

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

ЕКОНОМІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра фінансів, обліку і аудиту

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**для самостійного вивчення та завдання для розрахункової роботи
з освітньої компоненти**

«ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА»

**для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
спеціальності D2 «Фінанси, банківська справа, страхування та
фондовий ринок» усіх форм здобуття освіти**

Харків 2026

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри фінансів, обліку і аудиту 24 квітня 2026 р., протокол № 8.

Укладач

доц. Д. І. Бойко

Рецензент

доц. Н. М. Лисьонкова

ЗМІСТ

| | |
|---|----|
| Вступ | 4 |
| Програма освітньої компоненти | 6 |
| Методичні вказівки для самостійного вивчення основних тем освітньої компоненти «фінансова математика» | 9 |
| Завдання для розрахункової роботи за основними темами курсу | 14 |
| Запитання для підсумкового контролю | 26 |
| Список літератури | 28 |

ВСТУП

Актуальність освітньої компоненти «Фінансова математика» зумовлена зростаючою роллю фінансових розрахунків у діяльності суб'єктів господарювання та функціонуванні ринкової економіки. У сучасних умовах ефективне управління фінансовими ресурсами потребує застосування точних кількісних методів для оцінювання вартості грошей у часі, аналізу інвестиційних проєктів і визначення дохідності фінансових операцій.

Освітня компонента формує у здобувачів вищої освіти систему знань щодо методів нарахування відсотків, дисконтування, оцінювання грошових потоків, фінансових рент і кредитних операцій. Це допомагає майбутнім фахівцям обґрунтовано ухвалювати рішення у сфері банківської діяльності, інвестування, страхування та фінансового менеджменту.

Особливої актуальності ця освітня компонента набуває в умовах нестабільності фінансових ринків, інфляційних процесів і зростання фінансових ризиків, коли необхідно вміти оцінювати альтернативні варіанти вкладення коштів і визначати їхню економічну доцільність.

Отже, освітня компонента «Фінансова математика» є важливою складовою підготовки сучасних фахівців економічного профілю, оскільки гарантує формування практичних навичок проведення фінансових розрахунків і ухвалення ефективних управлінських рішень.

Курс має на меті сформувати і розвинути такі компетентності здобувачів:

- загальні компетентності (ЗК):

ЗК06. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні;

ЗК07. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;

ЗК08. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

ЗК12. Здатність працювати автономно;

ЗК15. Здатність ухвалювати рішення та діяти, дотримуючись принципу неприпустимості корупції та будь-яких інших проявів недоброчесності;

- **спеціальні (фахові) компетентності (СК):**

СК04. Здатність застосовувати економіко-математичні методи та моделі для вирішення фінансових задач;

СК10. Здатність визначати, обґрунтовувати і брати відповідальність за професійні рішення;

- **результати навчання (ПР):**

ПР04. Знати механізм функціонування державних фінансів, зокрема бюджетної та податкової систем, фінансів суб'єктів господарювання, фінансів домогосподарств, фінансових ринків, банківської системи, страхування та фондового ринку;

ПР05. Володіти методичним інструментарієм діагностики стану фінансових систем (державні фінанси, зокрема бюджетна та податкова системи, фінанси суб'єктів господарювання, фінанси домогосподарств, фінансові ринки, банківська система і страхування);

ПР06. Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для розв'язання фінансових задач.

Метою освітньої компоненти **«Фінансова математика»** є формування у здобувачів **теоретичних знань і практичних навичок** застосування математичних методів для аналізу фінансових процесів і ухвалення економічно обґрунтованих рішень у сфері фінансів, кредиту, інвестицій.

Завдання освітньої компоненти:

1 Надати здобувачам базові теоретичні знання з фінансової математики, включаючи поняття відсотків, ануїтетів, ренти, кредитів та інвестицій.

2 Розвивати навички розрахунку та аналізу грошових потоків, дисконтованої вартості та фінансових ризиків.

3 Формувати здатність застосовувати математичні методи для ухвалення фінансових рішень у реальних економічних ситуаціях.

4 Сприяти розвитку аналітичного та критичного мислення у фінансовому плануванні та управлінні капіталом.

5 Підготувати здобувачів до професійної діяльності у сфері фінансів, інвестицій і банківської справи.

Виконують розрахункову роботу з метою закріплення і поглиблення знань здобувачів із питань використання методів кількісного фінансового аналізу, які складають предмет фінансової математики.

Методичні вказівки містять умови задач і варіанти завдань для розрахункової роботи здобувачів за основними темами курсу.

Виконувати завдання розрахункової роботи здобувач повинен після вивчення відповідного теоретичного матеріалу.

ПРОГРАМА ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

Тема 1. Час як фактор у фінансових розрахунках

Логіка фінансових операцій у ринковій економіці. Предмет і метод курсу «Фінансова математика». Час як фактор у фінансових розрахунках. Часова вартість грошей. Операції нарощування та дисконтування. Відсотки, види відсоткових ставок. Арифметична та геометрична прогресії як основа принципів і методів розрахунків у фінансовій математиці.

Тема 2. Прості відсотки

Проста ставка позичкових відсотків. Нарощення за простою відсотковою ставкою. Змінна ставка простих відсотків і реінвестування. Проста облікова ставка. Дисконтування та облік за простими відсотковими

ставками. Нарощення за обліковою ставкою. Ставка нарощення та облікова ставка. Прямі та зворотні задачі. Визначення строку позики і величини відсоткової ставки. Сутність простих відсотків і приклади їх використання. Погашення заборгованості частинами. Нарощення та виплата відсотків у споживацькому та ломбардному кредиті. Конверсія валюти і операції з девізами.

Тема 3. Складні відсотки

Складні відсотки позичкових відсотків і складні облікові ставки. Нарощення за простими та складними відсотками. Нарощення відсотків m разів на рік. Безперервне нарощення відсотків. Номінальна та ефективна ставки. Дисконтування за складною відсотковою ставкою, операції зі складною обліковою ставкою. Безперервне дисконтування. Коефіцієнт нарощення та коефіцієнт дисконтування. Порівняння інтенсивності процесів нарощення і дисконтування за різними видами відсоткових ставок. Визначення строку платежу та відсоткової ставки для складних відсотків. Криві дохідності. Конвертація валюти і нарощення складними та безперервними відсотками.

Тема 4. Еквівалентність відсоткових ставок

Еквівалентність відсоткових ставок різного виду. Ефективна річна відсоткова ставка. Дохідність фінансових операцій. Середні відсоткові ставки.

Тема 5. Конверсія платежів

Поняття сучасної вартості грошей. Фінансова еквівалентність зобов'язань. Зміна платежів і їх консолідація. Загальна постановка задачі зміни умов виплати, строків виплати, розміру виплат заборгованості за фінансовими контрактами.

Тема 6. Прості фінансові ренти

Види грошових потоків платежів – регулярні та нерегулярні. Ануїтети. Основні параметри постійної фінансової ренти. Класифікація рент. Річні, р-строкові та з періодом більш ніж базовий. Постнумерандо та пренумерандо. Ануїтети з нарахуванням відсотків раз на рік, m разів на рік, із безперервним нарахуванням відсотків. Нарощена сума постійної ренти постнумерандо. Оцінювання постійного ануїтету постнумерандо. Оцінювання постійного ануїтету пренумерандо. Погашення довгострокової заборгованості одночасним платежем. Інвестиції в підприємства, які використовують непоправні ресурси.

Тема 7. Визначення параметрів постійних рент постнумерандо

Сучасна вартість фінансової ренти. Як забезпечити одержання ренти в майбутньому. Сучасна вартість постійних рент постнумерандо. Безстроковий ануїтет. Погашення довгострокової заборгованості декількома платежами або заключною виплатою. Обчислення відсоткової ставки фінансової ренти. Визначення параметрів постійних рент постнумерандо та пренумерандо. Конверсія постійних ануїтетів, зміна їхніх параметрів.

Тема 8. Типові приклади застосування фінансової математики для фінансових і комерційних розрахунків

Кредитні розрахунки – рівні відсоткові виплати, погашення боргу рівними сумами, рівні термінові виплати, формування фонду. Оцінювання інвестиційних процесів – чистий приведений дохід, рентабельність, строк окупності, внутрішня норма дохідності, показник приведених витрат. Фінансові розрахунки на ринку цінних паперів – дохідність цінних паперів, курси цінних паперів. Операції з фінансовими контрактами – продаж контрактів, вибір контрактів, найбільш вигідних для покупця, дохідність контракту для кредитора, дохідність споживацького кредиту для продавця, дохідність за облігаціями, вартість залучення кредиту, дохідність портфеля облігацій та інші.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ВИВЧЕННЯ ОСНОВНИХ ТЕМ ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ «ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА»

Тема 1. Час як фактор у фінансових розрахунках

Література [1-8].

Запитання для самоконтролю

- 1 У чому полягає логіка фінансових операцій у ринковій економіці?
- 2 Що є предметом і методом фінансової математики?
- 3 Чому час відіграє головну роль у фінансових розрахунках?
- 4 Що таке часова вартість грошей?
- 5 У чому сутність операції нарощування?
- 6 Що означає дисконтування грошових потоків?
- 7 Які існують види відсоткових ставок?
- 8 Як арифметичну прогресію застосовують у фінансових розрахунках?
- 9 Як геометрична прогресія пов'язана з відсотковими процесами?
- 10 У чому різниця між теперішньою та майбутньою вартістю грошей?

Тема 2. Прості відсотки

Література [1, 5].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що таке проста відсоткова ставка?
- 2 Як здійснюють нарощення за простою відсотковою ставкою?
- 3 У чому особливість змінної ставки простих відсотків?
- 4 Що таке реінвестування за простих відсотків?
- 5 Що означає проста облікова ставка?

- 6 Як відбувається дисконтування за простими відсотками?
- 7 У чому різниця між ставкою нарощення та обліковою ставкою?
- 8 Як визначити строк позики за простих відсотків?
- 9 Як погашають борг частинами?
- 10 Де на практиці застосовують прості відсотки (кредити, валютні операції тощо)?

Тема 3. Складні відсотки

Література [1, 2, 5].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що таке складні відсотки і в чому їхня сутність?
- 2 У чому різниця між простими і складними відсотками?
- 3 Як здійснюване нарощення m разів на рік?
- 4 Що таке безперервне нарахування відсотків?
- 5 Чим відрізняється номінальна ставка від ефективної?
- 6 Як виконуване дисконтування за складною ставкою?
- 7 Що таке коефіцієнт нарощення і коефіцієнт дисконтування?
- 8 Як визначити строк платежу за складних відсотків?
- 9 Що таке крива дохідності?
- 10 Як використовують складне нарощення у валютних операціях?

Тема 4. Еквівалентність відсоткових ставок

Література [1, 3, 5].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що означає еквівалентність відсоткових ставок?
- 2 Як порівнюють ставки різного виду?
- 3 Що таке ефективна річна ставка?
- 4 Як визначити дохідність фінансової операції?

- 5 У чому різниця між номінальною та ефективною ставками?
- 6 Як обчислюють середню відсоткову ставку?
- 7 У яких випадках ставки вважають еквівалентними?
- 8 Як змінюється дохідність за різної частоти нарахування?
- 9 Яке значення має еквівалентність ставок для інвестора?
- 10 Як застосовують еквівалентність у фінансовій практиці?

Тема 5. Конверсія платежів

Література [2-5].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що таке сучасна (теперішня) вартість грошей?
- 2 У чому полягає фінансова еквівалентність зобов'язань?
- 3 Що означає конверсія платежів?
- 4 Як здійснюється зміна строків виплат?
- 5 Як змінюється розмір платежів за конверсії?
- 6 Що таке консолідація платежів?
- 7 Як формується еквівалентний платіж?
- 8 У чому полягає загальна задача зміни умов контракту?
- 9 Які фактори впливають на вибір нових умов виплат?
- 10 Де застосовують конверсію платежів на практиці?

Тема 6. Прості фінансові ренти

Література [1, 5, 7].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що таке грошовий потік і які його види?
- 2 Що таке ануїтет?
- 3 Які основні параметри фінансової ренти?
- 4 Як класифікують ренти?

- 5 У чому різниця між постнумерандо і пренумерандо?
- 6 Як обчислюють нарощену суму ренти?
- 7 Як оцінюють ануїтет постнумерандо?
- 8 Як оцінюють ануїтет пренумерандо?
- 9 Як погашають борг одноразовим платежем?
- 10 Як застосовують ренти в інвестиційних процесах?

Тема 7. Визначення параметрів постійних рент постнумерандо

Література [1-8].

Запитання для самоконтролю

- 1 Що таке сучасна вартість фінансової ренти?
- 2 Як визначити сучасну вартість ануїтету постнумерандо?
- 3 Що таке безстроковий ануїтет?
- 4 Як забезпечити отримання ренти в майбутньому?
- 5 Як погашають борг кількома платежами?
- 6 Як визначити відсоткову ставку ренти?
- 7 Як знайти строк ренти?
- 8 Як визначити розмір платежу ренти?
- 9 У чому різниця між параметрами постнумерандо і пренумерандо?
- 10 Як виконують конверсію ануїтетів?

Тема 8. Типові приклади застосування фінансової математики для фінансових і комерційних розрахунків

Література [1-22].

Запитання для самоконтролю

- 1 Які існують способи погашення кредиту?
- 2 Що таке рівні термінові виплати?
- 3 Як формують фонд накопичення?

- 4 Що таке чистий приведений дохід (NPV)?
- 5 Як визначають внутрішню норму дохідності (IRR)?
- 6 Що таке строк окупності інвестицій?
- 7 Як оцінюють рентабельність проекту?
- 8 Як визначають дохідність цінних паперів?
- 9 Як оцінити вигідність фінансового контракту?
- 10 Як формують та оцінюють портфель облігацій?

ЗАВДАННЯ ДЛЯ РОЗРАХУНКОВОЇ РОБОТИ ЗА ОСНОВНИМИ ТЕМАМИ КУРСУ

(номер задачі відповідає останній цифрі порядкового номеру
в журналі викладача)

Прості відсотки

1 Підприємство взяло позику в банку 300000 грн на період з 1 лютого до 30 вересня за відсоткової ставки 28,5 % річних. Яку суму воно має виплатити після закінчення строку позики за різних практик нарахування відсотків?

2 Яку суму треба покласти до банку, що виплачує по 14 % простих на рік, для того щоб одержати суму 50 000 грн: а) через чотири місяці; б) один рік; в) два роки дев'ять місяців?

3 У банк було покладено 100 000 грн. Через два роки шість місяців сума на рахунку дорівнювала 120 000 грн. Розрахувати просту відсоткову ставку і просту облікову ставку.

4 У банк, що виплачує 16 % простих річних, було покладено суму 60 000 грн. Через скільки років сума на рахунку буде дорівнювати 65 400 грн? Розрахувати задачу за умови, що банк застосовує просту облікову ставку 16 %.

5 Банк видав громадянину Федоренку позичку в розмірі 92 000 грн на два роки під простий дисконт, що дорівнює 14,5 % на рік. Яка сума буде видана громадянину на руки? За тих самих умов громадянин Федоренко бажає отримати на руки 92 000 грн. Яку суму він заборгує банку?

6 Громадянин Петренко має вексель на суму 15 000 грн, строк якого 1 вересня. Він бажає облікувати його в банку 15 квітня того ж року. Проста облікова ставка – 17 %. Яку суму отримає громадянин за цей вексель? Яку суму міг би він отримати, якщо строк векселя був би 1 вересня наступного року?

7 Першого лютого клієнт облікував вексель на суму 40 000 грн, строк якого 1 червня, і отримав за нього 38 790 грн. Яка облікова ставка банку?

8 Який прибуток отримає банк у разі обліку 20 травня трьох векселів, кожен вартістю по 20 000 грн, якщо строк сплати першого векселя – 10 вересня, а двох інших – 1 жовтня того ж року, облікова ставка дорівнює 14 %?

9 Вкладник поклав до банку, що виплачує 17 % простих на рік, суму 3 000 грн. Яка сума буде на рахунку вкладника: а) через три місяці; б) один рік; в) три роки п'ять місяців?

10 Банк надав позику 12000 грн на два місяці під 30 % річних, 5500 грн на чотири місяці під 24 % річних і 10000 грн на сім місяців під 20 % річних. Якщо б у банку була можливість надати позику на всю суму на чотири місяці, то якою має бути відсоткова ставка кредитування, щоб отримати той самий прибуток?

Складні відсотки

1 Банк нараховує на кошти, що до нього вкладені, відсотки безперервно за ставками: у 2022 році – 12 %, у 2023 році – 13 %, а у 2024-25 роках – 14 %. Яка сума буде на рахунку 31 грудня 2025 року, якщо 1 січня 2022 року на цей рахунок було покладено 30 000 грн?

2 У банк, що нараховує 16 % річних складних, клієнт поклав суму 80 000 грн. Яка сума буде на рахунку цього клієнта: а) через один рік; б) вісім місяців; в) шість років шість місяців? Розв'язати задачу, якщо банк нараховує відсотки за ставкою $j_3 = 16 \%$.

3 Громадянин Марчук може покласти гроші до банку, що виплачує відсотки за ставкою: а) $j_6 = 12,5 \%$, б) $i_c = 12,5 \%$. Яку суму він повинен покласти на рахунок для того, щоб через три роки чотири місяці отримати 24 000 грн?

4 Громадянин Петренко бажає покласти до банку суму 30 000 грн для того, щоб через п'ять років отримати 40 000 грн. Під яку відсоткову ставку j_{12} він повинен розмістити свої кошти? Розв'язати задачу, якщо строк збільшиться вдвічі.

5 Через скільки років сума 100 грн, що вкладена до банку, який виплачує відсотки за ставкою $j_{12} = 10\%$, перетвориться в 1 000 000 грн?

6 Клієнт поклав до банку 200 000 грн. Яка сума буде на рахунку цього клієнта через один рік, якщо банк буде нараховувати відсотки за ставкою: а) $j_1 = 15\%$; б) $j_6 = 15\%$; в) $j_{12} = 15\%$?

7 Визначити суму початкового внеску, яку необхідно розмістити в банку, що нараховує відсотки за безперервною ставкою 7 % річних, щоб через 10 років отримати на рахунку 50 000 грн.

8 Громадянин Петренко має вексель на суму 180000 грн, який він бажає облікувати 1 березня поточного року в банку за складною обліковою ставкою, що дорівнює 18 %. Яку суму отримає громадянин, якщо строк векселя: а) 1 липня поточного року; б) 1 липня наступного року?

9 Громадянин Сидоренко має намір здійснити банківський вклад за умовами нарахування відсотків за річною ставкою 17 % із щомісячною капіталізацією. Визначити суму початкового внеску, необхідну для отримання 30000 грн через чотири роки шість місяців.

10 Визначити річну відсоткову ставку, якщо відсотки нараховують щорічно, а сума коштів, що вкладені до банку, подвоюється через вісім років.

Еквівалентність відсоткових ставок

1 Банк видає позичку на 10 років або під 17 % річних складних, або під прості відсотки. Яку ставку простих відсотків має встановити банк для того, щоб отриманий ним дохід не змінився? Яку ставку складних відсотків має встановити банк, який видає позичку під 17 % простих річних?

2 Визначити ставку складних відсотків i_c , що еквівалентна ставці:
а) $j_2 = 20\%$; б) $j_6 = 20\%$; в) $j_{12} = 20\%$; г) $j_\infty = 20\%$.

3 Банк виплачує на вкладені до нього кошти 18% річних складних. Яку ставку j_m має встановити банк для того, щоб доходи клієнта не змінилися, якщо: а) $m = 2$; б) $m = 6$; в) $m = 12$?

4 Банк нараховує на кошти, які до нього вкладені, відсотки за ставкою $j_4 = 16\%$ і збирається перейти до безперервного нарахування відсотків. Яку силу росту має встановити банк для того, щоб доходи клієнтів не змінилися?

5 Банк облікує вексель за 60 днів до строку його сплати за простою обліковою ставкою $d_n = 16\%$. Яку складну облікову відсоткову ставку має встановити банк для того, щоб не змінити свої доходи?

6 Банк обліковує вексель за обліковою ставкою $f_3 = 18\%$ і бажає перейти до складної облікової ставки d_c . Яким має бути розмір ставки d_c для того, щоб доходи банку не змінилися?

7 Банк обліковує вексель за складною ставкою $d_c = 16\%$. За якою обліковою ставкою f_m цей банк має обліковувати векселі для того, щоб доходи банку не змінилися, якщо: а) $m = 2$; б) $m = 4$; в) $m = 12$?

8 Банк виплачує по вкладах 16% річних складних. Яка реальна дохідність вкладів у цей банк, якщо нарахування відсотків проводять: а) по півріччях; б) щоквартально; в) щомісячно?

9 Банк обліковує векселі за складною обліковою ставкою 18% . Яка реальна дохідність цієї операції?

10 Банк обліковує векселі за складною обліковою ставкою $f_4 = 18\%$. Яка реальна дохідність цієї операції?

Консолідація платежів

1 Покупець зобов'язався сплатити фермеру за отримане від нього зерно суму $3\,500\,000$ грн через два місяці після купівлі, $3\,000\,000$ грн через

два місяці після цього і 5 200 000 грн ще через три місяці. Сторони домовились об'єднати ці платежі в один і сплатити його через п'ять місяців після купівлі. Чому дорівнює цей платіж, якщо на кошти нараховують 12 % річних? Покупець бажає виплатити весь борг одним платежем сумою 12 000 000 грн. У який строк, починаючи з моменту купівлі, він повинен це зробити? Покупець бажає виплатити весь борг двома рівними виплатами через три і шість місяців після купівлі. Яким має бути розмір цих виплат?

2 Громадянин Василенко купив у громадянина Дмитренка автомобіль, підписавши контракт, за яким зобов'язався сплатити суму 1 500 000 грн через вісім місяців із моменту купівлі та ще 2 000 000 грн через 18 місяців із моменту купівлі. У свою чергу громадянин Дмитренко бажає продати цей контракт банку, що отримує 16 % річних складних на свої кошти. Яку суму заплатить банк за цей контракт, якщо придбає його в момент укладання? Яку суму має заплатити банк, якщо стане купувати цей контракт через пів року після його укладання?

3 Громадянин Гавриленко повинен сплатити громадянину Сидоренку суму 20 000 грн у такі строки: суму 5 000 грн через два роки; суму 5 000 грн через три роки і суму 10 000 грн через п'ять років, починаючи з теперішнього моменту. Громадянин Гавриленко запропонував змінити контракт, зобов'язуючись сплатити суму 10 000 грн через три роки і ще 10 000 грн через чотири роки від теперішнього моменту. Чи еквівалентні ці контракти, якщо на кошти нараховують 15 % річних простих. Якщо контракти не еквівалентні, то який із них вигідніший для громадянина Сидоренка? Яку суму повинен сплатити громадянин Гавриленко за першим контрактом через чотири роки для того, щоб обидва контракти були еквівалентними?

4 Є зобов'язання сплатити 10 000 грн через п'ять років і ще 5 000 грн через 10 років від теперішнього часу. Цей контракт треба замінити на

інший: сплатити 6 000 грн через три роки, а інший борг сплатити через сім років від теперішнього часу. Яка сума має бути сплачена через сім років, якщо на кошти нараховують 18 % простих на рік? Який розмір повинен мати кожен із цих платежів, якщо на кошти нараховують відсотки за ставкою $j_2 = 18 \%$?

5 Громадянин Мельник придбав у кредит меблевий гарнітур, зобов'язавшись виплачувати за нього по 20 000 грн щоквартально протягом трьох років. Зробивши чотири платежі, через рік громадянин побажав одразу погасити частку боргу, що залишилася. Яку суму він повинен заплатити, якщо на кошти нараховують 8 % річних (простих)?

6 Громадянин Василенко придбав у кредит меблевий гарнітур, зобов'язавшись виплачувати за нього по 20000 грн щоквартально протягом двох років. Але одразу ж побажав змінити умови контракту і сплачувати свій борг рівними щорічними сплатами. Якою має бути сума кожної з цих виплат для того, щоб другий контракт був еквівалентним першому, якщо на кошти нараховують 18 % річних (простих)? Який розмір повинен мати кожен із цих платежів, якщо на кошти нараховують відсотки за ставкою $j_{12} = 18 \%$?

7 Кооператор повинен сплатити постачальнику сировини через пів року після постачання 800 000 грн, ще через пів року – 1 500 000 грн і ще через вісім місяців – 1 300 000 грн. Пізніше було вирішено поєднати ці платежі в один і сплатити весь борг через рік після поставки. Яку суму треба сплатити, якщо на борг нараховують 16 % річних (складних)?

8 Покупець зобов'язався сплатити фермеру за отримані від нього овочі суму 50000 грн через три місяці після купівлі, 30000 грн через два місяці після цього і 72000 грн ще через чотири місяці. Сторони домовились об'єднати ці платежі в один і сплатити його через п'ять місяців після купівлі. Чому дорівнює цей платіж, якщо на кошти нараховують 18 % річних? Покупець бажає виплатити весь борг одним платежем сумою

150000 грн. У який строк, починаючи з моменту купівлі, він повинен це зробити? Покупець бажає виплатити весь борг двома рівними виплатами через два і шість місяців після купівлі. Яким має бути розмір цих виплат?

9 За контрактом громадянин Бойко зобов'язаний сплатити громадянину Борисенку суму 10000 грн сьогодні та 10300 грн через три роки. Боржник бажає змінити умови контракту і зробити два рівні платежі через рік і чотири роки, починаючи з теперішнього часу. Який розмір повинен мати кожен із цих платежів, якщо на кошти нараховують відсотки за ставкою $j_2 = 16\%$?

10 Громадянин Галицький купив у громадянина Петренка деяку річ, зобов'язавшись за контрактом сплатити 10000 грн через сім місяців і ще 30000 грн – через два роки. Громадянин Петренко бажає отримати гроші одразу, тому продає цей контракт фінансовій компанії, яка погодилася його купити за умови нарахування на свої гроші відсотків за ставкою $j_4 = 18\%$. Яку суму одержить громадянин Петренко від компанії за контракт?

Прості фінансові ренти

1 Громадянин Головатий вкладає суму 10 000 грн наприкінці кожного місяця до банку, який виплачує відсотки за ставкою $i_c = 11,5\%$. Яку суму він накопичить за два роки? Розв'язати задачу, якщо припустити, що громадянин Головатий робить щоквартальні внески до банку.

2 Приватний підприємець утворив фонд для придбання обладнання, вкладає в нього щорічно 400 000 грн. Для цього кожен квартал він робить рівні внески до банку, що виплачує 12,4 % річних (складних). Яка сума буде на рахунку фермера через чотири роки? Розв'язати задачу, якщо припустити, що підприємець робить щомісячні внески до банку, який виплачує відсотки за ставкою $\delta = 12,4\%$?

3 Яку суму необхідно вкласти до банку для того, щоб протягом наступних восьми років мати можливість знімати щорічно з рахунка суму 25 000 грн, вичерпавши рахунок повністю, якщо банк нараховує на вкладені до нього кошти відсотки за ставкою: а) річною $i_c = 15\%$; б) $j_4 = 15\%$; в) безперервною $\delta = 15\%$?

4 Громадянин Іваненко бажає покласти кошти на рахунок до банку, який виплачує 11% річних складних. Його син, здобувач вищої освіти першого курсу, повинен знімати з рахунка щорічно (наприкінці кожного року) по 100 000 грн, вичерпавши весь внесок до закінчення строку навчання, тобто через п'ять років. Яку суму повинен покласти до банку громадянин Іваненко? Розв'язати задачу, якщо припустити, що син буде знімати рівні суми кожного місяця.

5 Для створення благодійного фонду щорічно виділяють суму 120 тис. грн, яку вкладають у банк, що нараховує складні відсотки за річною ставкою $12,2\%$. Визначити суму, що накопичиться через шість років, якщо: а) внески у фонд роблять наприкінці року, відсотки нараховують по кварталах; б) рівні внески роблять наприкінці кожного кварталу, відсотки нараховують по півріччях; в) внески роблять наприкінці кожного року, відсотки нараховують безперервно.

6 Громадянин Петренко вкладає до банку наприкінці кожних трьох років суму в 25 тис. грн. Яка сума буде на рахунку громадянина через дев'ять років, якщо: а) на гроші нараховують складні відсотки за ставкою $j_4 = 12\%$; б) банк виплачує безперервні відсотки із силою росту $\delta = 12\%$?

7 Перед виходом на пенсію громадянин Кравець бажає забезпечити собі щорічний доход у сумі 120 000 грн нескінченно довго. Яку суму він повинен покласти для цього до банку, який виплачує $11,5\%$ річних? Розв'язати задачу, якщо громадянин Кравець бажає знімати щоквартально чверть свого річного доходу.

8 Підприємство збирається утворити фонд для виплати стипендій працівникам, направленим на навчання, у сумі 1 200 000 грн щорічно. Яку суму підприємство має покласти до банку, щоб забезпечити отримання необхідних коштів необмежено довго, якщо банк сплачує: а) 12 % річних складних; б) $j_4 = 12 \%$; в) безперервні відсотки з силою росту $\delta = 12 \%$?

9 Яку суму треба покласти до банку, щоб протягом наступних 12 років мати можливість кожні три роки знімати з рахунка суму 25 000 грн, вичерпавши до кінця строку вкладені кошти, якщо банк нараховує на них відсотки за ставкою: а) річною $i_c = 15 \%$; б) $j_4 = 15 \%$; в) безперервною $\delta = 15 \%$?

10 Підприємство створює фонд і вкладає до нього кожні два роки 5 млн грн. Кошти вкладають до банку, що виплачує відсотки за ставкою $\delta = 12,4 \%$. Яка сума буде у фонді через 16 років? Розв'язати задачу, якщо припустити, що підприємство робить щомісячні внески до банку.

Визначення параметрів постійних рент постнумерандо

1 Кредит у сумі 50 тис. грн надано під 18 % річних із нарахуванням відсотків кожні пів року. Обчислити величину квартальних платежів, за допомогою яких борг буде погашено за два роки.

2 Сім'я бажає накопичити 200000 грн для купівлі автомобіля, вкладаючи щорічно в банк 30000 грн. Річна ставка відсотка в банку – 12,5 %. Як довго триватиме накопичення?

3 Під заставу нерухомості надана позика в розмірі 250000 грн. Погашення буде здійснено рівними виплатами наприкінці кожних трьох років. На борг нараховують відсотки за ставкою 12 % із безперервним нарахуванням. Розмір термінових виплат 15250 грн. Визначити строк ренти.

4 До моменту виходу на пенсію, тобто через сім років, пан Дмитрук хоче мати на рахунку 300 000 грн. Для цього він має намір робити щороку вклад у банк. Визначити розмір внеску, якщо банк пропонує 11,8 % річних зі щомісячним нарахуванням відсотків.

5 Ви позичили на три роки 100 000 грн під 14 % річних, які нараховують за схемою складних відсотків на непогашений залишок. Повертати борг потрібно рівними сумами наприкінці кожного року. Визначити величину річного платежу.

6 Підприємцю залишилося 20 років до виходу на пенсію, після чого він розраховує прожити ще 25 років. Для нормального життя в пенсійному періоді він хотів би мати щорічний дохід у сумі 2400 дол. До моменту виходу на пенсію підприємець передбачає купити дачу за 10 000 дол. Для того щоб накопичити потрібну суму, підприємець планує щороку робити внески в банк. Яким має бути щорічний внесок у банк, якщо прийнятна норма прибутку дорівнює 10,8 % річних.

7 Яку суму наприкінці кожного місяця має переводити фірма в банк, щоб на рахунку через два роки була сума 3 000 000 грн? Номінальна відсоткова ставка банку за щомісячного нарахування відсотків становить 12,5 %.

8 Організація створює фонд у 600 000 грн. Планують створити його протягом шести років рівними річними виплатами наприкінці кожних двох років. Відсоткова ставка банку — 16 % річних, відсотки нараховують один раз на рік. Визначити величину разового платежу.

9 Здобувач вищої освіти бажає накопичити 88000 грн для купівлі ноутбука, вкладаючи щомісячно в банк 2000 грн. Ставка в банку – 16 % із безперервним нарахуванням. Як довго триватиме накопичення?

10 Фірма створює фонд у 500 000 грн. Планують створити його протягом п'яти років рівними річними виплатами наприкінці кожного року. Відсоткова ставка банку — 15 % річних, відсотки нараховують кожен квартал. Визначити величину разового платежу.

*Типові приклади застосування фінансової математики
для фінансових і комерційних розрахунків*

**!!!Умови задач для всіх варіантів однакові,
але значення різні
(таблиця 1)**

Задача 1. Ви купуєте легковий автомобіль у кредит. Ціна автомобіля – *** тис. грн. Ставка по кредиту – *** %. Строк виплати кредиту – один рік. Виплати щомісячно наприкінці місяця рівними сумами. Знайти місячний платіж.

Задача 2. Ви купуєте легковий автомобіль у кредит. Ціна автомобіля – *** тис. грн. Ставка по кредиту – *** %. Виплата щомісячно наприкінці місяця рівними сумами в розмірі *** тис. грн. Знайти строк кредитної операції.

Задача 3. Ви купуєте легковий автомобіль у кредит. Ціна автомобіля – *** тис. грн. Ставка по кредиту – *** %. Строк виплати кредиту – один рік. Виплати щомісячно наприкінці місяця рівними сумами основного боргу. Побудувати план погашення кредиту (в Excel).

Основні розрахункові формули наведені в конспекті лекцій з освітньої компоненти «Фінансова математика» [5].

Таблиця 1 – Вихідні дані (***)

| Показник | Варіант | | | | | | | | | |
|--------------------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| Задача 1 | | | | | | | | | | |
| Ціна автомобіля | 200 | 300 | 250 | 400 | 280 | 320 | 350 | 270 | 420 | 380 |
| Ставка за кредитом | 22 | 23 | 21 | 25 | 28 | 22 | 26 | 21 | 25 | 28 |
| Задача 2 | | | | | | | | | | |
| Ціна автомобіля | 200 | 300 | 250 | 400 | 280 | 320 | 350 | 270 | 420 | 380 |
| Ставка за кредитом | 22 | 23 | 21 | 25 | 28 | 22 | 26 | 21 | 25 | 28 |
| Щомісячна виплата | 10 | 16 | 12 | 15 | 18 | 15 | 12 | 12 | 14 | 18 |
| Задача 3 | | | | | | | | | | |
| Ціна автомобіля | 200 | 300 | 250 | 400 | 280 | 320 | 350 | 270 | 420 | 380 |
| Ставка за кредитом | 22 | 23 | 21 | 25 | 28 | 22 | 26 | 21 | 25 | 28 |

ЗАПИТАННЯ ДЛЯ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

- 1 Що таке часова вартість грошей і чому вона важлива для фінансових розрахунків?
- 2 У чому полягає різниця між нарощенням і дисконтуванням грошей?
- 3 Як арифметичну прогресію використовують для фінансових розрахунків?
- 4 Як геометрична прогресія пов'язана з принципом складних відсотків?
- 5 Що таке предмет і метод фінансової математики?
- 6 Що таке проста відсоткова ставка і як її застосовують?
- 7 Як розрахувати нарощену суму за простою відсотковою ставкою?
- 8 У чому різниця між прямими і зворотними задачами простих відсотків?
- 9 Як визначити строк позики або величину відсоткової ставки в задачах на прості відсотки?
- 10 Що таке облікова ставка та як відрізняється від нарощування ставки?
- 11 Як розраховують погашення заборгованості частинами за простих відсотків?
- 12 Як проводять конверсію валюти у простих відсотках?
- 13 Що таке складна відсоткова ставка і чим вона відрізняється від простої?
- 14 Як розрахувати нарощення відсотків m разів на рік?
- 15 Що таке безперервне нарощення відсотків і як його обчислюють?
- 16 Як обчислюють ефективну ставку з номінальної ставки?
- 17 У чому різниця між складною та простими обліковими ставками?
- 18 Як визначити строк платежу для складних відсотків?
- 19 Що таке крива дохідності і як її використовують?

- 20 Що таке еквівалентні відсоткові ставки?
- 21 Як розраховують ефективну річну ставку?
- 22 Як середні відсоткові ставки допомагають оцінити дохідність операцій?
- 23 Що таке сучасна вартість грошей?
- 24 Як змінюються умови виплат за фінансовими контрактами і як це розраховують?
- 25 Що таке консолідація платежів і коли її застосовують?
- 26 Що таке постійна фінансова рента і які її основні параметри?
- 27 У чому різниця між рентами постнумерандо та пренумерандо?
- 28 Як розраховують сучасну вартість постійних рент?
- 29 Як визначити відсоткову ставку фінансової ренти?
- 30 Які основні методи оцінювання інвестиційних процесів і кредитних розрахунків за допомогою фінансової математики?

Список літератури

- 1 Актуарна математика: метод. рекомендації до практ. занять з навч. дисц. / О. В. Шобаніна та ін. Миколаїв: Миколаївський національний аграрний університет, 2020. 40 с.
- 2 Василевич Л. Ф., Семеняка С. О. Фінансова математика: навч. посіб. Київ: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2020. 228 с.
- 3 Голіченко І. І., Клесов О. І., Тимошенко О. А. Фінансова математика та елементи актуарної математики: навч. посіб. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 104 с.
- 4 Іваненко Т. В. Основи фінансової математики : підручник. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 200 с.
- 5 Коковіхіна О. О., Саленко О. В. Фінансова математика: конспект лекцій. Харків: УкрДАЗТ, 2015. 94 с.
- 6 Буценко Ю. П., Диховичний О. О., Тимошенко О. А. Математичні моделі в економічних задачах. Практикум (І курс). Київ: НТУУ «КПІ», 2014. 57 с.
- 7 Панасенко О. В., Прокопович С. В. Фінансова математика: навч. посіб. / Харківський національний економічний університет ім. С. Кузнеця. Харків: ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2017. 264 с.
- 8 Халецька З. П., Довгенко Я. О. Основи актуарної математики: підручник. Кропивницький: ЦДПУ ім. В. Винниченка, 2018. 180 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

для самостійного вивчення та завдання для розрахункової роботи
з освітньої компоненти

«ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА»

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності
D2 «Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок» усіх
форм здобуття освіти

Відповідальний за випуск Бойко Д. І.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 28.04.2026 р.

Умовн. друк. арк. 1,75. Тираж . Замовлення № .

Видавець та виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,

61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха,7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.