, тоді

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – диференціальне рівняння згасаючих коливань.

Те, який вигляд має розв'язок цього рівняння, залежить від співвідношення ω_0 та β.

Якщо $\beta << \omega_0$, спостерігається слабке згасання, і коливання тіла будуть близькими до гармонічних. Закон руху точки матиме вигляд

$$x = A_0 e^{-\beta t} cos(\omega_з t + \varphi_0).$$

Тут $A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда згасаючих коливань; у початковий момент часу $A = A_0$.

Графік залежності амплітуди згасаючих коливань від часу подано на рисунку 4.1.

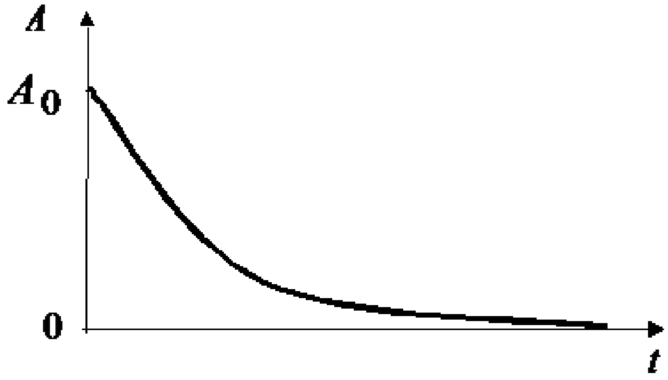

Рисунок 4.1

Частота згасаючих коливань

$$\omega_з = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Частоту ω_0 вільних незгасаючих гармонічних коливань називають власною частотою системи.

Осцилограма згасаючих коливань показана на рисунку 4.2.

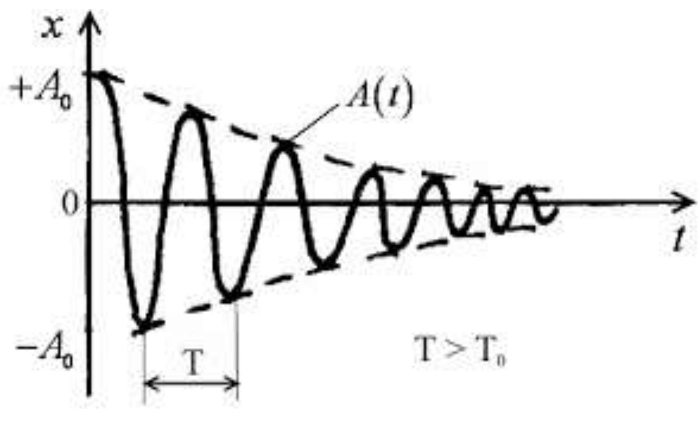

Рисунок 4.2

Як уже зазначалося раніше, згасаючі коливання – явище неперіодичне, але, якщо згасання невелике, можна умовно говорити про період, розуміючи під цим час між двома проходженнями положення рівноваги в одному напрямку.

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Зі збільшенням тертя період подовжується.

Згасаючі коливання прийнято характеризувати декрементом згасання.

Декрементом згасання називається відношення двох амплітуд згасаючих коливань, відстань між якими в часі дорівнює одному періоду

$$\delta = \frac{A(t)}{A(t+T)},$$

$$\delta = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+T)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta t} e^{-\beta T}} = e^{\beta T},$$

$$\delta = e^{\beta T}.$$

Декремент згасання є безрозмірною величиною.

Логарифмічним декрементом згасання є величина, що дорівнює натуральному логарифму відношення однієї амплітуди згасаючих коливань до іншої, відстань між якими в часі дорівнює одному періоду

$$\lambda = ln\delta = ln\frac{A(t)}{A(t+T)},$$

$$\lambda = lne^{\beta T} = \beta T,$$

$$\lambda = \beta T.$$

Час релаксації – це час, за який амплітуда згасаючих коливань зменшується в e разів.

Коефіцієнт згасання – величина, обернена часу релаксації.

$$\beta = \frac{1}{\tau},$$

$$[\beta] = \frac{1}{\text{с}}.$$

Кількість коливань, що здійснить система за час релаксації,

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\lambda}.$$

Добротністю коливальної системи називається відношення енергії, запасеної в системі в початковий момент часу, до середньої втрати енергії за один період.

У системах з великою добротністю

$$Q = \frac{\pi}{\lambda},$$

$$[Q] = 1.$$

При $\beta \approx \omega_0$ період коливань стає нескінченно великим, і рух перестає бути періодичним.

При $\beta > \omega_0$ рух носить аперіодичний характер: система, виведена з положення рівноваги, повертається в положення рівноваги, не здійснюючи коливань. Є два можливих способи здійснення аперіодичного руху. Спосіб, за яким система повертається в стан рівноваги, залежить від початкових умов (рисунок 4.3).

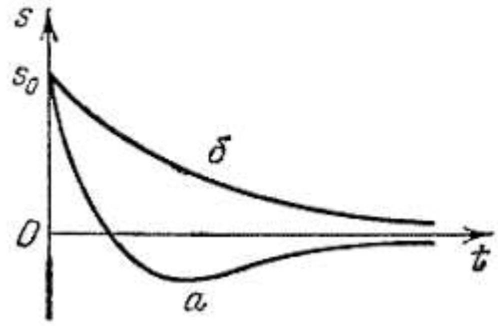

Рисунок 4.3

Якщо системі, виведеній з положення рівноваги, надати доволі сильний поштовх у напрямку положення рівноваги, вона буде рухатися відповідно до кривої а: проходить положення рівноваги та повільно повертається до нього; якщо ж, вивівши систему з положення рівноваги, відпустити її без поштовху або надати поштовх недостатньої сили, рух відбуватиметься відповідно до кривої б: система повільно «сповзе» до положення рівноваги.

4.2 Вимушені коливання

Вимушеними називаються коливання, які відбуваються під дією зовнішньої сили, що змінюється періодично.

Для того щоб коливання були гармонічними, зовнішня сила має змінюватися в часі за гармонічним законом

$$F_{зов} = F_0 cos\omega t.$$

Тоді, за другим законом Ньютона,

$$ma = F_{дис} + F_{тер} + F_{зов},$$

$$ma = -kx - rv + F_0 cos\omega t,$$

$$ma + kx + rv = F_0 cos\omega t,$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \dot{x};\ a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{x},$$

отже,

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + kx = F_0 cos\omega t,$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} cos\omega t,$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m},\ \frac{r}{m} = 2\beta, f_0 = \frac{F_0}{m}.$$

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 cos\omega t$ – диференціальне рівняння вимушених коливань

Розв’язком цього рівняння буде рівняння руху точки

$$x = Acos(\omega t + \varphi).$$

Тут

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}} -$$

амплітуда вимушених коливань; початкова фаза вимушених коливань визначається виразом

$$tg\varphi = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2\beta\omega}.$$

Отже, вимушені коливання – це гармонічні коливання з частотою, що дорівнює частоті зовнішньої сили; амплітуда коливань залежить від частоти цієї сили та пропорційна її амплітуді; вимушені коливання відстають від зовнішньої сили за фазою на величину φ.

При заданій амплітуді зовнішньої сили амплітуда вимушених коливань є тільки функцією частоти ω. При деякій характерній для цієї системи частоті амплітуда досягає максимального значення.

4.3 Резонанс

Явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти зовнішньої сили до власної частоти коливальної системи називається резонансом.

Умова максимуму амплітуди – мінімум підкорінного виразу для амплітуди:

$$\frac{d}{d\omega}\left((\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2\right)=2(\omega_0^2-\omega^2)(-2\omega)+4\beta^2\cdot 2\omega=0.$$

Звідси $\omega_{\text{рез}}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2}$ - резонансна частота.

При $\omega=\omega_{\text{рез}}$ амплітуда визначається формулою

$$A=\frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}.$$

При $\beta=0$ амплітуда стає нескінченно великою; якщо згасання в системі слабке, то резонансні явища сильні та різко виражені (гострий резонанс), амплітуда стає дуже великою на частоті, близькій до власної частоти системи, але при найменшій різниці частот амплітуда вимушених коливань значно зменшується. І навпаки, у системі зі значними дисипативними силами резонансні явища виявляються слабкими та вираженими нечітко (тупий резонанс; резонансне зростання амплітуди при тупому резонансі незначне, і помітне спадання амплітуди спостерігається в широкій смузі частот).

При малому згасанні

$$A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\beta\omega_0}.$$

Зміщення x_0 під дією сталої сили F_0

$$x_0 = \frac{F_0}{2\beta\omega_0} = \frac{f_0}{\omega_0^2},$$

$$\frac{A_{\text{рез}}}{x_0} = \frac{f_0}{2\beta\omega_0} \cdot \frac{\omega_0^2}{f_0} = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{2\pi}{2\beta T} = \frac{\pi}{\lambda} = Q.$$

Добротність показує, у скільки разів амплітуда в резонансі перевищує зміщення від положення рівноваги під дією сталої сили тієї самої величини, що й амплітуда вимушуючої сили.

Резонанс відіграє велику роль у найрізноманітніших явищах, причому в одних випадках - корисну, інших – шкідливу.

Лекція 5

ВІЛЬНІ НЕЗГАСАЮЧІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ В КОЛИВАЛЬНОМУ КОНТУРІ. ЗГАСАЮЧІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

План лекції

5.1 Електромагнітні коливання.

5.2 Коливальний контур та величини, що визначають його властивості.

5.3 Процеси, що відбуваються в коливальному контурі.

5.4 Вільні незгасаючі електромагнітні коливання.

5.5 Згасаючі електромагнітні коливання.

5.1 Електромагнітні коливання

До цього моменту ми розглядали механічні коливання, які є одним з видів руху тіл. Ці коливання наочні, а динаміка та кінематика можуть дати детальний опис такого руху. Але разом із механічними існують коливання електромагнітні, і їхні значення для техніки, а також забезпечення життя, можливо, ще більше.

Що коливається в такому випадку? Може коливатися електричний заряд конденсатора, сила струму в провідниках, енергія електричного та магнітного полів - іншими словами, величини, що описують електричне та магнітне поле. Це означає, що вони не залишаються сталими, а змінюються з часом. Але на зразок того, як не будь-який рух є коливанням, так і не будь-які зміни електричних і магнітних величин є електромагнітними – необхідно, щоб вони змінювалися періодично.

Електромагнітні коливання – періодичні зміни електричних і магнітних величин. Ми не можемо побачити такі коливання наочно, на зразок механічних, для їх спостереження необхідно використати електричне коло.

5.2 Коливальний контур і величини, що визначають його властивості

Коливальним контуром називається електричне коло, що складається з конденсатора, замкнутого на котушку індуктивності.

Опір провідників, що входять до складу коливального контуру, називається активним опором.

Три величини – ємність конденсатора C, індуктивність котушки L та активний опір R – задають властивості коливального контуру.

Для того щоб у контурі виникли вільні коливання, слід яким-небудь способом порушити рівновагу: зарядити конденсатор або індукувати струм у котушці, а потім залишити систему як є.

5.3 Процеси, що відбуваються в коливальному контурі

Відслідкуємо явища, які відбуваються в коливальному контурі.

Розглянемо ідеальний контур (рисунок 5.1).

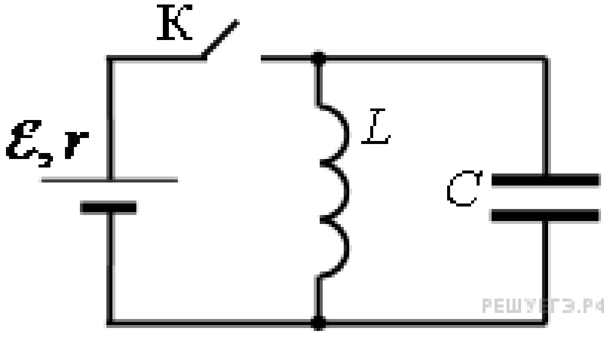

Рисунок 5.1

Коливальний контур називається ідеальним, якщо його активний опір дорівнює нулю. Замкнемо ключ К і зарядимо конденсатор до певного значення заряду. Розімкнемо ключ і ввімкнемо секундомір.

У момент часу $t = 0$ конденсатор повністю заряджений, на його обкладинках максимальний за значенням заряд, максимальною є напруженість електричного поля всередині конденсатора, максимальна напруга між обкладинками, максимальна енергія електричного поля. Струм у котушці дорівнює нулю, індукція магнітного поля нульова, ЕРС самоіндукції котушки - нуль, енергія магнітного поля також дорівнює нулю. Уся енергія контуру зосереджена в електричному полі конденсатора.

Конденсатор починає розряджатися одразу після розмикання ключа. Його заряд зменшується, сила струму в колі зростає. Миттєвому зростанню струму перешкоджає ЕРС самоіндукції котушки. Напруженість електричного поля зменшується, зменшується напруга між обкладинками. Зростає ЕРС самоіндукції котушки, індукція магнітного поля. Відбувається поступовий перехід енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля котушки.

У момент часу $t = \frac{T}{4}$ конденсатор повністю розряджений, напруга між обкладинками нульова, електричне поле відсутнє. У той самий момент сила струму в котушці досягає максимального значення, максимальна індукція магнітного поля та ЕРС самоіндукції котушки. Енергія контуру зосереджена в магнітному полі котушки. Одразу після цього моменту часу струм у котушці починає зменшуватися.

В інтервалі часу $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$ сила струму в котушці зменшується, миттєвому зникненню струму перешкоджає ЕРС самоіндукції котушки. Індукція магнітного поля зменшується, ЕРС самоіндукції магнітного поля зменшується. Конденсатор поступово заряджається, зростає напруженість електричного поля та напруга між обкладинками конденсатора.

Відбувається поступовий перехід енергії магнітного поля котушки в енергію електричного поля конденсатора.

У момент часу $t = \frac{T}{2}$ струм у котушці стає рівним нулю, магнітне поле відсутнє, ЕРС самоіндукції дорівнює нулю. Заряд конденсатора в цей момент часу сягає максимального значення, що дорівнює значенню в початковий момент часу. Знаки зарядів обкладинок протилежні знакам при $t = 0$. Енергія контуру зосереджена в електричному полі конденсатора.

Далі процес протікає у зворотному напрямку, і при $t = T$ стан контуру повністю аналогічний стану при $t = 0$.

При цьому коливаються такі величини:

1 Заряд конденсатора q.

2 Сила струму в котушці i.

3 Напруга між обкладинками конденсатора u.

4 ЕРС самоіндукції в котушці ε_{iS}.

5 Напруженість електричного поля конденсатора.

6 Індукція магнітного поля котушки B.

7 Енергія електричного поля конденсатора $W_e = \frac{Cu^2}{2}$.

8 Енергія магнітного поля котушки $W_м = \frac{Li^2}{2}$.

Якщо в контурі відсутні втрати енергії, то розглянутий циклічний процес може тривати необмежено довго: у контурі будуть здійснюватися строго періодичні незгасаючі коливання.

5.4 Вільні незгасаючі електромагнітні коливання

Запишемо рівняння коливального контуру:

$$u_C + u_L + u_R = u_{зовн},$$

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + iR = u_{зовн}.$$

Для ідеального контуру, який не під'єднаний до джерела зовнішньої змінної напруги, $R = 0$ і $u_{\text{зовн}} = 0$. Рівність нулю активного опору означає, що в контурі не відбувається перетворення енергії на ленц-джоулеве тепло. У такому контурі відбуваються вільні незгасаючі гармонічні коливання.

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0.$$

Згадаємо, що $i = \dot{q}$, отже $\frac{di}{dt} = \ddot{q}$, тоді маємо

$$L\ddot{q} + \frac{1}{C}q = 0,$$

$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$ – диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань у контурі.

Вважаючи $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, рівняння запишемо у вигляді

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Його розв'язок має вигляд

$q = q_m cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ – залежність заряду від часу.

Тоді напруга змінюється за законом

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C}cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

або

$$u = u_m cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $u_m = \frac{q_m}{C}$ – максимальна напруга.

Сила струму в контурі

$$i = \dot{q} = -q_m\omega\ sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

або

$$i = -i_m\ sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де $i_m = q_m\omega$ – амплітудне значення сили струму.

Період коливань у контурі $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \text{ – формула Томсона.}$$

Видно, що коливання сили струму і напруги відбуваються за гармонічним законом з однаковою частотою, але різними амплітудами; коливання сили струму випереджають коливання напруги за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Залежність електричного поля від часу визначається виразом

$$w_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{q_m^2}{4C}[cos(2\omega_0 t + \varphi_0{}') - 1].$$

Енергія магнітного поля

$$w_m = \frac{Li^2}{2} = \frac{Li_m^2}{2} sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \frac{Li_m^2}{4}[1 - cos(2\omega_0 t + \varphi_0{}')].$$

Видно, що енергії електричного та магнітного полів здійснюють гармонічні коливання навколо середніх значень $\frac{q_m^2}{4C}$ та $\frac{Li_m^2}{4}$ за частотою, яка вдвічі більше частоти струму і напруги. Вони неперервно переходять одна в одну так, що повна енергія контуру зберігається:

$$\frac{q_m^2}{2C} = \frac{Li_m^2}{2}.$$

5.5 Згасаючі електромагнітні коливання

Будь-який реальний коливальний контур має активний опір. Енергія, яка була запасена в контурі, поступово витрачається в цьому опорі, перетворюючись на тепло, внаслідок чого вільні коливання згасають.

Рівняння Кірхгофа для такого контуру

$$iR = -\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt},$$

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

Позначимо

$$\frac{R}{2L} = \beta,$$

тоді

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0.$$

Якщо $\beta^2 < \omega_0^2$, тобто $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$, розв'язок має вигляд

$$q = q_{m0}e^{-\beta t}cos(\omega_з t + \varphi_0), \qquad (5.1)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \qquad (5.2)$$

Розділивши вираз (5.1) на С, отримаємо

$$u = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\beta t} cos(\omega_з t + \varphi_0) = u_{m0} e^{-\beta t} cos(\omega_з t + \varphi_0),$$

$$i = -q_{m0} \beta e^{-\beta t} cos(\omega_з t + \varphi_0) - q_{m0} e^{-\beta t} sin(\omega_з t + \varphi_0)\omega,$$

$$i = -q_{m0} e^{-\beta t}[\beta cos(\omega_з t + \varphi_0) + sin(\omega_з t + \varphi_0)\omega]. \qquad (5.3)$$

Помножимо праву частину формули (5.3) на вираз $\frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_з{}^2+\beta^2}}$, рівний одиниці:

$$i = q_{m0} e^{-\beta t} \omega_0 \left[-\frac{\beta}{\sqrt{\omega_з{}^2+\beta^2}} cos(\omega_з t + \varphi_0) - \frac{\omega_з}{\sqrt{\omega_з{}^2+\beta^2}} sin(\omega_з t + \varphi_0) \right].$$

Введемо кут Ψ, який визначається умовою

$$cos\Psi = -\frac{\beta}{\sqrt{\omega_з{}^2+\beta^2}} = -\frac{\beta}{\omega_0},$$

$$sin\Psi = \frac{\omega_з}{\sqrt{\omega_з{}^2+\beta^2}} = \frac{\omega_з}{\omega_0},$$

тоді

$$i = q_{m0} e^{-\beta t} \omega_0 cos(\omega_з t + \varphi_0 + \Psi).$$

Оскільки $cos\Psi < 0$, а $sin\Psi > 0$, то $\frac{\pi}{2} < \Psi < \pi$. Отже, за наявності активного опору сила струму випереджає за фазою напругу на конденсаторі більш ніж на $\frac{\pi}{2}$.

Логарифмічний декремент згасання в цьому випадку

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L} \cdot \frac{2\pi}{\omega_з} = \frac{\pi R}{\omega_з L}.$$

Частота $\omega_з$, а отже, і λ, визначаються параметрами контуру R, L, C. Отже, λ є характеристикою контуру.

Якщо згасання невелике, $\beta^2 << \omega_0^2$, $\omega_з \approx \omega_0$, тоді $\lambda \approx \pi R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

Добротність коливального контуру у випадку слабкого згасання

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Якщо згасання велике, тобто $\beta^2 >> \omega_0^2 \left(\frac{R^2}{4L^2} >> \frac{1}{LC}\right)$, замість коливань відбувається аперіодичний розряд. Опір контуру, при якому процес переходить в аперіодичний розряд, називається характеристичним.

$$\frac{{R_k}^2}{4L^2} = \frac{1}{LC},$$

звідси

$$R_k = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Лекція 6

ВИМУШЕНІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ. ЗМІННИЙ СТРУМ. ПОТУЖНІСТЬ У КОЛІ ЗМІННОГО СТРУМУ

План лекції

6.1 Вимушені електромагнітні коливання.

6.2 Змінний струм. Активний опір, конденсатор і котушка в колі змінного струму.

6.3 Векторна діаграма напруг, трикутник опорів.

6.4 Потужність у колі змінного струму.

6.1 Вимушені електромагнітні коливання

Для того щоб викликати вимушені електромагнітні коливання, необхідно послідовно з елементами контуру ввімкнути змінну ЕРС чи, розірвавши контур, подати на утворені контакти змінну напругу

$$u = u_m cos\omega t,$$

тоді

$$\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + iR = u_m cos\omega t,$$

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{u_m}{L} cos\omega t.$$

Частковий розв’язок цього рівняння має вигляд

$$q = q_m cos(\omega t - \varphi), \tag{6.1}$$

де

$$q_m = \frac{{u_m}/{L}}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2-4\beta^2\omega^2}}.$$

Або

$$q_m = \frac{u_m}{\omega\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

$$tg\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2},$$

$$tg\varphi = \frac{R}{\omega L-\frac{1}{\omega C}}.$$

Загальний розв’язок отримаємо, якщо до часткового розв’язку додати загальний розв’язок однорідного рівняння. Воно було отримане раніше та містить експоненційний множник $e^{-\beta t}$, який до моменту часу, коли коливання набувають усталеного характеру, стає малим і ним можна знехтувати.

Знайдемо похідну від виразу (6.1) за часом:

$$i = -\omega q_m sin(\omega t - \varphi) = i_m cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = i_m cos(\omega t - \psi).$$

$\psi = \varphi - \frac{\pi}{2}$ – зсув фаз між струмом і напругою.

$$tg\psi = tg\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{tg\psi} = \frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Струм відстає від напруги за фазою ($\psi > 0$), якщо $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, і випереджає ($\psi < 0$), якщо $\omega L < \frac{1}{\omega C}$.

Сума напруг на елементах контуру в кожен момент часу дорівнює напрузі, прикладеній ззовні.

$$u_R + u_C + u_L = u_m cos\omega t,$$

$$u_R = Ri_m cos(\omega t - \psi),$$

$$u_C = \frac{q_m}{C} cos(\omega t - \psi) = u_{Cm} cos\left(\omega t - \psi - \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_{Cm} = \frac{q_m}{C} = \frac{u_m}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{i_m}{\omega C},$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = -\omega L i_m sin(\omega t - \psi) = u_{Lm} cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_{Lm} = \omega L i_m.$$

Напруга на ємності відстає за фазою від сили струму на $\frac{\pi}{2}$, а напруга на індуктивності випереджає струм за фазою на $\frac{\pi}{2}$; напруга на активному опорі змінюється в одній фазі зі струмом. Фазові співвідношення можна наочно відобразити за допомогою векторної діаграми.

Напруга u зображена на діаграмі рисунка 6.1 вектором, рівним сумі векторів u_R, u_C, u_L.

Резонансна частота для заряду і напруги на конденсаторі дорівнює

$$\omega_{q\text{рез}} = \omega_{u\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \le \omega_0.$$

Максимум при резонансі буде тим вище, чим менше $\beta = \frac{R}{2L}$, тобто чим менше активний опір і більше індуктивність. При малому згасанні ($\beta^2 << \omega_0^2$) резонансну частоту для напруги можна вважати рівною ω_0. Тоді

$$\omega_{\text{рез}} L - \frac{1}{\omega_{\text{рез}} C} = 0.$$

Отже ,

$$\frac{u_{Cm\text{рез}}}{u_m} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q.$$

Отже, добротність контуру показує, у скільки разів напруга на конденсаторі може перевищувати прикладену напругу.

6.2 Змінний струм. Активний опір, конденсатор і котушка в колі змінного струму

Змінним струмом називається струм, який змінюється в часі за гармонічним законом.

Отже, ми можемо розглядати змінний струм як усталені вимушені електромагнітні коливання в контурі, що під'єднаний до зовнішнього джерела напруги, залежність якої від часу має вигляд

$$u_{\text{зовн}} = u_m cos\omega t.$$

Тоді

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = u_m cos\omega t.$$

Розглянемо кожен з цих доданків окремо:

а) активний опір в колі змінного струму

$$u_{\text{зовн}} = u_m cos\omega t.$$

За законом Ома,

$$i = \frac{u}{R} = \frac{u_m}{R} cos\omega t. \qquad (6.2)$$

Амплітуда сили струму

$$i_m = \frac{u_m}{R}.$$

Тоді вираз (6.2) набуде вигляду

$$i = i_m cos\omega t. \qquad (6.3)$$

Коливання сили струму і напруги на активному опорі відбуваються за гармонічним законом з однаковою частотою, але різними амплітудами. Коливання сили струму і напруги на активному опорі відбуваються в однаковій фазі;

б) конденсатор у колі змінного струму

$$u_{\text{зовн}} = u_m cos\omega t. \quad (6.4)$$

Оскільки ємність конденсатора $C = \frac{q}{u}$, звідси $q = Cu = Cu_m cos\omega t.$

Амплітудне значення заряду конденсатора

$$q_m = Cu_m.$$

Сила струму в колі

$$i = \frac{dq}{dt} = -Cu_m\omega \sin \omega t = Cu_m\omega cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Амплітуда сили струму

$$i_m = u_m\omega C = \frac{u_m}{\frac{1}{\omega C}}.$$

Величина $X_C = \frac{1}{\omega C}$ називається ємнісним опором.

Ємнісний опір - це опір конденсатора змінному струму.

Тоді

$$i_m = \frac{u_m}{X_C}.$$

Величина X_C обернено пропорційна частоті струму.

Для постійного струму $\omega = 0$, отже, величина ємнісного опору наближається до нескінченності, і постійний струм у колі з конденсатором протікати не може.

З виразів (6.3) і (6.4) видно, що коливання сили струму і напруги на конденсаторі відбуваються за гармонічним законом з однаковою частотою та різними амплітудами. Коливання сили струму випереджають коливання напруги на конденсаторі за фазою на $\frac{\pi}{2}$;

в) котушка індуктивності в колі змінного струму.

Якщо в колі є котушка індуктивності, сила струму не одразу досягає свого максимального значення внаслідок явища самоіндукції. Нехтуючи активним опором котушки, маємо

$$e_{is} = -u.$$

ЕРС самоіндукції в будь-який момент часу протилежна напрузі за фазою.

Якщо в котушці тече синусоїдальний струм

$$i = i_m sin\omega t,$$

ЕРС самоіндукції

$$e_{is} = -L\frac{di}{dt} = -L\omega i_m cos\omega t,$$

тоді напруга

$$u = L\omega i_m cos\omega t.$$

Амплітудне значення напруги

$$u_m = L\omega i_m$$

або

$$u_m = X_L i_m.$$

Величина $X_L = \omega L$ називається індуктивним опором.

Індуктивний опір - це опір котушки змінному струму.

Індуктивний опір прямо пропорційний частоті, а отже, для постійного струму при $\omega = 0$ індуктивний опір $X_L = 0$. Котушка індуктивності в колі постійного струму поводиться як звичайний провідник, маючи лише активний опір.

Бачимо, що коливання сили струму і напруги на котушці індуктивності відбуваються за гармонічним законом з однаковою частотою, але різними амплітудами. Коливання сили струму відстають від коливань напруги за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

6.3 Векторна діаграма напруг, трикутник опорів

Побудуємо векторну діаграму напруг (рисунок 6.1).

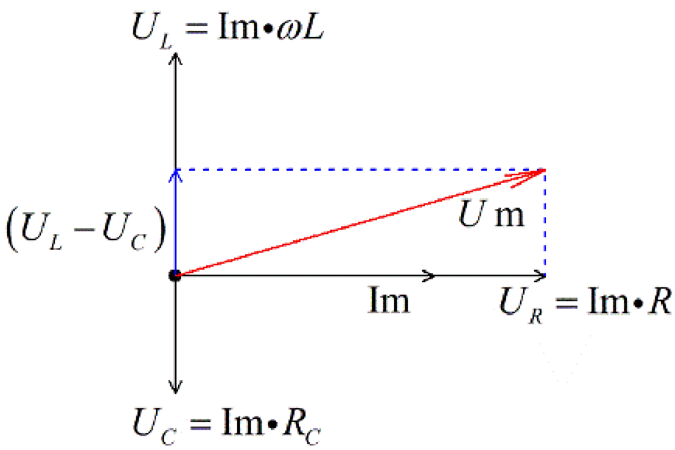

Рисунок 6.1

Звернемо увагу, що $u_{mR} = i_m R$, $u_{mC} = i_m X_C$, $u_{mL} = i_m X_L$, отже, крім векторної діаграми напруг, можна побудувати трикутник опорів (рисунок 6.2).

Величина $X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ називається реактивними опором.

Загальний опір кола знайдемо як довжину гіпотенузи трикутника за теоремою Піфагора:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

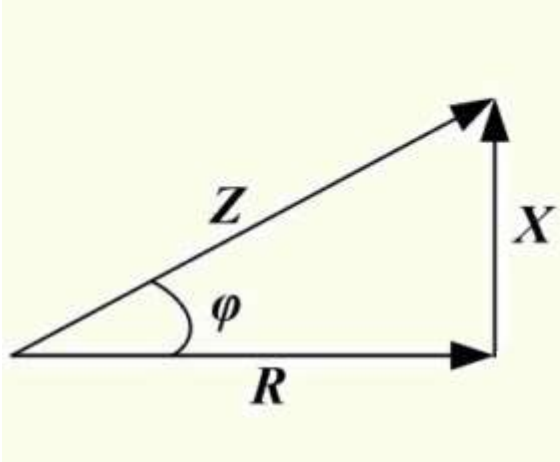

Рисунок 6.2

Сила струму в колі, під'єднаному до джерела зовнішньої напруги $u_{зовн} = u_m cos\omega t$, змінюється з часом за законом

$$i = i_m cos(\omega t - \varphi).$$

Амплітуда струму

$$i_m = \frac{u_m}{Z} = \frac{u_m}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Струм відстає за фазою від напруги на кут φ, який залежить від параметрів кола та частоти:

$$tg\varphi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R}.$$

6.4 Потужність у колі змінного стуму

Миттєве значення потужності

$$p(t) = i(t) \cdot u(t) = i_m cos(\omega t - \varphi) u_m cos\omega t\ .$$

Оскільки

$$cos\alpha cos\beta = \frac{1}{2}cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}cos(\alpha + \beta),$$

то $p(t) = \frac{1}{2}i_m u_m cos\varphi + \frac{1}{2}i_m u_m cos(2\omega t - \varphi)$.

Практичний інтерес має середнє за період значення потужності. Оскільки середнє за період значення $cos(2\omega t - \varphi) = 0$,

$$\bar{p} = \frac{i_m u_m}{2}cos\varphi.$$

Видно, що потужність змінюється з частотою, яка дорівнює подвоєній частоті струму, навколо середнього значення потужності.

$$cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

тому

$$\bar{p} = \frac{R i_m^2}{2}.$$

Таку саму потужність розвиває постійний струм, сила якого дорівнює

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}.$$

Величина I називається діючим значенням сили струму.

Діючим значенням сили змінного струму називається сила постійного струму, при якій у колі за час, рівний періоду змінного струму, виділяється така сама кількість теплоти, що і при цьому змінному струмі.

Аналогічно визначається діюче значення напруги:

$$U = \frac{u_m}{\sqrt{2}}.$$

Тоді величина середньої за період потужності

$$\bar{p} = UIcos\varphi$$

називається коефіцієнтом потужності. У техніці його намагаються зробити якомога більшим. При малому $cos\varphi$ для виділення в колі необхідної потужності слід пропускати струм більшої сили, що викликає зростання втрат у з’єднувальних провідниках.

Лекція 7

ПОНЯТТЯ ПРО ХВИЛЬОВИЙ РУХ. ПРУЖНІ МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ. РІВНЯННЯ ХВИЛІ. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ ХВИЛЬ. СТОЯЧІ ХВИЛІ

План лекції

7.1 Поняття про хвильовий рух. Пружні механічні хвилі.

7.2 Рівняння плоскої одновимірної хвилі. Хвильові поверхні, хвильовий фронт.

7.3 Інтерференція хвиль, стоячі хвилі.

7.1 Поняття про хвильовий рух. Пружні механічні хвилі. Рівняння плоскої хвилі

Хвилею називається процес розповсюдження в просторі збурень стану речовини або поля.

Основна властивість хвиль: перенесення енергії без перенесення речовини.

Механічні збурення, які розповсюджуються в середовищі, частинки якого пов’язані між собою пружними силами, називаються пружними хвилями.

Напрямок розповсюдження хвилі називається променем.

Якщо коливання у хвилі відбуваються вздовж променя, хвиля називається поздовжньою.

Якщо коливання відбуваються в площині, перпендикулярній до променя, хвиля називається поперечною.

Поздовжня та поперечна хвилі показані на рисунку 7.1.

Періодом хвилі називається період коливань частинок.

Довжина хвилі – це відстань між двома найближчими точками, які коливаються синфазно (рисунок 7.2).

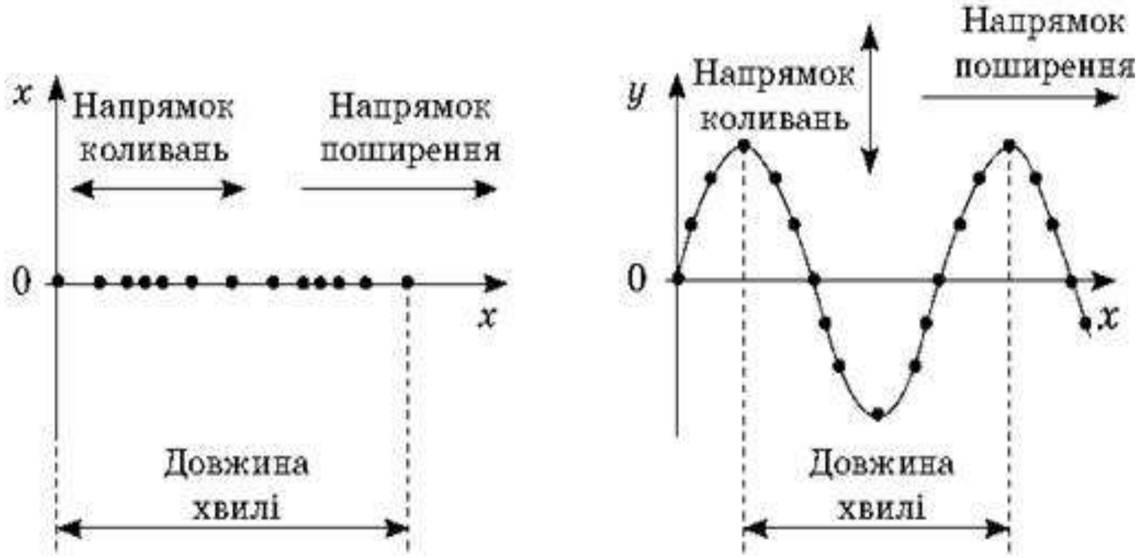

Рисунок 7.1

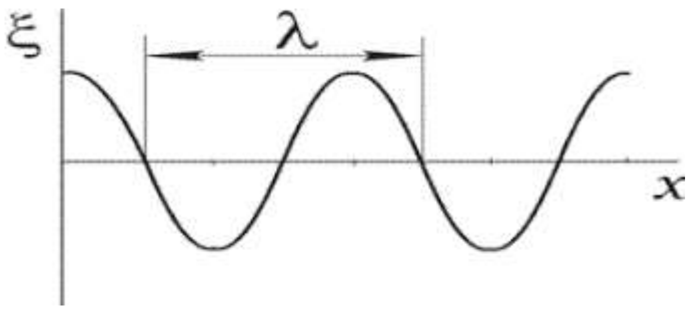

Рисунок 7.2

Швидкість, з якою відбувається поширення коливань у просторі, називається фазовою швидкістю хвилі.

Довжина хвилі дорівнює відстані, на яку поширюється хвиля за час, рівний періоду

$$\lambda = vT.$$

Основним завданням теорії хвиль є визначення залежності зміщення частинки в певній точці від часу на просторових координат. Формула, яка виражає цю залежність, називається рівнянням хвилі.

7.2 Рівняння плоскої хвилі. Хвильові поверхні. Хвильовий фронт

Розглянемо одновимірну хвилю, яка розповсюджується вздовж додатного напрямку осі Ох і збуджується джерелом, розташованим у точці О (рисунок 7.3).

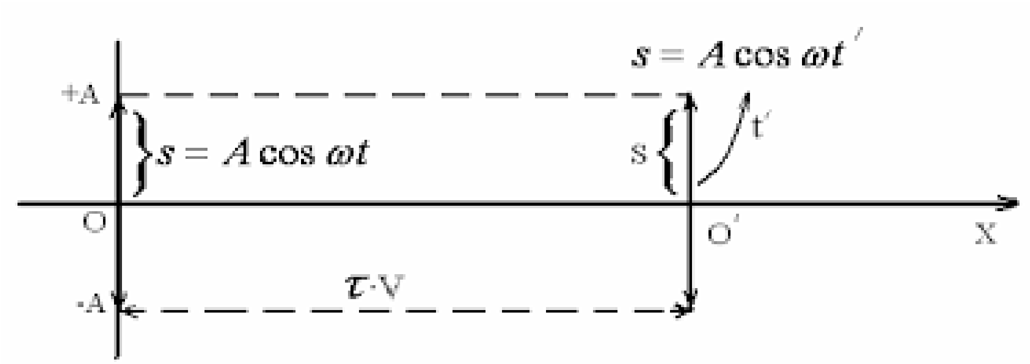

Рисунок 7.3

Нехай у точці О відбуваються коливання за рівнянням

$$\xi_0 = Acos(\omega t + \alpha).$$

Тоді коливання в довільній точці М відстають за фазою від коливань точки О:

$$\xi \quad = Acos(\omega(t - t_1) + \alpha),$$

де $t_1 = \frac{x}{v}$ – час, необхідний хвилі для проходження відстані $OM = x$.

Тоді $\xi \quad = Acos\left(\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha\right) = Acos(\omega t - \frac{2\pi x}{vT} + \alpha).$

Введемо таке позначення

$$\lambda = vT = \frac{v}{\upsilon}$$

і

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Величина k називається *хвильовим числом* і показує, скільки довжин хвиль вкладається на відрізку довжиною 2π.

Отже, рівняння запишеться у вигляді

$$\xi = \mathrm{A}cos\left[\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) + \alpha\right],$$

$$\xi = Acos[(\omega t - kx) + \alpha].$$

Різниця фаз коливань у двох точках M_1 і M_2, координати яких x_1 і x_2, дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = [(\omega t - kx_1) + \alpha] - [(\omega t - kx_2) + \alpha] = k(x_2 - x_1).$$

Якщо ця різниця кратна 2π:

$$k(x_2 - x_1) = 2\pi n,$$

$$n = \pm 1{,}2{,}3 \ldots,$$

то коливання в точках M_1 і M_2 будуть відбуватися в однаковій фазі. Геометричне місце точок, для яких фаза хвилі має однакове значення, називається хвильовою поверхнею. Відстань між двома сусідніми хвильовими поверхнями дорівнює довжині хвилі. Хвильовий фронт – це хвильова поверхня, найбільш віддалена від джерела коливань, яка відділяє частину середовища, де вже відбувається хвильовий процес від незбуреного середовища.

Хвилі, хвильовими поверхнями яких є сфери, називаються *сферичними*.

Вони виникають від точкового джерела або джерела у формі сфери.

Рівняння сферичної хвилі

$$\xi = \frac{A_0}{r}\cos\left(\omega t - kr + \alpha\right).$$

Хвилі, хвильові поверхні яких є площинами, називаються *плоскими*.

Вони виникають від джерела у вигляді площини або дуже віддаленого джерела.

Рівняння плоскої хвилі

$$\xi = A\cos[(\omega t - kx) + \alpha].$$

7.3 Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі

Інтерференцією називається явище накладання хвиль, при якому спостерігається стійка в часі інтерференційна картина [4].

Інтерференційна картина – це картина закономірно розташованих у просторі мінімумів і максимумів коливань, що спостерігається під час накладання когерентних хвиль.

Когерентні хвилі – це хвилі, що мають однакову частоту і сталу в часі різницю фаз.

Нехай у точку М приходять коливання від двох джерел (рисунок 7.4):

$$\xi_1 = \frac{A_1}{r_1}\cos\left(\omega t - k_1 r_1 + \alpha\right),$$

$$\xi_2 = \frac{A_2}{r_2}\cos\left(\omega t - k_2 r_2 + \alpha\right).$$

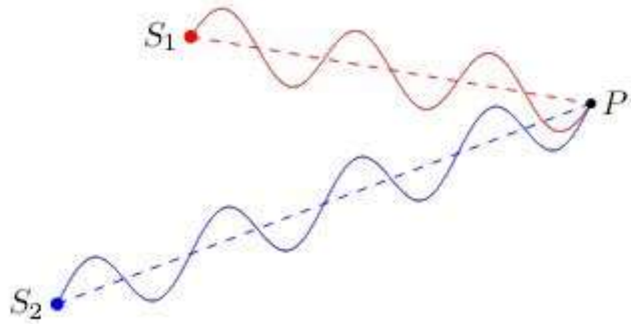

Рисунок 7.4

Для когерентних хвиль $\omega_1 = \omega_2 = \omega$,

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\omega}{v}(r_2 - r_1) + (\alpha_2 - \alpha_1) = -k(r_2 - r_1) + (\alpha_2 - \alpha_1),$$

тоді

$$A^2 = \left(\frac{A_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{r_2}\right)^2 + \frac{2A_1A_2}{r_1r_2}cos[k(r_2 - r_1) - (\alpha_2 - \alpha_1)].$$

При $\alpha_1 = \alpha_2 = const$ і $k = const$ (тобто хвилі когерентні) результуюча амплітуда не залежить від часу.

Результуюча амплітуда максимальна, якщо cos у правій частині дорівнює 1. Це відбувається в усіх точках, де аргумент косинуса кратний 2π:

$$k(r_2 - r_1) - (\alpha_2 - \alpha_1) = 2\pi m,$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$$

Оскільки $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, то $r_2 - r_1 = m\lambda + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2\pi}\lambda$;

якщо $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$, то $r_2 - r_1 = \Delta r = m\lambda$ – умова інтерференційного максимуму.

Величина $r_2 - r_1 = \Delta r$ називається геометричною різницею ходу.

Умова інтерференційних максимумів: для того щоб у певній точці спостерігався інтерференційний максимум, необхідно, щоб на геометричній різниці ходу вміщувалася ціла кількість довжин хвиль.

У точках, де cos дорівнює -1, амплітуда результуючого коливання мінімальна. Це спостерігається в точках, де аргумент кратний непарному числу π:

$$k(r_2 - r_1) - (\alpha_2 - \alpha_1) = (2m + 1)\pi.$$

$r_2 - r_1 = \Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ – умова інтерференційних мінімумів.

Умова інтерференційних мінімумів: для того щоб у певній точці спостерігався інтерференційний мінімум, необхідно, щоб на геометричній різниці ходу вміщувалася непарна кількість напівхвиль.

Окремим випадком інтерференції є стоячі хвилі.

Стоячі хвилі – це хвилі, які утворюються в результаті накладання двох когерентних хвиль з однаковими амплітудами, що розповсюджуються назустріч одна одній.

За принципом суперпозиції,

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = Acos(\omega t - kx) + Acos(\omega t + kx + \alpha) = 2Acos(kx)\cos(\omega t + \alpha)$$

Амплітуда стоячої хвилі

$$A_{cm} = 2Acos(kx).$$

Точки, у яких амплітуда стоячої хвилі максимальна, називаються *пучностями*.

Їхні координати задаються рівнянням

$$cos(kx) = \pm 1.$$

$$x = m\frac{\lambda}{2}.$$

У точках пучностей $A_{ст} = 2A$.

Точки, у яких амплітуда стоячої хвилі дорівнює нулю, називаються вузлами.

У цих точках $cos(kx) = 0$, отже $x = (2m + 1)\frac{\lambda}{4}$ (рисунок 7.5) [5].

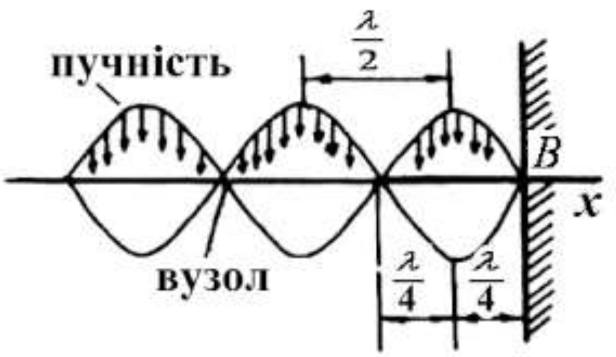

Рисунок 7.5

Запитання для самоперевірки

1 Що називають коливаннями?

2 Які коливання називають вільними?

3 Дайте визначення періоду і частоти коливань.

4 Які коливання називають гармонічними?

5 За яких умов у системі виникають вільні незгасаючі гармонічні коливання?

6 Записати диференціальне рівняння вільних незгасаючих гармонічних коливань.

7 Записати закон руху точки під час вільних незгасаючих гармонічних коливань.

8 Що називають амплітудою, фазою, початковою фазою коливань?

9 Що називають циклічною частотою коливань, як вона пов'язана з періодом і частотою?

10 Як за осцилограмою коливань визначити основні характеристики коливального руху?

11 Як залежать від часу швидкість і прискорення точки під час гармонічних коливань?

12 Сформулювати закон збереження енергії при вільних незгасаючих гармонічних коливаннях.

13 Що називають пружинним маятником?

14 Які перетворення енергії відбуваються під час коливань пружинного маятника?

15 Від яких величин залежить період коливань пружинного маятника?

16 Що називають фізичним маятником?

17 Записати рівняння коливань фізичного маятника.

18 Як розраховується період фізичного маятника?

19 Що називають математичним маятником?

20 За яких умов тягарець, закріплений на підвісі, можна вважати математичним маятником?

21 Від яких величин залежить період математичного маятника? Записати формулу для його розрахування.

22 Як зміниться період математичного маятника, якщо збільшити масу тягарця в n разів?

23 Як змінюється період математичного маятника при зміні амплітуди коливань?

24 Як графічно подати гармонічні коливання?

25 Який рух є результатом додавання двох гармонічних коливань одного напрямку з однаковими частотами?

26 Який рух є результатом додавання двох гармонічних коливань одного напрямку з близькими, але не рівними частотами?

27 Який рух є результатом додавання двох взаємно перпендикулярних коливань?

28 Що називають фігурами Лісажу і за яких умов їх можна отримати?

29 Які коливання називають згасаючими?

30 У чому причина згасання коливань?

31 Записати диференціальне рівняння згасаючих коливань.

32 Записати закон руху точки під час згасаючих коливань.

33 Як залежить від часу амплітуда згасаючих коливань?

34 З якою частотою відбуваються згасаючі коливання?

35 Що називають декрементом згасання?

36 Що називають логарифмічним декрементом згасання?

37 Що називають часом релаксації?

38 Що називають коефіцієнтом згасання?

39 Що називають добротністю системи?

40 Як відбувається рух у коливальній системі, у якій присутні дисипативні сили значної величини?

41 Які коливання називаються вимушеними?

42 Записати диференціальне рівняння вимушених коливань.

43 Записати закон руху точки під час вимушених коливань.

44 З якою частотою відбуваються вимушені коливання?

45 Як амплітуда вимушених коливань залежить від частоти зовнішньої сили?

46 Записати вираз, що дає змогу розрахувати початкову фазу вимушених коливань.

47 Що називають резонансом?

48 Записати формулу, за якою можна розрахувати резонансну частоту.

49 Як впливає величина коефіцієнта згасання на вигляд резонансних кривих?

50 Яку роль відіграють резонансні явища у техніці та повсякденному житті?

51 Що називається електромагнітними коливаннями?

52 Що таке коливальний контур?

53 Що називають активним опором коливального контуру?

54 Які величини визначають властивості коливального контуру?

55 Що коливається в коливальному контурі?

56 Описати процеси, що відбуваються в коливальному контурі під час вільних незгасаючих гармонічних електромагнітних коливань.

57 Записати рівняння, які відображають залежність від часу заряду та напруги на конденсаторі і сили струму в колі під час вільних незгасаючих електромагнітних коливань.

58 Записати формулу Томсона для періоду вільних незгасаючих гармонічних електромагнітних коливань.

59 Як відбуваються зміни енергії під час вільних незгасаючих гармонічних електромагнітних коливань у контурі?

60 Як впливає на коливання в контурі активний опір?

61 Записати диференціальне рівняння згасаючих електромагнітних коливань.

62 Як розрахувати декремент згасання електромагнітних коливань?

63 Записати рівняння залежності заряду, напруги та сили струму в контурі від часу під час згасаючих електромагнітних коливань.

64 Що називають змінним струмом?

65 Як відбуваються коливання струму і напруги в активному опорі, під’єднаному до джерела зовнішньої змінної напруги?

66 Як відбуваються коливання струму і напруги на конденсаторі, під’єднаному до джерела зовнішньої змінної напруги?

67 Що називають ємнісним опором?

68 Побудувати графік залежності ємнісного опору від частоти.

69 Як відбуваються коливання струму і напруги на котушці індуктивності, приєднаній до джерела зовнішньої змінної напруги?

70 Що називається індуктивним опором?

71 Накреслити графік залежності індуктивного опору від частоти.

72 Що називають реактивним опором кола?

73 Як розрахувати повний опір кола?

74 Побудувати векторну діаграму напруг.

75 Як знайти зсув фаз між струмом і напругою?

76 Побудувати трикутник опорів.

77 Як залежить від часу потужність у колі змінного струму?

78 Чому дорівнює середнє за період значення потужності змінного струму?

79 Що таке коефіцієнт потужності?

80 Що називають діючим значенням сили струму в колі?

81 Що називають хвилею?

82 Які хвилі називаються пружними?

83 Як можна збудити хвилю у пружному середовищі?

84 Що називається променем?

85 Які хвилі називаються поздовжними?

86 Які хвилі називаються поперечними?

87 Яка основна властивість хвиль?

88 Що називають довжиною хвилі?

89 Що називають фазовою швидкістю хвилі?

90 Що називається рівнянням хвилі?

91 Записати рівняння плоскої хвилі.

92 Що таке хвильове число?

93 Що називають хвильовою поверхнею?

94 Які хвилі називають плоскими?

95 Які хвилі називають сферичними?

96 Записати рівняння сферичної хвилі.

97 Що називають хвильовим фронтом?

98 Записати рівняння плоскої хвилі, що розповсюджується в довільному напрямку.

99 Що називають хвильовим вектором?

100 У чому полягає явище інтерференції?

101 Які хвилі здатні до інтерференції?

102 Які хвилі називаються когерентними?

103 Який вигляд має інтерференційна картина?

104 Записати умову інтерференційних максимумів.

105 Записати умову інтерференційних мінімумів.

106 За яких умов виникають стоячі хвилі?

107 Записати рівняння стоячої хвилі.

108 Що називають пучностями та вузлами стоячої хвилі?

109 На якій відстані знаходяться найближчі вузол і пучність стоячої хвилі? Два вузли? Дві пучності?

Список літератури

1 Загальний курс фізики / за ред. І. М. Кучерука. Київ: Техніка, 1999. Т. 1. 565 с.

2 Загальні основи фізики: навч. посіб.: у 2-х кн. / І. Г. Богацька, Д. Б. Головко, А. А. Маляренко, Ю. Л. Ментковський; за ред. Д. Б. Головка, А. А. Ментковського. Київ: Либідь, 1998. 192 с.

3 Чолпан П. П. Основи фізики: навч. посіб. Київ: Вища шк., 1995. 567 с.

4 Яворський Б. М., Детлаф А. А., Лебедєв А. К. Довідник з фізики. Тернопіль: «Навчальна книга-Богдан», 2007. 1040 с.

5 Фізичний практикум / за заг. ред. В. П. Дущенка. Київ: Вища школа, 1984. 141 с.

Гресь В., Глейзер Н., Наземцева Л.

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Конспект лекцій

Редактор Ібрагімова Н. В.

Відповідальний за випуск Гресь В. Ю.

Підписано до друку 24.01.2022 р.
Умовн. друк. арк. 4,5. Тираж . Замовлення № .

Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха,7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.