

ЛЯШЕНКО В. М., Асп.

Український державний університет залізничного транспорту



Порівняльний аналіз оптимізаційних алгоритмів для побудови оптимізованих траєкторій руху рейкового транспорту

Анотація. У цьому дослідженні наведено порівняльний аналіз алгоритмів оптимізації, що застосовують для побудови енергоефективних траєкторій руху поїздів. У рамках дослідження порівняли результати роботи евристичного «жадібного» алгоритму та метод динамічного програмування (DP), заснований на принципі оптимальності Беллмана. Дослідження присвячене фундаментальній проблемі визначення оптимальних траєкторій швидкості як функції часу відстані, які мінімізують споживання енергії за чіткого дотримання графіка руху. Така оптимізація є особливо складною в умовах залізничного транспорту через значні варіації позовжних профілів колій, характеристик рухомого складу та необхідність ухвалення рішень у режимі реального часу. Хоча динамічне програмування гарантує глобально оптимальне рішення, воно потребує значних обчислювальних ресурсів. І навпаки, «жадібні» евристичні алгоритми мають практичні переваги в обчислювальній ефективності та простоті реалізації, проте покладаються на локальні оптимуми. Це дослідження оцінює такі компроміси через моделювання різних операційних сценаріїв. Аналіз показує, що хоча «жадібний» алгоритм досягає швидкості обчислення, яка приблизно в 30 разів перевищує швидкість підходу динамічного програмування, він спричиняє збільшення енергоспоживання до 10 % на складних профілях колії через відсутність попереднього прогнозування. Однак на рівній місцевості різниця в ефективності значно зменшується. Ці результати кількісно оцінюють практичні наслідки вибору алгоритму, слугуючи основою для розроблення гібридних стратегій енергоменеджменту, що враховують вимоги щодо часу обробки даних у системах автоведення поїздів та економічні вигоди від мінімізації енергоспоживання.

Ключові слова: оптимізація траєкторії руху поїздів, міський залізничний транспорт, траєкторії руху, енергоефективність, динамічне програмування, «жадібні» алгоритми.

Вступ.

Підвищення енергетичної ефективності є одним із важливих завдань для залізничних транспортних систем, зокрема міського та приміського сполучення. Витрати електричної енергії на тягу в них є домінуючою часткою повного енергоспоживання підприємством, складаючи 40-60 %. Цей економічний аспект діяльності підприємств у перспективі ставатиме ще більш критичним через постійне підвищення цін на енергоносії та суворіші екологічні норми.

У зв'язку з цим розроблення та впровадження методів, спрямованих на зниження споживання енергії рухомим складом, є актуальним завданням. Один із напрямів його вирішення – це оптимізація траєкторій руху поїздів. Проблема оптимізації руху поїзда ускладнена значною кількістю факторів, що характерні для залізничних перевезень: варіації ухилів, відстані між зупинками, графіки руху, характеристики рухомого складу і т. п. Традиційні підходи щодо вибору стратегій керування поїздами покладено передусім на досвід машиністів і в загальному випадку не використовують весь потенціал енергозбереження.

Розвиток систем автоматичного керування поїздами створив можливості для впровадження більш складних алгоритмів керування, що допомагає розраховувати (наперед або в реальному часі) енергоефективні стратегії керування поїздом.

Існує велика кількість підходів щодо оптимізації, кожен із яких має певні переваги та недоліки. Залежно від вимог щодо надійності системи автоведення поїзда, яка реалізує алгоритм, і її апаратних обмежень швидкий пошук локально оптимального рішення може бути більш пріоритетним за пошук глобально оптимальної траєкторії. Дослідження [1, 2] вказують, що системи автоведення мають генерувати траєкторію руху за час, що обмежений 1-2 с. Тому порівняння ефективності алгоритмів оптимізації можна вважати актуальним. Зрештою, ця робота має на меті поглибити розуміння компромісів, пов'язаних із вибором алгоритмів для енергоефективного керування рухом поїздів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій.

Проблемам оптимізації траєкторій руху поїздів присвячена велика кількість досліджень і публікацій.

При цьому для оптимізації використовують різні методи, що включають такі підходи, як генетичні алгоритми [3], динамічне програмування [4-8], принцип максимуму Понтрягіна [9, 10].

Водночас питання порівняння їх між собою для однакових операційних умов не досліджено досить широко. У дослідженні [3] порівнювали ефективність генетичного алгоритму, алгоритму «мурашиної колонії» та динамічного програмування. За результатами дослідження, лише алгоритм динамічного програмування виявився достатньо стабільним; автори рекомендували завжди використовувати більше одного методу для пошуку оптимізованої траєкторії. У роботі [11] порівнювали алгоритми NSGA-II, опуклої оптимізації та змішаного цілочисельного лінійного програмування, зазначили високі вимоги всіх перелічених алгоритмів щодо обчислювальних потужностей, особливо лінійного програмування, обчислення траєкторій для якого займало більше 3 хв; результати роботи алгоритмів за результуючим рівнем енергозбереження виявилися схожими між собою. В оглядовому дослідженні [12] приділено особливу увагу використанню як методів динамічного програмування, так і принципу максимуму Понтрягіна, автори зазначають, що останній метод є складним у впровадженні через обмеження, які притаманні реальним сценаріям; динамічне програмування позиціоновано як рішення, яке дає змогу зручно працювати з обмеженнями завдяки підвищеній кількості обчислень.

Водночас відсутні дослідження, які б безпосередньо порівнювали евристичні алгоритми, що мають таку перевагу, як дуже швидке обчислення, із більш комплексними методами, такими як динамічне програмування.

Визначення мети та завдання дослідження.

Основною метою цього дослідження є встановлення кількісного оцінювання відмінностей у результаті роботи двох оптимізаційних підходів – евристичного «жадібного» алгоритму та динамічного програмування. Алгоритми протестовані за однакових умов і однакових обмежень, що ізолює їх як єдину змінну, яка впливає на результуюче енергоспоживання.

Методологія дослідження включає створення моделі руху поїзда, що буде обчислювальною основою для реалізації і тестування обох алгоритмів оптимізації. Тестували алгоритми оптимізації, спираючись на результати попереднього дослідження з розроблення типових профілів перегонів метрополітенів, що являють собою різні за складністю

умови руху [13].

Порівняння зосереджено саме на енергоспоживанні як основному показнику ефективності. Витрати енергії визначають за оборот рухомого складу, тобто сумарно за проходження перегону в обидва боки, за фіксованого графікового часу руху.

Виклад основної частини матеріалу.

Оптимізація траєкторії руху будь-яких транспортних засобів є задачею оптимального керування. Вона передбачає визначення оптимального закону керування u і результуючого профілю швидкості як функції координати поїзда ($u(s)$ і $v(s)$) або часу ($u(t)$ і $v(t)$), що мінімізує певну функцію вартості, одночасно задовольняючи вимоги щодо обсягу перевезень та експлуатаційні обмеження. Цей процес зазвичай спрямований на мінімізацію спожитої енергії A ; залежно від пріоритетів можуть бути розглянуті й інші, альтернативні, цілі, наприклад мінімізація часу в дорозі.

Задачу оптимізації траєкторії руху можна загалом подати як

$$\min_{v(\cdot)} \int_0^t P(v(t), u(t)) dt : t \leq T_3, v(t) \leq v_{max}, \dots \quad (1)$$

де $P(v(t), u(t))$ – потужність, розвинута рухомим складом, залежно від траєкторії руху $v(t)$ і сигналу керування $u(t)$, кВт·год;

$v(t)$ – траєкторія руху рухомого складу (швидкість) у функції часу, м/с;

t – час, с;

T_3 – заданий (графіковий) час руху по перегону, с;

v_{max} – обмеження швидкості руху за умовами перегону або конструкційної швидкості рухомого складу, м/с.

Для розв'язання задачі оптимізації можна використовувати різні підходи, які умовно поділяють на три широкі категорії.

До першої категорії належать евристичні та метаевристичні методи. Евристичні методи покладаються на пошук «достатньо хороших» рішень

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

із використанням незначної кількості часу, наприклад вибір на кожному послідовному кроці оптимізації такої швидкості, яка локально мінімізує витрати енергії або час проходження сегмента перегону. Недоліком подібних методів є ухвалення рішень лише на основі локального оптимуму («жадібність»), через що вони можуть не призводити до глобально кращих рішень. Метаевристичні алгоритми, куди входять алгоритм оптимізації мурашиної колонії (*ant colony optimization, ACO*) і генетичні алгоритми (*genetic algorithms, GA*) є алгоритмами більш високого рівня, які використовують декілька евристик для балансу між пошуком у полі рішень і використанням цих рішень. Найбільшою проблемою цих підходів є відсутність гарантії глобального оптимуму; до того ж якість результату може бути чутливою до налаштувань алгоритмів.

До другої категорії можна віднести оптимальне керування з використанням принципу максимуму Понтрягіна, за яким проблему оптимізації траєкторії розглядають як неперервну функцію. За оптимального керування встановлені векторна функція стану об'єкта $x(t)$ (наприклад положення у просторі та швидкість) і функція керування $u(t)$, величини якої вибирають із поля рішень U . Задача оптимізації зведена до мінімізації (або максимізації) функції вартості:

$$J = \int_{t_0}^t L(x(t), u(t)) dt \quad (2)$$

Динамічне програмування являє собою принципово інший підхід щодо оптимізації траєкторії. Метод оперує принципом оптимальності Беллмана, який встановлює, що оптимальна послідовність рішень зберігає свою властивість оптимальності на кожному проміжному етапі – це означає, що, незалежно від того, як система досягла певного стану, подальші рішення мають становити оптимальну політику з цього моменту і надалі. Від принципу

Таблиця 1

Умовний профіль типу I («легкий»)

Довжина ділянки, м	150	200	200	200	150	100
Ухил ділянки, ‰	3	10	-3	3	10	0

Таблиця 2

максимуму Понтрягіна динамічне програмування відрізняється насамперед своїм дискретним характером. Для розв'язання задачі оптимізації методом Беллмана неперервний стан x розбивають на дискретну послідовність. Нехай $J_i(x)$ є мінімальною «вартістю» від кроку i до кінця сітки за стану x , тоді рівняння Беллмана

$$J_i(x) = \min_u \{l_i(x, u) + J_{i+1}(f_i(x, u))\}, \quad (3)$$

де l_i – вартість одного кроку;

f_i – функція зміни стану за законом керування u .

Дискретна природа динамічного програмування структурно є дуже схожою на процес керування потягом, оскільки в обох випадках сутність керування полягає в серії дискретних рішень через певні проміжки колії або часові інтервали.

Для виконання оптимізації руху поїзда в даному дослідженні заданий перегін розбито на n окремих незалежних сегментів, причому рух поїзда розглядають у функції шляху s , м. Сегменти є кроками оптимізації; кожний сегмент має відповідне значення профілю перегону i , ‰. Довжина сегмента (дискретність розбивки) задана наперед перед моделюванням і прийнята достатньо малою (5-10 м) для зменшення її впливу на точність розрахунків. Якщо сегмент містить перелом профілю, він додатково розбитий на два менших сегменти, зберігаючи в такий спосіб поздовжній профіль перегону.

Для моделювання руху поїзда були використані умовні профілі перегонів трьох типів, що були запропоновані в попередньому дослідженні [13], із незначними змінами (табл. 1-3).

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Умовний профіль типу II («середній»)

Довжина ділянки, м	150	50	150	50	100	250	400	50	100
Ухил ділянки, ‰	-5	30	30	3	3	3	-11	-17	0

Таблиця 3

Умовний профіль типу III («важкий»)

Довжина ділянки, м	150	50	200	200	50	100	50	300	400	50	50	100
Ухил ділянки, ‰	5	5	35	5	3	3	3	40	30	30	5	0

Додатково для порівняння введено умовний профіль «нульового» типу, що являє собою пряму ділянку довжиною 1000 м із незначним ухилом – 3 ‰.

Модель, що використана для оптимізації траєкторії руху поїзда, можна уявити як таку, що складається з двох структурних компонентів:

- модель динаміки рухомого складу (модель руху поїзда), що відображає вплив на рух поїзда сигналу керування $u(n)$ з урахуванням його навантаження, тягової характеристики та умов профілю;

- власне модель керування та оптимізації, відповідальну за вибір сигналу керування $u(n)$.

Оптимізація траєкторії руху поїзда є задачею визначення закону керування $u(n)$, який можна уявити як положення контролера машиніста в кожній точці шляху; тобто оптимізація є в цьому випадку визначенням послідовності застосування тягового або гальмівного зусилля, урахуваючи поточний стан поїзда (положення в просторі, швидкість) і бажаний результат (початок руху та зупинка в заданих точках). Критерієм оптимальності є досягнення кінцевої точки без перевищення графікового часу руху по перегону T_s , с, і з мінімальними витратами електричної енергії A , кВт·год.

Рух поїзда, а отже, величина його прискорення або уповільнення залежить від сили тяги F , гальмівної

сили B , величини сумарного опору рухові W , маси потяга P , коефіцієнта обертових мас γ та описана основним рівнянням руху поїзда

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F - B - W}{P} \cdot \frac{g}{(1 + \gamma)} \quad (4)$$

де F – сила тяги, кН;

B – гальмівна сила, кН;

W – сумарний опір рухові, кН;

P – вага поїзда, кН;

g – прискорення вільного падіння (9,81 м/с²).

Система рівнянь, що описує роботу тягового привода поїзда на n -й ділянці, має такий вигляд:

$$F_n = \begin{cases} \min\left[\frac{F_{max}}{f(V, N')}\right] \cdot u_n, & 0 < u \leq 1 \\ 0, & u = 0 \\ B_{max} \cdot u_n, & -1 \leq u < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

де F_n – сила тяги поїзда на n -й ділянці перегону, кН;

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

F_{max} – максимальне значення сили тяги моторного вагона за умови обмеження струму або зчеплення коліс із рейками, кН;

B_{max} – максимальне значення гальмівної сили моторного вагона за умови обмеження струму або зчеплення коліс із рейками, кН ($B_{max} = -F_{max}$);

$f(V, N')$ – тягова характеристика моторного вагона залежно від швидкості руху та потужності тягового привода;

V – швидкість руху, км/год;

u_n – сигнал керування («коефіцієнт тяги») на n -й ділянці.

Витрати електроенергії на проходження будь-якої ділянки перегону A_n , кВт·год, для моделювання можна визначити як

$$A_n = \begin{cases} \frac{\sum N_n \Delta t_n}{\eta \cdot 3600}, & F_n > 0 \\ 0, & F_n \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

де N_n – сумарна розвинута потужність тягового привода поїзда на n -й ділянці;

η – повний коефіцієнт корисної дії тягового привода ($\eta = 0,8 \dots 0,9$);

Δt_n – час проходження n -ї ділянки;

3600 – коефіцієнт переходу від секунд до годин.

Вибір певного значення $u(n)$ на кожній ділянці шляху є компромісом між витратами електричної енергії на рух поїзда і часом на проходження заданої ділянки та перегону в цілому. Для цього в процес вибору значення $u(n)$ на кожній ділянці шляху введена функція вартості, що відображає «ціну» кожного варіанта; для однієї ділянки n вона складає

$$l_n(V_n, u_n) = A_n(u_n) + \lambda t_n(u_n), \quad (7)$$

де λ – невизначений множник Лагранжа.

Два алгоритми оптимізації, що використані в цьому дослідженні, мають різні підходи щодо визначення закону керування $u(n)$.

Динамічне програмування покладено на попереднє повне обчислення всіх допустимих комбінацій (n, V_n, u_n) . Це дає змогу використати рекурсивне рівняння Беллмана, яке для комбінації (n, V_n, u_n) буде включати аналогічне рівняння для наступної ділянки $n+1$, тобто умовну вартість проходження всіх наступних ділянок:

$$J_n(V_n, u_n) = \min_{-1 \leq u_n \leq 1} \{A_n(u_n) + \lambda t_n(u_n) + J_{n+1}(V'_{n+1}, u'_{n+1})\} \quad (8)$$

Після проходження всіх n ділянок у зворотному порядку вибудовують таблицю вартості всіх можливих комбінацій $J_n(V_n, u_n)$, після чого отримують оптимізований закон керування $u = f(n)$. Цього досягають, вибираючи на кожній ділянці n таке u_n , якому відповідає найменше значення функції вартості J .

«Жадібний» алгоритм, на відміну від динамічного програмування, є методом прямого проходження, тобто закон керування отримують послідовно, починаючи з початку. Для кожного сегмента перегону n вибирають таке значення $u(n)$, яке відповідає найменшому значенню функції вартості (формула (7)), при цьому попередні результати або наступні сегменти не враховують:

$$u_n = \min_{-1 \leq u_n \leq 1} \{A_n(u_n) + \lambda t_n(u_n)\} \quad (9)$$

Порівнюючи алгоритми, для кожної заданої середньої швидкості руху по перегону (якій відповідає певний цільовий час проходження перегону T_z) будують оптимізовані траєкторії для руху у прямому та зворотному напрямках. Витрати енергії сумують. Приклади роботи алгоритмів наведені на рис. 1-3. Синім кольором на них показані швидкості руху; помаранчевим – сигнали керування; суцільні лінії відповідають результатам динамічного програмування, переривчасті – «жадібному» алгоритму.

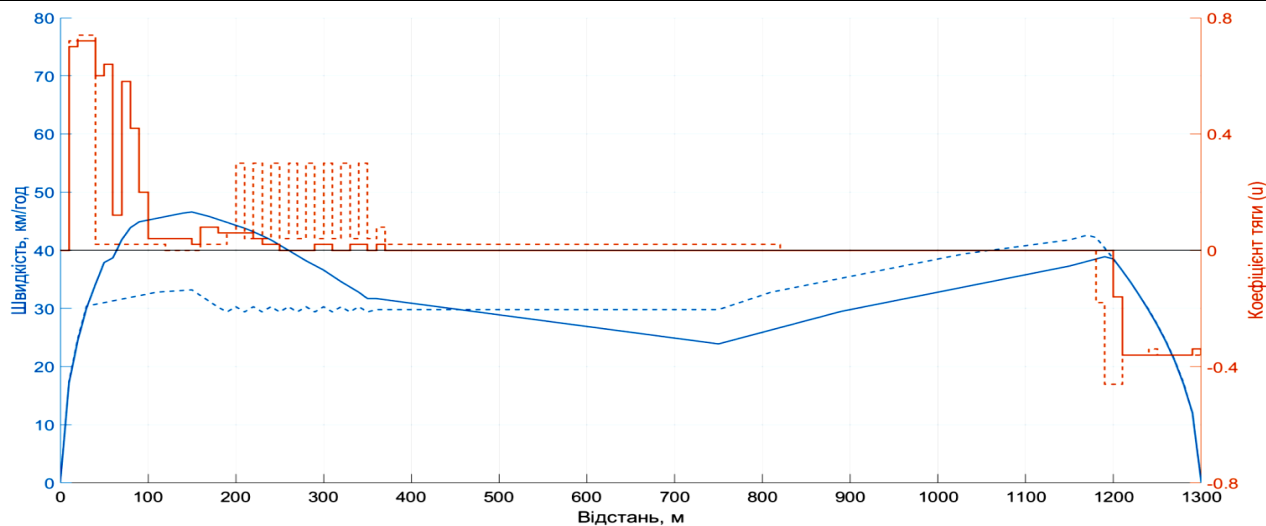


Рис. 1. Результати оптимізації для умовного профілю типу II (рух у прямому напрямку, середня швидкість 25 км/год)

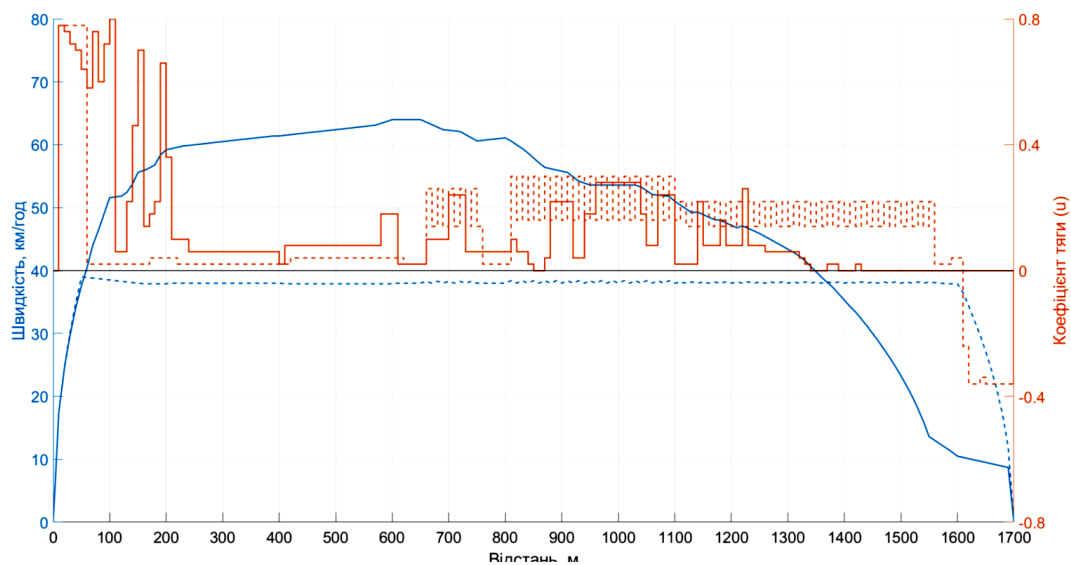


Рис. 2. Результати оптимізації для умовного профілю типу III (рух у прямому напрямку, середня швидкість 35 км/год)

Швидкодія алгоритмів і швидкість побудови ними оптимізованої траєкторії значно розрізняються, на неї впливають умови профілю (передусім довжина, а отже, кількість сегментів). Для профілю типу III у випадку динамічного програмування час розрахунку складає приблизно 55 с, із них 5 с займає розрахунок таблиці переходів і 50 с – ітеративний підбір невизначеного множника Лагранжа λ . Для

«жадібного» алгоритму, який не потребує попереднього розрахунку повної таблиці переходів, час побудови оптимізованої траєкторії зазвичай не перевищує 2 с.

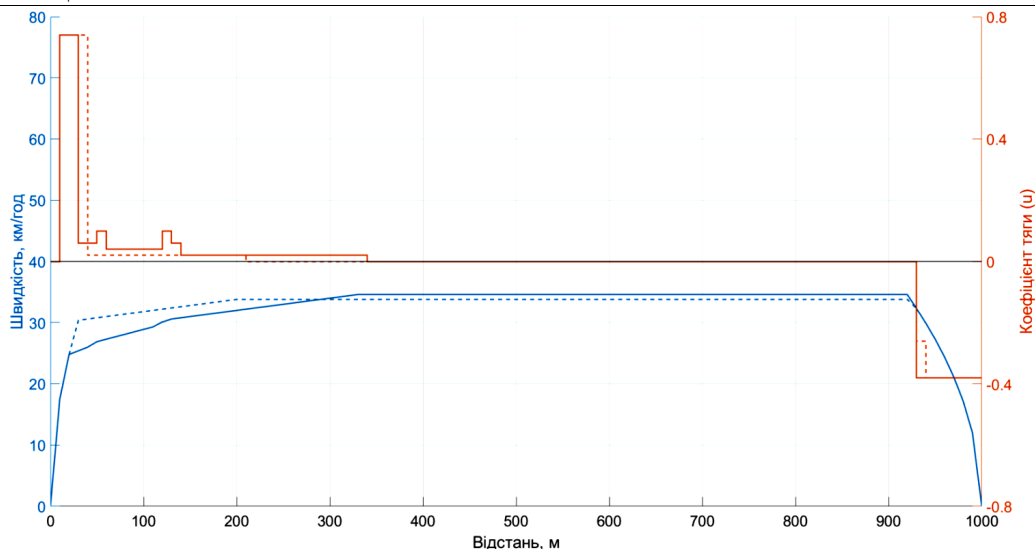


Рис. 3. Результати оптимізації для умовного профілю типу 0 (рух у зворотному напрямку, середня швидкість 30 км/год)

Результати розрахунків роботи алгоритмів оптимізації наведені в табл. 4-7, а також відображені на порівняльному графіку (рис. 4).

Таблиця 4

Витрати енергії для умовного профілю типу 0 («нульовий»)

Середня швидкість, км/год	«Жадібний» алгоритм			Динамічне програмування		
	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт
20	8,39	3,38	11,77	6,85	3,28	10,13
25	8,65	5,54	14,19	7,59	5,42	13,01
30	9,39	6,65	16,04	8,57	6,53	15,1
35	10,44	8,2	18,64	9,71	7,85	17,56
40	12,16	10,47	22,63	11,74	10,19	21,93
45	15,41	13,87	29,28	15,19	13,57	28,76

Таблиця 5

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Витрати енергії для умовного профілю типу I («легкий»)

Середня швидкість, км/год	«Жадібний» алгоритм			Динамічне програмування		
	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт
20	9,98	3,1	13,08	7,44	3,05	10,49
25	9,99	4,95	14,94	8,2	4,8	13
30	10,18	6,41	16,59	9,03	6,33	15,36
35	11,18	8,12	19,3	10,3	8,04	18,34
40	12,92	10,24	23,16	12,27	9,95	22,22
45	16,16	13,74	29,9	15,52	13,68	29,2

Таблиця 6

Витрати енергії для умовного профілю типу II («середній»)

Середня швидкість, км/год	«Жадібний» алгоритм			Динамічне програмування		
	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт
20	7,64	7,9	15,54	12,98	11,96	24,94
25	8,96	8,53	17,49	12,16	11,22	23,38
30	9,71	10,05	19,76	11,75	11,36	23,11
35	10,84	10,51	21,35	12,47	12,06	24,53
40	12,5	12,04	24,54	13,4	13,71	27,11
45	14,77	14,54	29,31	15,87	16,13	32

Таблиця 7

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ
Витрати енергії для умовного профілю типу III («важкий»)

Середня швидкість, км/год	«Жадібний» алгоритм			Динамічне програмування		
	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт	Прямий напрямок, кВт	Зворотний напрямок, кВт	Сумарні, кВт
20	41,96	1,61	43,57	23,73	1,16	24,89
25	35,96	1,3	37,26	22,48	1,3	23,78
30	31,83	1,71	33,54	22,55	1,66	24,21
35	29,54	2,39	31,93	22,66	2,4	25,06
40	28,21	3,37	31,58	22,96	3,15	26,11
45	30,53	5,09	35,62	23,63	4,91	28,54

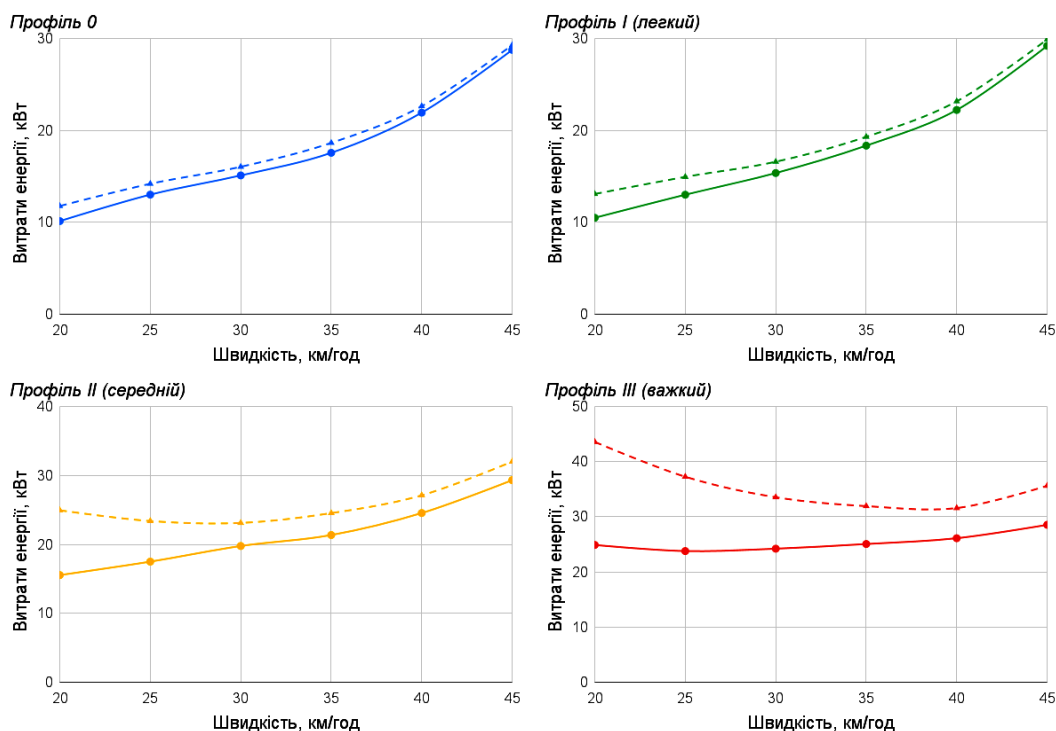


Рис. 4. Порівняльний графік енерговитрат за різних методів оптимізації

Висновки.

У результаті дослідження було проведено

пряме порівняння результатів роботи різних методів оптимізації траєкторії руху поїзда в однакових умовах – динамічного програмування та «жадібного»

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

алгоритму пошуку локального мінімуму. Для порівняння використана модель, що поєднує симуляцію динаміки рухомого складу та побудову оптимізованих траєкторій двома різними алгоритмами. Розраховували траєкторії для чотирьох умовних профілів перегонів, типових для міських рейкових транспортних систем.

Моделювання дало змогу кількісно оцінити результативність роботи алгоритмів за критерієм енергоспоживання. Результати моделювання показують, що «жадібний» алгоритм у деяких випадках демонструє результати, що наближаються до результатів динамічного програмування. Істотне розходження спостерігають лише на III (важкому) профілі, а також на швидкостях менше 30 км/год на II профілі (середньому). На легших профілях збільшення витрат за «жадібного» алгоритму порівняно з динамічним програмуванням не перевищує 10 %. Було встановлено, що швидкість побудови квазіоптимальної траєкторії руху «жадібним» алгоритмом перевищує таку для динамічного програмування майже у 30 разів і вкладається в запропоноване для систем автоведення обмеження 2 с на розрахунок.

Результати дослідження показують, що алгоритми оптимізації, що не гарантують глобальної оптимальності, можуть мати користь у контексті залізничних операцій завдяки своїм перевагам. Тому перспективним напрямом подальших досліджень є порівняння динамічного програмування з іншими алгоритмами, що не потребують великого обсягу обчислень і можуть бути виконані за короткий час системами автоведення поїздів. Ці дослідження можуть надати глибший контекст для розуміння порівняних переваг і недоліків різних підходів щодо оптимізації та їхнього потенціалу для використання в задачах, характерних для транспортних система.

Список використаних джерел

1. Patrick Bochmann, Birgit Jaekel. Measures and Methods for the Evaluation of ATO Algorithms. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12 (9). P. 4570. DOI: 10.3390/app12094570.
2. Jiateng Yin. Research and development of automatic train operation for railway transportation systems: A survey. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2017. Vol. 85. P. 548-572. DOI: 10.1016/j.trc.2017.09.009.
3. Single-Train Trajectory Optimization / Shaofeng Lu, Stuart Hillmansen, Mark Ho, Clive Roberts. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2013. Vol. 14, No. 2. P. 743–750. DOI: 10.1109/TITS.2012.2234118.

4. Energy-efficient train control in urban rail transit systems / Shuai Su, Tao Tang, Bo Liu. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part F Journal of Rail and Rapid Transit*. 2014. Vol. 229, № 4. DOI: 10.1177/0954409713515648.
5. Train speed profile optimization with on-board energy storage devices: a dynamic programming based approach / Yerang Huang, Lixing Yang, Tao Tang, Ziyou Gao, Fang Cao, Keping Li. *Computers & Industrial Engineering*. 2018. Vol. 126. P. 149–164. DOI: 10.1016/j.cie.2018.09.024.
6. A Novel Dynamic Programming Approach for Optimizing Driving Strategy of Subway Trains / Hao Gao, Yadong Zhang, Jin Guo. *MATEC Web of Conferences*. 2020. Vol. 325. DOI: 10.1051/mateconf/202032501002.
7. Yeun Sub Byun, Rao Gyo Jeong. Optimization of Driving Speed of Electric Train Using Dynamic Programming Based on Multi-Weighted Cost Function. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, № 24. P. 12857. DOI: 10.3390/app122412857.
8. Train trajectory optimization for improved on-time arrival under parametric uncertainty / Pengling Wang, Alessio Trivella, Rob M. P. Goverde, Francesco Corman. *Transportation Research Part C Emerging Technologies*. 2020. Vol. 119. DOI: 10.1016/j.trc.2020.102680.
9. Eugene Khmelnskiy. On an Optimal Control Problem of Train Operation. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2000. Vol. 45, No. 7. P. 1257–1266. DOI: 10.1109/9.867018.
10. Wolfram Heineken. Energy-Efficient Train Driving Based on Optimal Control Theory. *Energies*. 2023. Vol.16 (18). P. 6712. DOI: 10.3390/en16186712.
11. Comparative Performance Analysis of Speed Trajectory Optimization Algorithms for Metro and High-speed Railways / Xiao Liu, Yang Peng, Zhongbei Tian, Shaofeng Lu, Lin Jiang, Minwu Chen. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*. 2025. Vol. 11 (4). P. 9000-9010. DOI: 10.1109/TTE.2025.3544112.
12. Scheepmaker. Review of energy-efficient train control and timetabling / Gerben M. Scheepmaker, Rob M. P. Goverde, Leo G. Kroon. *European Journal of Operational Research*. Vol. 257 (2). P. 355-376. DOI: 10.1016/j.ejor.2016.09.044.
13. Ляшенко В. М., Устенко О. В., Яцько С. І. Дослідження витрат електроенергії за повторно-короткочасного режиму роботи електрорухомого складу на ділянках різного профілю. *Зб. наук. праць Укр. держ. ун-ту залізнич. трансп.* 2025. Вип. 211. С. 181-195. DOI: 10.18664/1994-7852.211.2025.327149.

References

1. **Bochmann, P., & Jaekel, B. (2022).** Measures and methods for the evaluation of ATO algorithms. *Applied Sciences*, 12(9), Article 4570. <https://doi.org/10.3390/app12094570>
2. **Yin, J. (2017).** Research and development of automatic train operation for railway transportation systems: A survey. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 85, 548–572. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2017.09.009>
3. **Lu, S., Hillmanssen, S., Ho, M., & Roberts, C. (2013).** Single-train trajectory optimization. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 14(2), 743–750. <https://doi.org/10.1109/TITS.2012.2234118>
4. **Su, S., Tang, T., & Liu, B. (2014).** Energy-efficient train control in urban rail transit systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 229(4). <https://doi.org/10.1177/0954409713515648>
5. **Huang, Y., Yang, L., Tang, T., Gao, Z., Cao, F., & Li, K. (2018).** Train speed profile optimization with on-board energy storage devices: A dynamic programming based approach. *Computers & Industrial Engineering*, 126, 149–164. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.09.024>
6. **Gao, H., Zhang, Y., & Guo, J. (2020).** A novel dynamic programming approach for optimizing driving strategy of subway trains. *MATEC Web of Conferences*, 325, Article 01002. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202032501002>
7. **Byun, Y. S., & Jeong, R. G. (2022).** Optimization of driving speed of electric train using dynamic programming based on multi-weighted cost function. *Applied Sciences*, 12(24), Article 12857. <https://doi.org/10.3390/app122412857>
8. **Wang, P., Trivella, A., Goverde, R. M. P., & Corman, F. (2020).** Train trajectory optimization for improved on-time arrival under parametric uncertainty. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 119, Article 102680. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.102680>
9. **Khmelniyskiy, E. (2000).** On an optimal control problem of train operation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(7), 1257–1266. <https://doi.org/10.1109/9.867018>
10. **Heineken, W. (2023).** Energy-efficient train driving based on optimal control theory. *Energies*, 16(18), Article 6712. <https://doi.org/10.3390/en16186712>
11. **Liu, X., Peng, Y., Tian, Z., Lu, S., Jiang, L., & Chen, M. (2025).** Comparative performance analysis of speed trajectory optimization algorithms for metro and high-speed railways. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 11(4), 9000–9010. <https://doi.org/10.1109/TTE.2025.3544112>
12. **Scheepmaker, G. M., Goverde, R. M. P., & Kroon, L. G. (2017).** Review of energy-efficient train control and timetabling. *European Journal of Operational Research*, 257(2), 355–376. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.09.044>
13. **Liashenko, V. M., Ustenko, O. V., & Yatsko, S. I. (2025).** Doslidzhennia vytrat elektroenerhii za povtorno-korotkochasnoho rezhymu roboty elektrorukhomoho skladu na diliankakh riznoho profilu [Research of electricity consumption under repeated short-term operation mode of electric rolling stock on sections of different profiles]. *Zbirnyk naukovykh prats UkrSURT*, (211), 181–195. <https://doi.org/10.18664/1994-7852.211.2025.327149> [in Ukrainian].

COMPARATIVE ANALYSIS OF OPTIMIZATION ALGORITHMS FOR ENERGY EFFICIENT TRAIN TRAJECTORIES

Postgraduate student V. M. Lyashenko

Abstract. This study presents a comparative analysis of optimization algorithms applied to the generation of energy-efficient train speed profiles. Specifically, the research contrasts the performance of heuristic «greedy» algorithms against Dynamic Programming (DP) methods based on Bellman's principle of optimality. The study addresses the fundamental problem of determining optimal speed-time or speed-distance trajectories that minimize energy consumption while strictly adhering to schedule constraints. This optimization is particularly complex in railway environments due to significant variations in longitudinal track profiles, rolling stock characteristics, and the necessity for real-time decision-making.

While Dynamic Programming guarantees a globally optimal solution, it demands significant computational resources. Conversely, greedy heuristics offer practical advantages in computational efficiency and implementation simplicity but rely on local optima. This research evaluates these trade-offs by simulating various operational scenarios. The analysis demonstrates that while the greedy algorithm achieves calculation speeds approximately 30 times faster than the DP approach, it incurs an energy consumption penalty of up to 10 % on complex track profiles due to a lack of predictive foresight. On flat terrain, however, the performance gap narrows significantly. These results quantify the practical consequences of algorithm selection, serving as a basis for developing hybrid energy management strategies that balance the computational latency requirements of automatic train operation systems with the economic benefits of energy minimization.

Keywords: *train trajectory optimisation, urban rail transport, speed profiles, energy efficiency, dynamic programming, «greedy» algorithms.*

Ляшенко Вадим Михайлович, аспірант кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail: lyashenkovm99@gmail.com. ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-1139-3537>. Тел.: +38 (099)930-98-82.

Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: lyashenkovm99@gmail.com. ORCID ID: <https://orcid.org/0009-0005-1139-3537>. Tel.: +38 (099)930-98-82.

Стаття надійшла 02.12.25

Стаття прийнята до друку після рецензування 10.03.26

Стаття опублікована (оприлюднена) 27.04.26

Стаття поширюється на умовах ліцензії Creative Commons Attribution License International CC-BY.

Liashenko Vadym, Postgraduate, Department of Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and