тільки параметри КТЗ, вид палива та тип дорожнього покриття, а й особливості керування з боку водія. Підтверджена адекватність математичної моделі результатами експериментальних досліджень.

Ключові слова: Показники роботи, міський їздовий цикл, витрата палива, математична модель.

В статье приведены расчетные зависимости для уточнения математических моделей движения КТС за ездовым циклом при питании бензином и сниженным нефтяным газом. Уточнение модели заключается в возможности расчета расхода топлива КТС в движении за ездовым циклом, учитывая не только параметры КТС, вид топлива и тип дорожного покрытия, но и особенности управления со стороны водителя. Подтверждена адекватность математической модели результатами экспериментальных исследований.

Ключевые слова: Показатели работы, городской ездовой цикл, расход топлива, математическая модель.

The article presents the calculated dependence for refinement of mathematical models of the vehicle by driving cycle when feeding gasoline and liquefied petroleum gas. Refinement of the model is the ability to calculate fuel vehicle in motion by driving cycle, taking into account not only the parameters of the vehicle, type of fuel and type of road surface, but also the driving characteristics of the driver. Confirmed the adequacy of the mathematical model of experimental results.

Key words: Indexes of work, city driver cycle, expense of fuel, mathematical model.

УДК 629.624.4:1.192

ТАРТАКОВСКИЙ Э.Д. д.т.н., профессор (УкрГАЖТ);
БАСОВ Г.Г., д.т.н., профессор (ВНУ им. В. Даля);
АУЛИН Д.А., ст. преподаватель (УкрГАЖТ).

Нахождение минимумов позиномов с помощью решения двойственной задачи

Постановка проблемы

В настоящее время специалистами кафедры ЭРПС УкрГАЖТ совместно с специалистами Южной железной дороги и Укрзализницы проводится комплекс научно-исследовательских работ по внедрению методов геометрического программирования в практику экипировочных, складских и других подразделений [3].

Анализ последних исследований и публикаций

Задачи, решаемые с помощью геометрического программирования, можно сформулировать в терминах функций специального вида — так называемых «позиномов». Именно, это задачи отыскания наименьших значений позиномов в областях, описываемых неравенствами «позиномиального» вида. Оптимизационные задачи такого типа особенно важны. Они постоянно возникают при решении экономических задач, задач, связанных с проектированием разного рода сооружений и др [1].

Целью данной статьи является ознакомления специалистов и научных работников локомотивного хозяйства с опытом использования геометрического программирования для решения задач возникающих при планировании перевозок, техническом проектировании и т.д.

Материалы и результаты исследований

Рассмотрим один из разделов геометрического программирования – отыскание наименьших позиномов с применением теории двойственности на примере конкретной задачи [2]. Допустим клиент заключил с оператором (фирмой) контракт на перевозку некоторого количества Q руды (угля, щебня и др.) от станции A до станции B. Клиент решает арендовать необходимое количество вагонов (расходы R_1), оплатить труд обслуживающего персонала (локомотивной бригады, вагонников, станционников и др.) – расходы R_2 и затраты топливо - энергетических ресурсов - R_3. Стоимость месячной аренды вагона определим по эмпирической формуле $d=k_1 T^{1.2}$, где T – вместимость вагонов, а k – некоторый коэффициент пропорциональности. Пусть L – длина плеча обслуживания в обе стороны, v – участковая скорость доставки. Тогда время аренды равно $\tau = QT^{-1}LV^{-1}$. Следовательно, расходы на аренду выразятся как

$$R_1 = C_1 T^{0.2} V^{-1},$$
$$C_1 = k_1 QL = \text{const}.$$

Оплата персонала пропорциональна времени τ (времени аренды), т.е.

$$R_2 = k_2 \tau = C_2 T^{-1} V^{-1}$$
$$(C_2 = k_2 QL = \text{const}).$$

Затраты R_3 пропорциональны общему расстоянию пройденного пути, т.е. $Q T^{-1} L$. Можно еще оценить аэродинамическое сопротивление и сопротивление движения, которое примерно пропорционально величине $T^{2/3} V^2$, т.е.

$$R_3 = C_3 T^{-1/3} V^2 \ (C_3 = \text{const}).$$

В итоге получаем, что при данных T и V общие затраты клиента равны:

$$g(T_1 V) = C_1 T^{0.2} V^{-1} + C_2 T^{-1} V^{-1} + C_3 T^{-1/3} V^2$$

Задача состоит в том, чтобы выбрать необходимое количество порожняка, маршрут перевозки, участковую скорость для обеспечения минимума затрат.

Рассмотрим двойственную задачу. Двойственные ограничения имеют вид:

$$\delta_1 > 0,\ \delta_2 > 0,\ \delta_3 > 0;$$
$$0{,}2\,\delta_1 - \delta_2 - 1/3\,\delta_3 = 0;$$
$$-\delta_1 - \delta_2 + 2\,\delta_3 = 0;$$
$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 1.$$

Нетрудно убедиться, что этим ограничениям удовлетворяет единственная точка: $\eta_1 = 35/34$, $\eta_2 = 1/54$, $\eta_3 = 15/54$. Следовательно, максимум двойственной функции $V(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ будет равен ее значению в этой точке, т.е.:

$$V_0 = \max[(C_1/\delta_1)^{\delta_1} (C_2/\delta_2)^{\delta_2} (C_3/\delta_3)^{\delta_3}] = [(C_1/\eta_1)^{\eta_1} (C_2/\eta_2)^{\eta_2} * (C_3/\eta_3)^{\eta_3}] = 54[\frac{C^{35}{}_1 C_2 C_3^{18}}{35^{35} 18^{18}}]^{1/54}$$

На основании теоремы двойственности таков будет минимум функции расходов g(T_1V). Оптимальные T и V найдутся теперь и 3 системы уравнений:

$$C_1\ T^{0.2}\ V^{-1} = \eta_1\ V_0 = 35/54\ V_0,$$
$$C_2\ T^{-1}\ V^{-1} = \eta_2\ V_0 = 1/54\ V_0,$$
$$C_3\ T^{-1/3}\ V^{2} = \eta_3\ V_0 = 18/54\ V_0.$$

Разделив 1-е уравнение на 2-е, получим:

$$T = (35\frac{C_2}{C_1})^{5/6};$$

Подставляя это значение в уравнение 2, получим:

$$V = (\frac{18}{C_3})^{1/3}(\frac{C_1}{35})^{5/27}C_2^{\ 4/27};$$

Нетрудно проверить, что при этих V и T 3-е уравнение тоже удовлетворяется. Таким образом, оптимальные T и V найдены.

На основании данного примера перейдем к некоторым обобщениям. Занумеруем в некотором порядке все члены позинома g_0 (x_1,…., x_n) числами множества J_0, члены позинома g_1 (x_1,…, x_n) – числами позинома J_1 и т.д. Каждый позином

$$g_k(x_1,\ldots,x_n) = \sum_{iEk} C_i x^{\alpha_{1i}}{}_1 \ldots . x_n{}^{\alpha_{ni}},$$

k=0,1,2,…..,p.

Матрица A_k экспонент позинома g_k имеет размеры nxm_k,т.е. состоит из n строк (число переменных) и m_k столбцов (число членов в g_k). Считая m=$\sum_{k=0}^{p} m_k$, рассмотрим функцию неотрицательных переменных δ≥0,….. δ_m≥0, определенную равенством

$$V(\delta_1,\ldots\ldots,\delta_m) = \prod_{i=1}^{m}(\frac{c_i}{\delta_i})^{\delta_i}\prod_{k=0}^{p}\lambda^{\lambda_k}{}_k,$$

где числа C_1,….., C_m- коэффициенты прямой задачи A_1 а $\lambda_k = \sum_{ieJ_k}\delta_i$. При этом считаем, что $(C_i/\delta_i)^{\delta_i} = 1$ при δ_i=0 и $\lambda^{\lambda_k}{}_k$=1 при λ_k=0, т.е. если равны 0 все переменные δ_i с номерами из множества J_k. Возникает общая задача: найти max V($\delta_1 .... \delta_m$) при ограничениях:

$$\delta_1 \geq 0,\ldots\ldots,\delta_m \geq 0;$$
$$a_{11}\delta_1 + a_{12}\delta_2 + \ldots . + a_{1m}\delta_m = 0;$$
$$a_{21}\delta_1 + a_{22}\delta_2 + \ldots .. + a_{2m}\delta_m = 0;$$
$$a_{n1}\delta_1 + a_{n2} + \ldots .. + a_{nm}\delta_m = 0;$$
$$\delta_1 + \delta_2 + \ldots .. + \delta_{m0} = 1.$$

Выводы

Так как мы приходим к двойственной задаче геометрического программирования или двойственной программе B (по отношению к прямой геометрической программе A). Поскольку логарифм двойственной функции $\nu(\delta_1, \ldots .., \delta_m)$ является выпуклой функцией, дальнейшее решение предполагает применение аппарата выпуклого программирования.

Список литературы

1. К. Зенер. Геометрическое программирование и техническое проектирование. – М.: Мир, 1973г.

2. Г.А. Бекишев, М.И. Кратко. Элементарное введение в геометрическое программирование. – М.: Наука, 1980г., 144с

3. Г.Г. Басов, Е.Д. Тартаковский, Д.О. Аулін. Застосування елементів геометричного програмування для рішення задач удосконалення розрахунків облад-

нання для екіпіровки локомотивів. Восточно-европейский журнал передовых технологий № 31 2008 р. Стор7-10

Анотації:

На практиці часто доводиться вирішувати завдання, в яких ставиться питання про відшукан-ні найменшого чи найбільшого значення деяких функцій у заданій області зміни їх аргументів, які називаються оптимізаційними або екстремальними, а також завданнями на мінімум і максимум.

Задачі геометричного програмування утворюють важливий клас, з ними постійно доводиться мати справу як у самій математиці, так і в її численних додатках, у першу чергу в економіці, плануванні виробництва, технічному проектуванні та інш.

На практике часто приходится решать задачи, в которых ставится вопрос об отыскании наименьших или наибольших значений некоторых функций в заданной области изменения их аргументов, которые называются оптимизационными или экстремальными, а также задачами на минимум и максимум.

Задачи геометрического программирования образуют важный класс, с ними постоянно приходится иметь дело как в самой математике, так и в ее многочисленных приложениях, в первую очередь в экономике, планировании производства, техническом проектировании и т. д.

In practice often have to solve problems in which the question of finding the smallest or largest values of certain functions in a given area change their arguments, which are called developed optimization or extreme, as well as tasks for minimum and maximum. Geometric programming tasks form an important class, with them constantly have to deal both in mathematics and in its many applications, especially in the economy, production planning, engineering design, etc