

ЩЕРБАК Я.В., д.т.н., професор,  
 НЕРУБАЦЬКИЙ В.П., аспірант (УкрДАЗТ)

## Динамічні характеристики системи автоматичного регулювання струму в режимі електричного гальмування

### Вступ

У відомих роботах [2-4] аналіз динамічних характеристик виконано при поданні перетворювача у вигляді безперервної ланки. Облік дискретності перетворювача дозволяє отримати граничну швидкість в системі з урахуванням впливу на перехідні процеси пульсаційної складової, що міститься в регульованій координаті системи. Даний підхід покладений в основу викладеного в даній роботі матеріалу.

### Основна частина

Узагальнена схема кола електричного гальмування подана на рис. 1.

Коло обмотки збудження представлено активним опором  $R_3$  та індуктивністю  $L_3$  обмотки збудження. Параметри якірного кола визначаються активним опором  $R_я$  і індуктивністю  $L_я$  якірної обмотки, а також комплексним опором на навантаженні  $Z_H$ . Вимірювання струмів обмотки збудження  $I_3$  і якірного кола  $I_я$  здійснюється резистивними шунтами  $R_{ш1}$  і  $R_{ш2}$ .

При постійній швидкості обертання  $\omega = const$  якоря тягового електродвигуна, що працює в режимі генератора, напруга збудження  $U_3$  і е.р.с.  $E_Г$  визначаються лініаризованою системою рівнянь:

$$\begin{cases} U_3(p) = R_3 \cdot I_3(p) + L_3 p \cdot I_3(p); \\ E_Г(p) = K_Г \cdot R_3 \cdot I_3(p), \end{cases} \quad (1)$$

де  $K_Г = \frac{1}{R_3} \cdot \frac{dE_Г}{dI_3}$  – коефіцієнт передачі по напрузі від кола збудження до якірного кола.

Вирішення системи рівнянь (1) дозволяє отримати передавальну функцію генератора

$$H_Г(p) = \frac{E_Г(p)}{U_3(p)} = \frac{K_Г}{T_3 \cdot p + 1}, \quad (2)$$

де  $T_3 = \frac{L_3}{R_3}$  – стала часу кола обмотки збудження.

Коло навантаження тягового електродвигуна в режимі рекуперативного або реостатного гальмування в загальному вигляді являє собою  $R_H L_H$ -ланцюг (рис. 2).

Передавальна функція кола навантаження, записана відносно  $U_{ш2}$ , має вигляд

$$H_H(p) = \frac{K_H}{T_H \cdot p + 1}, \quad (3)$$

де  $T_H = \frac{L_я + L_H}{R_я + R_H + R_{ш2}}$  – стала часу кола навантаження генератора;

$$K_H = \frac{R_{ш2}}{R_я + R_H + R_{ш2}} \quad \text{– коефіцієнт передачі}$$

кола навантаження генератора.

В загальному випадку  $R_H$  і  $L_H$  являють собою змінні величини, які змінюються в процесі гальмування.

Загальна передавальна функція системи «тяговий електродвигун – навантаження» визначається виразом

$$G(p) = \frac{K_Г \cdot K_H}{(T_3 \cdot p + 1)(T_H \cdot p + 1)}. \quad (4)$$

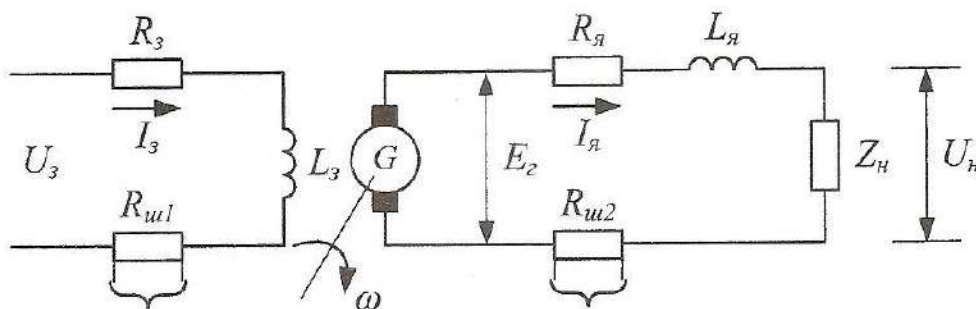


Рисунок 1 – Узагальнена схема кола електричного гальмування

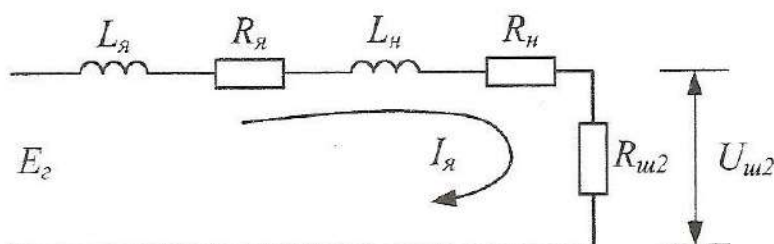


Рисунок 2 – Коло навантаження тягового електродвигуна в режимі електричного гальмування

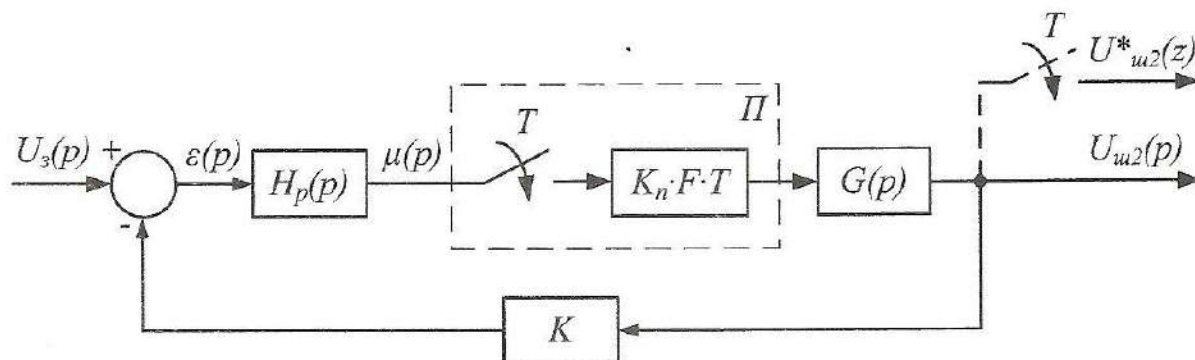


Рисунок 3 – Узагальнена структурна схема системи автоматичного регулювання

В результаті електричного гальмування живлення обмотки збудження тягового електродвигуна виконується або від керованого випрямляча, або від перетворювача постійної напруги з широтно-імпульсною модуляцією (ШІМ) [1]. Динамічні властивості напівпровідникових перетворювачів як елементів системи автоматичного регулювання достатньо повно отримані в роботах [2, 3]. Наведені в них результати дозволяють виконувати аналіз та синтез систем автоматичного регулювання, що містять керований випрямляч або широтно-імпульсний перетворювач. Структурно імпульсні моделі керованого випрямляча і широтно-імпульсного перетворювача з односторонньою ШІМ є загальними. Відмінність між ними викликається різними законами зміни фактору пульсацій, що викликається впливом

пульсаційної складової вихідної напруги на систему керування. Дана обставина дозволяє з загальних позицій виконувати аналіз і синтез динамічних процесів в системі автоматичного регулювання електричного гальмування.

Узагальнена структурна схема аналізованої системи автоматичного регулювання представлена на рис. 3.

Імпульсна модель перетворювача, що живить обмотку збудження тягового електродвигуна, представлена у вигляді послідовного з'єднання ідеального імпульсного елементу та приведеної неперервної частини.

На рис. 3 прийняті наступні позначення:  $T$  – період квантування імпульсного елементу;  $K_n$  – статичний коефіцієнт передачі перетворювача;  $F$  – фактор

пульсацій.

Синтез передавальної функції  $H_p(p)$  регулятора виконаємо по методу параметричного формування процесу кінцевої тривалості [4]. Якщо передавальну функцію приведеної неперервної частини вихідної системи представити у вигляді послідовного з'єднання елементарних ланок

$$G(p) = \frac{\prod_{j=1}^n T_j \cdot (p - p_j)}{\prod_{i=1}^m T_i \cdot (p - p_i)}, \quad (5)$$

то передавальна функція приведеної неперервної частини системи, що відповідає вимогам існування процесу кінцевої тривалості та астатизму першого порядку, матиме вигляд:

$$G'(p) = \frac{\prod_{j=1}^n T_j \cdot (p - p_j) \cdot \prod_{q=1}^{m-n} T_q \cdot (p - p_q)}{T_0 \cdot p \cdot \prod_{i=1}^m T_i \cdot (p - p_i)}, \quad (6)$$

де  $n$  – порядок поліному чисельника;

$m$  – порядок поліному знаменника передавальної функції  $G(p)$ .

На підставі (5) та (6) синтезуємо передавальну функцію регулятора:

$$H_p(p) = \frac{G'(p)}{G(p)} = \frac{\prod_{q=1}^{m-n} T_q \cdot (p - p_q)}{T_0 \cdot p}. \quad (7)$$

Застосовуючи формули (5), (6) та (7) з урахуванням (4) отримаємо вираз для передавальної функції регулятора:

$$H_p(p) = \frac{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}{T_0 \cdot p}. \quad (8)$$

Виразу (8) відповідає структурна схема, що зображена на рис. 4.

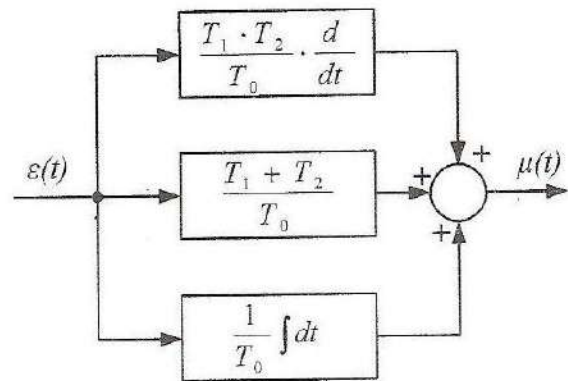


Рисунок 4 – Структурна схема, що відповідає (8)

Зі структурної схеми випливає, що регулятор (8) має підвищений коефіцієнт підсилення в області вищих частот, що є обмеженням його практичного застосування через низьку заводозахищеність.

Виконавши перетворення структурної схеми, що зображена на рис. 3, направлені на заміну операцій диференціювання операцією інтегрування, отримаємо двоконтурну структуру, яка наведена на рис. 5.

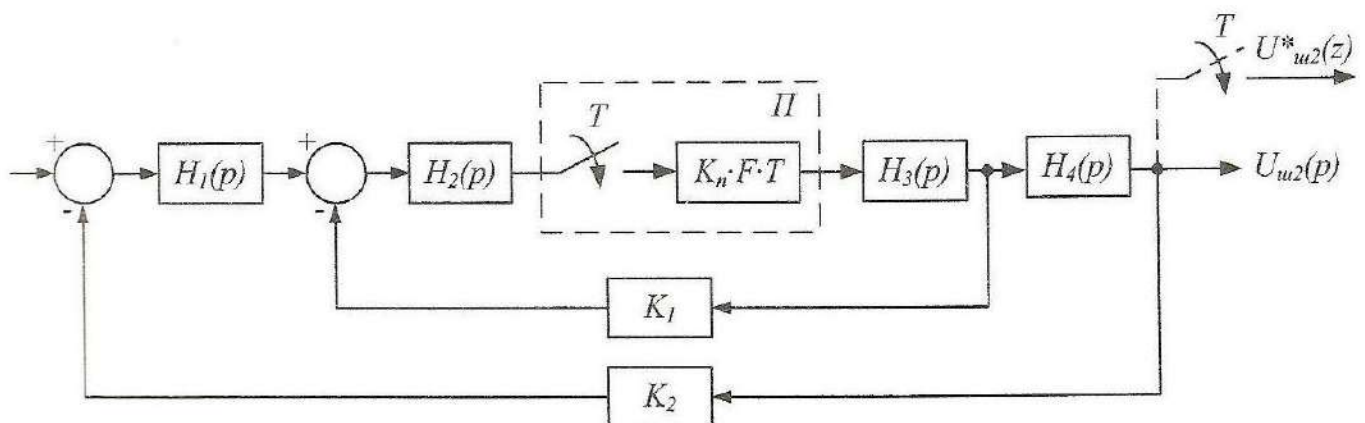


Рисунок 5 – Двоконтурна структура

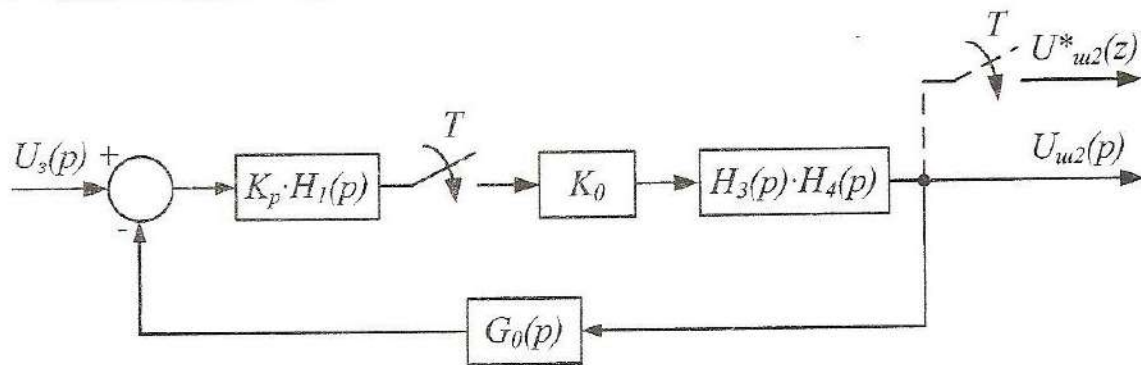


Рисунок 6 – Одноконтурна структура

На рис. 5 використані наступні позначення:

$$H_3(p) = \frac{K_3}{T_3 \cdot p + 1}; \quad H_4(p) = \frac{K_4}{T_H \cdot p + 1}; \quad K_3 = \frac{R_{u1}}{R_3 + R_{u1}};$$

$$K_4 = \frac{K_r \cdot (R_3 + R_{u1}) \cdot R_{u2}}{(R_r + R_H + R_{u2}) \cdot R_{u1}}. \quad (9)$$

Приведена схема структурно співпадає з приведеною в [1]. Внутрішній контур отриманої структурної схеми служить для демпфування впливу сталої часу  $T_3$  на динамічні процеси в обмотці збудження тягового електродвигуна. Зовнішній контур забезпечує динамічні процеси в якірному колі електродвигуна та астатизм системи в статичному режимі.

Виходячи з принципу часового розподілу динамічних процесів в системі з підпорядкованими контурами регулювання, швидкодія контуру збудження повинна бути більша швидкодії контуру якірного кола. Дана умова виконується, коли

$$H_2(p) = K_p. \quad (10)$$

Для зручності синтезу передавальної функції  $H_1(p)$  регулятора контуру якірного кола та визначення умов процесу кінцевої тривалості перетворюємо структурну схему, що зображена на рис. 5, до одноконтурної (рис. 6), на якій

$$G_0(p) = \frac{K_1}{H_1(p) \cdot H_4(p)} + K_2; \quad K_0 = K_i \cdot F \cdot T. \quad (11)$$

Зі структурної схеми та виразів (5), (6), (7) витікає, що умова існування в даній системі автоматичного регулювання процесу кінцевої тривалості та його фізичної реалізуємості виконується при

$$H_1(p) = \frac{T_2 \cdot p + 1}{T_1 \cdot p}. \quad (12)$$

З урахуванням (12) передавальна функція приведеної неперервної частини системи приймає вигляд

$$W(p) = K_0 \cdot K_p \cdot K_3 \cdot \left[ K_1 \cdot \frac{1}{T_3 \cdot p + 1} + K_2 \cdot K_4 \cdot \frac{T_2 \cdot p + 1}{T_1 \cdot p \cdot (T_H \cdot p + 1) \cdot (T_3 \cdot p + 1)} \right]. \quad (13)$$

Зв'язок між вхідним та вихідним сигналами системи регулювання, записаний у вигляді модифікованого  $z$ -перетворення, має вигляд

$$U_{u2}^*(z, \varepsilon) = \frac{U_s \cdot H_1^*(z) \cdot z^{-1} \cdot K_p \cdot K_0 \cdot H_3 H_4^*(z, \varepsilon)}{1 + z^{-1} \cdot K_p \cdot K_0 \cdot K_3 \cdot H_1 H_3 H_4 G_0^*(z, 1)}. \quad (14)$$

Характеристичне рівняння системи:

$$1 + z^{-1} \cdot K_p \cdot K_0 \cdot K_i \cdot F \cdot T \cdot H_1 H_3 H_4 G_0^*(z, 1) = 0, \quad (15)$$

де згідно з [5]

$$H_1 H_3 H_4 G_0^*(z, 1) = z \cdot K_1 \cdot \frac{T}{T_3} \cdot \frac{e^{-\frac{T}{T_3}}}{z - e^{-\frac{T}{T_3}}} + K_2 \cdot K_4 \cdot \left[ \frac{T}{T_1} \cdot \frac{1}{z - 1} - \frac{T \cdot (T_H - T_2)}{T_1 \cdot (T_H - T_3)} \cdot \frac{e^{-\frac{T}{T_H}}}{z - e^{-\frac{T}{T_H}}} + \frac{T \cdot (T_3 - T_2)}{T_1 \cdot (T_H - T_3)} \cdot \frac{e^{-\frac{T}{T_3}}}{z - e^{-\frac{T}{T_3}}} \right]. \quad (16)$$

Запишемо характеристичне рівняння (15) з урахуванням (16) в канонічній формі

$$z^3 + a_1 \cdot z^2 + a_2 \cdot z + a_3 = 0. \quad (17)$$

Для отримання умов процесу кінцевої тривалості необхідно сумістити корні характеристичного рівняння (17) з початком  $z$ -площини. Для цього розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} a_1 = 0; \\ a_2 = 0; \\ a_3 = 0. \end{cases} \quad (18)$$

В результаті вирішення системи рівнянь (18) дістанемо

$$K_p \cdot K_3 \cdot K_n \cdot F \cdot K_1 \cdot \frac{T}{T_3} = 1; \quad (19)$$

$$T_1 = T_3 \cdot \frac{K_2 \cdot K_4}{K_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{T_H}}\right) \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{T_3}}\right)}; \quad (20)$$

$$T_2 = \frac{T_H \cdot \left[ e^{\frac{T}{T_H}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{T_H}}\right) - e^{\frac{T}{T_3}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2T}{T_H}}\right) \right]}{e^{\frac{T}{T_H}} - e^{\frac{T}{T_3}}} + \frac{T_3 \cdot e^{\frac{2T}{T_H}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{T_3}}\right)}{e^{\frac{T}{T_H}} - e^{\frac{T}{T_3}}}. \quad (21)$$

Розглянемо реакцію системи на ступінчате входне діяння

$$U_3(t) = 1(t). \quad (22)$$

Підставивши у вираз (14)  $z$ -перетворення полінома чисельника та виконавши перетворення з урахуванням умов процесу кінцевої тривалості, дістанемо

$$U_{u2}^*(z, 1) = \frac{K_p \cdot K_n \cdot F \cdot K_3 \cdot K_4 \cdot \left[ \frac{T_2}{T_1} \cdot (z-1) + \frac{T}{T_1} \right]}{z \cdot (z-1)} \times \left( e^{\frac{T}{T_3}} - e^{\frac{T}{T_H}} \right). \quad (23)$$

Розрахунок перехідного процесу виконаємо з урахуванням параметрів тягового електродвигуна ЕД141АУ1, для якого:  $R_H = 0,0638$  Ом,  $R_3 = 0,0269$  Ом,  $L_H = 1,4 \cdot 10^{-3}$  Гн,  $L_3 = 5,2 \cdot 10^{-3}$  Гн.

В залежності від виду електричного гальмування коло навантаження тягового електродвигуна характеризується змінними параметрами. Для узагальнення результату розрахунку перехідного процесу приймаємо наступні припущення (рис. 2):

$$L_H = 2 \cdot L_H; R_H = 10 \cdot R_H.$$

$$\text{Тоді } T_H = \frac{L_H + L_H}{R_H + R_H} = 5,98 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Живлення обмотки збудження здійснюється від перетворювача з широтно-імпульсною модуляцією, період якої  $T = 1 \cdot 10^{-3}$  с. Статичний коефіцієнт передачі перетворювача  $K_n = 3$ .

Підставивши у вираз (23) значення для коефіцієнтів і сталих часу, обчислених за формулами (9), (19), (20), (21), та записавши його відносно струму, дістанемо

$$I_H^*(z, 1) = K_H \cdot 10^{-4} \cdot \frac{429 \cdot z - 105}{z^3 - z^2}. \quad (24)$$

Розклавши вираз (24) в степеневий ряд Лорана, одержимо вираз, що описує протікання перехідного процесу в системі:

$$I_H(nT) = K_H \cdot 10^{-4} \cdot (429 \cdot z^{-2} + 324 \cdot z^{-3} + 324 \cdot z^{-4} + \dots + 324 \cdot z^{-n}). \quad (25)$$

Графік перехідного процесу зображено на рис. 7.

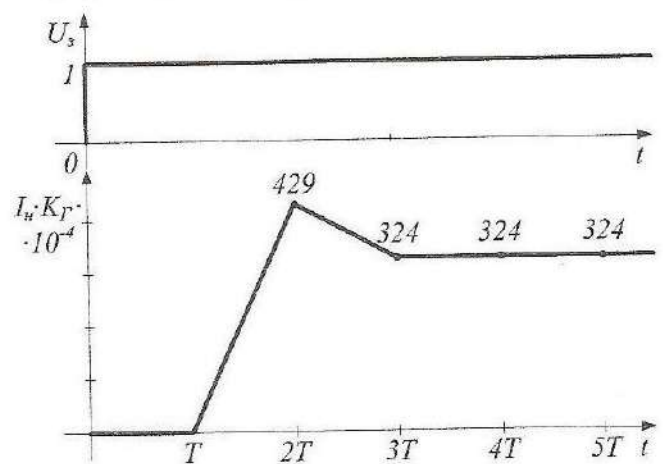


Рисунок 7 – Графік перехідного процесу

З рис. 7 видно, що перехідний процес в системі завершується за три тактових інтервала широтно-імпульсної модуляції, що відповідає порядку характеристичного рівняння системи.

## Висновки

1. Представлення напівпровідникового перетворювача електричної енергії, що застосовується для живлення обмотки збудження тягового електродвигуна в режимі електричного гальмування, у вигляді амплітудно-імпульсного модулятора другого роду дозволяє синтезувати структуру і параметри регулятора для отримання граничної швидкодії.

2. Аналіз умов процесу кінцевої тривалості показує, що на однозначність перехідних процесів впливають:

- міна регулюемого параметру перетворювача;
- зміна навантаження тягового електродвигуна під час електричного гальмування;
- нелінійність магнітної системи тягового електродвигуна.

Для одержання інваріантності динамічних процесів до перерахованих дестабілізуючих факторів необхідно застосування методів адаптивного регулювання.

### Література

1. *Технологічна інструкція по налагодженню схем рекуперативного гальмування електровозів постійного струму* [Текст]. – Київ, 2005. – 184 с.
2. *Шипило В.П.* Вентильный преобразователь как элемент системы автоматического регулирования [Текст] / В.П. Шипило // *Электричество*. – 1967. - №11. – С. 63-70.
3. *Чикотило И.И.* Исследование устойчивости и переходных режимов тиристорных широтно-импульсных преобразователей в быстродействующих замкнутых системах [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / И.И. Чикотило. – Харьков, 1979. – 239 с.
4. *Щербак Я.В.* Замкнутые системы компенсации неканонических гармоник полупроводниковых преобразователей [Текст] / Я.В. Щербак. – Харьков: ХФИ «Транспорт Украины», 1999. – 256 с.
5. *Джури Э.* Импульсные системы автоматического регулирования [Текст] / Э. Джури. – М.: Физматгиздат. – 1963. – 455 с.

### Резюме

В роботі виконано аналіз і синтез динамічних процесів в системі автоматичного керування електричним гальмуванням. Одержані умови процесу кінцевої тривалості для даної системи. З урахуванням параметрів тягового електродвигуна ЕД141АУ1 одержано перехідний процес в системі, який закінчується за число тактових інтервалів широтно-імпульсної модуляції, яке дорівнює порядку характеристичного рівняння системи

В статье выполнен анализ и синтез динамических процессов в системе автоматического управления электрическим торможением. Получены условия процесса конечной длительности для данной системы. С учётом параметров тягового электродвигателя ЭД141АУ1 получен переходный процесс в системе, который заканчивается за число тактовых интервалов широтно-импульсной модуляции, равное порядку характеристического уравнения системы

This paper presents the analysis of dynamic process in the automatic control system of electric braking. The process conditions of finite duration for this system are obtained. Transition process in the system is obtained by using the parameters of the ED141AY1 tractive electric motor. This process ends with the number of the PWM time intervals, which is equal to the order of characteristic equation of the system

**Ключові слова:** електричне гальмування, система автоматичного регулювання, процес кінцевої тривалості, тяговий електродвигун

Рецензент д.т.н., професор Загарій Г.І. (УкрДАЗТ)

Поступила 07.12.2012 г.