

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра “Механіка і проектування машин”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
з дисципліни «ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

**Розділ «Статика» для заочної форми навчання механічного та
будівельного факультетів**

Харків 2016

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування машин” 29 січня 2015 р., протокол № 11.

Укладачі:

Доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський

Рецензент

проф. О.В. Братченко

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	Методичні вказівки до виконання контрольних робіт	4
2	Рівновага плоского тіла ($C - 1$)	5
3	Рівновага складового плоского тіла ($C - 2$)	10
	Рівновага тіла у просторі ($C - 3$)	15
	Список літератури	20

ВСТУП

Під час підготовки спеціалістів для залізничного транспорту навчальними планами передбачено вивчення студентами механічного та будівельного факультетів на 1-3 курсах дисципліни “Теоретична механіка”. При формуванні теоретичної бази з цієї дисципліни провідна роль відводиться лекційним курсам, які висвітлюють основні питання розділів “Статика”, “Кінематика”, “Динаміка”. У ході вивчення курсу теоретичної механіки важливим аспектом є проведення практичних занять, виконання індивідуальних завдань та контрольних робіт.

Вищесказане зумовило необхідність розроблення і введення до навчального процесу цих методичних вказівок.

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ

Програмою дисципліни „Теоретична механіка” передбачено виконання контрольних робіт з розділу „Статика”.

Зміст контрольних робіт, а саме номери задач до кожної з них, уточнюються викладачем під час настановних занять.

Кожна задача супроводжується десятьма рисунками й таблицею (з тим самим номером, що і задача), яка містить додатково до тексту задачі вихідні дані з десяти варіантів (від 0 до 9), номери яких наведені у першому стовпчику таблиці.

У всіх задачах студент обирає номер рисунка згідно з передостанньою цифрою шифру залікової книжки, а номер варіанта – згідно з останньою цифрою: наприклад, якщо шифр закінчується числом 38, то рисунок задачі має бути з номером 3 (наприклад рисунок С1.3, а вихідні дані з таблиці в рядку з номером 8. Контрольні роботи виконуються на форматі А4. Оформлення титульної сторінки контрольного завдання здійснюється у відповідності до встановлених вимог, а саме: на ній обов’язково вказуються назва кафедри, назва дисципліни, номер роботи, рік, шифр, прізвище та ініціали студента.

Розв'язання задач повинно супроводжуватись коротким текстовим поясненням (які формули або теореми застосовуються, звідки отримано ті чи інші результати та ін.), а також детальним викладом усіх розрахунків, що виконуються.

Рисунки до розв'язання задач повинні бути виконані акуратно із застосуванням креслярського приладдя. На них наносять позначення всіх використовуваних величин: розміри, координатні осі, вектори сил та ін.

Слід звернути увагу на те, що розрахункова схема виконується строго, згідно з вихідними даними свого варіанта задачі, і тоді в більшості випадків вона має бути простішою ніж на загальному рисунку.

Контрольні роботи, що не відповідають усім переліченим вимогам, рецензуватися не будуть і повертатимуться для переоформлення.

2 РІВНОВАГА ПЛОСКОГО ТІЛА

Задача С – 1

Жорстка рама (рисунки С1.0 – С1.9) закріплена в точці А шарнірно, а в точці В прикріплена або до невагомому стержню з шарнірами на кінцях, або до рухомої шарнірної опори. У точці С до рами прив'язаний трос, що перекинутий через блок, він несе на кінці навантаження $P = 25$ кН. На раму діє пара сил з моментом $M = 100$ кН м та дві сили, значення, напрямок і точки прикладення яких вказані у таблиці С1 (наприклад, в умові 1 на раму діє сила F_2 під кутом 15° до горизонтальної осі, прикладеної в точці О, та сила F_3 під кутом 60° до горизонтальної осі, прикладена в точці Е і т.п.). Треба визначити реакцію в'язів в точках А, В, які викликаються діючими навантаженнями. При розрахунках прийняти $a = 0,5$ м.

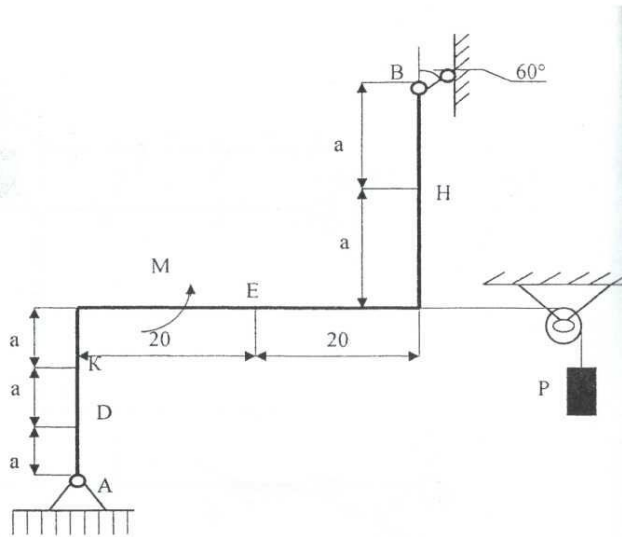


Рисунок С1.0

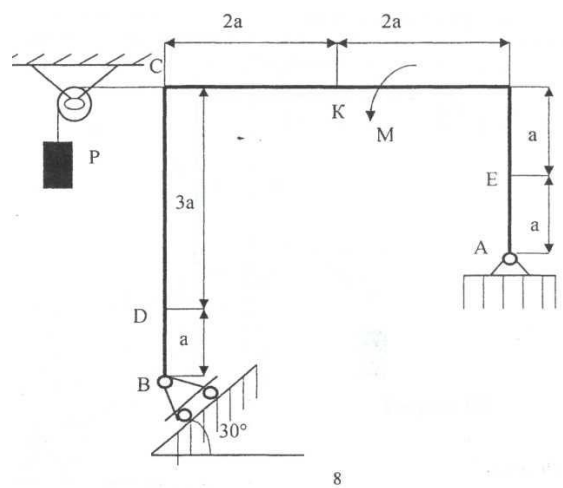


Рисунок С1.1

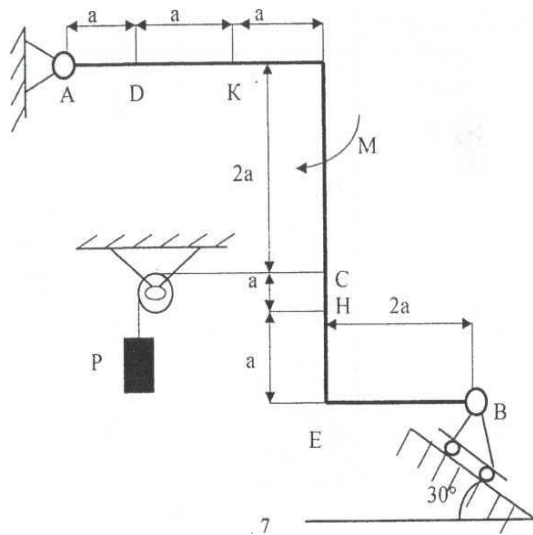


Рисунок С1.2

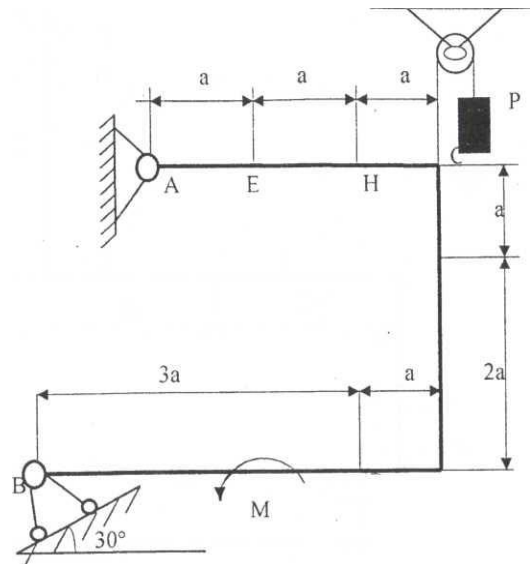


Рисунок С1.3

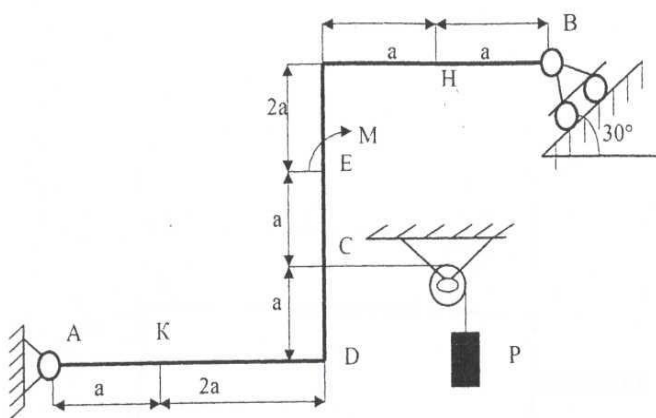


Рисунок С1.4

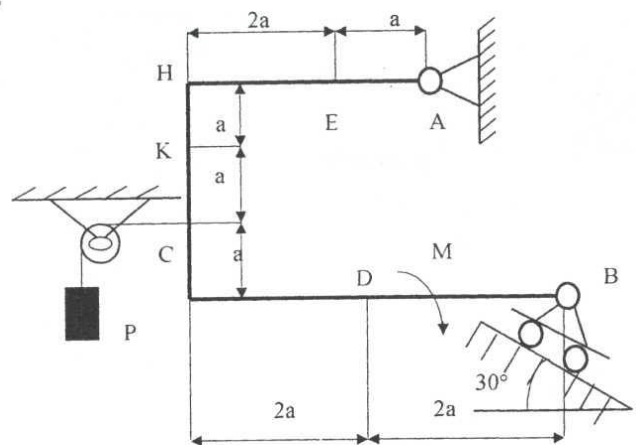


Рисунок С1.5

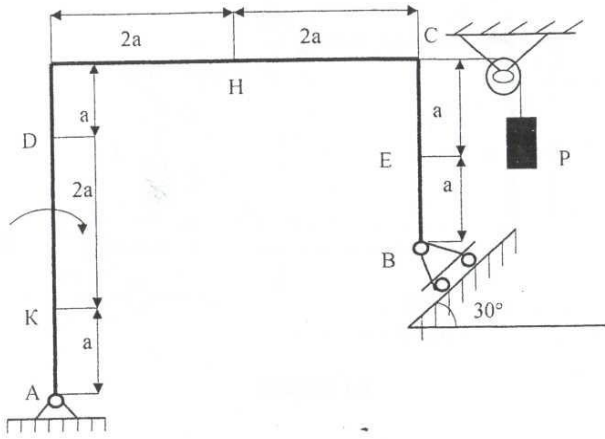


Рисунок С1.6

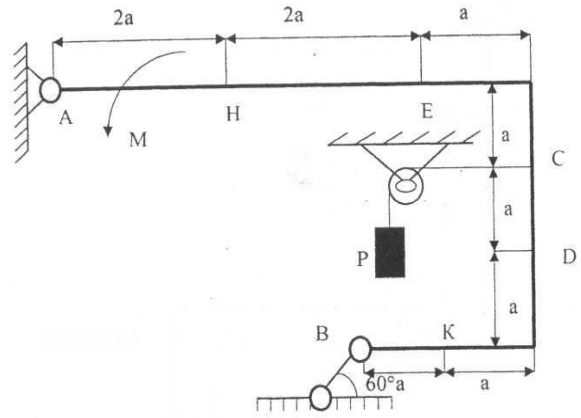


Рисунок С1.7

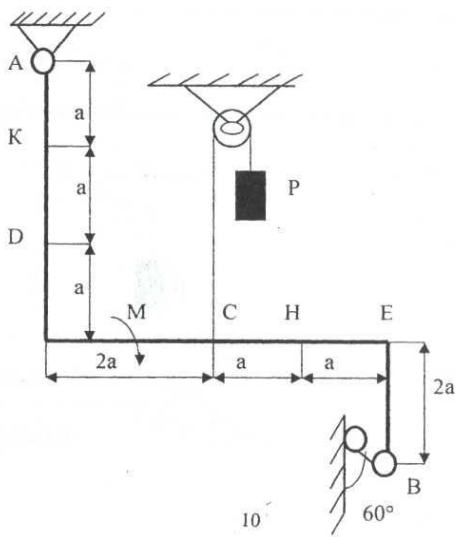


Рисунок С1.8

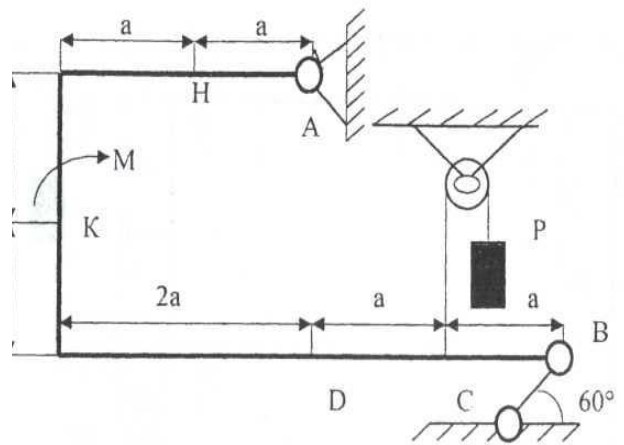
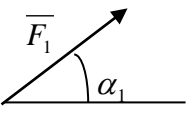
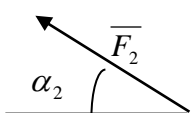
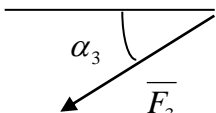
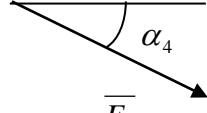


Рисунок С1.9

Таблиця С1

Номер умови	С и л и							
								
	$F_1 = 10 \text{ кН}$		$F_2 = 20 \text{ кН}$		$F_3 = 30 \text{ кН}$		$F_4 = 40 \text{ кН}$	
	Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.
0	Н	30	-	-	-	-	К	60
1	-	-	Д	15	Е	60	-	-
2	К	75	-	-	-	-	Е	30
3	-	-	К	60	Н	30	-	-
4	Д	30	-	-	-	-	Е	60
5	-	-	Н	30	-	-	Д	75
6	Е	60	-	-	К	15	-	-
7	-	-	Д	60	-	-	Н	15
8	Н	60	-	-	Д	30	-	-
9	-	-	Е	75	К	30	-	-

Приклад розв'язання задачі С-1

Жорстка рама (рисунок С1) має в точці А нерухому шарнірну опору, а в точці В – рухому шарнірну опору. Усі діючі навантаження та розміри показані на рисунку.

Дано: $P = 25 \text{ кН}$, $\alpha = 60^\circ$, $P = 18 \text{ кН}$, $\gamma = 75^\circ$, $M = 50 \text{ кН м}$, $\beta = 30^\circ$, $a = 0,5 \text{ м}$.

Визначити реакцію в точках А і В, які викликаються діючими навантаженнями.

Розв'язання

1 Розглянемо рівновагу рами.

Проведемо координатні осі ХУ та зобразимо сили, що діють на раму: силу F, пару сил з моментом M, натяг троса Т (за модулем $T=P$) та реакцію в'язів X_A , Y_A , R_B (реакцію нерухомої шарнірної опори А зобразимо двома її складовими, реакція рухомої шарнірної опори В спрямована перпендикулярно опорній площині).

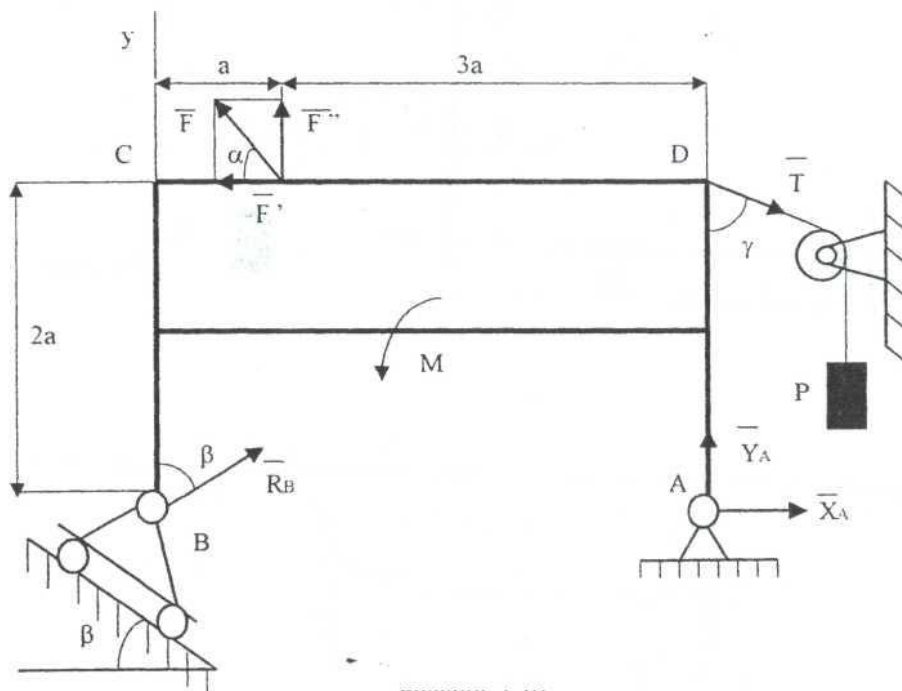


Рисунок С1

2 Для отриманої плоскої системи сил складемо три рівняння рівноваги. При визначенні моменту сили F відносно точки A скористаємось теоремою Варіньона, тобто розкладемо силу F на складові F' , F'' ($F' = F \cos \alpha$, $F'' = F \sin \alpha$) і врахуємо, що $M_A(F) = M_A(F') + M_A(F'')$.

Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} = 0, & \quad X_A = R_B \sin \beta - F \cos \alpha + T \sin \gamma = 0; \\ \sum F_{ky} = 0, & \quad Y_A = R_B \cos \beta - F \sin \alpha - T \cos \gamma = 0; \\ \sum M_A(F_k) = 0, & \quad M = R_B \cos \beta \cdot 4a + F \cos \alpha \cdot 2a - F \sin \alpha \cdot 3a - T \sin \gamma \cdot 2a = 0. \end{aligned}$$

Підставивши до складених рівнянь числові значення заданих величин та розв'язавши ці рівняння, визначимо шукані реакції.

Відповідь: $X_A = -8,5$ кН; $Y_A = -23,3$ кН; $R_B = 7,3$ кН. Знаки величин реакцій вказують, що X_A і Y_A спрямовані протилежно вказаним на рисунку С1.

3 РІВНОВАГА СКЛАДОВОГО ПЛОСКОГО ТІЛА

Задача С – 2

Конструкція складається з жорсткої рами і стержня, які в точці С або з'єднані один з одним шарнірно (рисунок С2.0 – С2.5), або вільно опираються один на одного (рисунок С2.6 – С2.9). Зовнішніми зв'язками, що накладені на конструкцію, в точці А є або шарнір, або жорстке зацмлення; в точці В або невагомий стержень ВВ', або гладка площина, або шарнір; в точці D або невагомий стержень DD', або рухома шарнірна опора.

На кожену конструкцію діють: пара сил з моментом $M = 60 \text{ кН}\cdot\text{м}$, рівномірно розподілене навантаження інтенсивності $q = 20 \text{ кН/м}$ і ще дві сили. Ці сили, їх напрямки і точки прикладення вказані у таблиці С2. Там же у стовпці "Ділянка" вказано, на якій ділянці діє розподілене навантаження (наприклад, в умові 1 на конструкцію діє сила F_2 під кутом 60° до горизонтальної осі, прикладена в точці D, F_4 – під кутом 30° до горизонтальної осі, прикладена в точці E і навантаження, розподілене на ділянці СК).

Треба визначити реакції в'язів у точках А, В, С, D, що викликані діючими навантаженнями. При розрахунках прийняти $a=0,2 \text{ м}$. Напрямок розподіленого навантаження на різних розташуваннях ділянок вказано у таблиці С2.1.

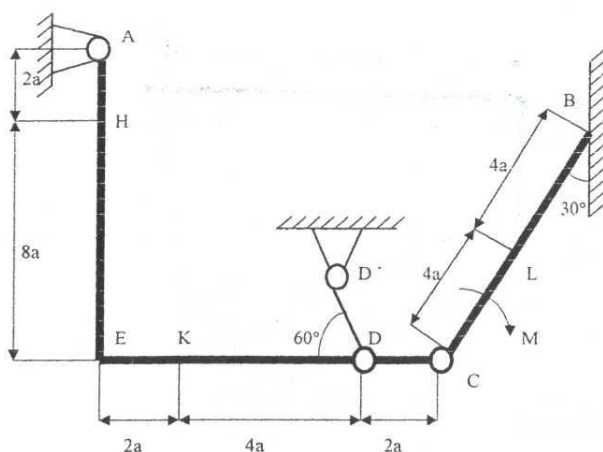


Рисунок С2.0

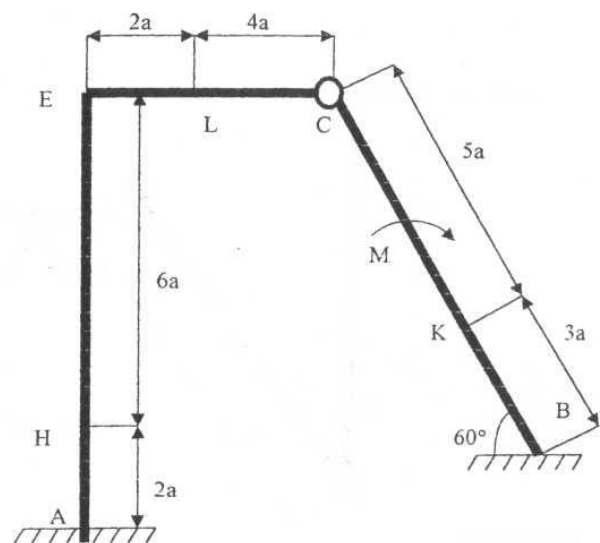


Рисунок С2.1

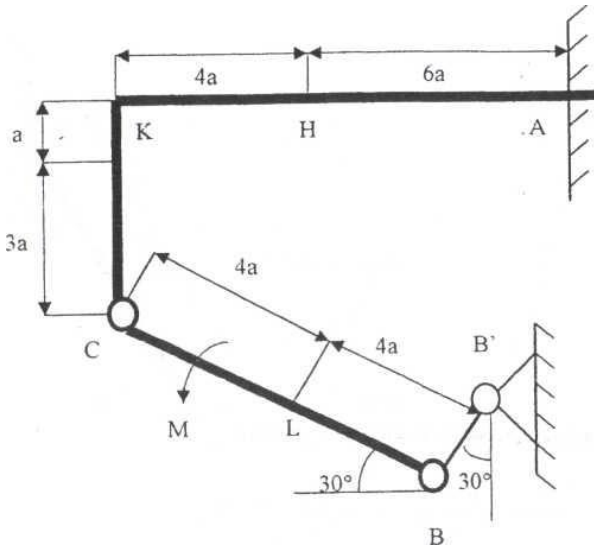


Рисунок С2.2

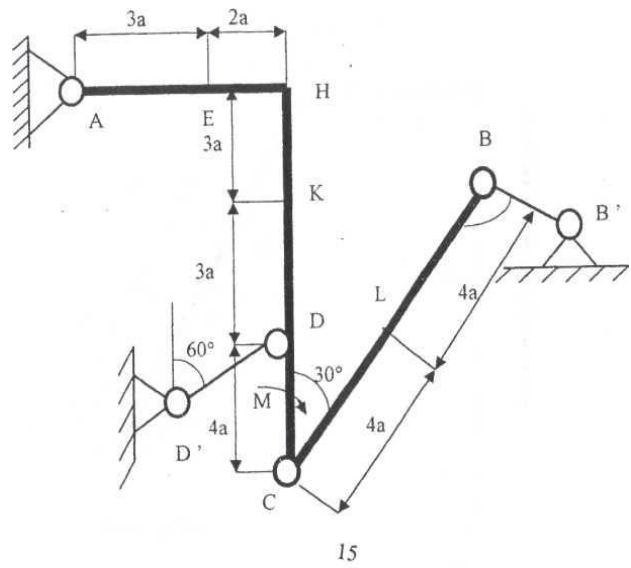


Рисунок С2.3

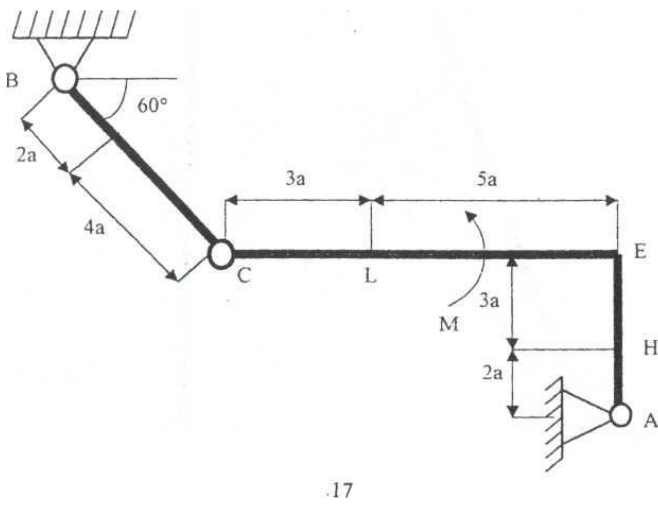


Рисунок С2.4

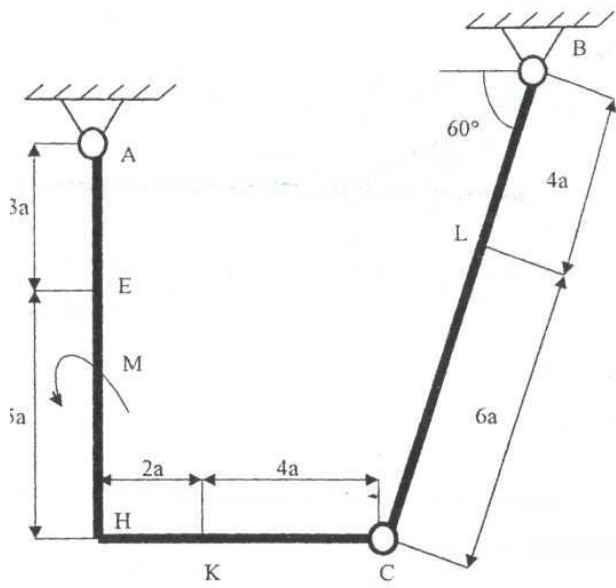


Рисунок С2.5

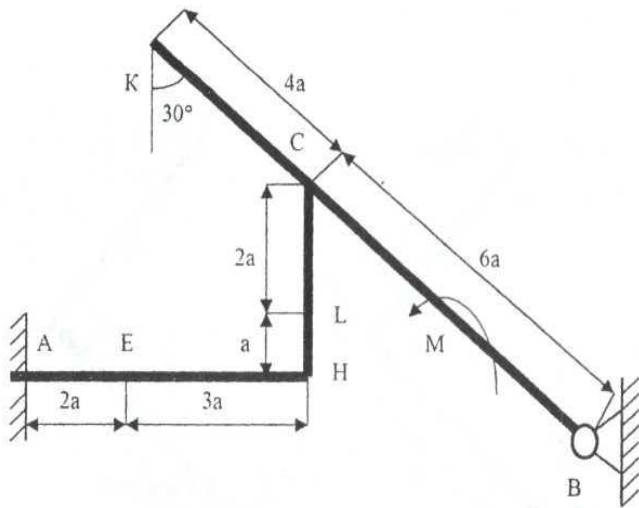


Рисунок С2.6

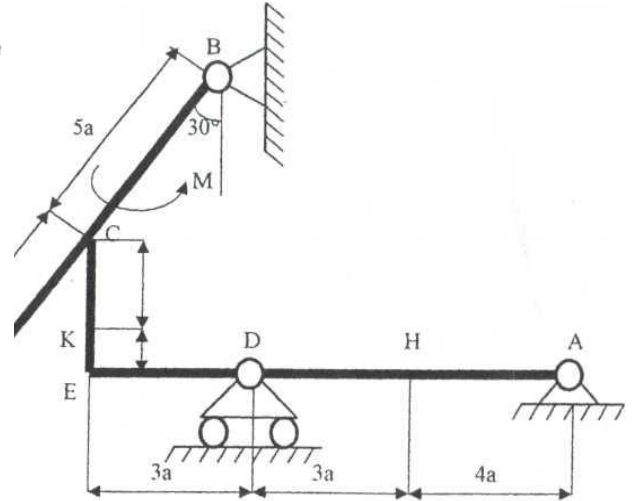


Рисунок С2.7

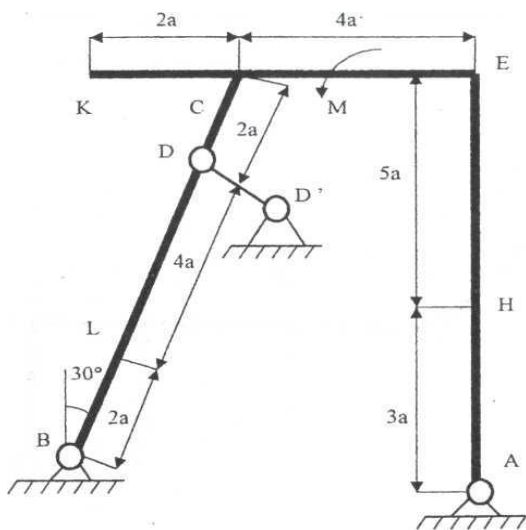


Рисунок С2.8

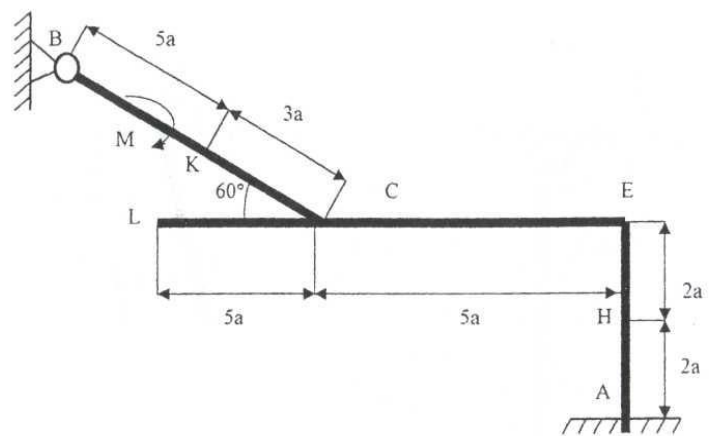
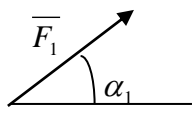
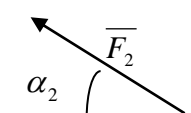
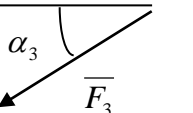
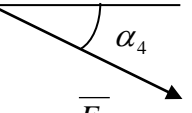
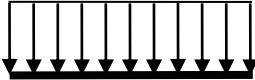
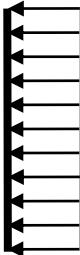
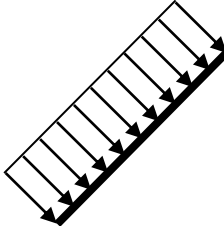
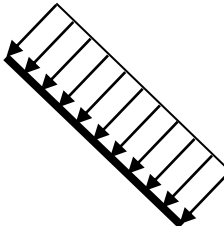


Рисунок С2.9

Таблиця С2

Номер умови	Ділянка	С и л и							
									
		$F_1 = 10 \text{ кН}$		$F_2 = 20 \text{ кН}$		$F_3 = 30 \text{ кН}$		$F_4 = 40 \text{ кН}$	
		Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.	Точка прикладання	α , град.
0	CL	К	60			Н	30		
1	СК			Л	60			Е	30
2	АЕ	Л	15			К	60		
3	CL			К	30			Н	60
4	СК	Л	30			Е	30		
5	АЕ			Л	75			К	30
6	CL	Е	60			К	75		
7	СК			Н	60	Л	30		
8	CL			К	30			Е	45
9	СК	Н	30					Л	60

Таблиця С2.1

Розташування ділянки			
			

Приклад розв'язання задачі С-2

Рама ABC ($\angle ABC = 90^\circ$), кінець А якої жорстко зацемлено, у точці С спирається на стержень DE (рисунок С2,а).

Дано: $F = 10 \text{ кН}$, $M = 5 \text{ кН м}$, $q = 20 \text{ кН/м}$, $a = 0,2 \text{ м}$.

Визначити реакції в'язів у точках А, С, D, які викликаються діючими навантаженнями.

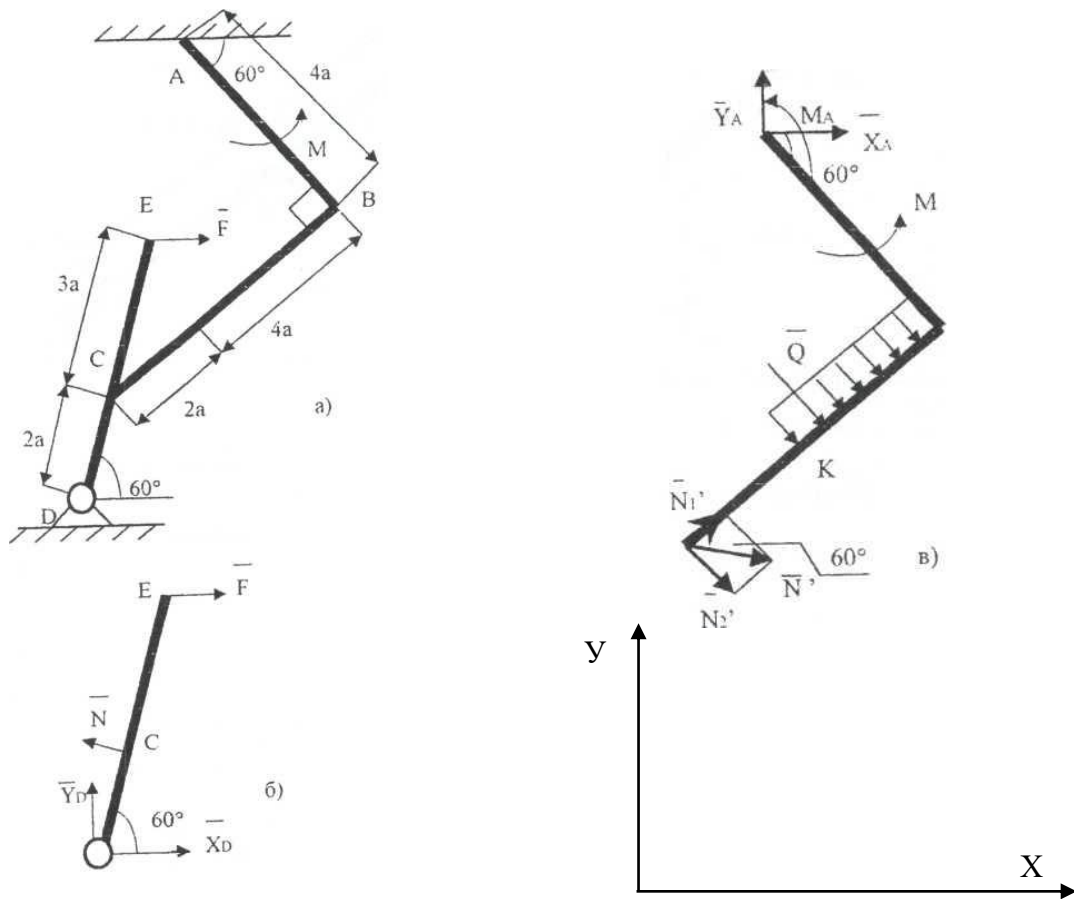


Рисунок С2

Розв'язання

Для визначення реакцій розподіляємо систему на дві частини. Розглянемо рівновагу стержня DE (рисунок С2,б). Проведемо координатні осі XY та зобразимо сили, що діють на стержень: силу F, реакцію N, спрямовану перпендикулярно стержню, і складові X і Y реакції шарніра D.

Для отриманої плоскої системи сил складаємо три рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} \sum_i F_{ix} = 0, & & X_D + F - N \sin 60^\circ = 0; \\ \sum_i F_{iy} = 0, & & Y_D + N \cos 60^\circ = 0; \\ \sum_i m_D(F_i) = 0, & & N_2 a - F_5 a \sin 60^\circ = 0. \end{aligned}$$

Розглянемо рівновагу рами ABC (рисунок С2,б). На нього діють: сила тиску стержня N', спрямована протилежно реакції N,

рівномірно розподілене навантаження, яке замінюється силою Q , що прикладена усередині ділянки KB ($Q = q \cdot 4a = 16 \text{ кН}$), пара сил з моментом M і реакція жорсткого зацмлення, складена із сили, яку подано складовими, і пари з моментом M_A . Для цієї плоскої системи також складаємо три рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} \sum_i F_{ix} = 0, & \quad X_A + Q \cos 60^\circ + N' \sin 60^\circ = 0; \\ \sum_i F_{iy} = 0, & \quad Y_A - Q \sin 60^\circ - N' \cos 60^\circ = 0; \\ \sum_i M_A(F_i) = 0, & \quad M_A + M + Q \cdot 2a + N' \cos 60^\circ \cdot 4a + N' \cos 30^\circ \cdot 6a = 0. \end{aligned}$$

При обчислюванні моменту сили N застосовуємо теорему Варіньона. Якщо підставити числові значення заданих величин і розв'язати систему шести отриманих рівнянь, то знайдемо шукані реакції. При розв'язанні враховуємо, що $N' = N$ внаслідок рівності дії та протидії.

$$\begin{aligned} \text{Відповідь: } N = 21,7 \text{ кН, } Y_D = -10,8 \text{ кН, } X_A = -26,8 \text{ кН, } Y_A = 24,7 \text{ кН,} \\ M_A = -42,6 \text{ кН м.} \end{aligned}$$

Знаки отриманих величин указують, що сили Y_D , X_A і момент M_A спрямовані протилежно вказаним на рисунках.

4 РІВНОВАГА ТІЛА У ПРОСТОРИ

Задача С-3

Дві однорідні прямокутні тонкі плити жорстко з'єднані (зварені) під прямим кутом одна до одної та закріплені сферичним шарніром (або підп'ятком) у точці A , циліндричним шарніром (підшипником) у точці B і невагомим стержнем 1 (рисунок С3.0 – С3.7) або ж двома підшипниками у точках A і B і двома невагомими стержнями 1 і 2 (рисунок С3.8 – С3.9); всі стержні прикріплені до плит і до нерухомих опор шарнірами. Розміри плит указані на рисунках, вага більшої плити $P_1 = 5 \text{ кН}$, вага меншої плити $P_2 = 3 \text{ кН}$. Кожна з плит паралельна одній з координатних площин (площина $X Y$ горизонтальна). На плити діє пара сил з моментом $M = 4 \text{ кН м}$, що лежить у площині однієї з плит, і дві сили. Значення цих сил, їх напрямки і точки прикладення вказані у таблиці С3, при цьому сили

F_1 і F_4 лежать у площинах, що паралельні площині XY , сила F_2 – в площині, паралельній XZ , і сила F_3 в площині, що паралельна YZ точки прикладення сил D, E, H, K розміщено в кутах чи в серединах сторін плит. Треба визначити реакції в'язів у точках A і B і реакцію стержня (стержнів). При розрахунках прийняти $a = 0,6$ м.

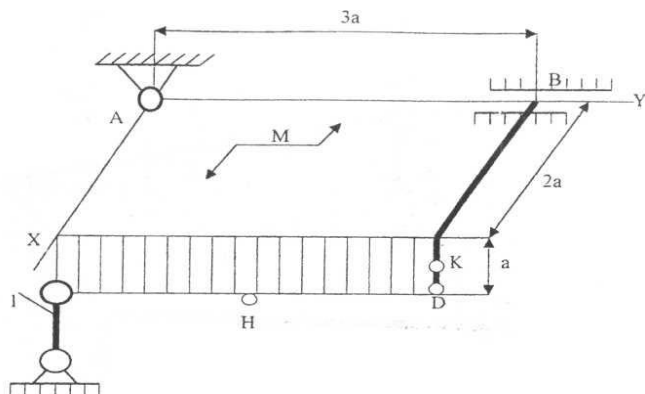


Рисунок С3.0

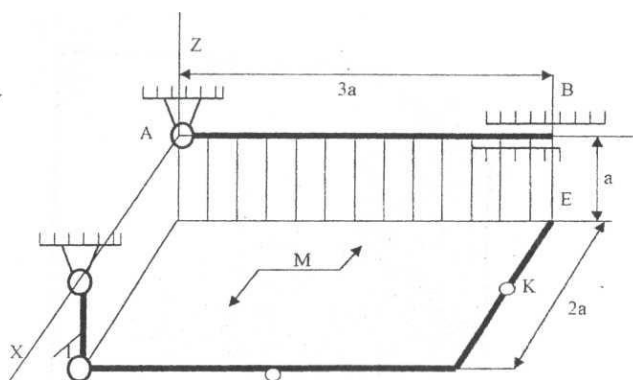


Рисунок С3.1

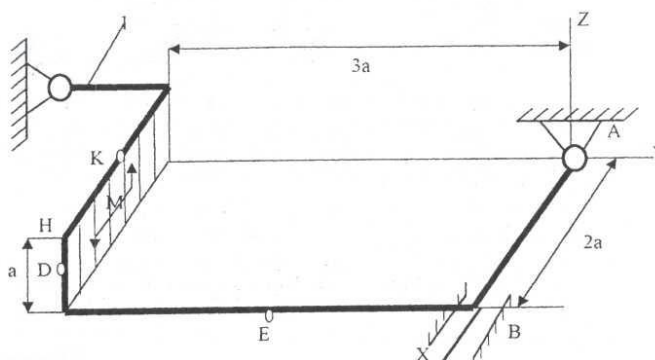


Рисунок С3.2

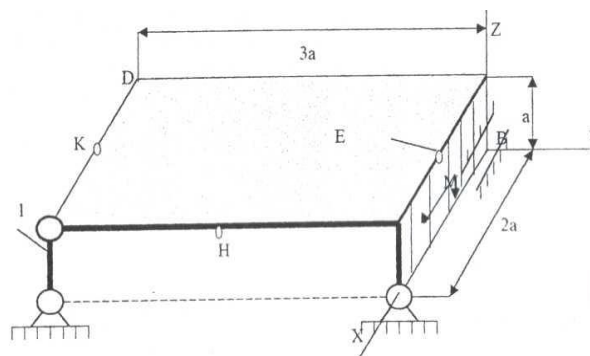


Рисунок С3.3

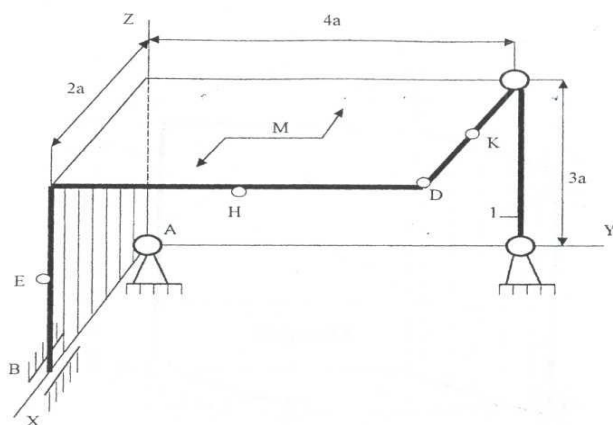


Рисунок С3.4

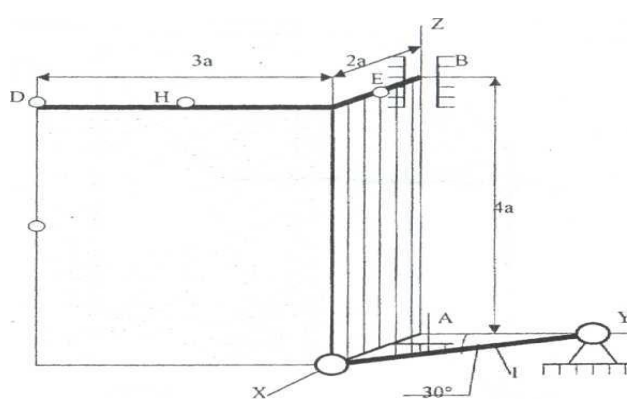


Рисунок С3.5

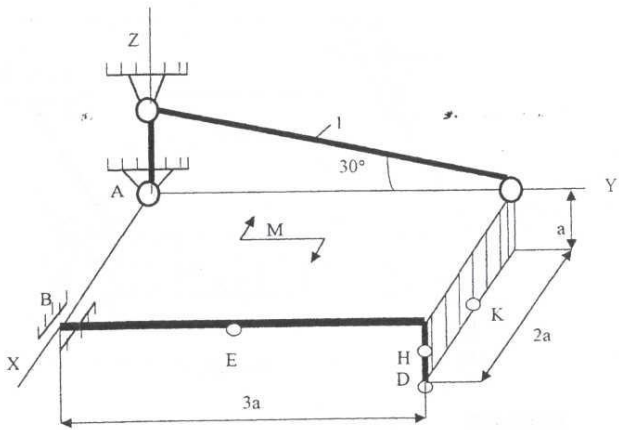


Рисунок С3.6

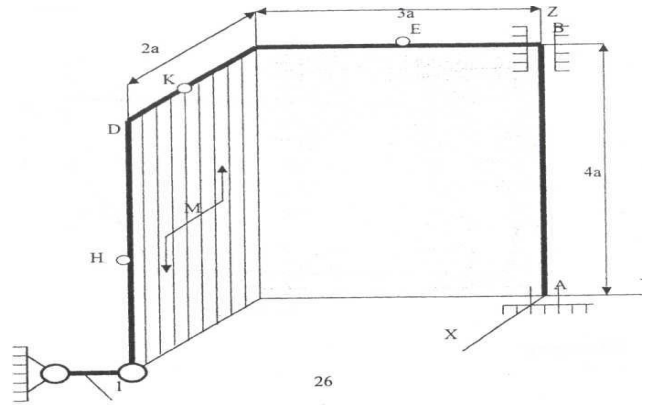


Рисунок С3.7

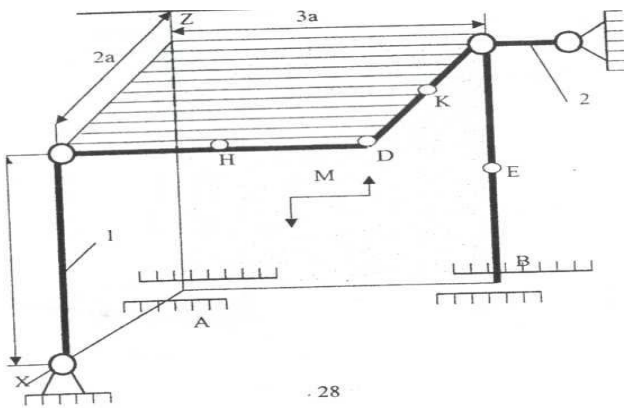


Рисунок С3.8

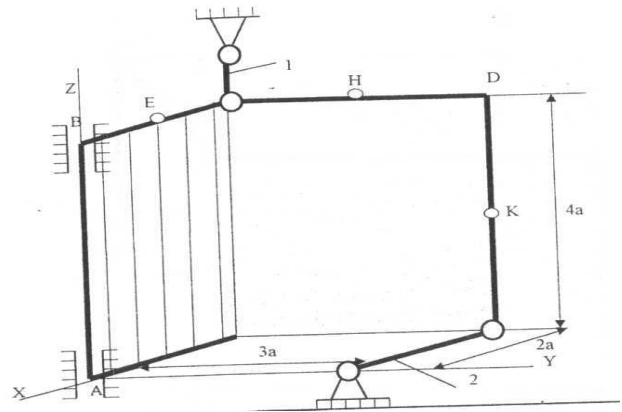
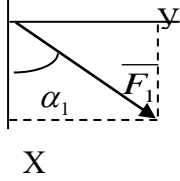
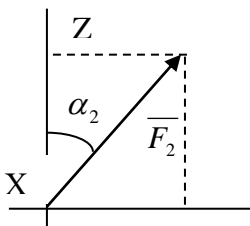
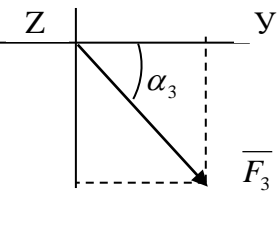
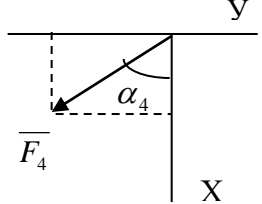


Рисунок С3.9

Таблиця С3

Номер умови	С и л и							
								
	$F_1 = 6 \text{ кН}$		$F_2 = 8 \text{ кН}$		$F_3 = 30 \text{ кН}$		$F_4 = 40 \text{ кН}$	
	Точка прикладання	α град.	Точка прикладання	α град.	Точка прикладання	α град.	Точка прикладання	α град.
0	Е	60	Н	30				
1			Д	60	Е	30		
2					К	60	Е	30
3	К	30			Д	0		
4			Е	30			Д	60
5	Н	0	К	60				
6			Н	90	Д	30		
7					Н	60	К	90
8	Д	30			К	0		
9			Д	90			Н	30

Приклад розв'язання задачі С-3

Горизонтальна прямокутна плита вагою P (рисунок С3) закріплена сферичним шарніром у точці А, циліндричним шарніром (підшипником) у точці В і невагомим стержнем DD' . На плиту в площині, паралельній XZ , діє сила F , а в площині, паралельній YZ , – пара сил з моментом M .

Дано:

$P = 3 \text{ кН}$, $F = 8 \text{ кН}$, $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $AC = 0,8 \text{ м}$, $AB = 1,2 \text{ м}$,

$BE = 0,4 \text{ м}$, $EH = 0,4 \text{ м}$.

Визначити: реакції в'язів А, В і стержня DD' .

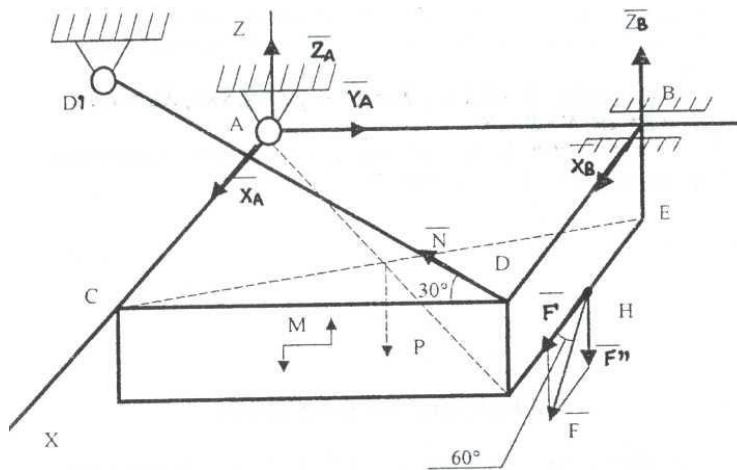


Рисунок С3

Розв'язання

Розглянемо рівновагу плити. На плиту діють задані сили P , F і пара з моментом M , а також реакції в'язів. Реакцію сферичного шарніра розкладемо на три складові X_A , Y_A , Z_A , циліндричного (підшипника) - на дві складові X_B , Z_B (в площині, перпендикулярній осі підшипника); реакцію N стержня спрямуємо вздовж стержня від D до D' , припускаючи, що він розтягнутий.

Для визначення шести невідомих реакцій складемо шість рівнянь рівноваги діючої на плиту просторової системи сил:

$$\sum_i F_{ix} = 0, \quad X_A + X_B + F \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_i F_{iy} = 0, \quad Y_A - N \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_i F_{iz} = 0, \quad Z_A + Z_B - P + N \sin 30^\circ - F \sin 60^\circ = 0;$$

$$\sum_i m_x(F_i) = 0, \quad M - P \cdot AB/2 + Z_B \cdot AB - F \sin 60^\circ \cdot AB + N \sin 30^\circ \cdot AB = 0;$$

$$\sum_i m_y(F_i) = 0, \quad P \cdot AC/2 - N \sin 30^\circ \cdot AC + F \sin 60^\circ \cdot AC/2 - F \cos 60^\circ \cdot BE = 0;$$

$$\sum_i m_z(F_i) = 0, \quad -F \cos 60^\circ \cdot AB - N \cos 30^\circ \cdot AC - X_B \cdot AB = 0.$$

Для визначення моментів сили відносно осей розкладаємо її на складові, паралельні осям, і застосуємо теорему Варіньона. Аналогічно можна діяти при визначенні моментів реакції. Підставивши у складені рівняння числові значення заданих величин і розв'язавши ці рівняння, знайдемо шукані реакції.

Відповідь: $X_A = 3,4$ кН, $Y_A = 5,1$ кН, $Z_A = 4,8$ кН, $X_B = -7,4$ кН,
 $Z_B = 2,1$ кН, $N = 5,9$ кН.

Знак “-“ вказує на те, що реакція спрямована протилежно вказаній на рисунку СЗ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М., 1986.
- 2 Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. - М., 1984. - Ч. 1, 2.
- 3 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского. - М., 1985.
- 4 Аксьонова Н.А. Робочий конспект лекцій з дисципліни "Теоретична механіка". - Харків: УкрДАЗТ, 2005.

