

**УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ ПРОЦЕСАМИ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

Кафедра вищої математики та фізики

ОСНОВИ ФІЗИКИ.

КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ.

КВАНТОВА ОПТИКА. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

Конспект лекцій

Частина 3

Харків 2026

Котвицька К., Гресь В. Основи фізики. Коливання і хвилі. Квантова оптика. Елементи фізики атомного ядра: Конспект лекцій. – Харків: УкрДУЗТ, 2026. – Ч. 3. – 164 с.

Конспект лекцій з освітнього компонента «Фізика» призначений для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня спеціальності G3 «Електрична інженерія» ОП «Електричний транспорт», «Електропостачання та ресурсозберігаючі технології»; G4 «Енерговиробництво» ОП «Теплоенергетика», «Енергетичний менеджмент»; G6 «Інформаційно-вимірювальні технології» ОП «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка, «Якість, стандартизація та сертифікація»; G9 «Прикладна механіка» ОП «Триботехніка та технічний сервіс машин», G11.03 «Машинобудування» ОП «Підйомно-транспортні, будівельні, колійні та видобувні машини»; G18 «Геодезія та землеустрій» ОП «Геодезія, землеустрій та кадастр»; G19 «Будівництво та цивільна інженерія» ОП «Промислове та цивільне будівництво»; J7 «Залізничний транспорт» ОП «Локомотиви та локомотивне господарство», «Високошвидкісний рухомий склад», «Вагони та вагонне господарство, «Вагони та транспортна інженерія», «Електровози та електропоїзди», «Залізничні споруди та колійне господарство».

Іл. 72, табл. 3, бібліогр.: 11 назв.

Конспект лекцій розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри вищої математики та фізики 27 квітня 2026 р., протокол № 10.

Рецензент

проф. Дмитро Чібісов (ХНУ ім. В. Н. Каразіна)

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Тематичний план навчальної дисципліни.....	6
Лекція 1. Незгасаючі механічні коливання.....	8
Лекція 2. Додавання гармонічних коливань.....	21
Лекція 3. Механічні коливання, що здійснюювані за дії зовнішніх сил	32
Лекція 4. Електромагнітні коливання.....	41
Лекція 5. Механічні хвилі.....	54
Лекція 6. Електромагнітні хвилі.....	67
Лекція 7. Теплове випромінювання тіл.....	78
Лекція 8. Квантові властивості світла. Фотоефект.....	95
Лекція 9. Елементи квантової фізики атомів.....	107
Лекція 10. Моделі атома. Атом водню, за теорією Бора.....	117
Лекція 11. Квантова теорія атома водню.....	124
Лекція 12. Елементи ядерної фізики.....	136
Лекція 13. Радіоактивність.....	144
Список літератури.....	159
Додаток А Основні фізичні постійні.....	160
Додаток Б Множники і префікси для утворення десяткових кратних і часткових одиниць і їхні назви.....	160
Додаток В Густина деяких газів за нормальних умов.....	161
Додаток Г Густина деяких рідин (за температури 15 °C).....	161
Додаток Д Густина деяких твердих тіл ($P = 1,01 \cdot 10^5$ Па, $T = 273$ К)..	161
Додаток Е Маса покою елементарних частинок.....	162
Додаток Ж Робота виходу А електронів із металу, eВ.....	162
Додаток И Періоди піврозпаду деяких ізотопів.....	163
Додаток К Маса деяких нейтральних атомів	164

ВСТУП

В умовах сучасного розвитку науки і техніки фахівцям потрібні не лише ґрунтовні знання з класичних розділів фізики, але і розуміння явищ, що лежать в основі сучасних високих технологій. До таких належать коливальні та хвильові процеси, квантові властивості світла, а також фізика атомного ядра. Саме ці розділи формують у здобувачів уявлення про мікросвіт і фундаментальні механізми передавання енергії та інформації в природі.

Третя частина курсу лекцій «Основи фізики» присвячена вивченню розділів «Коливання і хвилі», «Квантова оптика», «Елементи фізики атомного ядра». Ці теми є логічним продовженням класичних розділів фізики та водночас слугують переходом до сучасної фізичної картини світу.

У розділі «Коливання і хвилі» розглянуто основні закономірності гармонічних коливань, вільних і вимушених коливальних систем, явища резонансу, затухання, а також механічні та електромагнітні хвилі. Особливу увагу приділено характеристикам хвильових процесів — довжині хвилі, частоті, швидкості поширення, інтерференції та дифракції хвиль. Ці знання мають важливе значення для розуміння процесів у будівельних конструкціях, акустиці, енергетичних системах.

Розділ «Квантова оптика» ознайомлює здобувачів із корпускулярно-хвильовою природою світла, квантовими властивостями електромагнітного випромінювання, явищами фотоефекту, випромінювання та поглинання світла атомами. У розділі розглянуто основи квантової теорії, що пояснюють взаємодію світла з речовиною, а також сучасні застосування цих явищ у лазерній техніці, оптоелектроніці та інформаційних технологіях. У розділі «Елементи фізики атомного ядра» вивчають будову атомного ядра, властивості ядерних сил, радіоактивність, ядерні реакції та процеси поділу і синтезу ядер. Окрему увагу приділено питанням енергетичного

використання ядерних процесів. Ці знання є важливими для розуміння сучасної енергетики та екологічних аспектів використання ядерних технологій.

Конспект лекцій є стислим викладом основних теоретичних положень і призначений для здобувачів технічних спеціальностей. Він може бути використаний для підготовки до лекційних, практичних і лабораторних занять, виконання самостійних робіт, а також узагальнення та систематизації знань із відповідних розділів фізики.

ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Фізичні основи класичної механіки

Тема 1. Предмет фізики. Кінематика поступального руху.

Тема 2. Динаміка матеріальної точки.

Тема 3. Закони збереження в механіці.

Тема 4. Динаміка обертального руху твердого тіла.

Змістовий модуль 2. Молекулярна фізика

Тема 5. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.

Тема 6. Закони ідеального газу.

Модуль 2

Змістовий модуль 3. Термодинаміка

Тема 7. Основи термодинаміки.

Тема 8. Другий закон термодинаміки.

Змістовий модуль 4. Електростатика і постійний струм

Тема 9. Електричний заряд. Електростатичне поле.

Тема 10. Електричне поле в речовині.

Тема 11. Постійний електричний струм.

Модуль 3

Змістовий модуль 5. Електромагнетизм

Тема 12. Магнітне поле та його характеристики. Магнітні властивості речовини.

Тема 13. Електромагнітна індукція.

Змістовий модуль 6. Механічні та електромагнітні коливання

Тема 14. Гармонічні механічні коливання.

Тема 15. Згасаючі та вимушені механічні коливання.

Тема 16. Коливальний контур. Електромагнітні коливання.

Модуль 4

Змістовий модуль 7. Пружні та електромагнітні хвилі.

Хвильова оптика

Тема 17. Пружні хвилі.

Тема 18. Електромагнітні хвилі. Елементи хвильової оптики.

Змістовий модуль 8. Квантова оптика

Тема 19. Квантова природа випромінювання.

Тема 20. Квантові явища взаємодії світла з речовиною.

Змістовий модуль 9. Елементи фізики атомного ядра

Тема 21. Будова атома і квантові моделі атома.

Тема 22. Фізика атомного ядра. Радіоактивність і ядерні реакції.

Лекція 1

НЕЗГАСАЮЧІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

План лекції

- 1.1 Гармонічні коливання та їхні характеристики.
- 1.2 Диференціальне рівняння незгасаючих коливань і його розв'язок.
- 1.3 Гармонічні осцилятори. Маятники.
- 1.4 Швидкість, прискорення та механічна енергія гармонічного осцилятора.

1.1 Гармонічні коливання та їхні характеристики

Коливаннями називають фізичні процеси, що з часом повторюються. Коливання називають *періодичними*, якщо значення фізичних величин, що змінюються під час коливань, повторюються через рівні проміжки часу. Найпростішим типом періодичних коливань є *гармонічні* коливання.

Гармонічними називають коливання, які відбуваються за законом синуса чи косинуса. Вважають, що матеріальна точка здійснює гармонічні коливання, якщо вона рухається відносно деякого положення рівноваги – точки О так, що її відстань x від точки О у будь-який момент часу задовольняє умову

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.1)$$

де $x(t)$ – зміщення точки від положення рівноваги в момент часу t ;

A – *амплітуда*. Це максимальне зміщення точки від положення рівноваги; ω_0 – *циклічна частота* (кількість коливань за час 2π с);

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – *фаза коливань*;

φ_0 – *початкова фаза коливань*.

Фаза характеризує стан коливальної системи в будь-який момент часу. Показує, яка частина періоду пройшла з моменту початку коливань. У рівнянні (1.1) синус чи косинус використовують залежно від умови завдання.

Розглянути гармонічні коливання важливо з двох причин: коливання, що зустрічають у природі та техніці, часто мають характер, близький до гармонічного; різні періодичні процеси (процеси, що повторюються через рівні проміжки часу) можна розглядати як накладення гармонічних коливань. Для коливального руху вводять поняття *періоду* і *частоти* коливань.

Період коливань дорівнює часу, за який відбувається одне повне коливання:

$$T = \frac{t}{N}. \quad (1.2)$$

Кількість коливань, здійснених за одиницю часу, називають *частотою коливань* ν :

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}. \quad (1.3)$$

Зазначимо, що частота і період гармонічних коливань не залежать від амплітуди.

Зв'язок періоду коливань T із циклічною частотою ω коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (1.4)$$

Будь-який періодичний процес можна описати рівнянням

$$f(T) = f(t + nT).$$

Графік гармонічного коливального процесу, тобто залежність $x(t)$, подано на рисунку 1.1.

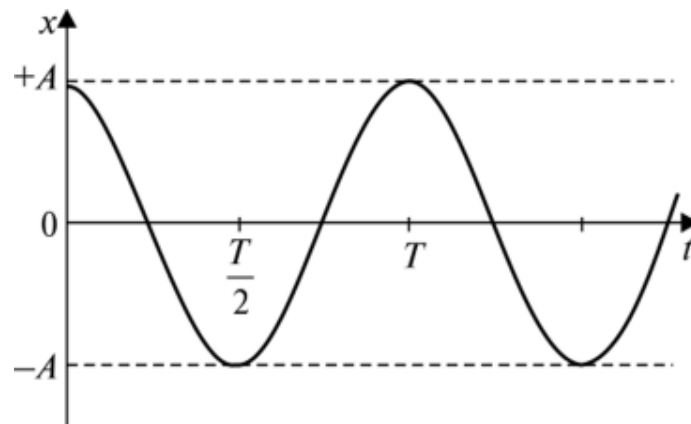


Рисунок 1.1 – Процес гармонічних коливань [1]

1.2 Диференціальне рівняння незгасаючих коливань і його розв'язок

Систему, що здійснює гармонічні коливання, називають *гармонічним осцилятором*.

Гармонічні коливання матеріальна точка (або тіло) здійснює, коли на неї діє сила F , що повертає тіло в положення рівноваги – *квазіпружна* сила [5]. Її величина пропорційна зсуву x , а напрямок протилежний напрямку зміщення:

$$F = -kx. \quad (1.5)$$

Якщо коливання є *вільними* та *незгасаючими*, силами тертя в середовищі, у якому відбуваються коливання, можна знехтувати. Тоді, за другим законом Ньютона, рівняння руху точки

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx. \quad (1.6)$$

Поділимо на m обидві частини рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (1.7)$$

Позначимо

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad (1.8)$$

де ω_0 – циклічна частота коливань, вона також є *частотою власних коливань* системи.

Отже, диференціальне рівняння, що описує рух гармонічного осцилятора, має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0. \quad (1.9)$$

Його називають *диференціальним рівнянням* вільних незгасаючих коливань. Рівняння (1.7) – лінійне, однорідне диференціальне рівняння другого порядку. Розв’язком цього рівняння є рівняння гармонічних коливань (1.1) [6].

1.3 Гармонічні осцилятори. Маятники

Коливання гармонічного осцилятора є важливим прикладом періодичного руху і точною або наближеною моделлю в багатьох завданнях класичної та квантової фізики. Прикладами гармонічного осцилятора є пружинний, математичний і фізичний маятники, а також коливальний контур (для малих струмів і напруг).

Пружинний маятник – це вантаж масою m , підвішений на абсолютно пружній пружині з жорсткістю k , що здійснює гармонічні коливання за дії пружної сили (1.5) (рисунок 1.2).

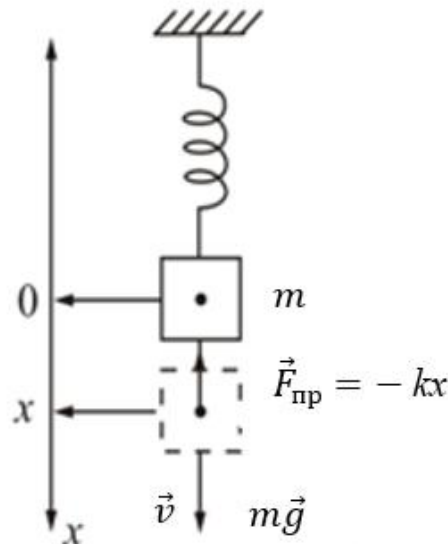


Рисунок 1.2 – Пружинний маятник

Рівняння руху пружинного маятника

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (1.10)$$

Із порівняння виразів (1.10) і (1.9) випливає, що пружинний маятник здійснює гармонічні коливання за законом (1.1) із циклічною частотою ω і періодом T , де

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Ці формули справедливі для пружних коливань не більше, коли виконуваний закон Гука, тобто коли маса пружини мала порівняно з масою тіла, а її деформація не перевищує межі пружності.

Математичним маятником називають матеріальну точку, що підвішена на нерозтяжній і невагомій нитці і здійснює коливання за дії сили тяжіння. Вважають, що вся маса маятника зосереджена в одній точці і вона дуже мала (рисунок 1.3).

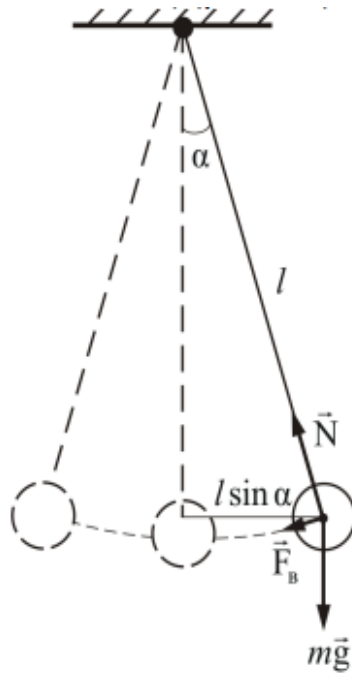


Рисунок 1.3 – Математичний маятник

Розглянемо умови, за яких коливання маятника є гармонічними. Відхилення маятника від положення рівноваги характеризуватимемо кутом α , утвореним ниткою маятника з вертикаллю. Під час відхилення маятника від положення рівноваги виникає відновлювальний крутний момент, модуль якого

$$|\vec{M}| = mgl \sin \alpha. \quad (1.11)$$

Її напрямок завжди такий, що вона прагне повернути маятник у положення рівноваги. За цією властивістю вона аналогічна квазіпружній силі. Тому можна записати

$$M = -mgl\sin\alpha. \quad (1.12)$$

Рівняння динаміки обертального руху для маятника

$$M = I\varepsilon, \quad (1.13)$$

де $I = ml^2$ – момент інерції маятника;

$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ – кутове прискорення.

Тоді

$$ml^2 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl\sin\alpha.$$

Поділимо обидві частини рівняння на ml^2 і перенесемо всі складові в один бік. Отримаємо

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\alpha = 0.$$

Будемо розглядати рівняння з малою амплітудою, тобто $\sin\alpha \approx \alpha$.
Введемо позначення $\frac{g}{l} = \omega^2$, отримаємо

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega^2\alpha = 0. \quad (1.14)$$

Рівняння (1.14) – це диференціальне рівняння руху математичного маятника. Це також рівняння динаміки гармонічних коливань. Його розв’язок

$$\alpha = \alpha_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.15)$$

Отже, за малих коливань кутове відхилення математичного маятника змінюється в часі за гармонічним законом.

Циклічна частота і період коливань

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Бачимо, що період коливань математичного маятника залежить від його довжини та прискорення вільного падіння і не залежить від його маси.

Фізичний маятник — це тверде тіло, яке під дією сили тяжіння здійснює коливання навколо нерухомої горизонтальної осі, що проходить через точку закріплення O і не збігається з центром мас C (рисунок 1.4).

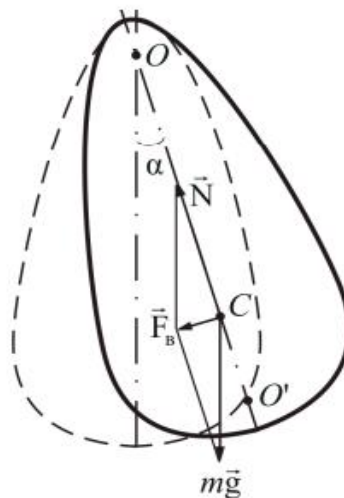


Рисунок 1.4 – Фізичний маятник

Із відхиленням цього тіла від положення рівноваги на кут α також виникає крутний момент, що прагне повернути маятник у положення рівноваги (1.12). У цій формулі l – відстань між точкою підвісу O і центром мас маятника C : $l = |OC|$. Якщо позначити через I_0 момент інерції маятника відносно осі, що проходить через точку O , можна записати

$$I_0 \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl \sin\alpha. \quad (1.16)$$

У випадку малих коливань $\sin\alpha \approx \alpha$ рівняння (1.16) переходить у рівняння (1.14), розв'язком якого є рівняння (1.15), де $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I_0}}$ – циклічна частота коливань фізичного маятника.

Отже, за малих відхилень фізичний маятник здійснює гармонічні коливання, частота яких залежить від маси та моменту інерції маятника. Формула періоду коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgl}}.$$

Величину моменту інерції J іноді важко обчислити. Для цього прирівняємо вирази для періодів коливань математичного та фізичного маятників:

$$2\pi \sqrt{\frac{l_m}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{mgl_\phi}}$$

і знайдемо зведену довжину фізичного маятника.

Зведена довжина фізичного маятника — це довжина такого математичного маятника, який коливається синхронно з фізичним, тобто періоди коливань цих маятників збігаються: $T_m = T_\phi$.

Після скорочень маємо

$$\frac{l_m}{g} = \frac{I_0}{mgl_\phi}.$$

Ураховуючи, що $l_m = l_{зв}$, отримаємо

$$l_{зв} = \frac{I_0}{ml_\phi}. \quad (1.17)$$

Цей вираз описує *зведену довжину фізичного маятника*. Вона дорівнює відстані між точками O та O' : $l_{зв} = OO'$.

Зведена довжина $l_{зв}$ завжди більше l . Справді, за теоремою Штейнера, момент інерції фізичного маятника відносно осі OO'

$$I = I_c + ml^2, \quad (1.18)$$

де I_c — момент інерції відносно осі, паралельної осі OO' , яка не проходить через центр мас тіла.

Виразивши $l_{зв}$ із формули (1.17) і підставивши його в рівняння (1.18), отримаємо

$$l_{зв} = l + \frac{I_c}{ml},$$

звідки і випливає, що $l_{зв} > l$.

Точку O' , що розташована на продовженні прямої OC на відстані l' від точки O , називають *центром коливань* маятника. Якщо вісь обертання

перенести паралельно самій собі в центр коливань O' , то період коливань маятника залишиться незмінним. Точка O буде тепер новим центром коливань відносно точки O' . Точка підвісу O маятника і центр коливань O' мають властивість взаємозамінності: якщо маятник перевернути і підвісити за точку O' , то колишня точка O стане центром коливань і період коливань фізичного маятника не зміниться.

1.4 Швидкість, прискорення та механічна енергія гармонічного осцилятора

Знайдемо швидкість і прискорення матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання [6]. Продиференціюємо вираз (1.1) за часом і отримаємо формулу для швидкості:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.19)$$

Із формули (1.19) максимальна швидкість точки є *амплітудою швидкості*:

$$v_{max} = A\omega_0. \quad (1.20)$$

Ураховуючи, що прискорення – друга похідна від координати або перша похідна від швидкості за часом, маємо

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.21)$$

Максимальне прискорення точки є *амплітудою прискорення*:

$$a_{max} = A\omega_0^2. \quad (1.22)$$

Тіло, що коливається, має *кінетичну енергію*

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1.23)$$

і *потенціальну енергію*

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.24)$$

Ураховуючи, що $k = m\omega_0^2$ (формула (1.8)), уявимо вираз (1.24) у вигляді

$$W_p = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Повна механічна енергія гармонічного осцилятора

$$\begin{aligned} W &= \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 [\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)]. \end{aligned}$$

Ураховуючи, що $\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) = 1$, повна механічна енергія гармонічного осцилятора

$$W = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}. \quad (1.25)$$

Видно, що повна механічна енергія пропорційна квадрату амплітуди і не залежить від часу.

Контрольні запитання

- 1 Що таке періодичні процеси, гармонічні коливання, вільні коливання?
- 2 Запишіть диференціальне рівняння та його розв'язок для вільних гармонічних коливань.
- 3 Дайте визначення амплітуди, фази, періоду, частоти, циклічної частоти коливання.
- 4 Наведіть формули для швидкості і прискорення точки.
- 5 Як пов'язані амплітуда і початкова фаза гармонічних механічних коливань?
- 6 Які формули використовують для визначення кінетичної, потенціальної та повної енергії за гармонічних коливань?
- 7 Що називають гармонічним осцилятором?
- 8 Дайте визначення маятника: пружинного, математичного, фізичного.
- 9 Наведіть формули для періодів коливань пружинного, фізичного і математичного маятників.
- 10 Що таке зведена довжина фізичного маятника?

Лекція 2

ДОДАВАННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

План лекції

- 2.1 Способи подання гармонічних коливань.
- 2.2 Складання гармонічних коливань одного напрямку та однакової частоти. Биття.
- 2.3 Складання взаємно перпендикулярних коливань. Фігури Ліссажу.

2.1 Способи подання гармонічних коливань

Гармонічні коливання можна подати декількома способами:

- аналітичним (формули (1.1), (1.19), (1.21));
- графічним (рисунок 1.1);
- геометричним за допомогою вектора амплітуди, що обертається (метод векторних діаграм) (рисунок 2.1).

Розглянемо докладніше геометричний спосіб подання коливань.

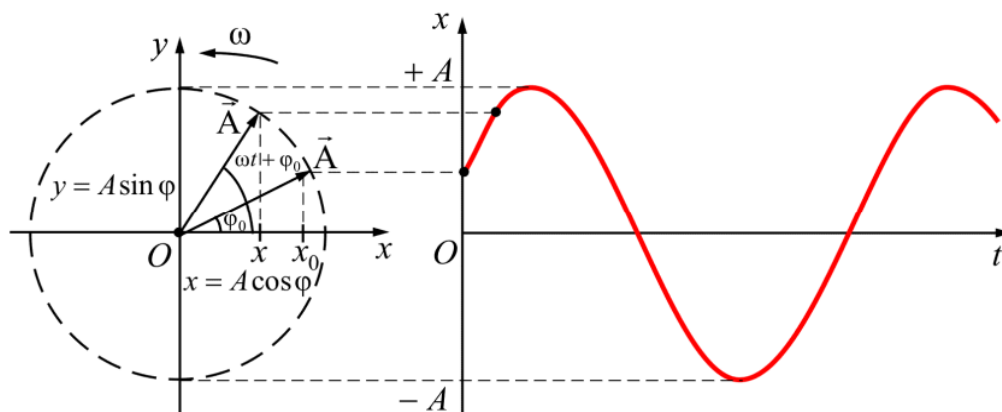


Рисунок 2.1 – Вектор амплітуди, що здійснює обертання

Нехай гармонічне коливання описано рівнянням (1.1):

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Проведемо опорну пряму Ox і побудуємо вектор $\vec{A}$, спрямований із точки O під кутом φ_0 до опорної лінії. Позначимо через x_0 проєкцію вектора $\vec{A}$ на опорну лінію в момент часу $t = 0$:

$$x_0 = A \cos \varphi_0.$$

Обертання відбувається проти годинникової стрілки, тобто $\omega > 0$. За проміжок часу t вектор амплітуди повернеться на кут ωt і займе нове положення. Його проєкція на опорну лінію дорівнює $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. За час, що дорівнює періоду коливань T , вектор амплітуди повернеться на кут 2π і проєкція вектора здійснить повне коливання біля положення рівноваги – точки O .

Вектор амплітуди, що обертається, повністю характеризує гармонічне коливання. Проєкція обертального руху на вісь y також здійснює гармонічне коливання: $y = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$. Отже, рівномірний рух по колу можна розглядати як два коливальні гармонічні рухи, що здійснюються одночасно у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Цим уявленням користуються для складання коливань.

2.2 Складання гармонічних коливань одного напрямку та однакової частоти. Биття

Нехай точка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях з однаковою частотою, спрямованих уздовж однієї прямої. Складемо ці

коливання методом векторних діаграм (рисунок 2.2). Рівняння коливань мають вигляд:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \quad \text{і} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2).$$

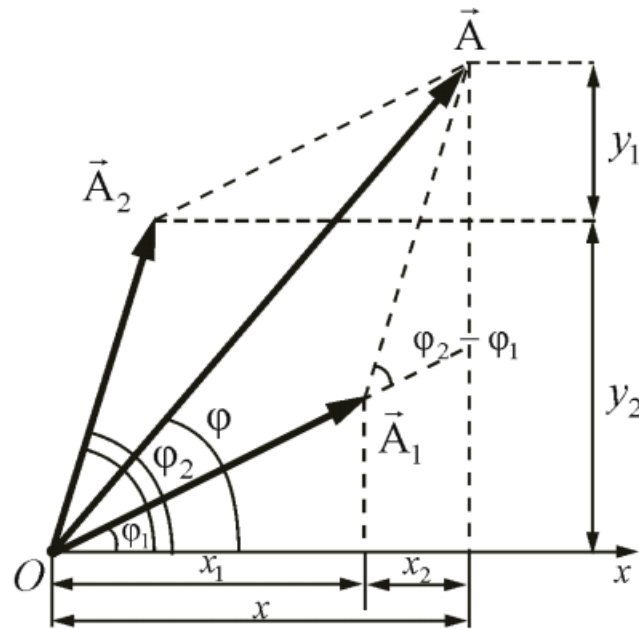


Рисунок 2.2 – Додавання коливань одного напрямку [2]

Відкладемо з точки O вектор $\vec{A}_1$ під кутом φ_1 до опорної лінії та вектор $\vec{A}_2$ під кутом φ_2 . Обидва вектори обертаються проти годинникової стрілки з однаковою кутовою швидкістю ω , тому їхня різниця фаз не залежить від часу ($\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$). Такі коливання називають *когерентними*. Сумарна проєкція вектора $\vec{A}$ дорівнює сумі проєкцій векторів $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$ на цю саму вісь. Тому результуюче коливання можна зобразити як вектор амплітуди: $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$. Результуюче коливання має бути гармонічним із частотою ω і підпорядкованим закону (1.1).

За правилом складання векторів знайдемо сумарну амплітуду:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.1)$$

Початкова фаза коливань

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (2.2)$$

Отже, тіло, беручи участь у двох гармонічних коливаннях одного напрямку і однакової частоти, здійснює також гармонічне коливання в тому самому напрямку і з тією самою частотою, що і коливання, що складають.

Із формули (2.2) випливає, що амплітуда A результуючого коливання залежить від різниці початкових фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Залежно від значення цієї величини, можливі значення амплітуди лежать у діапазоні $|A_2 - A_1| \leq A \leq A_1 + A_2$.

Розглянемо можливі випадки.

1 Різниця фаз дорівнює нулю або парному числу, кратному π , тобто

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n, \quad \text{де } n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Тоді $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$, і

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 + A_2)^2} = A_1 + A_2, \quad (2.3)$$

амплітуда результуючого коливання A дорівнює сумі амплітуд коливань, що додають (коливання синфазні) (рисунок 2.3).

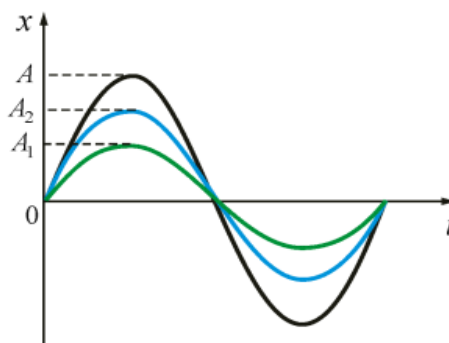


Рисунок 2.3 – Додавання коливань однакової частоти за умови $(\varphi_2 - \varphi_1) = 2\pi n$

2 Різниця фаз дорівнює непарному числу, кратному π , тобто

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi(2n + 1), \text{ де } n = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Тоді $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$, і

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = \sqrt{(A_2 - A_1)^2} = |A_2 - A_1|, \quad (2.4)$$

амплітуда результуючого коливання A дорівнює різниці амплітуд коливань, що додають (коливання у протифазі) (рисунок 2.4).

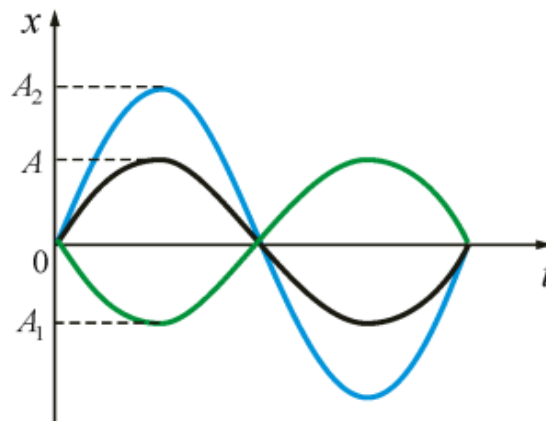


Рисунок 2.4 – Додавання коливань однакової частоти
за умови $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi(2n + 1)$

Має інтерес випадок складання коливань однакового напрямку, які мало відрізняються за частотою. Коливання, що виникають у результаті додавання двох гармонічних коливань однакового напрямку з близькими частотами, називають *биттям*.

Розглянемо додавання коливань з однаковою амплітудою A , частотами ω і $\omega + \Delta\omega$, причому $\Delta\omega \ll \omega$. Припустимо, що початкові фази коливань дорівнюють нулю:

$$x_1 = A \cos(\omega_0 t), \quad x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t.$$

Складемо ці вирази, ураховуючи, що $\frac{\Delta\omega}{2}t \ll 2\omega t$:

$$x = A[\cos\omega t + \cos(\omega + \Delta\omega)t] = \left(2A \cos \frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos\omega t. \quad (2.5)$$

Результуюче коливання (2.5) є гармонічним із частотою ω і амплітудою A_0 : $x = A_0 \cos\omega t$, де амплітуда змінюється за періодичним законом

$$A_0 = \left|2A \cos \frac{\Delta\omega}{2}t\right|. \quad (2.6)$$

Графік залежності (2.5) показано на рисунку 2.5. Суцільними лініями показано графік результуючого коливання, а огинаючими – графік амплітуди, яка змінюється за формулою (2.6).

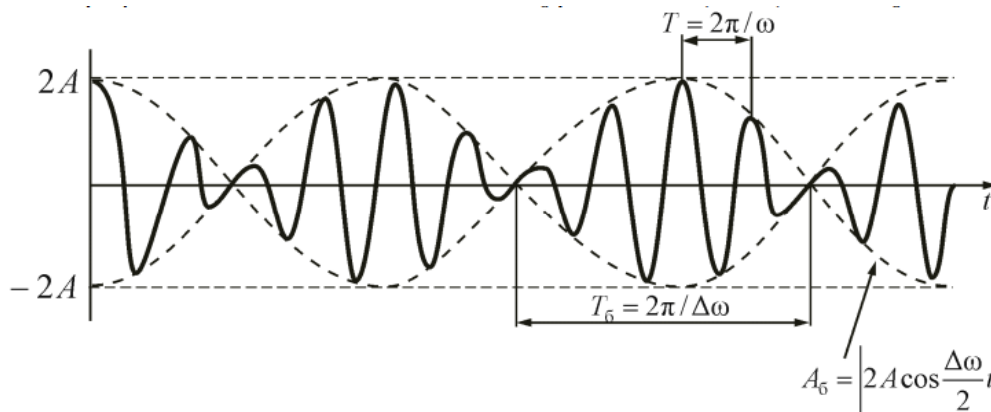


Рисунок 2.5 – Биття [3]

Метод биття використовують для настроювання музичних інструментів, аналізу слуху та ін. Визначення частоти тону за частотою биття між еталонним і вимірюваним коливаннями є одним із

найпоширеніших практичних методів порівняння вимірюваної величини з еталонною.

2.3 Складання взаємно перпендикулярних коливань. Фігури Ліссажу

Нехай деяке тіло здійснює коливання одночасно вздовж осей x і y - бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях:

$$x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{і} \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (2.7)$$

Отримаємо рівняння результуючого коливання. Різниця фаз між обома коливаннями дорівнює $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Щоб отримати рівняння траєкторії, треба виключити із цих рівнянь час t . Спростимо вирази, вибравши початок відліку так, що $\varphi_1 = 0$, тобто $x = A_1 \cos \omega t$, $y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi)$.

$$\frac{x}{A_1} = \cos \omega t \quad \text{або} \quad \sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}};$$

$$\frac{y}{A_2} = \cos(\omega t + \Delta\varphi).$$

$$\frac{y}{A_2} = \cos \omega t \cos \Delta\varphi - \sin \omega t \sin \Delta\varphi = \frac{x}{A_1} \cos \Delta\varphi - \sin \Delta\varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}};$$

$$\left(\frac{y}{A_2} - \frac{x}{A_1} \cos \Delta\varphi \right)^2 = \left(-\sin \Delta\varphi \sqrt{1 - \frac{x^2}{A_1^2}} \right)^2.$$

Піднесемо обидві частини до квадрата:

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} \cos^2 \Delta\varphi - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi - \frac{x^2}{A_1^2} \sin^2 \Delta\varphi,$$

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} (\cos^2 \Delta\varphi + \sin^2 \Delta\varphi) - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi,$$

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (2.8)$$

Рівняння (2.8) є рівнянням еліпса, осі якого орієнтовані довільно відносно x і y (рисунок 2.6). Орієнтація еліпса і величина його півосей залежать від амплітуд A_1 і A_2 і різниці фаз $\Delta\varphi$.

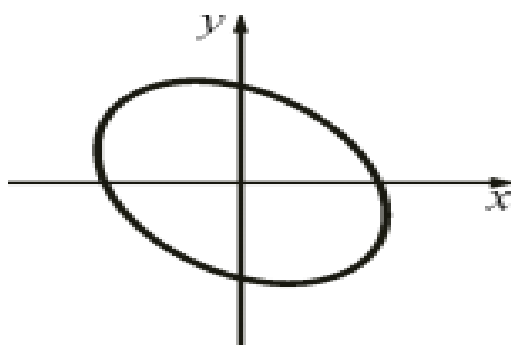


Рисунок 2.6 – Еліпс, отриманий у результаті додавання взаємно перпендикулярних коливань з однаковою частотою

Розглянемо вигляд траєкторії для окремих випадків.

1 Початкові фази коливань однакові, тобто $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$. Тоді вираз (2.8) набуває вигляду

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0.$$

Рівняння результуючого коливання

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (2.9)$$

Це рівняння прямої, яка проходить через початок координат. Отже, у результаті додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковими початковими фазами відбуватимуться коливання вздовж прямої, що проходить через початок координат і розташована в першій і третій координатних чвертях (рисунок 2.7, а).

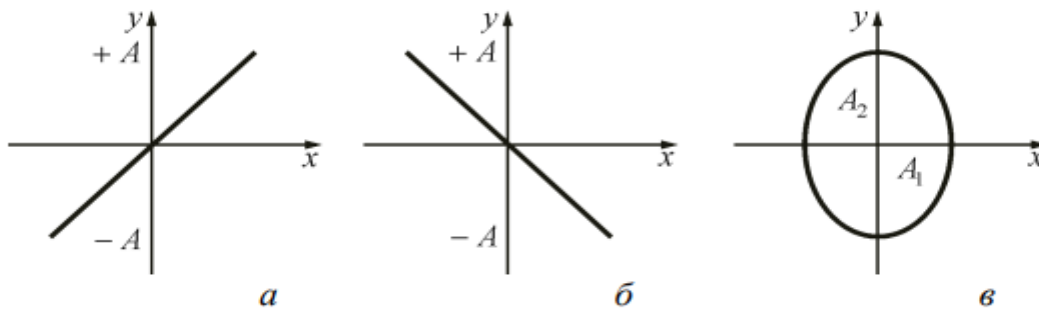


Рисунок 2.7 – Додавання взаємно перпендикулярних коливань

2 Початкова різниця фаз $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi$.

Тоді вираз (2.8) набуває вигляду

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} = \left(\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} \right)^2 = 0.$$

Рівняння результуючого коливання

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (2.10)$$

Тобто точка теж коливатиметься вздовж прямої, що проходить через початок координат, але пряма лежить у другій і четвертій координатних чвертях (рисунок 2.7, б).

В обох випадках амплітуда результуючого коливання

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}. \quad (2.11)$$

3 Початкова різниця фаз коливань $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2}$.

Ураховуючи, що $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$,

$$\frac{y^2}{A_2^2} + \frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi.$$

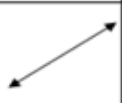
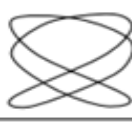
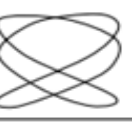
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1. \quad (2.12)$$

Ми отримали рівняння еліпса з півосями A_1 і A_2 (рисунок 2.7, в). Якщо $A_1 = A_2$, рівняння (2.12) перетворюється на рівняння кола.

4 Із додаванням коливань з іншими значеннями різниць фаз отримують еліпси з різним кутом нахилу відносно осей координат. У наведених вище прикладах розглянуто найпростіші випадки, коли $\omega_1 = \omega_2$.

Якщо $\omega_1 \neq \omega_2$, і відношення частот дорівнює цілому числу, то в результаті додавання таких коливань будуть уже не еліпси, а складніші замкнуті криві, які називають фігурами Ліссажу. У найпростіших випадках за видом фігур можна порівняти частоти коливань, що складають. У таблиці 2.1 наведено кілька фігур Ліссажу для різних співвідношень частот коливань і заданої різниці фаз $\Delta\varphi$.

Таблиця 2.1 – Фігури Ліссажу

$\frac{\omega_1}{\omega_2}$	$\Delta\varphi$				
	0°	45°	90°	135°	180°
1:1					
1:2					
2:1					
1:3					
2:3					

Контрольні запитання

- 1 Запишіть формулу для амплітуди і фази результуючого коливання, яке є результатом додавання двох коливань одного напрямку з однаковими частотами.
- 2 Якою є траєкторія точки, що одночасно бере участь у двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливаннях з однаковими періодами? За яких умов траєкторією є коло, а за яких — пряма?
- 3 Як за фігурами Ліссажу визначити співвідношення частот двох коливань?
- 4 Що таке биття? Чому дорівнює амплітуда, частота і період биття?
- 5 За яких умов виникає явище биття з накладанням двох гармонічних коливань?
- 6 Як змінюється результат коливань, якщо різниця частот двох коливань збільшується?
- 7 Що відбувається з фігурами Ліссажу зі зміною фазового зсуву між двома взаємно перпендикулярними коливаннями?

Лекція 3

МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ, ЩО ЗДІЙСНЮВАНІ ЗА ДІЇ ЗОВНІШНІХ СИЛ

План лекції

- 3.1 Вільні згасаючі механічні коливання.
- 3.2 Вимушені механічні коливання.
- 3.3 Резонанс. Графічні залежності.

3.1 Вільні згасаючі механічні коливання

3.1.1 Диференціальне рівняння

Усі реальні коливання є згасаючими. Оскільки енергія механічних коливань витрачена для роботи проти сил тертя, амплітуда коливань поступово зменшується. У багатьох випадках у першому наближенні вважатимуть, що за невеликих швидкостях сили, які викликають згасання коливань, пропорційні величині швидкості (наприклад маятник). Тоді сила тертя (або опору)

$$\vec{F}_{\text{тр}} = -r\vec{v}, \quad (3.1)$$

де r – коефіцієнт опору;

$\vec{v}$ – швидкість руху.

Другий закон Ньютона для згасаючих механічних коливань уздовж осі x

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - rv_x.$$

Ураховуючи, що $rv_x = r \frac{dx}{dt}$, отримаємо

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0.$$

Поділимо обидві частини рівняння на m і введемо позначення:

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \frac{k}{m} = \omega_0^2.$$

де β – коефіцієнт згасання;

ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань, або *власна* частота коливальної системи.

Тоді отримаємо

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (3.2)$$

диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань.

Розв'язок цього рівняння (3.2)

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t - \varphi_0). \quad (3.3)$$

Циклічна частота ω згасаючих коливань системи пов'язана із власною частотою коливань ω_0 формулою $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. Видно, якщо $\beta \ll \omega_0$, то $\omega = \omega_0$ - коливання є *згасаючими*.

Згасаючі коливання є неперіодичними коливаннями, тому що в них не повторюється, наприклад, максимальне значення амплітуди. Тому називати ω циклічною частотою можна лише умовно. З цієї ж причини і період згасаючих коливань є *умовним* і дорівнює

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (3.4)$$

3.1.2 Коефіцієнт згасання та логарифмічний декремент згасання

Згасаючі коливання прийнято характеризувати *декрементом згасання*.

Логарифмічним декрементом згасання називають натуральний логарифм відношення двох амплітуд згасаючих коливань, різниця між якими в часі дорівнює одному періоду (у моменти часу t і $t + \Delta t$) (рисунок 3.1).

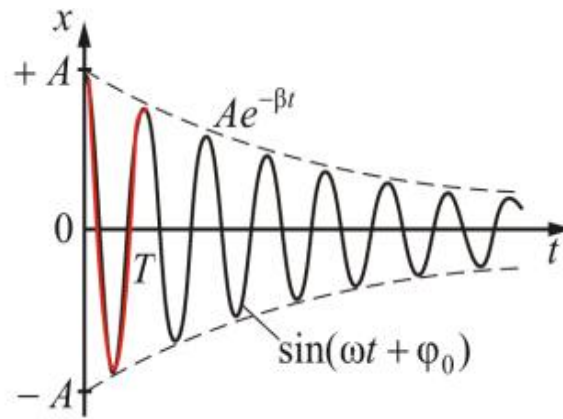


Рисунок 3.1 – Залежність $x(t)$ для згасаючих коливань

$$\chi = \ln \frac{A(T)}{A(t + \Delta t)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta t} e^{-\beta T}} = e^{\beta T} = \beta T,$$

$$\chi = \beta T. \quad (3.5)$$

Позначимо час релаксації τ як час, протягом якого амплітуда згасаючих коливань A зменшується в e разів:

$$\frac{A_0}{A_\tau} = e^{\beta t} = e^1, \quad \beta t = 1.$$

Тоді коефіцієнт згасання β - величина, обернена до часу релаксації.

$$\beta = \frac{1}{\tau}. \quad (3.6)$$

Отже, коефіцієнт згасання β – фізична величина, що обернена до часу, протягом якого амплітуда згасаючих коливань A зменшується в e разів.

Нехай N – кількість коливань, після закінчення яких амплітуда згасаючих коливань A зменшується в e разів. Тоді

$$\tau = NT.$$

Оскільки $T = \frac{t}{N}$, $\beta = \frac{1}{\tau}$, то

$$\chi = \beta T = \frac{\tau}{\tau N} = \frac{1}{N}. \quad (3.7)$$

Отже, логарифмічний декремент згасання χ - це фізична величина, обернена до кількості коливань, після закінчення яких амплітуда згасаючих коливань A зменшується в e разів.

Формули (3.6) і (3.7) визначають фізичний зміст коефіцієнта згасання β і логарифмічного декременту згасання χ .

3.2 Вимушені механічні коливання

Розглянемо систему, на яку, крім пружної сили ($-kx$) і сил опору ($-rv$), діє зовнішня вимушена сила, яка змінюється за гармонічним законом $F_x = F_0 \cos \omega t$. Для коливань уздовж осі x запишемо

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega t.$$

Якщо поділити обидві частини рівняння на m і ввести позначення

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2,$$

де β – коефіцієнт згасання;

ω_0 – циклічна частота вільних незгасаючих коливань (*власна частота* коливальної системи), то отримаємо

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t \quad (3.8)$$

диференційне рівняння вимушених коливань.

Через деякий час після початку дії вимушеної сили коливання системи будуть здійснювані з частотою ω . Рівняння встановлених вимушених коливань

$$x = A \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.9)$$

Знайдемо амплітуду A і різницю фаз φ між зміщенням вимушених коливань і вимушеною силою.

Відомо, що швидкість за фазою на $\pi/2$ випереджає зміщення, а прискорення на $\pi/2$ випереджає швидкість. Диференціюємо вираз (3.9) і знаходимо швидкість:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi). \quad (3.10)$$

Після диференціювання (3.10) знайдемо прискорення:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.11)$$

Перетворимо також вираз (3.9):

$$x = A \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right). \quad (3.12)$$

Позначимо $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{2}$ – кут між зміщенням і вимушеною силою.

Підставимо вирази (3.9), (3.10), (3.11) у вираз (3.8):

$$\begin{aligned} & A\omega^2 \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right) + 2\beta A\omega \cos(\omega t + \varphi) + \omega_0^2 A \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \frac{F_0}{m} \cos \omega t, \\ & \omega^2 \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right) + 2\beta \omega \cos(\omega t + \varphi) + \omega_0^2 \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{F_0}{mA} \cos \omega t. \end{aligned}$$

Кожний доданок останнього рівняння можна подати як відповідний вектор амплітуди, що обертається:

$A_1 = \omega^2$ - амплітуда прискорення,

$A_2 = 2\beta\omega$ – амплітуда швидкості,

$A_3 = \omega_0^2$ – амплітуда зміщення,

$A_4 = \frac{F_0}{mA}$ – амплітуда вимушеної сили,

причому

$$|A_3| > |A_1|.$$

Тоді результуючий вектор амплітуди (рисунок 3.2)

$$\vec{A}_4 = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3.$$

Із рисунка 3.2 маємо $A_4^2 = (A_3 - A_1)^2 + A_2^2$.

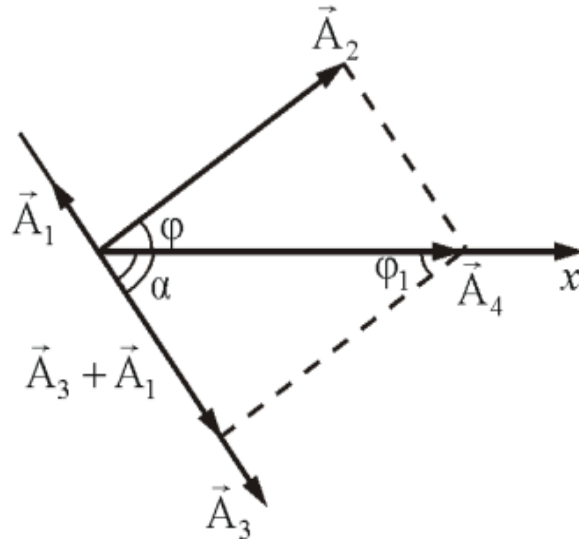


Рисунок 3.2 – Знаходження результуючого вектора амплітуди

Із виразу $A_4 = \frac{F_0}{mA}$ знайдемо амплітуду A :

$$A = \frac{F_0}{mA_4} = \frac{F_0}{m\sqrt{(A_3-A_1)^2+A_2^2}},$$

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}. \quad (3.13)$$

Отже, $A \sim \frac{F_0}{m}$ та $A \sim \frac{1}{\beta}$.

За сталих F_0 , m і β амплітуда залежить тільки від співвідношення циклічних частот ω періодичної зовнішньої сили та вільних незгасаючих коливань системи. ω_0 . Початкову фазу вимушених коливань можна визначити з виразу

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_3-A_1}{A_2} = \frac{\omega_0^2-\omega^2}{2\beta\omega}. \quad (3.14)$$

3.3 Резонанс. Графічні залежності

Проаналізуємо вираз (3.12).

1 $\omega = 0$, тоді $A = \frac{F_0}{m\omega_0}$ - статична амплітуда – коливання не здійснювані.

2 $\beta = 0$ - згасання немає. Зі зростанням ω ($\omega < \omega_0$) амплітуда поступово зростає та різко збільшується, якщо $A \rightarrow \infty$. Це явище має назву *резонансу*. Із подальшим збільшенням ω ($\omega > \omega_0$) амплітуда знову зменшується (рисунок 3.3).

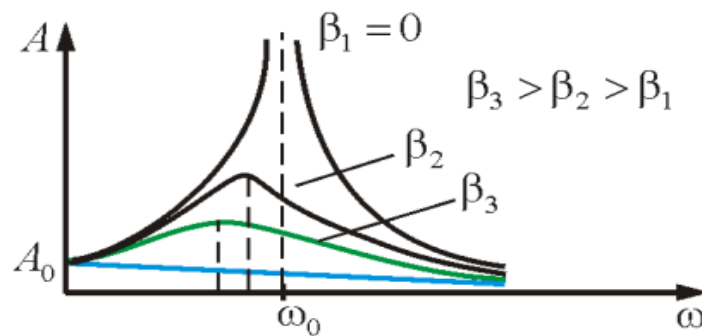


Рисунок 3.3 – Явище резонансу

3 $\beta \neq 0$. Амплітуда буде максимальною за мінімального значення знаменника. Для визначення точки перегину знайдемо нулі першої похідної підкореневого виразу (3.12), прирівнявши її до нуля:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2] &= \frac{d}{d\omega} [\omega_0^4 - 2\omega_0^2\omega^2 + \omega^4 + 4\beta^2\omega^2] \\ &= -4\omega_0^2\omega + 4\omega^2 + 8\beta^2\omega = -4\omega(\omega_0^2 - \omega^2 - 2\beta^2) = 0. \end{aligned}$$

Оскільки $4\omega \neq 0$, то $\omega_0^2 - \omega^2 - 2\beta^2 = 0$, тоді

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \quad (3.15)$$

де $\omega_{\text{рез}}$ – резонансна частота.

Явище зростання амплітуди вимушених коливань із наближенням частоти вимушеної сили до резонансної частоти називають *резонансом*. На рисунку 3.3 надані резонансні криві для прискорення. Для консервативної системи (коли $\beta = 0$) $\omega_{\text{рез}} = \omega_0$. Для дисипативної системи $\omega_{\text{рез}} < \omega_0$ (рисунок 3.3). Зі збільшенням коефіцієнта згасання β явище резонансу проявляється слабо і остаточно зникає, якщо $\beta > \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$.

Контрольні запитання

- 1 Запишіть диференціальне рівняння згасаючих коливань і його розв'язок. Проаналізуйте їх для механічних та електромагнітних коливань.
- 2 Як змінюється частота власних коливань зі збільшенням маси тіла, що коливається?
- 3 За яким законом змінюється амплітуда згасаючих коливань? Чи є згасаючі коливання періодичними?
- 4 Що таке коефіцієнт згасання, декремент згасання, логарифмічний декремент згасання? У чому полягає фізичний зміст цих величин?
- 5 Що таке вимушені коливання? Запишіть диференціальне рівняння вимушених коливань і його розв'язання.
- 6 Що називають резонансом? Яка його роль?

Лекція 4

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

План лекції

4.1 Вільні електромагнітні коливання. Процеси в ідеальному коливальному контурі.

4.2 Вільні згасаючі електромагнітні коливання.

4.3 Вимушені електромагнітні коливання. Резонанс.

4.1 Вільні електромагнітні коливання. Процеси в ідеальному коливальному контурі

Періодичні зміни в часі електричного заряду, сили струму, напруги називають *електромагнітними коливаннями*. Розглядаючи електричні коливання, вважатимемо, що струми, що протікають електричним колом, є квазістаціонарними. Електричне коло, що складається з послідовно з'єднаних конденсатора з ємністю C і котушки з індуктивністю L , називають *ідеальним коливальним контуром*.

У реальному коливальному контурі присутній також опір R . Якщо активний опір $R \rightarrow 0$, то коливання є вільними, незгасаючими. Порушити коливання в контурі можна або надавши заряд конденсатору (тобто створивши електричне поле), або за допомогою електромагнітної індукції, збудивши струм у котушці (через створення магнітного поля).

Розглянемо принцип роботи ідеального коливального контуру (рисунок 4.1).

Це електричне коло дає змогу заряджати конденсатор від батареї джерел струму і розряджати його через котушку індуктивності. Стан стійкої рівноваги коливального контуру характеризує мінімальна енергія електричного поля (конденсатор не заряджений) і магнітного поля (струм

через котушку відсутній). Якщо замкнути ключ у правій частині кола, заряд конденсатора почне стікати через котушку індуктивності - конденсатор починає розряджатися. При цьому зміна струму в котушці викликає виникнення ЕРС ε_{si} самоіндукції, яка уповільнює процес розряджання конденсатора. Тим часом енергія електричного поля зменшуватиметься, а енергія магнітного поля зростатиме.

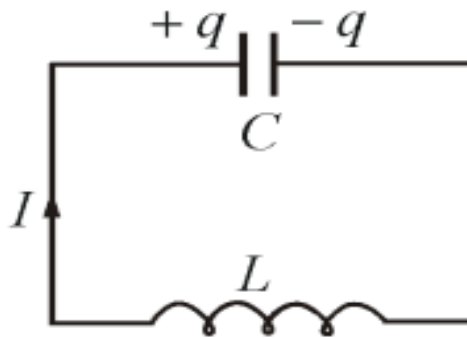


Рисунок 4.1 – Ідеальний коливальний контур

У результаті вся енергія електричного поля перейде в енергію магнітного поля: $W_{\text{ел}} = 0, W_{\text{маг}} = W_{\text{max}}$. У цей момент заряд на конденсаторі відсутній, отже, різниця потенціалів $\Delta\varphi = 0$, а в котушці струм буде максимальним: $I = I_{\text{max}}$. Оскільки $\Delta\varphi = 0$, струм у котушці починає зменшуватися, отже, енергія магнітного поля теж буде зменшуватися. При цьому індукційний струм продовжуватиме протікати в тому самому напрямку, створюючи накопичення позитивних зарядів на протилежній пластині конденсатора - нижній. Конденсатор буде перезаряджатися, і $\Delta\varphi$ знову зростатиме, відповідно, енергія електричного поля так само. У результаті вся енергія магнітного поля перейде в енергію електричного поля: $W_{\text{маг}} = 0, W_{\text{ел}} = W_{\text{max}}$. Це означає, що $I = 0, \Delta\varphi = \Delta\varphi_{\text{max}}$. Отже, у коливальному контурі відбуваються періодичні перетворення енергії електричного поля конденсатора в енергію магнітного поля котушки та навпаки.

Складемо рівняння вільних електромагнітних коливань для ідеального коливального контуру. Оскільки на з'єднувальних дротах падіння напруги немає, то в кожний момент часу виконується рівність

$$U_c = U_L, \quad (4.1)$$

де $U_c = \frac{q}{C},$

$$U_L = \varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Підставимо в рівняння (4.1):

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0,$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Зробимо заміну: $I = \frac{dq}{dt}, \frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, отримаємо

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Позначимо $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна частота контуру (частота вільних незгасаючих коливань у контурі). Тоді

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad (4.2)$$

диференціальне рівняння вільних незгасаючих коливань у коливальному контурі.

Розв'язок цього рівняння

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (4.3)$$

Отже, заряд на обкладинках конденсатора змінюється за гармонічним законом із власною частотою контуру ω_0 .

Для періоду коливань надана *формула Томсона*

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.4)$$

Якщо диференціювати вираз (4.2) за часом, отримаємо рівняння для коливань сили струму

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.5)$$

Виразимо напругу на конденсаторі через заряд:

$$U = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi). \quad (4.6)$$

Отже, сила струму випереджає за фазою напругу на конденсаторі на $\frac{\pi}{2}$. На котушці індуктивності, навпаки, напруга випереджає силу струму на $\frac{\pi}{2}$.

Максимальне значення сили струму та напруги визначають виразами

$$U_m = \frac{q_m}{C}, I_m = \omega_0 q_m.$$

Тоді

$$U_m C = \frac{I_m}{\omega_0},$$

$$U_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m. \quad (4.7)$$

Вираз (4.6) є законом Ома для коливального контуру.

4.2 Вільні згасаючі електромагнітні коливання

Кожен реальний контур має активний опір (рисунок 4.2). Енергія, яка запасена в контурі, поступово витрачається в цьому опорі на нагрівання, унаслідок чого коливання згасають.

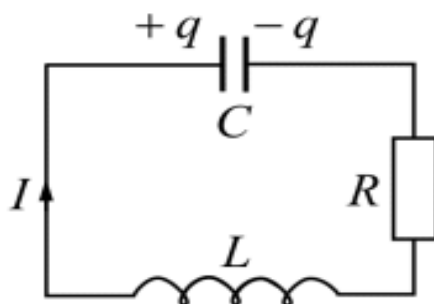


Рисунок 4.2 – Реальний коливальний контур

Отримаємо рівняння вільних згасаючих коливань у коливальному контурі. Такий контур містить ємність, індуктивність і опір. Другий закон Кірхгофа у цьому випадку запишемо як

$$U_C + U_R = U_L, \quad (4.8)$$

де $U_C = \frac{q}{C},$

$$U_R = IR, \quad U_L = \varepsilon_{si} = -L \frac{dI}{dt}.$$

Підставимо в рівняння (4.1):

$$L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0.$$

Поділимо на L:

$$\frac{dI}{dt} + I \frac{R}{L} + \frac{q}{LC} = 0.$$

Зробимо заміну: $I = \frac{dq}{dt}$, $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$, отримаємо $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{dq}{dt} \frac{R}{L} + \frac{1}{LC} q = 0$.

Позначимо: $\beta = \frac{R}{2L}$ – коефіцієнт згасання коливань, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – власна частота контуру (частота вільних незгасаючих коливань у контурі). Тоді

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \quad (4.9)$$

диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань у коливальному контурі.

Розв'язок цього рівняння

$$q = q_{max} e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + \varphi), \quad (4.10)$$

де амплітуда згасаючих коливань змінюється за законом

$$q = q_{max} e^{-\beta t}.$$

Частота згасаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Період згасаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}.$$

Якщо $\beta = 0$, коли загасання відсутні, то отримуємо вираз для частоти вільних (незгасаючих) коливань: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

На рисунку 4.3 показано згасаючі коливання заряду q і сили струму I . Якщо порівняти електричні згасаючі коливання з механічними (рисунк 3.1), то добре видно загальні закономірності цих явищ: коливанням заряду q відповідає зміщення x маятника з положення рівноваги, силі струму I – швидкість v . Згасання прийнято характеризувати логарифмічним декрементом згасання χ (3.5), де A – амплітуда для I, U, q .

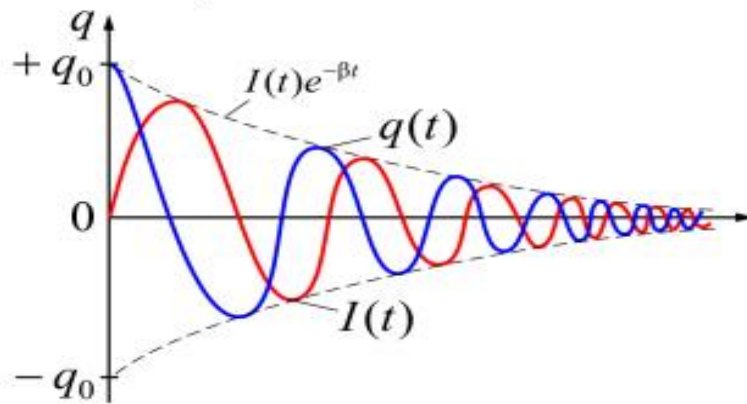


Рисунок 4.3 – Згасаючі коливання

Знайдемо вираз для логарифмічного декременту згасання електричних коливань. Користуючись формулами $\beta = \frac{R}{2L}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, отримаємо

$$\chi = \beta T = \frac{\pi R}{L\omega}.$$

Якщо згасання невелике: $\beta^2 \ll \omega_0^2$, то $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, тоді

$$\chi = \frac{\pi R \sqrt{LC}}{L} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4.11)$$

Також коливальний контур характеризують добротність Q – величина, що обернено пропорційна коефіцієнту згасання

$$Q = \frac{\pi}{\chi}. \quad (4.12)$$

Оскільки логарифмічний декремент згасання обернений до кількості коливань $\chi = \frac{1}{N}$, то отримаємо для добротності

$$Q = \pi N. \quad (4.13)$$

Бачимо, що добротність тим більше, чим більша кількість коливань здійснювана до того моменту, коли амплітуда зменшується в e разів.

4.3 Вимушені електромагнітні коливання. Резонанс

Щоб порушити вимушені коливання, потрібно чинити на систему зовнішній періодичний вплив. Розглянемо це питання, використовуючи аналогію з механічними коливаннями. Подаємо змінну напругу U на контур, зображений на рисунку 4.4:

$$U = U_{max} \cos \omega t.$$

Тоді рівняння (4.9) матиме вигляд

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_{max}}{L} \cos \omega t. \quad (4.14)$$

Це рівняння вимушених електромагнітних коливань, яке є аналогом рівняння вимушених механічних коливань. Його розв'язок має вигляд виразу (4.3)

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi),$$

$$\text{де } q_{max} = U_{max} / \omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = U_{max} / \omega \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}.$$

Величина $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ - повний опір кола або імпеданс.

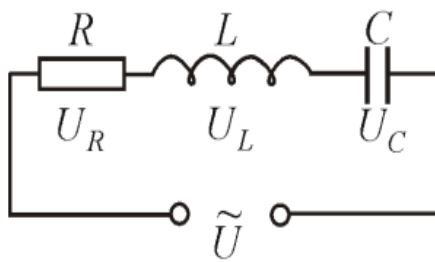


Рисунок 4.4 – Вимушені коливання

Імпеданс – це комплексний опір для гармонічних процесів:

$$Z = R + iX,$$

де R – активний опір;

X - реактивний опір,

$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

На рисунку 4.5 наведені реальні елементи кола та відповідні їм імпеданси.

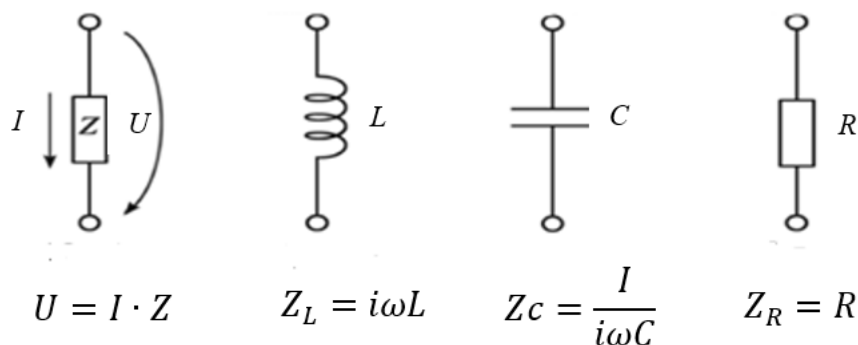


Рисунок 4.5 – Елементи електромагнітного кола та їхні імпеданси

4.3.1 Резонанс напруг

Із послідовним з'єднанням параметрів R, L, C за умови $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ у контурі спостерігають *резонанс*. При цьому кут зсуву фаз між струмом і напругою прямує до нуля ($\varphi = 0$). Для напруги на конденсаторі U_C резонансна частота $\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ і $Z = R$, тоді $U = U_R$, а U_C і U_L однакові за амплітудою та протилежні за фазою. У цьому випадку маємо *резонанс напруг* або *послідовний резонанс*. Резонансні криві для напруги зображені на рисунку 4.6. Вони аналогічні резонансним кривим для прискорення для механічних коливань (рисунок 3.3).

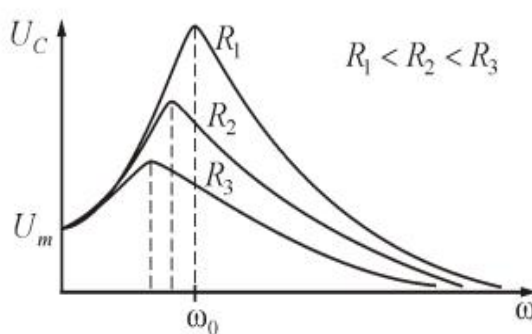


Рисунок 4.6 – Резонансні криві для напруги для електромагнітних коливань

$$U_{L \text{ рез}} = U_{C \text{ рез}} = \sqrt{\frac{L}{C}} I_{\max} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_{\max} = Q U_{\max}.$$

Отже, із послідовним резонансом на ємності можна отримати підсилення напруги з амплітудою $QU \gg U$ у вузькому діапазоні частот. Цей ефект використовують у підсилюючих пристроях.

4.3.2 Резонанс струмів

У колах змінного струму, що містять паралельно з'єднані L та C (рисунок 4.7) спостерігають інший тип резонансу – *резонанс струмів*.

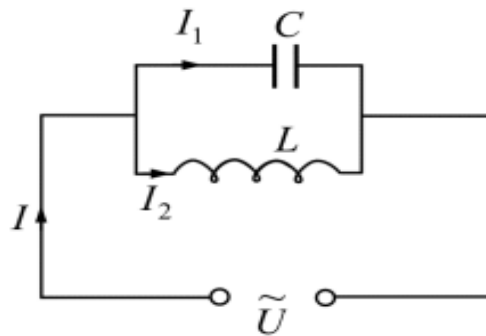


Рисунок 4.7 – Паралельне з'єднання елементів електричного кола, за якого існує резонанс струмів

У такому контурі опором R можна знехтувати ($R = 0$), тому вираз для струму, що протікає через ємність,

$$I_1 = I_{\max 1} \cos(\omega t - \varphi_1), \quad (4.15)$$

де $I_{\max 1} = \frac{U_{\max}}{1/\omega C}$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = -\infty$, оскільки $\varphi_1 = \left(2n + \frac{3}{2}\right)\pi$, а $n = 1, 2, 3 \dots$

Аналогічно для струму через індуктивність (якщо $R = 0, C = \infty$)

$$I_2 = I_{\max 2} \cos(\omega t - \varphi_2), \quad (4.16)$$

де $I_{\max 2} = \frac{U_{\max}}{\omega L}$, $\operatorname{tg} \varphi_1 = +\infty$, оскільки $\varphi_2 = \left(2n + \frac{1}{2}\right)\pi$, а $n = 1, 2, 3 \dots$

Порівнюючи вирази (4.15) і (4.16), випливає, що різниця фаз у гілках кола $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$, тобто струми протилежні за фазою. Тоді

$$I_{\max} = |I_{\max 1} - I_{\max 2}| = U_{\max} \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right|. \quad (4.17)$$

Якщо $\omega = \omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, то $I_{\max 1} = I_{\max 2}$ і $I_{\max} = 0$.

Резонансні криві для струму показано на рисунку 4.8. Вони відповідають резонансним кривим для швидкості за механічних коливань.

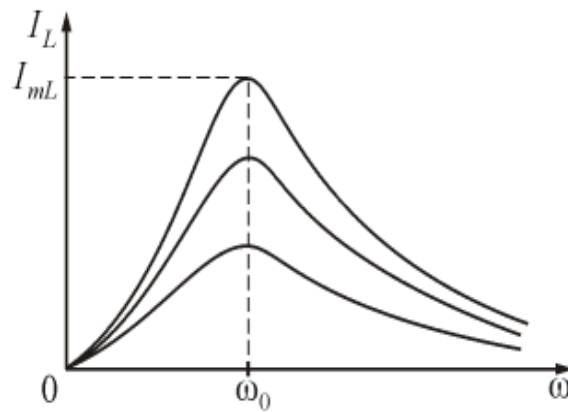


Рисунок 4.8 – Резонанс струмів

Явище різкого зростання амплітуди струму в зовнішньому колі з наближенням частоти прикладеної напруги ω до $\omega_{\text{рез}}$ називають *резонансом струмів* або *паралельним резонансом*. Це явище використовують у приймачах, резонансних підсилювачах.

Контрольні запитання

- 1 Що таке вільні електромагнітні коливання та за яких умов вони виникають? Які елементи входять до ідеального коливального контуру і яку роль вони виконують?
- 2 Як відбувається перетворення енергії в ідеальному коливальному контурі?
- 3 Чому в ідеальному контурі коливання є незгасаючими?
- 4 Що таке згасаючі електромагнітні коливання і які причини їх виникнення? Як впливає активний опір на характер коливань у контурі?
- 5 У чому полягає явище резонансу в коливальному контурі?
- 6 Що таке резонанс напруг і за яких умов він виникає? Чим відрізняється резонанс струмів від резонансу напруг?

Лекція 5

МЕХАНІЧНІ ХВИЛІ

План лекції

- 5.1 Довжина хвилі. Рівняння одновимірної хвилі.
- 5.2 Плоскі хвилі. Сферичні хвилі.
- 5.3 Інтерференція хвиль. Когерентні хвилі.
- 5.4 Стоячі хвилі.

5.1 Довжина хвилі. Рівняння одновимірної хвилі

Частинки пружного середовища пов'язані між собою. Унаслідок взаємодії між ними в середовищі виникають коливання, що передаються від однієї частинки до іншої і поширюються у вигляді пружної хвилі. Отже, *пружні хвилі* – це поширення коливань у просторі. Якщо коливання частинок відбуваються в тому самому напрямку, у якому поширюється хвиля, то хвилю називають *поздовжньою*, якщо ж частинки коливаються перпендикулярно до напрямку її поширення, хвилю називають *поперечною*. В обох випадках хвилю описують рівнянням, яке задає зміщення ξ будь-якої точки середовища, що коливається, як функцію її координати і часу $\xi = \xi(x, t)$. Розглянемо одновимірну хвилю, яка розповсюджується вздовж додатного напрямку осі Ox і збуджується джерелом, розташованим у точці O . Напишемо рівняння цієї хвилі (рисунк 5.1). Нехай точка середовища, яка знаходилася в момент часу $t = 0$ у початку координат $x = 0$, почне здійснювати відносно точки O коливання згідно з рівнянням $\xi(0; t) = A \cos(\omega t)$. У точку з координатою x коливання прийдуть через час $\tau = \frac{x}{v}$, де v – швидкість, із якою поширюється хвильовий процес (тобто коливання) у цьому середовищі.

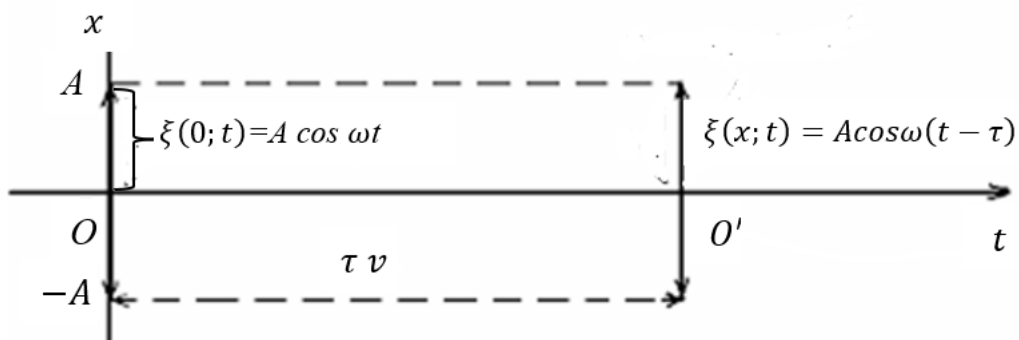


Рисунок 5.1 – Процес розповсюдження одновимірної хвилі [4]

Тому зміщення точки з координатою x описуватиме рівняння

$$\xi(x; t) = A \cos \omega(t - \tau) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (5.1)$$

Функція $\xi(x; t)$ має періодичність у часі і просторі - у будь-якій точці середовища x зміщення повторюються через час, що дорівнює періоду коливань: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. У двох точках середовища x_1 і x_2 зміщення в кожний момент часу будуть однаковими:

$$\xi(x_1, t) = \xi(x_2, t), \quad (5.2)$$

якщо

$$\omega \left(t - \frac{x_1}{v} \right) = \omega \left(t - \frac{x_2}{v} \right) + 2\pi. \quad (5.3)$$

звідки

$$\frac{\omega(x_2 - x_1)}{v} = 2\pi, \quad (5.4)$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi v}{2\pi\nu} = \frac{v}{\nu} = vT. \quad (5.5)$$

Мінімальна відстань між двома точками, що коливаються в однаковій фазі, називають *довжиною хвилі*:

$$\lambda = vT. \quad (5.6)$$

Вона відповідає відстані, на яку поширюється хвильовий процес за час, що дорівнює одному періоду.

5.2 Плоскі хвилі. Сферичні хвилі

Рівняння (5.4) одержано з розглядом одновимірного випадку, наприклад поширення пружних коливань уздовж натягнутого шнура. Це ж рівняння описує *плоску хвилю*, у якій усі точки площини, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі, коливаються однаково, тобто в однаковій фазі. Геометричне місце точок середовища, що здійснюють коливання в одній фазі, називають *хвильовою поверхнею*. Хвилі, хвильові поверхні яких є площинами, називають *плоскими*. Вони виникають від джерела у вигляді площини або від віддаленого джерела [4].

Рівняння плоскої хвилі (5.4) зручно записати в такому вигляді:

$$\xi(x; t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) = A \cos(\omega t - kx), \quad (5.7)$$

де $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - модуль *хвильового вектора* $\vec{k}$, який називають *хвильовим числом*. Він показує напрямок розповсюдження,

$$\vec{k} = k\vec{n}, \quad (5.8)$$

де $\vec{n}$ - одиничний вектор у напрямку нормалі до хвильової поверхні. Хвильове число показує, скільки довжин хвиль укладається на відрізок довжиною 2π метрів.

Рівняння плоскої хвилі, що розповсюджується в довільному напрямку,

$$\xi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \quad (5.9)$$

Із рисунка 5.2 видно, що скалярний добуток

$$\vec{k}\vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{n}\vec{r}) = \frac{2\pi r}{\lambda} \cos\theta \quad (5.10)$$

має однакову величину для всіх точок площини AB , перпендикулярної до вектора $\vec{k}$, отже, фази коливань її точок однакові.

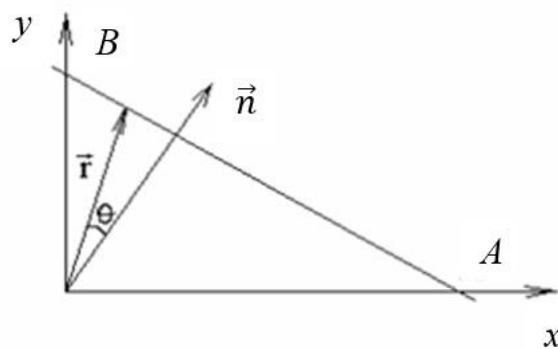


Рисунок 5.2 – Хвильова поверхня [1]

Площина AB буде *хвильовою поверхнею* (як і будь-яка площина, паралельна їй) – це геометричне місце точок, для яких фаза хвилі має однакове значення.

Якщо хвилі виникають від точкового джерела або джерела у формі сфери, їх називають *сферичними*. Рівняння сферичної хвилі має вигляд

$$\xi(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \quad (5.11)$$

Фаза коливань змінюється з відстанню від джерела так само, як у плоскій одновимірній хвилі, а амплітуда зменшується пропорційно відстані від джерела r . Це зумовлено тим, що енергія, яку несе хвиля, розподілена по поверхнях, площа яких безперервно збільшується – зростає пропорційно квадрату відстані від джерела. Отже, енергія, що припадає на одиницю площі, зменшується пропорційно r^2 . Оскільки енергія пропорційна квадрату амплітуди, сама амплітуда має зменшуватися пропорційно першому ступеню відстані r .

5.3 Інтерференція хвиль. Когерентні хвилі

Якщо в середовищі поширюються хвилі не від одного, а кількох джерел, то кожна точка середовища робить складне коливання, що є результатом усіх складових рухів. Розглянемо випадок складання хвиль від двох джерел S_1 і S_2 (рисунок 5.3).

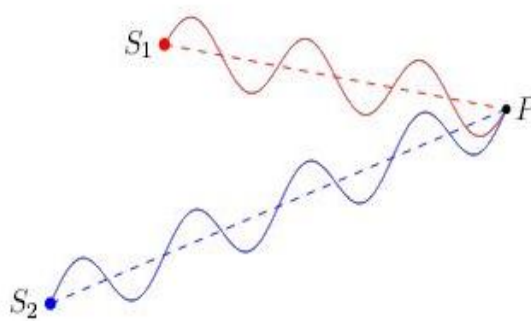


Рисунок 5.3 – Інтерференція хвиль [4]

Рівняння коливань, що прийшли від кожного з них до певної довільно вибраної точки середовища P , матимуть вигляд [4]

$$\xi_1(r, t) = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 r_1), \quad (5.12)$$

$$\xi_2(r, t) = A_2 \cos(\omega_2 t - k_2 r_2). \quad (5.13)$$

Початкові фази обох джерел коливань приймаємо рівними нулю. Зміщення в точці Р буде складною функцією часу:

$$\xi = \xi_1(r_1, t) + \xi_2(r_2, t). \quad (5.14)$$

Відомо, що квадрат результуючої амплітуди в кожний момент часу t

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \delta, \quad (5.15)$$

де δ – різниця фаз коливань, що додані,

$$\delta = (\omega_1 t - \kappa_1 r_1) - (\omega_2 t - \kappa_2 r_2). \quad (5.16)$$

Якщо ω_1 і ω_2 великі, а ξ - функції, які швидко змінюються з часом, то реєстрована в точці Р інтенсивність коливань пропорційна квадрату амплітуди:

$$I = I_0 \bar{A}^2, \quad (5.17)$$

де I_0 – максимальна інтенсивність;

$\bar{A}^2$ – середнє значення квадрата амплітуди коливань.

Оскільки $\bar{A}^2 = A^2$ і $\cos \delta = 0$, то квадрат амплітуди

$$A^2 = \bar{A}_1^2 + \bar{A}_2^2 + 2\bar{A}_1\bar{A}_2\cos\delta = A_1^2 + A_2^2, \quad (5.18)$$

а результуюча інтенсивність

$$I_p = I_0 A_1^2 + I_1 I_0 A_2^2 = I_1 + I_2. \quad (5.19)$$

Особливо цікавим є випадок, коли різниця фаз коливань, що приходять у будь-яку точку середовища, залежить від часу. Тоді спостерігають інтерференцію.

Інтерференцією хвиль називають явище накладання когерентних хвиль, за якого спостерігають стійку в часі інтерференційну картину [1]. Інтерференційна картина являє собою закономірно розташовані у просторі мінімуми і максимуми коливань, що спостерігають під час накладання когерентних хвиль.

Когерентними називають хвилі, що мають однакову частоту і сталу в часі різницю фаз. Для когерентних хвиль $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $k_1 = k_2 = k$, тоді різниця фаз (5.16)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1). \quad (5.20)$$

Результуюча амплітуда *максимальна* в тих точках середовища, де:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2\pi m, \quad (5.21)$$

величину $r_2 - r_1 = \Delta r$ називають *геометричною різницею ходу*. Отже, умова *інтерференційного максимуму*

$$\Delta r = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (5.22)$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ – ціле число.

Отже, якщо на геометричній різниці ходу укладається парна кількість напівхвиль, то в цих точках спостерігають інтерференційні максимуми.

Розрахуємо результуючу інтенсивність для інтерференційного максимуму. У цьому випадку $\cos\delta = 1$, тому рівняння (5.15) набуває вигляду

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2, \quad (5.23)$$

а результуюча інтенсивність

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1I_2}, \quad (5.24)$$

якщо $I_1 = I_2$, то $I_p = 4I_1$ – у випадку інтерференційного максимуму результуюча інтенсивність значно зростає.

Результуюча амплітуда мінімальна в тих точках середовища, де:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (2m + 1)\pi, \quad (5.25)$$

$$\Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (5.26)$$

Отже, умова інтерференційного мінімуму

$$\Delta r = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (5.27)$$

де $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – ціле число.

Отже, якщо на геометричній різниці ходу укладається непарна кількість напівхвиль, то в цих точках спостерігають інтерференційні мінімуми.

Результуючу інтенсивність для інтерференційного мінімуму визначають з умови $\cos\delta = -1$, тому

$$I = I_1 + I_2 - \sqrt{I_1 I_2} , \quad (5.28)$$

якщо $I_1 = I_2$, то $I_p = 0$ – у випадку інтерференційного мінімуму результуюча інтенсивність дорівнює нулю.

5.4 Стоячі хвилі

Хвилі, що поширюються від джерела, називають *біжучими*, тому що їхні гребені переміщуються в просторі з деякою швидкістю v . Зміщення $\xi(x, t)$ для якогось моменту часу t буде зображена синусоїдою 1 (рисунок 5.4). У наступний момент часу функція $\xi(x, t + \Delta t)$ буде зображена синусоїдою 2. Гребені хвилі зміщуються на $\Delta x = v\Delta t$.

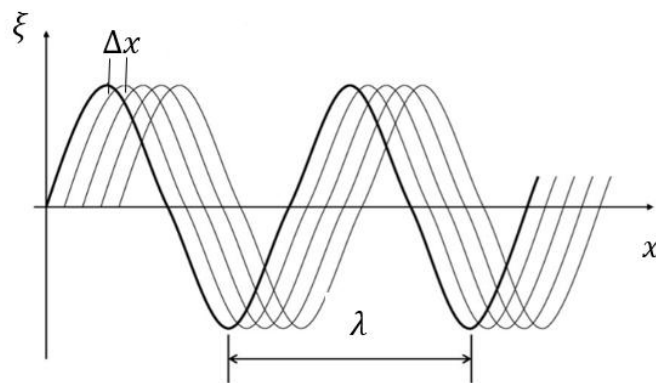


Рисунок 5.4 – Біжучі хвилі [1]

У біжучої хвилі сусідні точки здійснюють коливання з різними фазами. Переміщення гребенів пов'язане з переміщенням фази коливання, що відповідає максимальному зміщенню, тому швидкість v називають

фазовою швидкістю. Якщо хвиля досягає межі середовища чи якоїсь перешкоди, вона відбивається. Тоді на біжучу хвилю, що падає на перешкоду, накладається відбита - відбувається інтерференція падаючої та відбитої хвилі, яка призводить до утворення *стоячої хвилі* (рисунок 5.5).

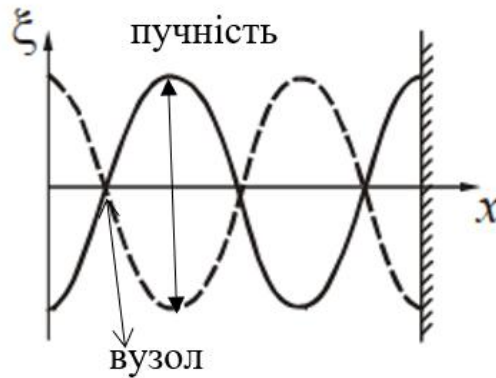


Рисунок 5.5 – Стояча хвиля [4]

Стоячими називають хвилі, що виникають із накладанням двох зустрічних хвиль з однаковими амплітудами і частотами [7]. На відміну від біжучої хвилі, у стоячій хвилі відсутнє перенесення енергії, оскільки падаюча і відбита хвилі переносять енергію в рівних кількостях у прямому і зворотному напрямках.

Отримаємо рівняння стоячої хвилі. Рівняння падаючої хвилі

$$\xi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (5.29)$$

Рівняння відбитої хвилі

$$\xi_1(-x, t) = A \cos(\omega t + kx). \quad (5.30)$$

Результуюче зміщення, викликане цими хвилями,

$$\xi(x, t) = \xi_1(x, t) + \xi_1(-x, t) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx). \quad (5.31)$$

Отже, рівняння стоячої хвилі

$$\xi(x, t) = 2A \cos kx \cos \omega t. \quad (5.32)$$

Із цього рівняння можна визначити амплітуду стоячої хвилі:

$$A_{\text{сх}} = 2A \cos kx. \quad (5.33)$$

Частинки середовища здійснюють коливання із частотою ω , а амплітуда їхніх коливань залежить від x . У точках, які знаходяться від джерела на відстанях, що визначають з умов

$$\cos kx = \pm 1; \quad kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = m\pi \quad (5.34)$$

і мають координати

$$x = m \frac{\lambda}{2}, \quad (5.35)$$

амплітуда стоячої хвилі максимальна: $A = |2A|$. Точки, у яких амплітуда стоячої хвилі максимальна, називають *пучностями* (рисунок 5.5) [4].

У точках, які знаходяться від джерела на відстанях, що визначають з умов

$$\cos kx = 0; \quad kx = \frac{2\pi}{\lambda} x = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad (5.36)$$

і мають координати

$$x = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (5.37)$$

амплітуда стоячої хвилі мінімальна: $A = 0$. Точки, у яких амплітуда стоячої хвилі дорівнює нулю, називають *вузлами* (рисунок 5.5).

На рисунку 5.6 зображено зміщення у стоячій хвилі для двох близьких моментів часу t і $t + \Delta t$ і відзначено положення вузлів і пучностей.

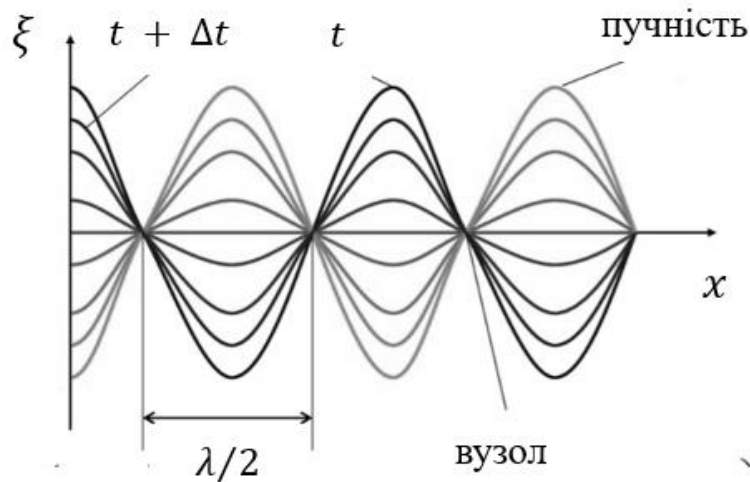


Рисунок 5.6 – Зміщення у стоячій хвилі [1]

Між двома вузлами є пучність стоячої хвилі. Усі точки між двома сусідніми вузлами (або сусідніми пучностями) коливаються в однаковій фазі. Із переходом через вузол зміщення фаза змінюється на протилежну. Зі створенням стоячої хвилі важливе значення мають умови на межі, від якої відбувається відбиття. Якщо середовище, від якого відбивається хвиля, має меншу густину, то на межі розподілу буде пучність. Якщо середовище, від якого відбивається хвиля, має більшу густину, то на межі розподілу буде вузол [7].

Контрольні запитання

- 1 Як пояснити поширення коливань у пружному середовищі?
- 2 Що називають поперечною та поздовжньою хвилею?
- 3 Що таке хвильовий фронт, хвильова поверхня?
- 4 Що називають довжиною хвилі, швидкістю і періодом? Що таке хвильове число?
- 5 Яка хвиля є плоскою, сферичною?
- 6 За яких умов виникає інтерференція хвиль?
- 7 Коли на струні утворюється стояча хвиля, коливання падаючої та відбитої хвиль у вузлах взаємно гасяться. Чи це означає, що зникає енергія?
- 8 Дві когерентні хвилі, що поширюються назустріч одна одній, відрізняються амплітудами. Чи утворять вони стоячу хвилю?
- 9 Чим стояча хвиля відрізняється від біжучої?
- 10 Яка відстань між двома сусідніми вузлами стоячої хвилі, двома сусідніми пучностями, сусідніми пучністю і вузлом?

Лекція 6

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ

План лекції

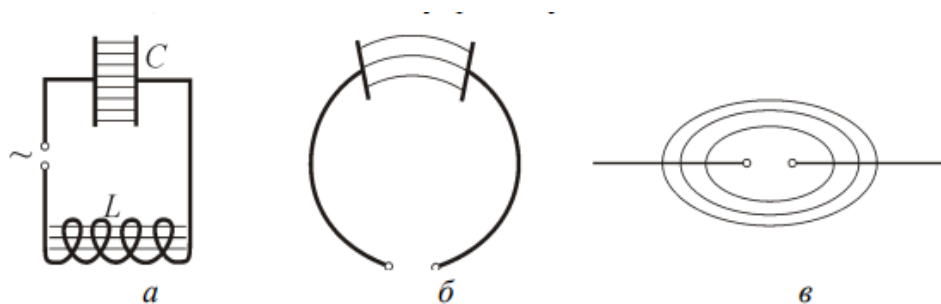
- 6.1 Генерація ЕМХ. Дослід Герца.
- 6.2 Диференціальне рівняння ЕМХ.
- 6.3 Властивості ЕМХ.
- 6.4 Шкала ЕМХ.

6.1 Генерація ЕМХ. Дослід Герца

Можливість існування електромагнітних хвиль передбачав ще Майкл Фарадей у 1832 р., узагальнюючи відомі на той час дані з електрики та магнетизму. Теоретично обґрунтував це припущення Дж. Максвелл. Найбільшим науковим досягненням Максвелла є створена ним у 1860–1865 рр. теорія електромагнітного поля, яку він сформулював як систему рівнянь, що висловлюють усі основні закономірності електромагнітних явищ. У своїй теорії Максвелл дав визначення електромагнітного поля та передбачив новий ефект: існування у вільному просторі електромагнітного випромінювання (електромагнітних хвиль) і його поширення у просторі зі швидкістю світла. Він також теоретично обчислив тиск світла.

За теорією Максвелла, електричне поле, що змінюється, породжує в просторі магнітне поле, а магнітне поле, що змінюється, призводить, у свою чергу, до появи змінного електричного поля. Аналізуючи свої рівняння, Максвелл дійшов висновку, що кінцевим підсумком подібного зв'язку полів, що змінюються, буде поява хвилі, яка містить електричне і магнітне поля і здатна поширюватися в просторі.

Уперше електромагнітні хвилі були виявлені в 1887 р. Генріхом Герцем. У 1888 р. він експериментально довів існування електромагнітних хвиль, що розповсюджуються у вільному просторі. Розглянемо дослід Герца, у якому коливальний контур використовують як джерело електромагнітних коливань. Відомо, що в коливальному контурі, утвореному конденсатором C і котушкою L (рисунок 6.1, а), електричне поле зосереджено в зазорі між обкладками, а магнітне – усередині котушки.



а) закритий; б) відкритий; в) вібратор Герца

Рисунок 6.1 – Коливальний контур

У просторі, що оточує конденсатор і котушку, поля практично дорівнюють нулю, тому помітного випромінювання електромагнітних хвиль не відбувається. Щоб контур випромінював хвилі, необхідно збільшити відстань між обкладками конденсатора і між витками котушки. Прилад, у якому були реалізовані граничні значення цих величин, був згодом сконструйований Герцем і відомий як вібратор Герца. У процесі видозмін, зображених на рисунку 6.1, б, в, сильно зменшується ємність і індуктивність контуру, що також вигідно, оскільки призводить до збільшення частоти коливань, а отже, зменшення довжини хвилі. Із хвилями меншої довжини легше експериментувати. У своїх дослідженнях Герц досяг частот близько 10 Гц та отримав хвилі, довжина яких становила від 10 до 0,6 м.

ЕМУ принадлежит в простори відношення від дйстрона на ви

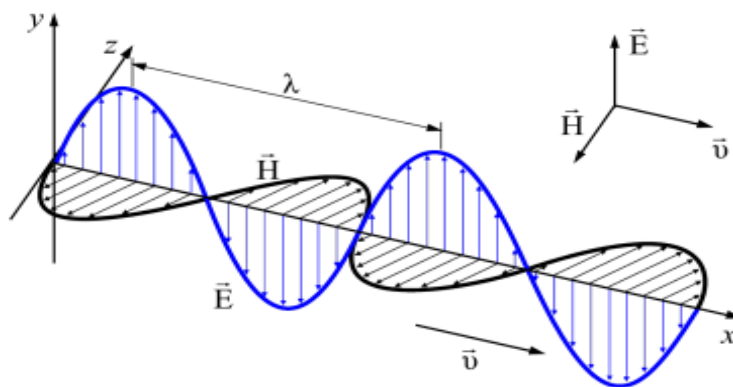
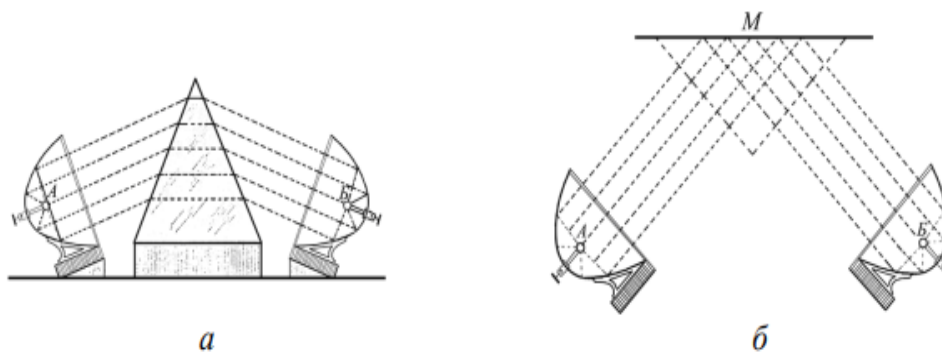


Рисунок 6.3 – Схема електромагнітної хвилі

ЕМХ генеровані електричними зарядами, що коливаються, тобто рухаються із прискоренням. Справедливим є і таке твердження: електричний заряд, що рухається з прискоренням, випускає електромагнітні хвилі.

Електромагнітною хвилею називають процес поширення електромагнітних коливань у просторі з плином часу.

У результаті своїх досліджень Герц доповнив теорію Максвелла теорією електромагнітного випромінювання, уперше отримав електромагнітні хвилі, передбачені Максвеллом, і довів їхню тотожність із хвилями світла. Для дослідження властивостей електромагнітних хвиль Герц використовував металеві параболічні дзеркала та велику призму з твердої смоли – асфальту з основою 1,2 м і висотою 1,5 м із заломлюючим кутом 30° (рисунок 6.4, а). Помістивши випромінюючий вібратор у фокусі увігнутого дзеркала (рисунок 6.4, б), Герц отримав спрямовану плоску хвилю. На її шляху він розташував плоске дзеркало і отримав у такий спосіб стоячу хвилю. Вимірявши відстань між вузлами та пучностями хвилі, Герц знайшов довжину хвилі λ . Добуток λ на частоту коливань вібратора ν дало швидкість ЕМХ, яка виявилася близькою до швидкості світла c .



а) параболічні дзеркала та велика призма;

б) вібратор, поміщений у фокусі увігнутого дзеркала

Рисунок 6.4 – Прилади для дослідження ЕМХ у дослідах Герца

Розташували на шляху поширення хвиль ґрати, виготовлені з паралельних мідних дротів, Герц виявив, що під час обертання ґрат навколо напрямку поширення променя інтенсивність хвиль, які проходять крізь них, суттєво змінюється. Коли дроти були розташовані перпендикулярно до вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$, хвиля безперешкодно проходила крізь ґрати. У разі розташування дротів паралельно до вектора $\vec{E}$ проходження хвилі крізь ґрати практично припинено. Отже, було підтверджено поперечність ЕМХ. У своїх дослідах Герц встановив повну аналогію електромагнітних і світлових хвиль. Було показано, що для електромагнітних хвиль справедливий закон відбиття і заломлення. Поверхнями, що відбивають, для електромагнітних хвиль служили металеві листи, а закон Снеліуса був перевірений на призмах із діелектриків. Крім того, досліди Герца підтвердили співвідношення $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, що випливає з теорії Максвелла..

Зазначимо також, що під час досліджень властивостей електромагнітних хвиль Герц зробив ще одне найважливіше відкриття – *фотоелектричний ефект* – явище виривання електричних зарядів із поверхні металів під впливом світла. Досліди Герца були продовжені

П. Н. Лебедєвим, який у 1894 р. отримав ЕМХ довжиною 4-6 мм і досліджував їх поширення у кристалах. При цьому було виявлено подвійне променезаломлення хвиль.

6.2 Диференціальне рівняння ЕМХ

Одним із найважливіших наслідків рівнянь Максвелла є існування ЕМХ. Можна показати, що для однорідного та ізотропного середовища далеко від зарядів і струмів, що створюють електромагнітне поле, із рівнянь Максвелла випливає, що вектори напруженості $\vec{E}$ електричного та $\vec{H}$ магнітного поля задовольняють хвильові рівняння типу:

$$\Delta \vec{E} = \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \text{хвильове рівняння для } \vec{E},$$

$$\Delta \vec{H} = \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \text{хвильове рівняння для } \vec{H}.$$

Як і рівняння хвилі, хвильове рівняння також має дві складові – електричну та магнітну. В одномірному наближенні (хвиля розповсюджується тільки вздовж осі x) рівняння спрощено:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}.$$

Аналогічне рівняння можна одержати для $\vec{H}$:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.$$

Отже, ми отримали рівняння вигляду $\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$, тобто диференціальні хвильові рівняння для векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ плоскої хвилі, що розповсюджується в напрямку осі x .

Відомо, що електромагнітні коливання - це коливання напруженості електричного $\vec{E}$ та магнітного $\vec{H}$ полів, тому в узагальненому рівнянні хвилі функцією $\xi(x, t)$ є саме $\vec{E}$ і $\vec{H}$:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_1), \quad (6.1)$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha_2), \quad (6.2)$$

де ω – частота хвилі;

$k = \frac{\omega}{v}$ – хвильове число;

α_1 і α_2 – початкові фази коливань, якщо $x = 0$.

У хвильовому рівнянні для $\vec{E}$, і в хвильовому рівнянні для $\vec{H}$ роль величини $\frac{1}{v^2}$ відіграє $\varepsilon_a \mu_a$:

$$\frac{1}{v^2} = \varepsilon_a \mu_a,$$

$$v^2 = \frac{1}{\varepsilon_a \mu_a},$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

де $\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$;

c – швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі. Розрахунки для вакууму показали: $c = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, тобто фазова швидкість електромагнітної хвилі у вакуумі збігається зі швидкістю світла: $c = v$. Тоді фазова швидкість електромагнітної хвилі в середовищі: $v_{\text{ср}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$.

Отримане співвідношення і навело Максвелла на думку про електромагнітну природу світла. Аналізуючи отримане співвідношення,

можна дійти висновку, що електродинамічна стала являє собою швидкість ЕМХ у вакуумі, оскільки у вакуумі $\varepsilon = 1$ і $\mu = 1$, звідси

$$v = c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

У речовині швидкість ЕМХ завжди менша, ніж у вакуумі, тому що $\sqrt{\varepsilon\mu} > 1$.

6.3 Властивості ЕМХ

Сформулюємо основні властивості електромагнітної хвилі.

1 Електрична $\vec{E}$ і магнітна $\vec{H}$ складові коливаються в однаковій фазі, тобто вони досягають максимуму і мінімуму в тих самих точках.

2 Коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках, а сама ЕМХ є поперечною.

3 Амплітуди електричної та магнітної складових пов'язані між собою співвідношенням $E_0\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_0\sqrt{\mu_0\mu}$.

Наслідком другої властивості є те, що вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$ і $\vec{v}$ (де $\vec{v}$ - швидкість ЕМХ) утворюють трійку взаємно перпендикулярних векторів.

На рисунку 6.5 показаний вигляд плоскої електромагнітної хвилі. Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ і створюють із напрямком розповсюдження хвилі (напрямком її швидкості) правої гвинтову систему.

Із рівнянь Максвелла випливає і вираз для швидкості v , що входить у хвильове рівняння:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}, \quad (6.3)$$

де ε_0 , μ_0 – електрична і магнітна сталі;

ε , μ – діелектрична і магнітна проникність середовища, де розповсюджується хвиля.

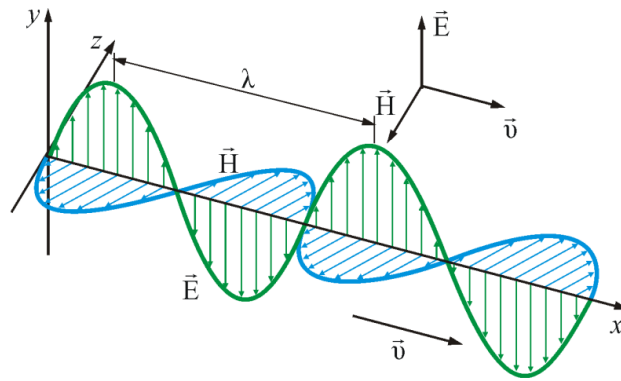


Рисунок 6.5 – Графік електромагнітної хвилі

Якщо ввести позначення $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – електродинамічна стала, то формула (6.3) набуде вигляду

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

6.4 Шкала ЕМХ

Електромагнітні хвилі класифікують за довжиною хвилі λ або пов'язаною з нею частотою ν хвилі згідно з рівнянням $\nu = \frac{c}{\lambda}$. Ці параметри характеризують хвильові і квантові властивості електромагнітного поля. Відповідно, у першому випадку електромагнітна хвиля описана класичними законами, тоді як у другому – квантовими законами. *Спектром* електромагнітних хвиль називають смугу частот електромагнітних хвиль, що існують у природі. Електромагнітні хвилі займають діапазон частот ν від одиниць до 10^{22} Гц ($\lambda \sim 10^8 - 10^{-14}$ м). Ефект впливу електромагнітних полів на живу матерію залежить від частоти, потужності і тривалості впливу.

Спектр електромагнітного випромінювання в порядку збільшення частоти складають:

- 1) радіохвилі;
- 2) інфрачервоне випромінювання;
- 3) світлове випромінювання;
- 4) рентгенівське випромінювання;
- 5) гамма-випромінювання.

Найменування діапазонів частот і довжин електромагнітних хвиль наведено в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Діапазон частот і довжин хвиль електромагнітного випромінювання

Діапазон частот	Діапазон (скорочена назва)	Найменування діапазону хвиль	Довжина хвилі
3–30 кГц	Дуже низькі частоти (ДНЧ)	Міріаметрові	100–10 км
30–300 кГц	Низькі частоти (НЧ)	Кілометрові	10–1 км
300–3000 кГц	Середні частоти (СЧ)	Гектометрові	1–0.1 км
3–30 МГц	Високі частоти (ВЧ)	Декаметрові	100–10 м
30–300 МГц	Дуже високі частоти (ДВЧ)	Метрові	10–1 м
300–3000 МГц	Ультрависокі частоти (УВЧ)	Дециметрові	1–0.1 м
3–30 ГГц	Надвисокі частоти (НВЧ)	Сантиметрові	10–1 см
30–300 ГГц	Надмірно високі частоти (НВЧ)	Міліметрові	10–1 мм
300–3000 ГГц	Гіпервисокі частоти (ГВЧ)	Дециміліметрові	1–0.1 мм

Різні ділянки електромагнітного спектра відрізняються за способом випромінювання та приймання хвиль, що належать тій чи іншій ділянці спектра. Слід зазначити, границі між різними типами ЕМХ значною мірою умовні, тому що за прикордонних значень і ці хвилі мало чим відрізняються одна від одної.

Контрольні запитання

- 1 Що таке електромагнітна хвиля? Яка швидкість її розповсюдження?
- 2 Що може бути джерелом електромагнітних хвиль?
- 3 Якими є фізичні процеси, що призводять до можливості існування електромагнітних хвиль?
- 4 Чому Герц у своїх дослідах використав відкритий коливальний контур?
- 5 Як можна уявити шкалу електромагнітних хвиль, які джерела випромінювання різних видів хвиль?
- 6 Які характеристики поля періодично змінюються в біжучій електромагнітній хвилі?
- 7 Запишіть хвильове рівняння для векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$ змінного електромагнітного поля. Проаналізуйте його рішення і поясніть фізичний зміст.

Лекція 7

ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТІЛ

План лекції

- 7.1 Люмінесценція і теплове випромінювання.
- 7.2 Основні характеристики теплового випромінювання.
- 7.3 Класифікація тіл. Емпіричні закономірності теплового випромінювання.
- 7.4 Закони теплового випромінювання.
- 7.5 Закон Релея – Джинса. Ультрафіолетова катастрофа.
- 7.6 Квантова гіпотеза і формула Планка.
- 7.7 Оптична пірометрія.

Квантова оптика вивчає явища, у яких світло поводить себе як потік окремих квантів – *фотонів*. До таких явищ належать випромінювання нагрітих тіл (*теплове випромінювання*), вибивання електронів за дії світла (*фотоефект*) і розсіювання світла на вільних електронах (*ефект Комптона*).

7.1 Люмінесценція і теплове випромінювання

Тепловим випромінюванням називають процес випускання електромагнітних хвиль, що виникає внаслідок внутрішньої енергії нагрітих тіл. Усі об'єкти з температурою, вищою за абсолютний нуль (0 K), випромінюють тепло, і це випромінювання має неперервний спектр частот. Джерелом такого випромінювання є коливання заряджених частинок – електронів і іонів – у речовині. Коливання масивних іонів переважно спричиняють низькочастотне (інфрачервоне) випромінювання, тоді як

легші електрони створюють електромагнітні хвилі з вищими частотами – у видимому та ультрафіолетовому діапазонах.

У процесі теплового випромінювання тіло втрачає частину своєї енергії. Щоб підтримувати сталою інтенсивність випромінювання, необхідно компенсувати ці втрати, зазвичай через подальше нагрівання. Такий процес є *рівноважним* – за певних умов (наприклад у замкнутій порожнині з ідеально відбивними стінками) може бути встановлена термодинамічна рівновага між тілом і його власним випромінюванням: *енергія, яку тіло випромінює, дорівнює енергії, яку воно поглинає*.

Проте не всі види електромагнітного випромінювання виникають унаслідок нагрівання. У деяких випадках світло може виникати за рахунок інших джерел енергії, таких як хімічні реакції, електричні розряди, дія ультрафіолетового або рентгенівського випромінювання. Таке випромінювання називають *люмінесценцією*.

Люмінесценція – не теплове випромінювання, що має тривалість, значно вищу за період світлових коливань [6]. Це процес випромінювання світла, який не пов'язаний із температурним нагріванням тіла. Іншими словами, тіло може світитися, залишаючись холодним або лише злегка нагрітим. Це випромінювання завжди є *нерівноважним*, оскільки потребує зовнішнього джерела енергії та припиняється невдовзі після його зникнення. Люмінесценцію поділяють на кілька видів, залежно від джерела збудження:

- *хемілюмінесценція* – світіння, зумовлене хімічною реакцією;
- *фотолюмінесценція* – випромінювання, викликане поглинанням світла;
- *електролюмінесценція* – випромінювання за дії електричного струму (наприклад у світлодіодах);
- *біоломінесценція* – характерна для живих організмів (світлячки, деякі бактерії, глибоководні риби).

Отже, головна відмінність між тепловим випромінюванням і люмінесценцією полягає в природі джерела енергії та характері процесу. Теплове випромінювання виникає внаслідок хаотичного теплового руху частинок і є рівноважним, тоді як люмінесценція — це результат зовнішнього збудження, завжди нерівноважна, її часто спостерігають за низьких температур.

7.2 Основні характеристики теплового випромінювання

Для детального опису теплового випромінювання введемо кілька основних характеристик.

Потік випромінювання — це фізична величина, яка характеризує кількість енергії, що випромінює нагріте тіло з усієї його поверхні за одиницю часу:

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}, \quad [\Phi_e] = \text{Дж/с} = \text{Вт}. \quad (7.1)$$

Для усереднених значень часу

$$\Phi_e = \frac{W}{t}.$$

Енергетична світність тіла (або випромінювальна здатність) — це фізична величина, яка визначає кількість енергії, що випромінює тіло з одиниці площі за одиницю часу в усьому спектральному діапазоні (тобто якщо $0 < \lambda < \infty$):

$$R_T = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{d^2W}{dSdt}, \quad [R_T] = \text{Вт/м}^2. \quad (7.2)$$

Для середніх (усереднених) значень

$$R_T = \frac{\Phi_e}{S} = \frac{W}{S \cdot t}.$$

Чим вища температура тіла, тим більше енергії воно випромінює. Отже, R_T є функцією абсолютної температури.

Проте випромінювання не є однорідним за спектром — воно складається з хвиль різної довжини (або частоти), причому хвилі різних довжин мають різну енергію. Розподіл енергії за довжинами хвиль є нерівномірним, тому для опису цього розподілу вводять спектральну щільність енергетичної світності.

Спектральна щільність енергетичної світності (або спектральна випромінювальна здатність) — це енергія, яку тіло випромінює з одиниці площі за одиницю часу в одиничному інтервалі довжин хвиль, вибраному поблизу заданої довжини хвилі λ [7]:

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda}, \quad [r_{\lambda,T}] = \text{Вт/м}^3. \quad (7.3)$$

Енергетична світність R_T пов'язана зі спектральною щільністю інтегралом по всьому спектру:

$$R_T = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda.$$

Розглянемо перехід від спектральної щільності енергетичної світності, заданої як функція частоти ν , до її подання через довжину хвилі λ . Частота і довжина хвилі пов'язані співвідношенням

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad \Rightarrow \quad \nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda,$$

де c — швидкість світла у вакуумі.

Звідси випливає зв'язок

$$r_{\lambda,T} = r_{\nu,T} \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = r_{\nu,T} \cdot \frac{c}{\lambda^2}.$$

Отже, спектральну щільність енергетичної світності за частотою визначають як

$$r_{\nu,T} = \frac{dR_T}{d\nu}, \quad [r_{\nu,T}] = \text{Вт/м}^2\text{Гц}. \quad (7.4)$$

Незалежно від форми подання, повну енергетичну світність тіла визначають інтегралом

$$R_T = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda,$$

де індекс T у позначеннях R_T , $r_{\lambda,T}$, $r_{\nu,T}$ підкреслює залежність цих величин від температури тіла.

Будь-яке тіло не тільки випромінює, а і частково поглинає падаючу на нього енергію. Тобто всі тіла здатні тією чи іншою мірою обмінюватися енергією — цей процес називають теплообміном випромінюванням. Спектральною характеристикою поглинання є *поглинальна здатність*.

Поглинальна здатність (коефіцієнт поглинання) — це безрозмірна фізична величина, яка показує, яку частку енергії, що падає в одиницю часу на одиницю поверхні тіла в інтервалі довжин хвиль від λ до $(\lambda + d\lambda)$ поглинає тіло:

$$a_{\lambda,T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}, \quad [a_{\lambda,T}] = 1. \quad (7.5)$$

Дослід показує, що $r_{\lambda,T}$ і $a_{\lambda,T}$ для твердих тіл залежать не лише від довжини хвилі і температури, а і хімічного складу тіла і стану його поверхні. За визначенням, $a_{\lambda,T} \leq 1$.

7.3 Класифікація тіл. Емпіричні закономірності теплового випромінювання

У фізиці важливе місце займає вивчення процесів теплового випромінювання та обміну енергією між тілами і навколишнім середовищем. Інтенсивність випромінювання і характер взаємодії з електромагнітними хвилями залежать від властивостей поверхні тіла. Тому для опису цих процесів вводять різні ідеалізовані моделі тіл. Зокрема, тіла класифікують за їхньою здатністю поглинати і відбивати випромінювання.

Абсолютно чорним тілом називають тіло, яке повністю поглинає всю енергію падаючих на нього електромагнітних хвиль, незалежно від частоти $a_{\lambda,T} = 1$. У природі не існує абсолютно чорних тіл, але є речовини, дуже близькі за своїми властивостями до них: сажа або чорний оксамит. Наприклад, сучасне покриття Vantablack настільки добре поглинає світло, що предмети, вкриті ним, виглядають плоскими і ніби «зникають». Саме тому його застосовують у науці та техніці. Найбільш досконалою моделлю абсолютно чорного тіла може бути невеликий отвір у непрозорій стінці замкнутої площині (рисунок 7.1).

Промінь світла, що потрапляє всередину порожнини через отвір, зазнає багатократних віддзеркалень від стінок порожнини, поглинається ними і практично повністю залишається всередині порожнини. Ця модель пояснює, чому вузький вхід до печери або віконний отвір із вулиці здаються чорними, хоча всередині може бути досить світло [6].

Тіло, що повністю відбиває випромінювання всіх довжин хвиль, що впало на нього, називають *білим* $a_{\lambda,T} = 0$. Тіло, поглинальна здатність якого однакова для всіх довжин хвиль і залежить лише від температури, називають *сірим тілом* $a_T = const$. На рисунку 7.2 наведено порівняння спектрів випромінювання абсолютно чорного (1), сірого (2) і реального (3) тіл за однакової температури.

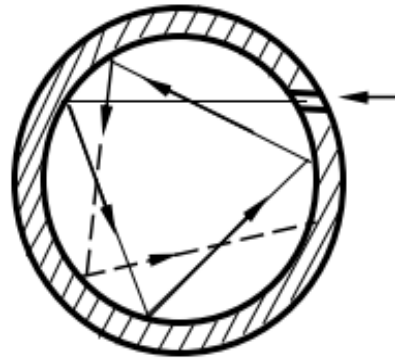
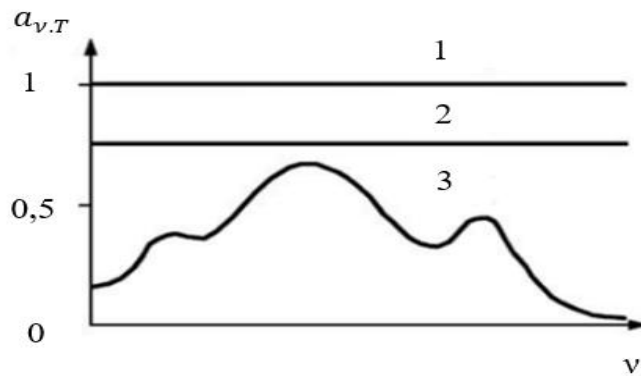


Рисунок 7.1 – Модель абсолютно чорного тіла



1) чорне; 2) сіре; 3) реальне тіло

Рисунок 7.2 – Спектри випромінювання

Між випромінювальною здатністю і поглинальною здатністю тіла існує певний зв'язок. Щоб проілюструвати його, уявімо такий експеримент. Нехай усередині замкненої оболонки у вакуумі знаходяться декілька тіл (рисунок 7.3). У таких умовах обмін енергією між тілами можливий лише за рахунок теплового випромінювання. Така система з часом приходить у стан теплової рівноваги, за якого всі тіла і оболонка мають однакову температуру ($T = const$). У цьому стані тіло, яке має більшу випромінювальну здатність, випромінює більше енергії за одиницю часу.

Але оскільки температура постійна, це означає, що це ж тіло має і поглинати більше енергії, щоб зберігати теплову рівновагу. Отже, із цього випливає, що тіла з більшою випромінювальною здатністю мають і більшу поглинальну здатність. Цей результат узагальнив Г. Кірхгоф у 1856 р., сформулювавши закон: *відношення спектральної щільності енергетичної світності будь-*

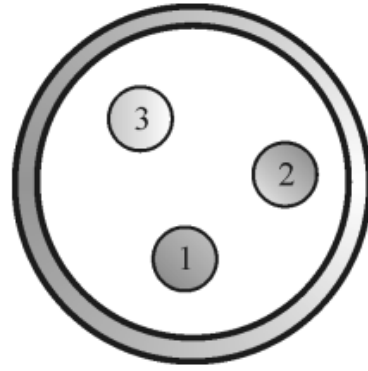


Рисунок 7.3 – Стан теплової рівноваги в замкненій системі ($T = const$)

якого тіла до його поглинальної здатності за певної довжини хвилі та температури є однаковим для всіх тіл і дорівнює спектральній щільності випромінювання абсолютно чорного тіла за тих самих умов:

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_2 = \dots = r_{\lambda,T}^*, \quad \text{оскільки} \quad a_{\lambda,T}^* = 1, \quad (7.6)$$

де $r_{\lambda,T}^*$ – спектральна щільність енергетичної світності абсолютно чорного тіла, яке поглинає все падаюче на нього випромінювання.

Із закону Кірхгофа випливає кілька важливих наслідків:

1 Чим краще тіло поглинає випромінювання, тим інтенсивніше воно його випромінює. Тобто спектральна щільність енергетичної світності будь-якого реального тіла в будь-якому діапазоні довжин хвиль завжди менша за відповідне значення для абсолютно чорного тіла за тієї самої температури та довжини хвилі, оскільки $a_{\lambda,T} < 1$.

2 Якщо тіло зовсім не поглинає випромінювання певної довжини хвилі $a_{\lambda,T} = 0$, то воно і не випромінює в цьому діапазоні $r_{\lambda,T} = 0$.

Значно складнішою виявилася задача знаходження універсальної функції Кірхгофа, тобто залежності $r_{\lambda,T}^*$ від довжини хвилі та температури.

Спроби отримати її теоретично на основі уявлень класичної фізики не дали успіху. Натомість експериментально було побудовано систему кривих (рисунок 7.4), які показують розподіл $r_{\lambda,T}^*$ за довжинами хвиль за фіксованих температур ($T = const$).

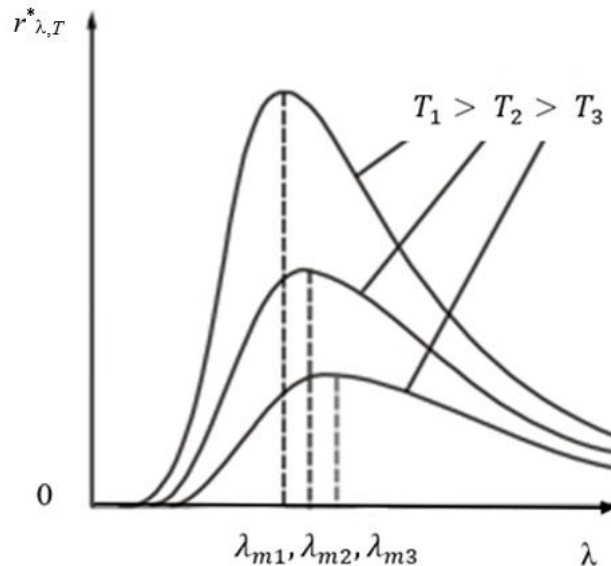


Рисунок 7.4 – Розподіл $r_{\lambda,T}^*$ за довжинами хвиль

Дослідження ходу кривих на рисунку 7.4 встановлює такі закономірності:

1) залежність $r_{\lambda,T}^*$ від довжини хвилі зображена неперервною кривою, яка прямує до нуля як за дуже малих, так і дуже великих довжин хвиль;

2) енергія випромінювання абсолютно чорного тіла розподілена за довжинами хвиль нерівномірно: крива має чітко виражений максимум.

Із підвищенням температури максимум кривої зміщується в бік коротших довжин хвиль.

Площа під кривою, обмеженою графіком і віссю абсцис, відповідає повній енергетичній світності абсолютно чорного тіла R_T^* .

7.4 Закони теплового випромінювання

У 1879 р. Й. Стефан, узагальнивши експериментальні дані, сформулював залежність теплового випромінювання від температури, яку пізніше теоретично обґрунтував Л. Больцман для абсолютно чорних тіл [7].

Закон Стефана — Больцмана: *енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури:*

$$R_T^* = \sigma T^4, \quad (7.7)$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ – стала Стефана – Больцмана;

T – абсолютна температура тіла.

Для реальних тіл (так званих «сірих тіл») цей закон застосовують із коефіцієнтом поглинання

$$R_T = k\sigma T^4,$$

де k – коефіцієнт сірості.

Закон зміщення Віна. Спираючись на закони термодинаміки та електродинаміки, німецький фізик Вільгельм Він у 1893 р. встановив, що довжина хвилі λ_{max} на яку припадає максимум спектральної щільності енергетичної світності, обернено пропорційна температурі тіла T :

$$\lambda_{\text{max}}^* = \frac{b}{T}, \quad (7.8)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ – стала Віна.

Це означає, що з підвищенням температури максимум випромінювання зміщується в бік коротших хвиль (від інфрачервоного до видимого і ультрафіолетового діапазонів. Саме тому з нагріванням тіло світиться спочатку червоним, а згодом білим.

Окрім положення максимуму, Віну вдалося також встановити температурну залежність максимального значення спектральної щільності випромінювання.

Другий закон Віна: *максимальне значення випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла пропорційне п'ятому степеню його абсолютної температури:*

$$(r_{\lambda,T}^*)_{max} = bT^5, \quad (7.9)$$

де $b = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3\text{К}^5$ – стала другого закону Віна.

7.5 Закон Релея – Джинса. Ультрафіолетова катастрофа

Для пояснення спектра теплового випромінювання класична фізика запропонувала закон Релея – Джинса. Він передбачає, що енергетична густина випромінювання $u(\lambda, T)$ зростає зі зменшенням довжини хвилі λ за формулою

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT,$$

де $u(\lambda, T)$ – енергетична густина випромінювання.

За законом Релея – Джинса, інтенсивність випромінювання дуже швидко зростає зі зменшенням довжини хвилі, особливо в ультрафіолетовій області. Це означає, що класична теорія передбачає нескінченне зростання

енергії теплового випромінювання в короткохвильовій частині спектра (рисунок 7.5).

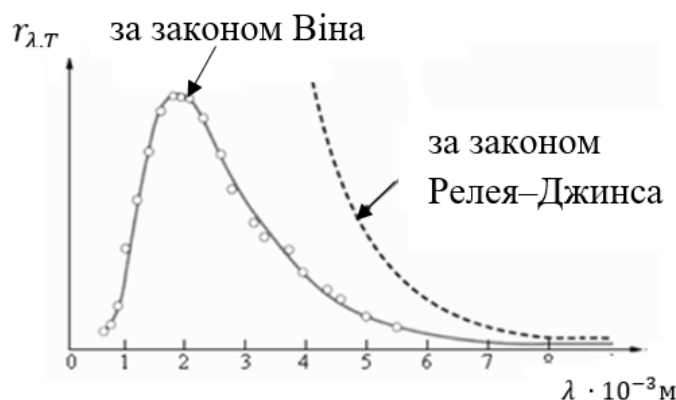


Рисунок 7.5 – Ультрафіолетова катастрофа

Однак експериментальні дані показують іншу картину: інтенсивність спочатку зростає, досягає максимуму, а потім зменшується з подальшим зменшенням довжини хвилі. Ця суперечність отримала назву *ультрафіолетова катастрофа*.

Причина помилки полягає в припущенні класичної фізики про безперервний і необмежений розподіл енергії між коливальними модами електромагнітного поля, що за високих частот призводить до передбачення нескінченного зростання енергії.

7.6 Квантова гіпотеза і формула Планка

Спроби пояснити теплове випромінювання на основі законів класичної фізики не мали успіху. У 1900 р. німецький фізик Макс Планк висунув нову гіпотезу про природу випромінювання. Суть цієї гіпотези полягає в тому, що електромагнітне випромінювання випускається не безперервно, а окремими порціями – квантами енергії, величина яких пропорційна частоті випромінювання.

Енергія одного кванта виражена формулою

$$E = h\nu, \quad (7.10)$$

де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с – стала Планка;

ν – частота випромінювання.

На основі своєї гіпотези М. Планк розробив квантову теорію теплового випромінювання і отримав точний вираз для функції Кірхгофа — спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла [8]

$$r_{\lambda,T}^* = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}, \quad (7.11)$$

де $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постійна Больцмана;

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла;

λ – довжина хвилі;

T – абсолютна температура тіла.

Із формули спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла можна вивести всі закони теплового випромінювання. Дійсно, інтегруючи $r_{\lambda,T}^*$ по всіх довжинах хвиль від 0 до ∞ , отримаємо значення енергетичної світності абсолютно чорного тіла R_T^* (площі під кривою $r_{\lambda,T}^* = f(\lambda)$)

$$R_T^* = \int_0^\infty r_{\lambda,T}^* d\lambda = \sigma T^4.$$

Отриманий вираз співпадає із законом Стефана – Больцмана.

Взявши похідну функції Планка за довжиною хвилі λ і прирівнявши її до нуля, можна знайти положення максимуму цієї функції:

$$\frac{dr_{\lambda,T}^*}{d\lambda} = 0, \quad \lambda_{\max} = \left(\frac{hc}{4,965 k} \right) \frac{1}{T} = \frac{b}{T}.$$

Цей вираз співпадає із законом зміщення Віна.

Якщо підставити у формулу Планка значення довжини хвилі $\lambda_{\max} = b/T$, отримаємо залежність максимального значення спектральної щільності енергетичної світності від температури:

$$(r_{\lambda,T}^*)_{\max} = bT^5, \quad b = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \cdot \text{К}^5.$$

Отже, формула Планка стала важливим етапом у розвитку фізики, що не тільки пояснила механізм теплового випромінювання, а і відкрила нові горизонти для досліджень у галузі квантової теорії.

7.7 Оптична пірометрія

У практиці наукових досліджень і технічних вимірювань часто виникає потреба визначати температуру розжарених або самосвітних тіл, які розташовані на значній відстані або недоступні для контактного вимірювання. Прикладами таких об'єктів є зірки, поверхні розпечених металів, активні зони промислових печей тощо. У подібних випадках застосовують *оптичну пірометрію* – методи, що ґрунтовані на аналізі теплового випромінювання.

Оптична пірометрія – це сукупність методів вимірювання високих температур, заснованих на залежності спектральної або інтегральної енергетичної світності випромінюючого тіла від його температури. Ці методи допомагають оцінити температуру без фізичного контакту з об'єктом, використовуючи спеціальні прилади – оптичні пірометри. Одним

із найпоширеніших типів є оптичний пірометр зі зникаючою ниткою (рисунок 7.6).

Його принцип дії ґрунтований на візуальному порівнянні яскравості нитки розжарювання з яскравістю випромінювання досліджуваного об'єкта. У полі зору пірометра розміщена тонка нитка або стрічка лампи розжарювання, яку спостерігають на фоні нагрітого тіла (рисунок 7.7). Змінюючи силу струму, що проходить через нитку, досягають такого її розжарення, за якого вона візуально зникає на фоні об'єкта [6]. Це означає, що яскравості нитки і тіла зрівнялися, тобто їхні температури однакові. Якщо прилад попередньо проградувати (встановлено залежність сили струму або напруги від температури нитки), то можна визначити температуру об'єкта за шкалою пірометра.



Рисунок 7.6 – Схема оптичного пірометра зі зникаючою ниткою

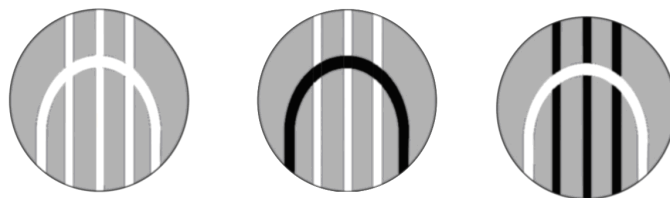


Рисунок 7.7 – Порівняння яскравості нитки та випромінюючого об'єкта

Потужність, що виділяється в нитці лампи, визначають за формулою

$$P = IU = \sigma(T^4 - T_0^4)S,$$

де T – температура нитки;

T_0 – температура навколишнього середовища;

σ – стала Стефана – Больцмана;

S – площа поверхні випромінювання;

I і U – сила струму і напруга.

Оскільки нитка не є абсолютно чорним тілом, необхідно враховувати коефіцієнт випромінювання K' , що показує, яка частина енергії справді випромінювана:

$$K' \cdot I \cdot U = k \sigma S(T^4 - T_0^4),$$

де $k = \frac{R_T}{R_T^*}$ – відношення реального теплового випромінювання до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Звідси вводять модуль випромінювання

$$M = \frac{K'}{k\sigma S}.$$

Ця величина враховує реальні властивості випромінюючого тіла (зокрема відхилення від ідеального чорного тіла) і дає змогу точно оцінити теплову потужність випромінювання нитки за заданої температури. Отже, на основі закону Стефана — Больцмана, поправочних коефіцієнтів і методів оптичної пірометрії, можна з достатньою точністю визначати температури тіл, до яких неможливо доторкнутися або безпечно наблизитися.

Питання до лекції

- 1 У чому відмінність теплового випромінювання від люмінесценції?
- 2 Наведіть приклади люмінесценції, які ви спостерігали в природі. До яких видів люмінесценції вони належать?

- 3 Дайте визначення випромінювальної здатності тіла.
- 4 Що таке спектральна густина випромінювальної здатності (спектральна випромінювальна здатність) тіла?
- 5 Що таке абсолютно чорне тіло? Що може слугувати його моделлю? Чим відрізняється сіре тіло від чорного?
- 6 Сформулюйте і запишіть закон зміщення Віна.
- 7 Сформулюйте і запишіть закон Стефана–Больцмана.
- 8 Сформулюйте і запишіть закон Релея–Джинса.
- 9 Наведіть формулу Планка. Як вона узгоджується з експериментальними даними?
- 10 Що таке оптична пірометрія? Що таке пірометр? Опишіть принцип дії пірометра.

Лекція 8

КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА. ФОТОЕФЕКТ

План лекції

- 8.1 Фотоефект. Закони зовнішнього фотоефекту.
- 8.2 Квантова теорія фотоефекту.
- 8.3 Фотон. Маса та імпульс фотона.
- 8.4 Тиск світла. Досліди Лебедева.
- 8.5 Ефект Комптона.

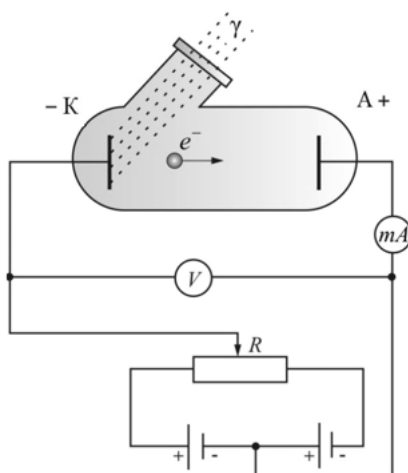
Квантова оптика вивчає явища, у яких світло поводить себе як потік окремих квантів — фотонів. До таких явищ належать випромінювання нагрітих тіл (теплове випромінювання), вибивання електронів за дії світла (*фотоефект*) і розсіювання світла на вільних електронах (*ефект Комптона*).

8.1 Фотоефект. Закони зовнішнього фотоефекту

Гіпотеза Планка, яка блискуче розв'язала задачу випромінювання абсолютно чорного тіла, отримала подальший розвиток під час пояснення фотоелектричного ефекту (фотоефекту). Це явище було відкрито в 1887 р. Г. Герцом, який, освітлюючи ультрафіолетовими променями електроди, підключені до напруги, спостерігав прискорення процесу розряду. Пізніше було встановлено, що причиною цього явища є виникнення вільних електронів під час освітлення.

У 1888–1890 рр. О. Г. Столетов провів систематичне дослідження фотоефекту. Явище випромінювання електронів речовиною за дії світла отримало назву *фотоефекту*. Електрони, що вилітають із речовини, називають фотоелектронами, а електричний струм, який вони створюють із

рухом у зовнішньому електричному полі, — фотострумом. Принципова схема для дослідження фотоефекту наведена на рисунку 8.1.



К – катод; А – анод; V – вольтметр; R – потенціометр

Рисунок 8.1 – Принципова схема дослідження фотоефекту

Два електроди К і А у вакуумній трубці підключені до батареї Б так, що за допомогою потенціометра R можна змінювати не лише значення, але і знак напруги, що подана на електроди. Струм, що виникає з освітленням катода монохроматичним світлом (через кварцове віконце), вимірюють міліамперметром (mA), увімкненим у коло. Напругу U між анодом і катодом можна змінювати за допомогою потенціометра R.

Освітлюючи катод світлом різних довжин хвиль, О. Г. Столетов встановив такі властивості фотоефекту [8]:

- 1 За дії світла речовина втрачає лише *негативні заряди* (електрони).
- 2 Найбільш ефективним є вплив ультрафіолетових променів.
- 3 Фотоефект практично безінерційний, тобто проміжок часу між моментом освітлення і початком виникнення розряду надзвичайно малий.

Експериментальна установка дає змогу визначити вольт-амперні характеристики фотоефекту – залежність фотоструму I (струму електронів, що вилітають із катода за дії світла) від напруги U між електродами за

різних інтенсивностей світлового потоку ($\Phi_1 \neq \Phi_2$) і незмінної частоти світла ν (рисунок 8.2).

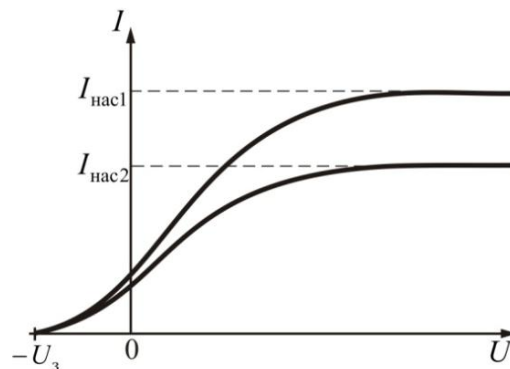


Рисунок 8.2 – Вольт-амперні характеристики фотоефекту

1 Фотострум виникає за різних значень напруги між катодом і анодом. Навіть якщо $U = 0$, до анода долітає частина електронів, що вилетіли з катода під прямим кутом.

2 Зі збільшенням напруги фотострум I поступово зростає до насичення I_n , що відповідає такій напрузі, за якої всі електрони, випущені катодом, досягають анода.

3 Фотострум насичення визначають кількістю електронів, що вилітають із катода за одиницю часу за дії світла, він пропорційний світловому потоку Φ .

4 Пологий хід кривої фотоструму свідчить про те, що електрони вилітають із катода з різними швидкостями. Щоб зробили фотострум рівним нулю, необхідно прикласти затримуючу напругу U_3 , за якої жоден електрон, навіть із максимальною швидкістю v_{max} , не може досягти анода:

$$E_{k(max)} = \frac{m_e v_{max}^2}{2} = eU_3,$$

де U_3 – затримуюча напруга;

v_{max} – максимальна швидкість руху електронів.

Види фотоефекту

Зовнішній фотоефект (фотоелектронна емісія) – випромінювання електронів речовиною із впливом електромагнітного випромінювання.

Внутрішній фотоефект – переходи електронів, викликані електромагнітним випромінюванням (усередині напівпровідника або діелектрика) із зв'язаних станів у вільні без вильоту назовні.

Вентильний фотоефект – виникнення електрорушійної сили (ЕРС) з освітленням контакту двох різних напівпровідників або напівпровідника та металу за умови відсутності зовнішнього електричного поля

На основі експериментальних даних були сформульовані три закони фотоефекту:

1 За фіксованої частоти падаючого світла ($\nu = \text{const}$) сила фотоструму I_n прямо пропорційна падаючому на катод світловому потоку Φ .

2 Максимальна кінетична енергія вирваних електронів $E_{k(\text{max})}$ зростає з підвищенням частоти падаючого світла ν і не залежить від світлового потоку.

3 Для кожної речовини існує мінімальна частота світла (максимальна довжина хвилі) - *червона межа фотоефекту*, нижче за яку фотоефект не настає $\nu_{\text{ч}} = \nu_{\text{min}}$. Величина $\nu_{\text{ч}}$ залежить від хімічної природи матеріалу та стану його поверхні.

За хвильовою теорією світла закони фотоефекту пояснити неможливо. Хвильова теорія передбачає поступове накопичення електронами енергії у світловому полі, що має залежати від амплітуди хвилі (світлового потоку), а обчислення дають час «розкачки» електронів порядку кількох хвилин. Це суперечить безінерційності фотоефекту та незалежності енергії електронів від світлового потоку. Крім того, хвильова теорія не пояснює існування мінімальної частоти світла для виникнення фотоефекту.

8.2 Квантова теорія фотоефекту

У 1905 р. А. Ейнштейн, спираючись на роботи М. Планка, запропонував *квантову теорію фотоефекту*, що базована на двох ідеях:

1 Речовина випромінює, поширює і поглинає світло у вигляді окремих порцій енергії – квантів (фотонів), які рухаються зі швидкістю світла.

2 Поглинання світла речовиною відбувається так, що кожен фотон передає всю свою енергію одному електрону, тобто процес дискретний у просторі та часі.

Використовуючи закон збереження енергії, Ейнштейн запропонував рівняння фотоефекту

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad (8.1)$$

де $A_{\text{вих}}$ – робота виходу електрона (найменша енергія, необхідна для виведення електрона з твердого або рідкого тіла у вакуум) (додаток Ж);

h – стала Планка;

ν – частота падаючого світла.

Якщо до фотокатода прикласти затримуючий потенціал U_z , за якого фотострум зникає, то робота електричного поля дорівнює максимальній кінетичній енергії електрона

$$\frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2} = eU_z, \quad (8.2)$$

де m_e – маса електрона;

e – заряд електрона;

U_z – затримуюча різниця потенціалів.

Рівняння Ейнштейна допомагає пояснити три основні закони зовнішнього фотоелектричного ефекту [9]:

1 Кожен квант світла (фотон) поглинає лише один електрон. Тому кількість вибитих фотоелектронів пропорційна інтенсивності падаючого світла Φ .

2 Максимальна швидкість фотоелектронів v_{max} лінійно залежить від частоти падаючого світла ν : $v_{max} \sim \nu$

3 Зі зменшенням частоти світла ν зменшується і максимальна швидкість електронів v_{max} . Коли $\nu = \nu_{кр}$, $v_{max} = 0$, отже $h\nu_{кр} = A_{вих}$, тобто існує мінімальна частота (червона границя фотоелектричного ефекту), починаючи з якої можливий зовнішній фотоелектричний ефект

(рисунк 8.3)

$$h\nu_{min} = A_{вих},$$

звідки

$$\nu_{min} = \frac{A_{вих}}{h}. \quad (8.3)$$

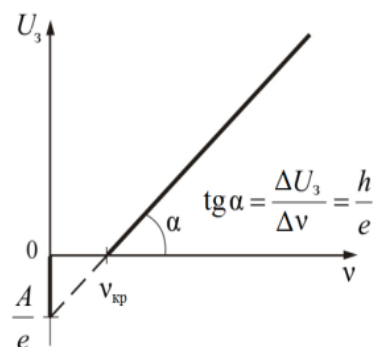


Рисунок 8.3 – Залежність U_3 від частоти ν

Пристрої, що перетворюють світлову енергію на електричну, називають *фотоелементами*. Вони бувають вакуумними та напівпровідниковими. Фотоелементи застосовують для вимірювання рівня освітленості, автоматичного керування освітленням, у роботі сонячних батарей та в інших технічних пристроях.

8.3 Фотон. Маса та імпульс фотону

Альберт Ейнштейн у 1905 р. розвинув ідею і припустив, що світло не лише випромінюване і поглинене порціями, а і поширене у вигляді окремих

частинок – *квантів світла*, які згодом отримали назву *фотонів*. Отже, світло має подвійний характер: воно є одночасно і хвилею, і потоком частинок.

Існування фотонів було підтверджене низкою експериментів. Найбільш переконливим став дослід, проведений німецьким фізиком Вальтером Боте в 1925 р. Він показав, що з опроміненням тонкої металевої фольги рентгенівськими променями фольга сама починає випромінювати окремі кванти рентгенівського випромінювання. Лічильники, розташовані по обидва боки фольги, реєстрували сигнали не одночасно, а випадково, що свідчило про те, що енергія випромінювана окремими частинками фотонами, а не безперервним потоком енергії, як це передбачала хвильова теорія.

Відповідно до гіпотези Ейнштейна, енергію фотона визначають його частотою за формулою

$$E = h\nu,$$

де $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ (Дж · с) – стала Планка;

ν – частота хвилі.

Властивості фотона:

1 Фотону притаманний корпускулярно-хвильовий дуалізм: проявляє властивості і хвилі, і частинки.

2 Фотон електрично нейтральний.

3 Фотон не подільний на частини – він випромінюваний і поглинений тільки в цілому.

4 Фотон у вакуумі рухається зі швидкістю світла c .

5 Фотон не має маси спокою, а отже, не підпорядкований законам Ньютона.

6 Релятивістська маса фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (8.4)$$

Оскільки фотон має енергію, йому відповідає певний імпульс. Зі спеціальної теорії відносності випливає, що між енергією та імпульсом без масової частинки існує зв'язок:

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c}.$$

Ураховуючи, що $\lambda = \frac{c}{\nu}$, імпульс фотона дорівнює

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (8.5)$$

Напрямок імпульсу фотона співпадає з напрямком розповсюдження електромагнітної хвилі.

8.4 Тиск світла. Досліди Лебедева

Тиском світла називають механічну дію, яку чинить світло під час падіння на поверхню тіла. Це явище можна пояснити як за хвильовою теорією світла, так і квантовою (корпускулярною) теорією. За хвильовою теорією, падіння світла на поверхню тіла розглядають як дію електромагнітної хвилі. Електричне поле падаючої хвилі впливає на електрони, які перебувають поблизу поверхні, змушуючи їх коливатися. На рухомі електрони діє також магнітне поле хвилі, причому результуюча сила направлена вздовж напрямку поширення світла. Унаслідок цього на поверхню діє механічний тиск [10].

За квантовою теорією, тиск світла пояснюють передаванням імпульсу фотонів атомам або молекулам речовини. Кожен фотон, потрапляючи на поверхню, може або бути поглинений, або відбитий від неї. У процесі взаємодії фотон передає поверхні частину свого імпульсу, унаслідок чого і виникає тиск.

Нехай на одиницю площі поверхні за одиницю часу падає n фотонів. Якщо коефіцієнт відбивання поверхні дорівнює ρ , то $n\rho$ фотонів відбиті, а $n(1 - \rho)$ поглинені. Кожен відбитий фотон передає поверхні імпульс $\frac{2h\nu}{c}$, а кожен поглинений – $\frac{h\nu}{c}$. Тоді повний імпульс, який передано одиниці площі поверхні за одиницю часу, дорівнює

$$n\rho \cdot \frac{2h\nu}{c} + n(1 - \rho) \cdot \frac{h\nu}{c} = n(1 + \rho) \cdot \frac{h\nu}{c}.$$

Оскільки інтенсивність світла $I = nh\nu$, то тиск світла можна записати як

$$P = \frac{I}{c}(1 + \rho). \quad (8.6)$$

Якщо поверхня чорна (повністю поглинає світло), то $\rho = 0$, і $P = \frac{I}{c}$.
Якщо поверхня дзеркальна (повністю відбиває світло), то $\rho = 1$, і $P = \frac{2I}{c}$.

Тобто тиск світла залежить від інтенсивності випромінювання і властивостей поверхні, на яку воно падає. Хвильова теорія світла дає таку саму формулу, адже електромагнітна хвиля переносить енергію та імпульс, що спричиняє механічний тиск на поверхню. Ідею про існування тиску світла вперше висловив Йоганн Кеплер у 1619 р., пояснюючи напрямки хвостів комет дією сонячного світла. Теоретично тиск світла був передбачений Джеймсом Максвеллом у 1873 р., а експериментально підтверджений П. М. Лебедевим у 1899 – 1901 рр. У його дослідах у вакуумі спостерігали відхилення легких лопатей за дії світлового пучка – пряме підтвердження існування тиску світла. Тиск світла відіграє важливу роль у природних явищах.

8.5 Ефект Комптона

Ефект Комптона – це зміна довжини хвилі рентгенівського випромінювання під час його розсіювання речовиною, що містить легкі атоми. Уперше це явище спостеріг А. Комптон у 1922 р., досліджуючи розсіювання монохроматичних рентгенівських променів на легких речовинах – графіті (рисунок 8.4).

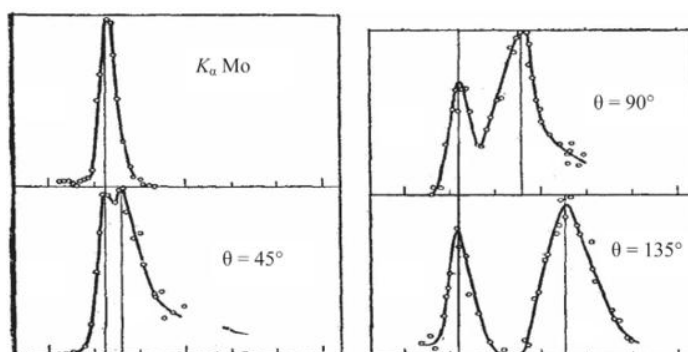


Рисунок 8.4 – Розсіювання монохроматичного рентгенівського випромінювання на зразку, виготовленому з графіту

Дослід показав, що в спектрі розсіяного випромінювання, крім лінії з початковою довжиною хвилі λ , з'являється ще одна лінія з більшою довжиною хвилі $\lambda' > \lambda$. Різницю між ними називають комптонівським зміщенням

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda.$$

Це зміщення не залежить від природи речовини або довжини хвилі падаючого рентгенівського випромінювання, а визначене лише кутом розсіювання θ – кутом між напрямками падаючого та розсіяного променів.

У квантовій теорії ефект Комптона розглядають як пружне зіткнення фотона зі вільним або майже вільним електроном (рисунок 8.5).

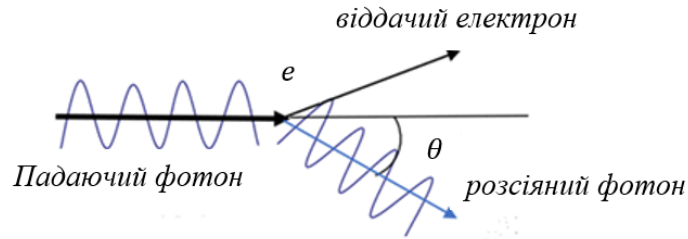


Рисунок 8.5 – Пружне зіткнення фотона з вільним електроном

Електрони в атомах речовини можна вважати вільними, якщо їхня енергія зв'язку значно менша за енергію фотона, що на них падає. Це справедливо для легких атомів або для зовнішніх електронів важчих елементів, енергія зв'язку яких становить лише кілька електронвольт — тобто є дуже малою порівняно з енергією рентгенівського фотона

Застосувавши закон збереження енергії та імпульсу, Комптон отримав вираз для зміни довжини хвилі розсіяного випромінювання

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (8.7)$$

де λ_c – комптонівська довжина хвилі частинки [9],

$$\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}. \quad (8.8)$$

де h – стала Планка;

m_0 – маса спокою частинки;

c – швидкість світла

(під час розсіяння фотона на електроні $\lambda_c = 2,42$ пм).

Контрольні запитання

- 1 Що таке квант світла?
- 2 Що таке зовнішній фотоефект? Що таке внутрішній фотоефект?
- 3 Сформулюйте основні закони фотоефекту.
- 4 Як за допомогою рівняння Ейнштейна пояснити перший і другий закони фотоефекту? Чим визначена червона межа фотоефекту?
- 5 Що таке «червона межа» фотоефекту?
- 6 Чим спричинений тиск світла?
- 7 Поясніть виникнення світлового тиску на основі хвильової теорії.
- 8 Які характеристики фотона описують його корпускулярні властивості?
- 9 Які характеристики фотона описують його хвильові властивості?
- 10 Чому дорівнює комптонівська довжина хвилі?

Лекція 9

ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ АТОМІВ

План лекції

- 9.1 Загальні положення про спектри.
- 9.2 Спектральний аналіз.
- 9.3 Моделі атома Томсона і Резерфорда.
- 9.4 Досліди Резерфорда. Планетарна модель атома.
- 9.5 Несумісність планетарної моделі атома з уявленнями класичної фізики.

9.1 Загальні положення про спектри

Квантова механіка є основою для опису явищ мікросвіту — області, у якій основними об'єктами дослідження є атоми, атомні ядра та елементарні частинки. У цьому масштабі класичні закони фізики виявилися непридатними для пояснення експериментальних фактів, оскільки йдеться про надзвичайно малі відстані, маси та проміжки часу. Саме тому на початку ХХ ст. сформована нова фізична теорія — *квантова механіка*.

Одним із найважливіших джерел становлення квантової теорії стали дослідження оптичних спектрів. Було встановлено, що під час нагрівання або збудження речовина випромінює світло, яке можна розкласти на складові за допомогою спектроскопа. Аналіз отриманих спектрів дав змогу зробити висновки про внутрішню будову атомів і механізми випромінювання та поглинання енергії.

Спектр випромінювання — це сукупність частот (або довжин хвиль) електромагнітних хвиль, що містяться у випромінюванні речовини. Залежно від агрегатного стану речовини та умов випромінювання розрізняють кілька основних видів спектрів: *неперервний, лінійчатий, смугастий* і спектр

поглинання. Кожен із них має свої особливості будови та умови виникнення і несе важливу інформацію про структуру речовини.

Неперервний (суцільний) спектр – це кольорова смуга з плавною зміною кольорів без темних проміжків (рисунок 9.1). Він є сукупністю електромагнітних хвиль різної довжини, що безперервно переходять одна в одну. У такому спектрі присутні всі довжини хвиль певного діапазону.



Рисунок 9.1 – Неперервний спектр

Неперервний спектр випромінюють розжарені тверді тіла, рідини та гази за високого тиску. Для його отримання необхідно нагріти тіло до високої температури. Характер неперервного спектра залежить від температури тіла, властивостей речовини та сильної взаємодії атомів між собою.

Лінійчатий спектр – це набір окремих вузьких кольорових ліній на темному фоні (рисунок 9.2). Він свідчить про те, що у випромінюванні присутні лише окремі довжини хвиль.



Рисунок 9.2 – Лінійчатий спектр випромінювання

Лінійчаті спектри дають речовини в газоподібному атомарному стані. У цьому випадку світло випромінюють окремі атоми, які майже не взаємодіють між собою. Головна властивість лінійчатих спектрів полягає в

тому, що довжини хвиль залежать лише від будови атомів даної речовини і не залежать від способу збудження світіння. Тому кожний хімічний елемент має свій унікальний лінійчатий спектр [8].

Смугастий спектр – це спектр, який складається з окремих світлих смуг, розділених темними проміжками (рисунок 9.3). Кожна смуга є сукупністю великої кількості близько розташованих спектральних ліній.



Рисунок 9.3 – Смугастий спектр

Смугастий спектр спостерігають у молекулярних газів. Появу смугастого спектра пояснюють тим, що в молекулах можливі складніші енергетичні переходи, пов'язані з коливанням і обертанням молекул.

Спектр поглинання – це спектр, який має вигляд тонких темних ліній на фоні неперервного спектра (рисунок 9.4).



Рисунок 9.4 – Спектр поглинання

Він виникає тоді, коли світло з неперервним спектром проходить через холодний розріджений газ. Атоми або молекули речовини поглинають світло лише певних довжин хвиль. У результаті в суцільному спектрі з'являються темні лінії. Положення темних ліній у спектрі поглинання певного хімічного елемента збігається з положенням світлих ліній у спектрі випромінювання цього елемента. Це пояснюють тим, що атоми поглинають

і випромінюють енергію на однакових довжинах хвиль. Спектри поглинання широко використовують для визначення хімічного складу речовин, зокрема під час дослідження складу Сонця та зір.

9.2 Спектральний аналіз

У 1859 р. Густав Кірхгоф і Роберт Бунзен розробили метод спектрального аналізу, який ґрунтований на унікальності спектрів хімічних елементів. Було встановлено фундаментальний факт: *кожний хімічний елемент випромінює світло строго визначених довжин хвиль і має власний, неповторний набір спектральних ліній*. На цій властивості базований *спектральний аналіз* — метод визначення хімічного складу речовини за її спектром. Він дає змогу виявляти елементи навіть у надзвичайно малих кількостях. Для всіх відомих елементів були складені таблиці спектрів — своєрідні «паспорти» хімічних елементів. Наприклад, наявність у спектрі яскравої жовтої лінії з довжиною хвилі близько 590 нм свідчить про присутність натрію. Якщо в спектрі спостерігають лінію, що не відповідає жодному з відомих елементів, це може бути ознакою існування нового хімічного елемента. Саме в такий спосіб Кірхгоф і Бунзен відкрили цезій і рубідій. Пізніше за допомогою спектрального аналізу було встановлено хімічний склад зірок: зокрема, гелій спочатку виявили в спектрі Сонця, а вже згодом — в атмосфері Землі. Загалом завдяки спектральному аналізу періодична система хімічних елементів поповнилася приблизно 25 новими елементами.

Отже, до кінця XIX ст. були встановлені основні спектральні закономірності та накопичено значний експериментальний матеріал. Проте залишалося відкритим головне питання, якою є внутрішня будова атома і чому кожен елемент має свій унікальний спектр. Саме відповідь на нього стала одним із головних завдань фізики початку XX ст.

9.3 Моделі атома Томсона і Резерфорда

Після відкриття електрона Джозефом Томсоном у 1897 р. постало питання про внутрішню будову атома. Учені запропонували низку моделей, намагаючись пояснити експериментальні факти і природу спектральних ліній. Однією з ранніх була так звана «вихрова» модель, запропонована Вільямом Томсоном (лордом Кельвіном). Згідно з нею атом розглядали як систему вихорів у безперервному середовищі, подібну до кілець диму. Існували навіть припущення щодо різних форм атомів окремих елементів. Проте ця модель не отримала експериментального підтвердження.

Японський фізик Хантаро Нагаока в 1904 р. запропонував модель атома типу «Сатурн». Вона передбачала наявність масивної позитивно зарядженої центральної частини, навколо якої обертаються електрони, які розташовані на однакових відстанях і рухаються з однаковою кутовою швидкістю. Виникнення спектральних ліній пояснювали малими коливаннями електронів. Однак ця модель також не могла повністю пояснити результати експериментів.

Найбільш відомою на початку XX ст. була модель Джозефа Томсона, яку називали моделлю «пудингу з родзинками». За нею, атом являє собою однорідну кулю, рівномірно заповнену позитивним зарядом, усередині якої містяться електрони — подібно до родзинок у пудингу (рисунок 9.5). Сумарний негативний заряд електронів нейтралізує позитивний заряд кулі.

Випромінювання світла пояснювали коливаннями електронів поблизу положень рівноваги. Перевагою цієї моделі було те, що розрахунки давали розміри атома, близькі до експериментальних значень. Проте вона виявилася неспроможною пояснити низку явищ і, зокрема, була нестійкою з точки зору електростатики [8].

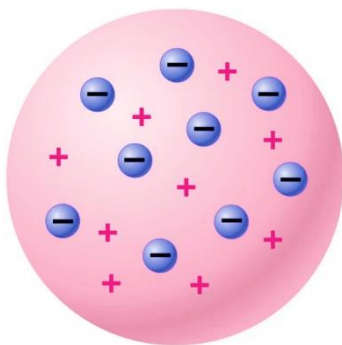


Рисунок 9.5 – Модель Томсона

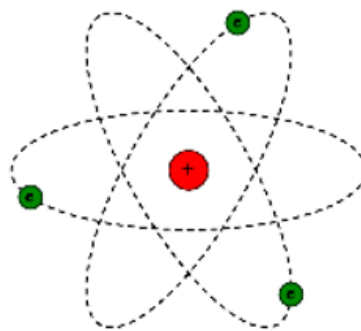


Рисунок 9.6 – Планетарна модель атома

Важливі експериментальні дані про будову атома отримав Філіп Ленард, досліджуючи проходження катодних променів (потоків електронів) через речовину. Якщо б атоми були суцільними непроникними кулями, електрони швидко втрачали б енергію під час зіткнень. Однак досліди показали, що швидкі електрони майже не гальмуються, що свідчило про наявність значного «порожнього простору» всередині атома. Проте запропоноване Ленардом пояснення також не стало остаточним.

Лише в 1911 р. Ернест Резерфорд на основі результатів дослідів із розсіювання α -частинок сформулював і експериментально обґрунтував нову модель атома — планетарну (рисунок 9.6). Відповідно до неї, майже вся маса атома і його позитивний заряд зосереджені в дуже малому ядрі, навколо якого обертаються електрони. Саме ця модель стала основою подальшого розвитку уявлень про будову атома і відкрила шлях до створення квантової теорії атома.

9.4 Досліди Резерфорда. Планетарна модель атома

У 1909 – 1911 рр. Ернест Резерфорд разом зі своїми асистентами Гейгером і Марсденом провів серію експериментів, які стали основою для планетарної моделі атома і нових уявлень про його будову. Вузький пучок

α -частинок, що випромінював радіоактивний препарат К, проходив крізь тонку металеву фольгу Ф і потрапляв на екран, покритий сірчистим цинком. З ударом об екран α -частинки викликали слабкі світлові спалахи — сцинтиляції, які спостерігали за допомогою мікроскопа М (рисунок 9.7). Якщо фольги не було, на екрані спостерігали світлу пляму в центрі.

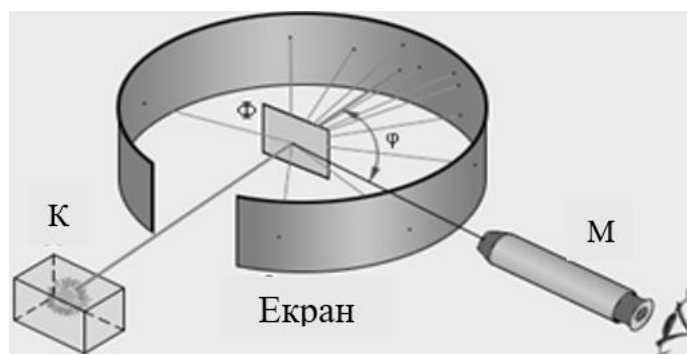


Рисунок 9.7 – Дослід Резерфорда з розсіювання α -частинок

Проникаючи крізь фольгу товщиною близько 1 мкм, α -частинки розсіювалися під різними кутами. В експерименті підраховували кількість частинок, розсіяних під тим чи іншим кутом. Більшість частинок майже не відхилялася від початкового напрямку руху, проте Резерфорд запропонував перевірити наявність α -частинок, що розсіюються під кутами, близькими до 180° (рисунок 9.8).

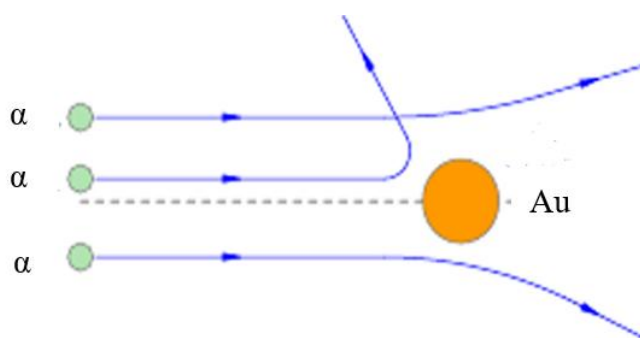


Рисунок 9.8 – Розсіювання α -частинки на ядрі золота Au

Відбивання α -частинок від тонкої фольги, зважаючи на їхню надзвичайно високу швидкість, здавалося неймовірним. Це можна порівняти з очікуванням побачити, як снаряд, випущений у тонкий папір, повертається назад. І все ж таки в 1909 р. Ернест Марсден доповів Ернесту Резерфорду про виявлення частинок, що «поверталися». Такі випадки були рідкісними — приблизно одна частинка з 8000. Це свідчить про те, що α -частинка зустріла на своєму шляху масивну перешкоду з позитивним зарядом — ядро атома. Рідкість таких відхилень вказує на малі розміри цієї перешкоди.

Проходячи через атоми мішені, лише небагато α -частинок потрапляє в масивне ядро, тоді як більшість пролітає на відстані і розсіюється на невеликі кути. Отже, атом переважно складається з «порожнечі», а в його центрі знаходиться ядро, що містить майже всю масу і весь позитивний заряд атома. Ядро виявилось дуже міцним, його не руйнували навіть зіткнення з високошвидкісними α -частинками.

Формула резерфордівського розсіювання допомагає визначити заряд ядра Z для атомів мішені:

$$q = \frac{Ze^2}{\pi\epsilon_0 mv_0^2}, \quad (9.1)$$

де e — заряд електрона;

ϵ_0 — електрична стала;

m — маса електрона.

Виявилось, що число Z дорівнює порядковому номеру елемента в періодичній системі Менделєєва. Отже, перший важливий висновок дослідів Резерфорда полягає в тому, що елементи в періодичній системі розташовані не за зростанням атомної маси, а за збільшенням заряду Ze . Другий важливий висновок стосується розподілу заряду в атомі: багато частинок відхиляються на кути 90° і більше, що свідчить про існування

компактного позитивного ядра. На основі цих результатів Резерфорд запропонував *планетарну модель атома* (рисунок 9.6). У центрі атома розташоване позитивно заряджене ядро розміром приблизно 10^{-15} м. Навколо нього рухаються електрони, маса яких становить незначну частку маси ядра. Сумарний від'ємний заряд електронів компенсує позитивний заряд ядра, а сам атом є електрично нейтральною системою загальних розмірів близько 10^{-10} м.

9.5 Несумісність планетарної моделі атома з уявленнями класичної фізики

Ця модель добре пояснює результати експериментів з α -частинками і дає змогу експериментально визначати заряд ядра. Проте, за законами класичної фізики, така структура атома нестійка: *обертаючись навколо ядра, електрони мають випромінювати енергію, поступово втрачати її і неминуче падати на ядро*. За оцінками, атом мав би зруйнуватися за час приблизно 10^{-8} с.

Резерфорд усвідомлював цю «приреченість» атома і пропонував тимчасово не обговорювати питання його стійкості, вважаючи, що невдовзі наука відкриє нові закономірності. Вирішення проблеми стабільності атома з'явилося в 1913 р. завдяки роботам датського фізика Нільса Бора [7].

Контрольні запитання

- 1 Що таке спектр і які основні види спектрів існують?
- 2 У чому полягають загальні положення теорії спектрів?
- 3 Що таке спектральний аналіз і для чого його використовують?
- 4 Які принципи лежать в основі спектрального аналізу?

- 5 У чому полягає модель атома Томсона?
- 6 Які основні відмінності між моделями атома Томсона і Резерфорда?
- 7 У чому полягала суть дослідів Резерфорда з розсіювання α -частинок?
- 8 Які результати були отримані в досліді Резерфорда?
- 9 Що являє собою планетарна модель атома?
- 10 Чому планетарна модель атома суперечить уявленням класичної фізики?

Лекція 10

МОДЕЛІ АТОМА. АТОМ ВОДНЮ, ЗА ТЕОРІЄЮ БОРА

План лекції

- 10.1 Атом водню у квантовій механіці.
- 10.2 Модель Бора атома водню.
- 10.3 Радіуси орбіт і енергія стаціонарних станів.
- 10.4 Експериментальні підтвердження дискретності енергетичних рівнів.
- 10.5 Значення теорії Бора і її обмеження.

10.1 Атом водню у квантовій механіці

До кінця XIX ст. було накопичено значну кількість експериментальних даних про спектри випромінювання атомів, зокрема водню. Було встановлено, що атоми водню випромінюють світло у вигляді не суцільного спектра, а окремих спектральних ліній. Ці лінії утворюють певні серії в різних ділянках спектра: ультрафіолетовій (серія Лаймана), видимій (серія Бальмера) та інфрачервоній (серія Пашена) (рисунок 10.1).

Першим закономірності спектра водню дослідив швейцарський фізик Йоганн Бальмер у 1885 р. Він емпірично встановив формулу для довжин хвиль видимої частини спектра водню:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, \dots, \quad (10.1)$$

де λ — довжина хвилі світла;

R — стала Рідберга;

n — ціле число (3, 4, 5, ...).

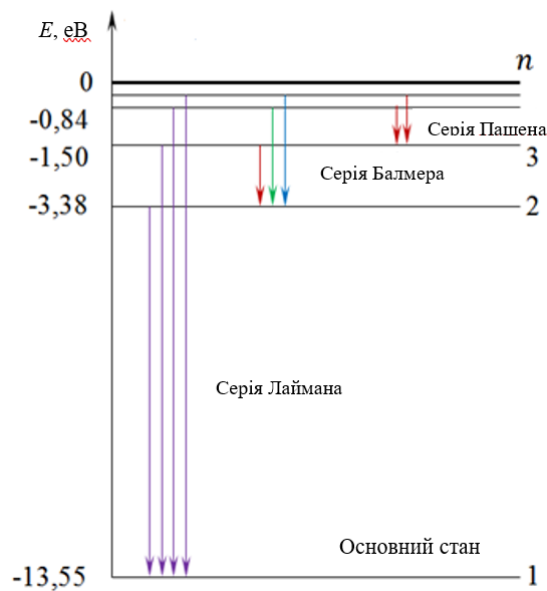


Рисунок 10.1 – Спектральні серії атома водню

Пізніше залежність була узагальнена формулою Рідберга

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (10.2)$$

де R – стала Рідберга ($R \approx 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$);

n – головне квантове число серії;

m – ціле число, причому $m > n$.

Різним значенням числа n відповідають різні серії:

- $n = 1$ — серія Лаймана (ультрафіолетова область);
- $n = 2$ — серія Бальмера (видима область);
- $n = 3$ — серія Пашена (інфрачервона область).

Зі збільшенням m частоти спектральних ліній наближаються до граничного значення, що відповідає межі серії. Це свідчило про дискретність енергетичних станів атома. Граничне значення відповідає енергії, необхідній для відриву електрона від атома.

10.2 Модель Бора атома водню

Емпіричні дані про спектр водню не можна було пояснити класичною фізикою. У 1913 р. датський фізик Нільс Бор запропонував першу некласичну теорію атома, яка пояснювала стабільність атома і закономірності його спектра випромінювання. Основою теорії Бора стали три постулати [9].

Перший постулат (стаціонарні орбіти): атом може знаходитися тільки в деяких стаціонарних станах, кожному з яких відповідає певне значення енергії. У стаціонарних станах атом не випромінює.

Другий постулат (квантування моменту імпульсу): у стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по коловій орбіті (рисунок 10.2), повинен мати дискретні квантовані значення моменту імпульсу, що задовольняють умову

$$mvr_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (10.3)$$

де r_n – радіус n -ї орбіти;

h – стала Планка;

n – головне квантове число.

Третій постулат (випромінювання та поглинання енергії): із переходом електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється (або поглинається) один фотон з енергією, що дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів (рисунок 10.2).

Енергія цього фотона дорівнює різниці енергій між початковим і кінцевим стаціонарними станами:

$$h\nu = W_k - W_n, \quad (10.4)$$

де ν – частота випромінювання;

h – стала Планка;

W_k – енергія початкового стану;

W_n – енергія кінцевого стану.

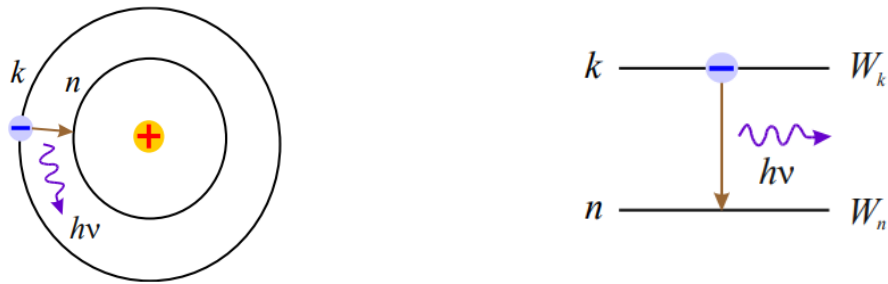


Рисунок 10.2 – Випромінювання енергії з переходами електрона

10.3 Радіуси орбіт і енергія стаціонарних станів

Електрон у полі ядра рухається за законом Кулона:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

З урахуванням квантування моменту імпульсу отримаємо

$$v = \frac{n\hbar}{mr_n},$$

звідки

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{me^2}. \quad (10.5)$$

Радіуси орбіт збільшуються зі зростанням головного квантового числа n . Для $n = 1$ борівський радіус становить $r_1 \approx 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

Внутрішня енергія атома водню

$$W = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Підставивши $v^2 = e^2 / (4\pi\epsilon_0 mr)$, отримуємо

$$W = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (10.6)$$

Підставивши значення r_n , знаходимо енергію стаціонарних станів атома водню

$$W_n = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (10.7)$$

Із формули видно, що W_n набуває лише дискретних значень енергії, оскільки $n = 1, 2, 3, \dots$.

10.4 Експериментальні підтвердження дискретності енергетичних рівнів

Дискретні енергетичні рівні атомів були експериментально підтверджені в дослідах Джеймса Франка і Густава Герца в 1914 р. У їхньому експерименті електрони прискорювалися між катодом і анодом у трубці, заповненій парами ртуті, а струм через трубку вимірювали залежно від прикладеної напруги. На рисунку 10.3 спостерігають характерні стрибки струму за певних значень напруги ($\sim 4,86 \text{ В}$). Ці стрибки пояснюють тим, що

електрони передають атомам ртуті енергію порціями, необхідними для збудження на певний дискретний енергетичний рівень.

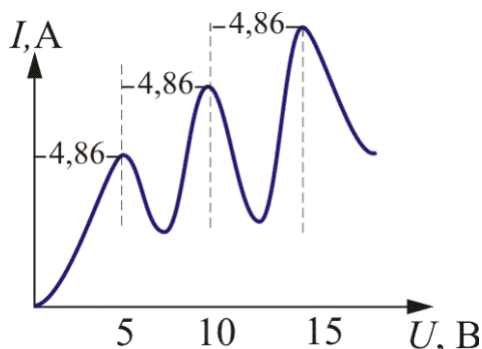


Рисунок 10.3 – Графік залежності струму від напруги в експерименті Франка–Герца

Після такого зіткнення електрони вже не можуть передати додаткову енергію аноду, поки знову не наберуть її, що і зумовлює періодичні зниження та підвищення струму. Отже, експеримент Франка – Герца наочно показав, що атом поглинає енергію тільки порційно, підтверджуючи дискретність енергетичних рівнів атома.

10.5 Значення теорії Бора і її обмеження

Теорія Бора стала важливим етапом у розвитку атомної фізики, показала неспроможність класичної механіки в атомному масштабі та підкреслила роль квантових законів. Разом із тим модель Бора мала обмеження:

- 1 Неможливість застосування до складніших атомів, наприклад гелію.
- 2 Внутрішня суперечність не була послідовно класичною чи квантовою.

3 Після відкриття хвильових властивостей речовини стало зрозуміло, що модель Бора має перехідний етап на шляху до сучасної квантової механіки.

Контрольні запитання

- 1 Що вивчає квантова механіка на прикладі атома водню?
- 2 Яке рівняння описує поведінку електрона в атомі водню?
- 3 Які квантові числа характеризують стан електрона?
- 4 У чому полягає сутність моделі Бора?
- 5 Які основні постулати моделі Бора?
- 6 Як визначають радіуси орбіт електрона в атомі водню?
- 7 Від чого залежить енергія стаціонарних станів?
- 8 о означає дискретність енергетичних рівнів?
- 9 Які експерименти підтверджують існування енергетичних рівнів?
- 10 У чому полягають обмеження та значення теорії Бора?

Лекція 11

КВАНТОВА ТЕОРІЯ АТОМА ВОДНЮ

План лекції

- 11.1 Квантова теорія атома водню.
- 11.2 Потенціальна енергія електрона в атомі.
- 11.3 Квантові числа.
- 11.4 Спін електрона. Дослід Штерна – Герлаха.
- 11.5 Принцип Паулі.
- 11.6 Сучасна теорія періодичної системи елементів.

11.1 Квантова теорія атома водню

Квантово-механічна теорія атома водню є більш точною і повною порівняно з теорією Бора. Вона зберігає головний результат моделі Бора: *електрон може перебувати лише в певних дискретних енергетичних станах. Перехід електрона з одного стану в інший супроводжено поглинанням або випромінюванням фотона з енергією, що дорівнює різниці цих станів.* На відміну від моделі Бора, квантова механіка не описує електрон як частинку, що рухається строго по коловій орбіті. Електрон має хвильові властивості, тому його координати і траєкторія не можуть бути визначені одночасно. Стан електрона описано хвильовою функцією

$$\Psi(r),$$

де r – відстань від ядра.

Для основного стану атома водню хвильова функція має вигляд

$$\Psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_1^3}} e^{-r/r_1},$$

де r_1 – радіус першого енергетичного рівня (стала Бора).

Фізичний зміст має квадрат модуля хвильової функції

$$|\Psi(r)|^2.$$

Це визначає ймовірність виявлення електрона в точці простору. Отже, електрон формує *електронну хмару*, яка для основного стану атома водню є сферично симетричною (рисунок 11.1)



Рисунок 11.1 – Електронна хмара атома водню в основному стані

Електронна хмара не має чіткої межі: ймовірність знайти електрон прямує до нуля лише за $r \rightarrow \infty$.

11.2 Потенціальна енергія електрона в атомі

Розглянемо воднеподібну систему з нерухомим ядром заряду Ze та одним електроном. Потенціальна енергія взаємодії електрона з ядром

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де Z – порядковий номер елемента;

e – заряд електрона;

ϵ_0 – електрична стала;

r – відстань між ядром і електроном.

Стан електрона в атомі описано стаціонарним рівнянням Шредінгера

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0, \quad (11.1)$$

де Ψ – хвильова функція електрона;

m – маса електрона;

E – повна енергія електрона;

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – квантова стала Планка.

Розв’язання дає дискретні енергетичні рівні

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2},$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ – головне квантове число.

У випадку потенційної ями з нескінченно високими стінками розв’язок рівняння Шредінгера для атома водню призводить до появи дискретних енергетичних рівнів $E_1, E_2, E_3 \dots$ (рисунок 11.2). Кожному такому рівню відповідає певний стаціонарний стан електрона. Для $E < 0$ електрон залишається зв’язаним з атомом і може перебувати лише на визначених енергетичних рівнях. Якщо $n \rightarrow \infty$, енергія наближається до нуля, що відповідає межі іонізації атома та переходу електрона у вільний стан. Отже, енергетичний спектр стає неперервним для незв’язаного електрона.

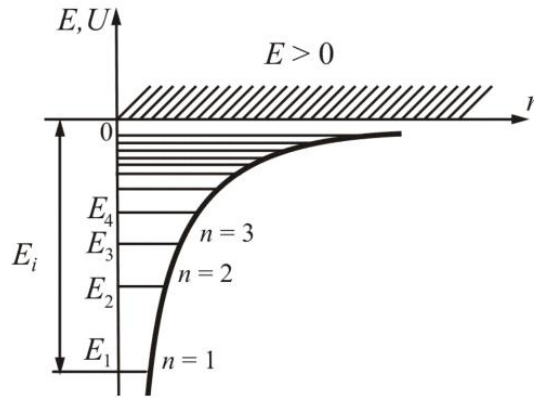


Рисунок 11.2 – Залежність потенціальної енергії електрона від відстані до ядра в атомі водню

Рішення рівняння Шредінгера призводить до таких результатів:

1 Власні функції (ψ -функції), що задовольняють граничні умови, залежать від трьох квантових чисел: n, l, m :

$$\psi_{n,l,m}.$$

2 Якщо $E < 0$, коли електрон є зв'язаним в атомі, значення енергії є квантованими:

$$E = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2},$$

де n – головне квантове число.

3 Момент імпульсу електрона в атомі квантований:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \hbar,$$

де l – орбітальне (азимутальне) квантове число.

4 Можливі лише такі орієнтації моменту імпульсу електрона, за яких його проєкція на напрямок зовнішнього магнітного поля набуває значень, кратних

$$L_z = m \hbar,$$

де m — магнітне квантове число.

Ураховуючи квантовий характер руху електрона в атомі, у сучасних моделях атома використовують поняття електронної хмари. Форма, розміри і просторове розташування електронної хмари визначені квантовими числами.

11.3 Квантові числа

Головне квантове число n визначає середню відстань електрона від ядра, тобто розміри електронної хмари. Для атома водню основне квантове число характеризує енергію електрона. Енергетичні рівні традиційно позначають буквами $K, L, M, N, \dots$ що відповідає $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

	1	2	3	4
n	K	L	M	N

Кожному значенню n відповідає певний енергетичний рівень атома. Чим більше значення n , тим більша середня відстань електрона від ядра і тим більший розмір атома.

Орбітальне квантове число l визначає момент імпульсу електрона і форму електронної хмари. Воно може набувати значень $l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1)$. Момент імпульсу електрона визначають за формулою

$$L = \hbar \sqrt{l(l + 1)}. \quad (11.2)$$

Прийнято позначення

l	0	1	2	3
	s	p	d	f

Кожному значенню l відповідає певна форма електронної хмари (рисунок 11.3).

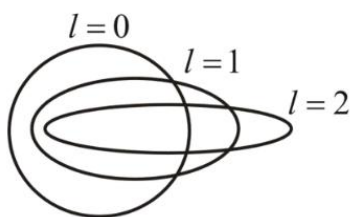


Рисунок 11.3 – Форми s -, p -, d -орбіталей

Магнітне квантове число m визначає орієнтацію електронної хмари в просторі. Воно може набувати значень $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$. Проекцію моменту імпульсу на вісь z визначають за формулою

$$L_z = m\hbar. \quad (11.3)$$

Стан електрона в атомі із заданими квантовими числами n і l позначаються так:

$$l = 0 \rightarrow s;$$

$$l = 1 \rightarrow p;$$

$$l = 2 \rightarrow d.$$

На рисунку 11.4 показано квантування проєкції моменту імпульсу електрона на вісь z для різних значень орбітального квантового числа l .

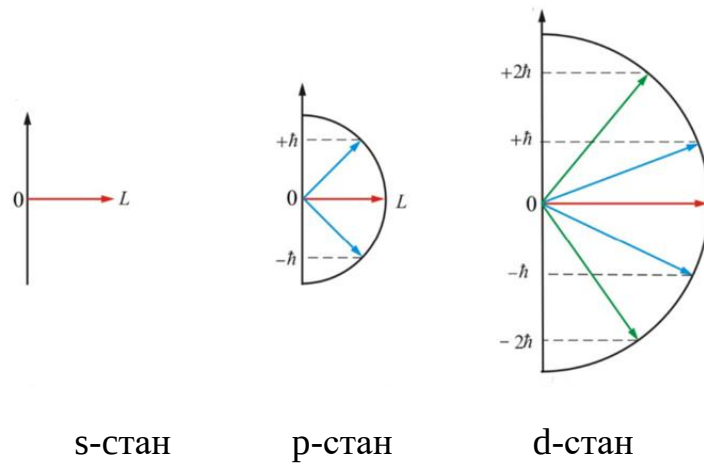


Рисунок 11.4 – Квантування проєкції орбітального моменту імпульсу електрона

Модуль орбітального моменту імпульсу електрона визначають за формулою $L = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, а його проєкція на вісь z може набувати лише дискретних значень

$$L_z = m\hbar,$$

де m – магнітне квантове число.

s-стан: $l = 0, m = 0, L_z = 0$, момент імпульсу не має проєкції на вісь z .

p-стан: $l = 1, m = 0, \pm 1$, можливі три орієнтації моменту імпульсу

$$L_z = 0, \pm\hbar.$$

d-стан: $l = 2, m = 0, \pm 1, \pm 2$, можливі п'ять орієнтацій

$$L_z = 0, \pm\hbar, \pm 2\hbar.$$

Отже, кількість можливих орієнтацій моменту імпульсу в просторі дорівнює $2l + 1$.

11.4 Спін електрона. Дослід Штерна–Герлаха

У квантовій механіці, крім орбітального моменту імпульсу, електрон має власний момент імпульсу, який називають спіном. Гіпотеза про існування спіну була висунута в 1925 р. С. Гаудсмітом і Дж. Уленбеком на основі аналізу спектрів атомів. Експериментальним підтвердженням існування спіну став дослід Штерна–Герлаха, виконаний у 1922 р. [10].

У цьому досліді пучок атомів срібла пропускали через неоднорідне магнітне поле. Згідно з класичною фізикою, на екрані мав утворитися неперервний розподіл частинок. Проте експеримент показав розщеплення пучка на дві окремі компоненти. Це означало, що проєкція власного моменту імпульсу електрона може набувати лише двох дискретних значень. Отже, електрон має власний момент імпульсу — спін, який є внутрішньою властивістю електрона і не пов'язаний із його рухом у просторі. Модуль спінового моменту імпульсу визначають за формулою

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (11.4)$$

де $s = \frac{1}{2}$ — спінове квантове число електрона.

Проєкція спіну на вісь z може набувати значень

$$L_{sz} = m_s \hbar,$$

де $m_s = \pm \frac{1}{2}$ — магнітне спінове квантове число.

Отже, спін електрона може мати лише дві можливі орієнтації у просторі. Спін електрона також пов'язаний із власним магнітним моментом, який визначає поведінку електрона в магнітному полі.

11.5 Принцип Паулі

Принцип Паулі, сформульований Вольфгангом Паулі в 1925 р., є одним із фундаментальних законів квантової механіки. Він встановлює, *що в одному атомі не може існувати двох електронів з однаковим набором чотирьох квантових чисел n, l, m, m_s* . Це означає, що кожен електрон займає свій унікальний квантовий стан, який повністю визначений головним квантовим числом n , орбітальним квантовим числом l , магнітним квантовим числом m і спіновим квантовим числом m_s :

головне квантове число: $n = 1, 2, 3, \dots$;

орбітальне квантове число: $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$;

магнітне квантове число: $m = -l, \dots, +l$;

спінове квантове число: $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$.

Максимальна кількість електронів на енергетичному рівні n визначена за формулою $2n^2$, а на підрівні l – формулою $2(2l + 1)$. На одній орбіталі можуть перебувати лише два електрони з протилежними спінами. Цей принцип пояснює структуру електронних оболонок атомів, впливає на хімічні властивості елементів і забезпечує регулярність періодичної системи (таблиця 11.1).

Наприклад, в атомі кисню $Z = 8$ електрони заповнюють оболонки так: $1s^2 2s^2 2p^4$, і спостерігають строгий розподіл, коли на кожній орбіталі одночасно може бути не більше двох електронів.

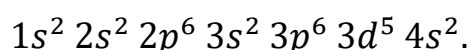
Таблиця 11.1 – Структура електронних оболонок атомів

Оболочка	n	<i>l</i>	m	m _s	Подоболочка
K	1	0 (s)	0	↑↓	K (1s)
L	2	0 (s)	0	↑↓	L ₁ (2s)
		1 (p)	-1	↑↓	L ₂ (2p)
			0	↑↓	
			+1	↑↓	
M	3	0 (s)	0	↑↓	M ₁ (3s)
		1 (p)	-1	↑↓	M ₂ (3p)
			0	↑↓	
			+1	↑↓	
		2 (d)	-2	↑↓	M ₃ (3d)
			-1	↑↓	
			0	↑↓	
			+1	↑↓	
			+2	↑↓	

11.6 Сучасна теорія періодичної системи елементів

Сучасна теорія періодичної системи елементів ґрунтована на квантово-механічному описі атомів. Порядковий номер елемента *Z* визначає кількість електронів у нейтральному атомі, а електронна конфігурація цих електронів пояснює хімічні та фізичні властивості елементів. Заповнення енергетичних рівнів відбувається зі зростанням енергії підрівнів і дотриманням принципу Паулі, який забороняє двом електронам мати однаковий набір чотирьох квантових чисел.

Наприклад, розглянемо атом марганцю (Mn), що має атомний номер 25 (рисунк 11.5). Це означає, що в нейтральному атомі марганцю 25 електронів. Повна електронна конфігурація атома виглядає так:



Перші три рівні (1, 2 і 3) заповнені повністю. На четвертому рівні електрони займають *s*- і *d*-підрівні: $4s^2$ та $3d^5$. Ці валентні електрони

визначають хімічні властивості марганцю, його здатність утворювати різні ступені окиснення (+2, +3, +4, +6, +7).



Рисунок 11.5 – Атом марганцю Mn

Відповідно до квантово-механічного опису, електрони на зовнішньому рівні заповнюють підрівні послідовно, починаючи з менш енергетично вигідного *s*-підрівня, а потім *d*-підрівня. У випадку марганцю це дає змогу пояснити його належність до перехідних металів (*d*-елементів), а також його характерні хімічні властивості, які проявляються в реакціях з іншими елементами. Отже, сучасна квантова теорія періодичної системи показує, що розподіл електронів по рівнях і підрівнях визначає положення елемента в таблиці Менделєєва, його хімічну активність і фізичні властивості.

Контрольні запитання

- 1 У чому принципова відмінність квантово-механічної моделі атома?
- 2 Який фізичний зміст хвильової функції Ψ і величини $|\Psi|^2$?
- 3 Чому електрон у квантовій механіці не рухається визначеною орбітою?
- 4 Який вигляд має потенціальна енергія електрона в кулонівському полі ядра воднеподібного атома?

5 Як із рівняння Шредінгера впливає дискретність енергетичних рівнів атома водню?

6 Що характеризує головне квантове число n і яких значень воно може набувати?

7 Що визначає орбітальне квантове число l і як воно пов'язане з орбітальним моментом імпульсу?

8 Що таке магнітне квантове число m , що означає просторове квантування моменту імпульсу?

9 Скільки можливих орієнтацій у просторі має орбітальний момент імпульсу за заданого l ?

10 Що таке спин електрона, які значення має спінове квантове число s , які можливі проєкції спину?

Лекція 12

ЕЛЕМЕНТИ ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ

План лекції

- 12.1 Будова атомного ядра. Заряд, склад і розмір атомного ядра.
- 12.2 Ізотопи та ізобари.
- 12.3 Еквівалентність маси та енергії. Дефект маси та енергія зв'язку.
- 12.4 Питома енергія зв'язку і стабільність ядер.
- 12.5 Ядерні сили. Властивості ядерних сил.

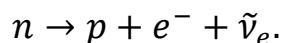
12.1 Будова атомного ядра. Заряд, склад і розмір атомного ядра

Досліджуючи проходження α -частинок крізь тонкі металеві плівки, Е. Резерфорд дійшов висновку, що атом має будову, у якій у центрі розташоване позитивно заряджене ядро, навколо якого рухаються електрони. Ядро складається з двох видів елементарних частинок — *протонів і нейтронів*, які разом називають *нуклонами*. Взаємодія нуклонів у ядрі здійснювана ядерними силами, що на малих відстанях значно перевищують електромагнітні за своєю інтенсивністю.

Після відкриття нейтрона Дж. Чедвіком у 1932 р. була підтверджена протонно-нейтронна модель ядра, запропонована Д. Іваненком і В. Гейзенбергом. Згідно з цією моделлю, *будь-яке атомне ядро утворене протонами і нейтронами, які взаємодіють між собою за допомогою ядерних сил*. Основними характеристиками ядра є кількість нуклонів і їхнє взаємне розташування.

Протон (1_1p) – елементарна частинка, що входить до складу атомного ядра. Він має позитивний електричний заряд $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл а маса $m_p = 1,00728$ а. о. м $\approx 1,6729 \cdot 10^{-27}$ кг. Протон був відкритий Ернестом Резерфордом у 1919 р.

Нейтрон (${}^1_0\text{n}$) – елементарна частинка, що входить до складу атомного ядра. Його маса дорівнює $m_n = 1,00866 \text{ а. о. м} \approx 1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Нейтрон був відкритий Джеймсом Чедвіком у 1932 р. Вільний нейтрон є нестабільним і зазнає β^- -розпаду:



Період напіврозпаду вільного нейтрона становить приблизно 14,7 хв.

Заряд, склад і розмір атомного ядра

Кожне атомне ядро має певну кількість протонів і нейтронів. Кількість протонів у ядрі називають зарядовим числом і позначають літерою Z .

Зарядове число визначає кількість протонів у ядрі та одночасно є порядковим номером хімічного елемента в періодичній системі Менделєєва. Заряд ядра дорівнює

$$Q = Ze,$$

де e – елементарний заряд.

Загальну кількість нуклонів, тобто сума протонів і нейтронів у ядрі, називають *масовим числом* і позначають літерою A

$$A = Z + N, \quad (12.1)$$

де Z – кількість протонів;

N – кількість нейтронів.

Кількість нейтронів у ядрі визначають як різницю між масовим і зарядовим числами:

$$N = A - Z.$$

Атомне ядро позначають символом хімічного елемента з верхнім індексом масового числа та нижнім індексом зарядового числа A_ZX .

Радіус атомного ядра можна оцінити за формулою

$$R = R_0 A^{1/3},$$

де $R_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15} \text{ м}$.

Із цієї формули випливає, що об'єм ядра пропорційний кількості нуклонів, а густина ядерної речовини є практично однаковою для всіх елементів і становить приблизно $(2-3) \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$.

12.2 Ізотопи та ізобари

Оскільки ядра одного і того самого хімічного елемента можуть відрізнятися кількістю нейтронів, виникає поняття ізотопів.

Ізотопами називають атоми з однаковим зарядовим числом, але різною кількістю нейтронів у ядрі. Наприклад, ядра протію, дейтерію і тритію мають однакове зарядове число, але відрізняються масовим числом

${}^1_1\text{H}$ — протій ($Z = 1, N = 0$),

${}^2_1\text{H}$ — дейтерій ($Z = 1, N = 1$),

${}^3_1\text{H}$ — тритій ($Z = 1, N = 2$).

Через різницю в кількості нейтронів ізотопи одного елемента можуть мати різну масу. Ізотопи мають однакові хімічні властивості, але різні фізичні.

Окрім ізотопів, у ядерній фізиці розрізняють *ізобари* – ядра з однаковим масовим числом, але різними зарядовими числами, наприклад ${}^{40}_{18}\text{Ar}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$. Ядерні розміри надзвичайно малі.

Радіус ядра описано формулою

$$R = R_0 A^{1/3},$$

де R_0 – стала величина, що має порядок 10^{-15} м.

Це означає, що зі збільшенням кількості нуклонів розміри ядра зростають повільно. Незважаючи на різні розміри ядер, густина ядерної речовини практично однакова для всіх елементів.

12.3 Еквівалентність маси та енергії. Дефект маси та енергія зв'язку

Еквівалентність маси та енергії – фізична концепція теорії відносності, за якою повна енергія фізичного об'єкта дорівнює його масі, помноженій на розмірний множник квадрата швидкості світла у вакуумі. Цей зв'язок виражено відомою формулою

$$E = mc^2, \quad (12.2)$$

де E – енергія;

m – маса;

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі.

Із цієї формули випливає, що навіть дуже мала маса відповідає величезній енергії.

Дефект маси та енергія зв'язку

У ядерних реакціях частина маси ядра перетворюється на енергію. Цей принцип безпосередньо застосовано в ядерній фізиці. Наприклад, маса атомного ядра $m_{\text{я}}$ завжди менша за суму мас його окремих нуклонів:

$$m_{\text{я}} < Zm_p + Nm_N.$$

Різницю між сумою мас нуклонів і масою ядра називають *дефектом маси*

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m_{\text{я}}, \quad (12.3)$$

де $m_{\text{я}}$ – маса ядра (додаток E).

Енергія зв'язку – це енергія, необхідна для розщеплення ядра на окремі нуклони

$$E_{\text{зв}} = \Delta mc^2, \quad (12.4)$$

де Δm – дефект маси.

У ядерній фізиці для зручності зазвичай використовують атомні одиниці маси (а.о.м.) для маси і Мегаелектрон-вольти (MeV) для енергії. У цьому випадку енергію зв'язку обчислюють за формулою

$$E_{\text{зв}} = \Delta mk, \quad (12.5)$$

де $k = 931,5 \frac{\text{MeV}}{\text{а.о.м}}$ - коефіцієнт пропорційності.

12.4 Питома енергія зв'язку і стабільність ядер

У попередньому пункті ми розглянули, як дефект маси ядра перетворюється на енергію зв'язку. Ця енергія показує, наскільки міцно нуклони зв'язані в ядрі. Однак для порівняння ядер різної маси зручно використовувати величину, яка показує енергію зв'язку на один нуклон. Таку величину називають *питомою енергією зв'язку*

$$E_{\text{пит}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A}, \quad (12.6)$$

де A – масове число ядра,

що характеризує міцність ядра: чим більша питома енергія зв'язку, тим стабільніше ядро (рисунок 12.1).

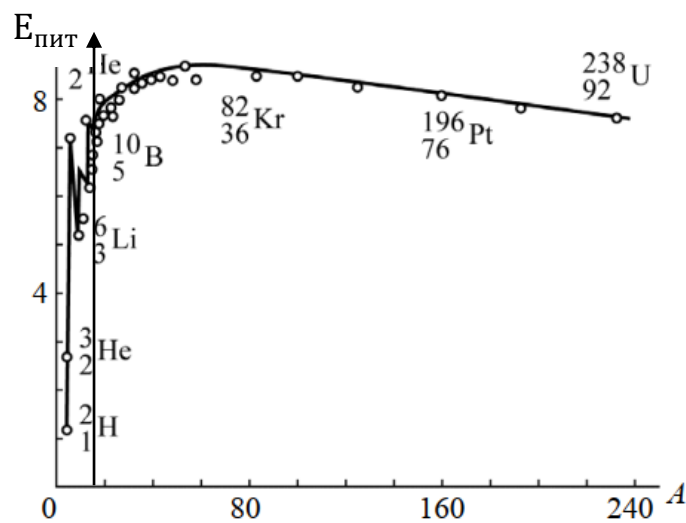


Рисунок 12.1 – Залежність енергії зв'язку, що припадає на один нуклон, від масового числа A

Найміцніше пов'язані нуклони мають ядра з масовими числами приблизно 50–60 (елементи від хрому до цинку), де питома енергія зв'язку досягає близько 8,7 Мев/нуклон. Чим більша енергія зв'язку на один нуклон, тим стабільніше ядро.

Найбільшу питому енергію зв'язку мають ядра середньої маси, тому легкі ядра можуть виділяти енергію під час злиття (термоядерного синтезу), а важкі — під час поділу. У цих процесах виділяється величезна кількість енергії. На сьогодні для отримання енергії використовують як реакції поділу, так і реакції злиття.

12.5 Ядерні сили. Властивості ядерних сил

Між нуклонами в ядрі діють сили, які значно перевищують кулонівські сили відштовхування між протонами. Ці сили називають *ядерними силами*. Експериментально доведено, що ядерні сили набагато сильніші за електромагнітні та гравітаційні взаємодії і є проявом сильних взаємодій.

Основні властивості ядерних сил:

- 1 Ядерні сили є *зарядово незалежними*, тобто їхня величина і характер взаємодії не залежать від електричного заряду нуклонів.
- 2 Ядерні сили є *короткодійними*, тобто діють лише на відстанях приблизно 10^{-15} м. На дуже малих відстанях ($< 10^{-15}$ м) ядерні сили приблизно в 100 разів сильніші за кулонівські сили між протонами на тих самих відстанях, а зі збільшенням відстані швидко зменшуються до нуля.
- 3 Ядерні сили *незалежні від заряду* нуклонів, тобто однакові між двома протонами, між двома нейтронами та між протоном і нейтроном.
- 4 Ядерні сили не є центральними. Їх не можна вважати спрямованими вздовж прямої, що з'єднує центри взаємодіючих нуклонів.
- 5 Ядерні сили мають *властивість насичення*, тобто кожен нуклон взаємодіє лише з певною кількістю найближчих нуклонів. Це проявляється в тому, що питома енергія зв'язку нуклонів у важких ядрах (якщо $Z > 50$) зі збільшенням масового числа A залишається приблизно сталою (близько 8 MeV), а не зростає.

Контрольні запитання

- 1 Що входить до складу атомного ядра та які частинки називають нуклонами?
- 2 Чим визначено електричний заряд атомного ядра?
- 3 Як змінюється розмір ядра зі збільшенням масового числа?
- 4 Що таке ізографи та чим вони відрізняються між собою?
- 5 Які ядра називають ізобарами?
- 6 У чому полягає принцип еквівалентності маси та енергії?
- 7 Що таке дефект маси ядра і як він виникає?
- 8 Як визначають енергію зв'язку ядра та який її фізичний зміст?
- 9 Що показує питома енергія зв'язку і як вона пов'язана зі стабільністю ядра?
- 10 Які основні властивості ядерних сил?

Лекція 13

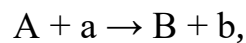
РАДІОАКТИВНІСТЬ

План лекції

- 13.1 Ядерні реакції. Типи ядерних реакцій.
- 13.2 Енергетичний вихід ядерних реакцій
- 13.3 Радіоактивність. Радіоактивні перетворення атомних ядер.
- 13.4 α –розпад, β – розпад, K – захоплення, γ -промені.
- 13.5 Закон радіоактивного розпаду.

13.1 Ядерні реакції. Типи ядерних реакцій

Ядерні реакції – це процес взаємодії атомного ядра з іншим ядром або елементарною частинкою, який супроводжує зміна складу і структури ядра. Ядерні реакції є основним методом вивчення будови атомних ядер і їхніх властивостей. Ядерну реакцію зазвичай записують як



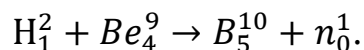
де A – ядро-мішень;

a – бомбардуюча частинка;

B – нове ядро;

b – частинка, яка вилітає.

Наприклад,



Усі ядерні реакції відбуваються відповідно до основних законів збереження. Це означає, що під час реакції не змінюються електричний

заряд, баріонне та лептонне числа, енергія та імпульс. Ці величини залишаються однаковими до і після реакції, змінюється лише склад і стан частинок.

Типи ядерних реакцій

Ядерні реакції можуть відбуватися по-різному залежно від енергії частинок і характеру їхньої взаємодії з ядром. За механізмом перебігу та результатами взаємодії розрізняють кілька основних типів ядерних реакцій.

1 *Пружне і непружне розсіювання.* За непружного розсіювання ядро отримує енергію і переходить у збуджений стан, а потім повертається в нормальний стан, випромінюючи γ -квант (рисунок 13.1).

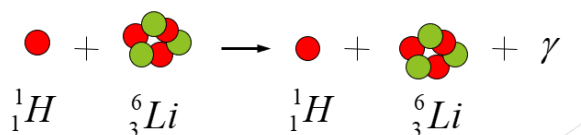
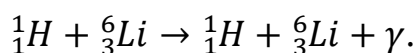


Рисунок 13.1 – Пружне і непружне розсіювання



При цьому склад ядра не змінюється, змінюється тільки його енергія.

2 *Реакція захоплення.* Ядро поглинає бомбардуючу частинку і перетворюється на нове, важче ядро (рисунок 13.2).

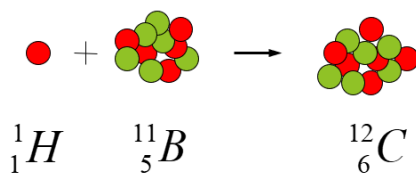
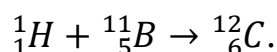


Рисунок 13.2 – Реакція захоплення



3 *Реакція з випромінюванням частинок.* Ядро поглинає частинку і випромінює одну або кілька частинок (протони, нейтрони, дейтрони, α -частинки) (рисунок 13.3).

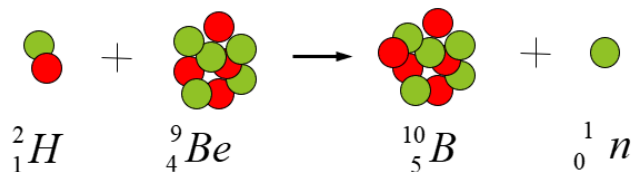
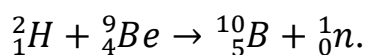


Рисунок 13.3 – Реакція з випромінюванням частинок



4 *Реакція розщеплення ядра.* Із бомбардуванням ядра частинками великої енергії воно може розщеплюватися на кілька частин (рисунок 13.4).

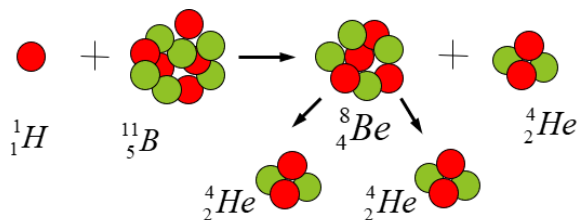
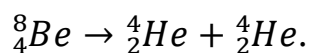
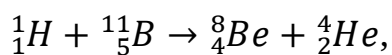


Рисунок 13.4 – Реакція розщеплення ядра



Отже, різні типи ядерних реакцій відрізняються характером змін, що відбуваються з ядром під час взаємодії з частинками.

13.2 Енергетичний вихід ядерних реакцій

Під час ядерної реакції частина маси перетворюється на енергію, за формулою Ейнштейна [6]:

$$\Delta E = \Delta m c^2,$$

де ΔE – виділена енергія;

Δm – дефект маси;

c – швидкість світла.

Енергетичний вихід ядерної реакції – це кількість енергії, яка виділяється або поглинається під час реакції і визначена різницею мас частинок до реакції і після неї:

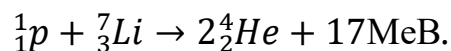
$$Q = (m_1 - m_2)c^2, \quad (13.1)$$

де m_1 – сумарна маса частинок до реакції;

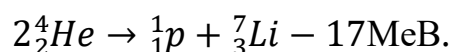
m_2 – сумарна маса частинок після реакції;

c – швидкість світла.

Екзотермічна реакція – це реакція, під час якої маса продуктів менша за масу вихідних частинок, а різниця перетворюється на енергію:



Ендотермічна реакція – маса продуктів більша за масу вихідних частинок, тому для реакції потрібна додаткова енергія.



13.3 Радіоактивність. Радіоактивні перетворення атомних ядер

Радіоактивність – це здатність нестійких атомних ядер самовільно перетворюватися на ядра інших елементів із випромінюванням частинок та енергії. Ядро, що зазнає перетворення, називають *материнським*, а утворене — дочірнім (рисунок 13.5).

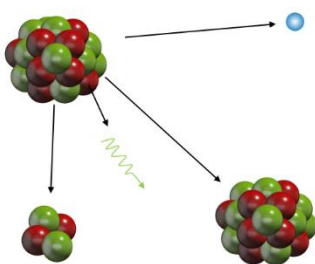


Рисунок 13.5 – Ядерне перетворення з випромінюванням частинок

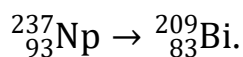
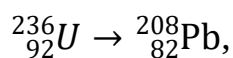
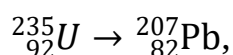
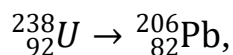
Природну радіоактивність відкрив у 1896 р. Анрі Беккерель, встановивши, що солі урану самочинно випромінюють невидиме проникаюче випромінювання. *Штучну радіоактивність* у 1934 р. відкрили Ірен і Фредерік Жоліо-Кюрі. Вони довели можливість створення радіоактивних ізотопів штучним шляхом. Радіоактивними є всі нукліди з порядковим номером, більшим за 82 (після свинцю). За своєю природою радіоактивність не відрізняється від розпаду складових ядер і являє собою окремий випадок ядерних реакцій. До радіоактивних належать усі ядра з часом життя від 10^{-9} с до 10^{22} с.

До основних видів радіоактивних перетворень належать α -розпад, β -розпад (електронний β^- -розпад і позитронний β^+ -розпад), К-захоплення (захоплення ядром орбітального електрона), спонтанний поділ атомних ядер, а також протонний і двопротонний розпади та інші процеси.

У випадку β -розпаду відносно великий час життя ядер пояснюють природою слабкої взаємодії, яка відповідає за цей процес. Інші види

радіоактивних перетворень зумовлені сильною ядерною взаємодією. Уповільнення таких процесів пов'язане з існуванням потенціальних бар'єрів, які перешкоджають вилітання частинок із ядра.

Радіоактивні перетворення часто супроводжені γ -випромінюванням, що виникає внаслідок переходів ядра між різними квантовими енергетичними станами. У природі існують чотири основні радіоактивні ряди:



Важливою особливістю радіоактивності є те, що зовнішні умови (тиск, температура, хімічні реакції тощо) практично не впливають на швидкість радіоактивних перетворень, оскільки всі процеси відбуваються всередині атомних ядер.

13.4 α – розпад, β – розпад, K – захоплення, γ – промені

α -розпадом називають процес випромінювання радіоактивним ядром α -частинки, яка є ядром ізотопу гелію ${}^4_2\text{He}$ і складається з двох протонів і двох нейтронів. Із α -розпадом масове число ядра зменшується на чотири, а зарядове число — на два (правило Содді):



де ${}_Z^AX$ – материнське радіоактивне ядро;

${}_{Z-2}^{A-4}Y$ – дочірнє ядро.

α -частинка має додатний електричний заряд $+2e$ і масу $m_\alpha = 6,644 \cdot 10^{-27}$ кг. Спін α -частинки та її магнітний момент дорівнюють нулю. Енергія зв'язку становить $E_{зв} = 28,11$ МеВ, що свідчить про високу стабільність цієї частинки. α -частинки мають високу іонізаційну здатність, але малу проникну здатність. У повітрі вони можуть проходити лише кілька сантиметрів і затримуються навіть аркушем паперу або верхнім шаром шкіри (рисунок 13.6).

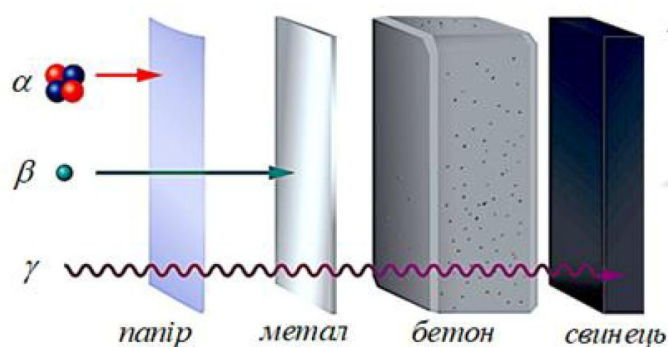
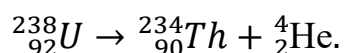


Рисунок 13.6 – Захист від випромінювання α -, β -, γ -променів

Швидкість руху α -частинок становить приблизно $(1-2) \cdot 10^7$ м/с. Кінетична енергія α -частинок зазвичай лежить у межах від 1,8 до 11,6 МеВ. Спектр α -випромінювання є лінійчатим, тобто складається з дискретних енергетичних ліній, які відповідають переходам дочірнього ядра на різні енергетичні рівні. α -випромінювання виникає під час радіоактивного розпаду важких ядер, наприклад урану (рисунок 13.7) [10].



Теорію α -розпаду вперше запропонував Г. Гамов (1927 р.). У ній α -частинку розглядають як частинку, що рухається в потенціальній ямі з кулонівським бар'єром. Оскільки енергія α -частинки (4–10 МеВ) значно

менша за висоту кулонівського бар'єра (25–30 MeV), її виліт із ядра можливий лише завдяки квантовому тунельному ефекту.

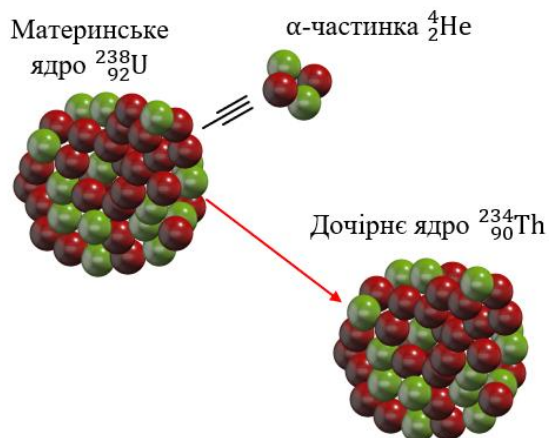


Рисунок 13.7 – α – розпад

Сучасні моделі показують, що α -частинка не існує в ядрі постійно, а утворюється з певною ймовірністю на поверхні ядра безпосередньо перед випромінюванням.

β -розпад – це спонтанне перетворення атомного ядра, під час якого масове число A не змінюється, а зарядове число Z змінюється на ± 1 . β -розпад відбувається за рахунок слабкої взаємодії. Існує два основні типи β -розпаду: β^- -розпад і β^+ -розпад.

Електронний β^- -розпад

Під час електронного β^- -розпаду ядро випромінює електрон і антинейтрино, при цьому зарядове число ядра збільшується на одиницю:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}, \quad (13.3)$$

де $\bar{\nu}$ — антинейтрино.

Цей процес пояснюють перетворенням нейтрона на протон:

$${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e + \bar{\nu}_e.$$

Наприклад (рисунок 13.8),

$${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{91}^{234}\text{Pa} + e^- + \bar{\nu}.$$

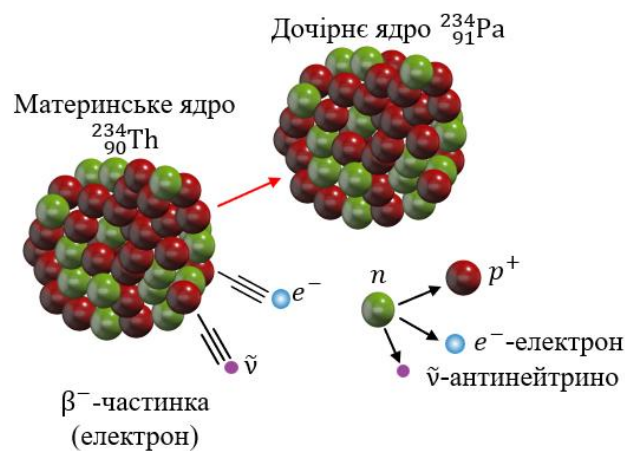


Рисунок 13.8 – β^- -розпад

Енергія, що виділяється при цьому процесі, становить приблизно 0,782 MeV [10].

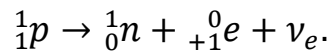
Позитронний β^+ -розпад

Під час β^+ -розпаду ядро випромінює позитрон (античастинку електрона) і нейтрино, при цьому зарядове число зменшується на одиницю:

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + e^+ + \nu, \quad (13.4)$$

де ν – нейтрино.

Цей процес відповідає перетворенню протона на нейтрон:



Наприклад (рисунок 13.9),

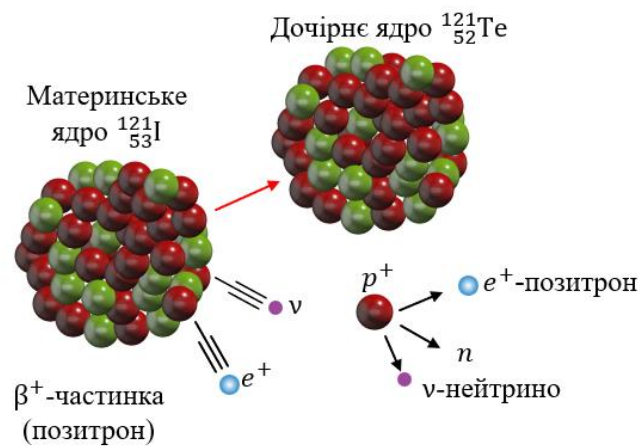
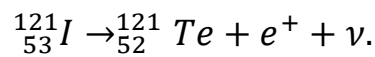
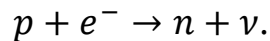


Рисунок 13.9 – β^+ -розпад

Спектр β -випромінювання є суцільним, що пояснюють розподілом енергії між електроном (або позитроном) і нейтрино. Енергія, що виділяється під час β -розпаду, лежить у межах від 0,019 MeV до 16,6 MeV. Період напіврозпаду ядер для β -розпаду може змінюватися від 10^{-2} с до $4 \cdot 10^{12}$ років. β -частинки мають більшу проникну здатність, ніж α -частинки, і можуть бути поглинуті шаром алюмінію товщиною приблизно 2 мм (рисунок 13.6). Під час β -розпаду завжди випромінюються нейтрино або антинейтрино — дуже легкі електрично нейтральні частинки, існування яких було введене для пояснення законів збереження енергії та імпульсу.

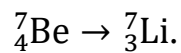
К-захоплення (електронний захоплення)

К-захоплення – це процес, під час якого ядро атома захоплює один з електронів внутрішньої електронної оболонки атома, найчастіше з К-шару (іноді L-шару). У результаті цього протон у ядрі перетворюється на нейтрон, а випромінюється нейтрино:



При цьому зарядове число ядра зменшується на одиницю, а масове число не змінюється. Електронне захоплення супроводжено характеристичним рентгенівським випромінюванням, яке виникає під час заповнення вакансії у внутрішній електронній оболонці.

Прикладом К-захоплення є розпад ізотопу берилію:



Період напіврозпаду цього ізотопу становить 53,6 дня.

γ-випромінювання – це електромагнітне випромінювання, яке виникає під час переходу атомного ядра зі збудженого стану в більш низький енергетичний стан. У цьому процесі кількість протонів і нейтронів у ядрі не змінюється, тому масове число A і зарядове число Z залишаються сталими. Спектр γ -випромінювання є дискретним (лінійчатим), що пов'язано з квантуванням енергетичних рівнів у ядрі. Під час переходу між цими рівнями ядро випромінює γ -кванти — фотони дуже високої енергії. Енергія γ -квантів, що випромінюють атомні ядра, зазвичай лежить у межах від 10 кеВ до 5 МеВ, а довжина хвилі становить приблизно від 10^{-11} до 10^{-13} м.

Процес випромінювання γ -кванта супроводжено передаванням імпульсу всьому ядру, а не окремому нуклону. Тому γ -випромінювання є внутрішньоядерним процесом. Воно має велику проникну здатність і може

проходити через значні товщі речовини; для його ефективного поглинання використовують матеріали з великою густиною, наприклад свинець або бетон (рисунок 13.6).

13.5 Закон радіоактивного розпаду

Нехай N_0 — початкова кількість ядер у момент часу $t = 0$, а N — кількість атомів, що не розпалися, у момент часу t . Закон радіоактивного розпаду виражено формулою

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (13.5)$$

де λ — стала розпаду.

Цей закон показує, що кількість ядер, які не розпалися, зменшується експоненціально з часом (рисунок 13.10).

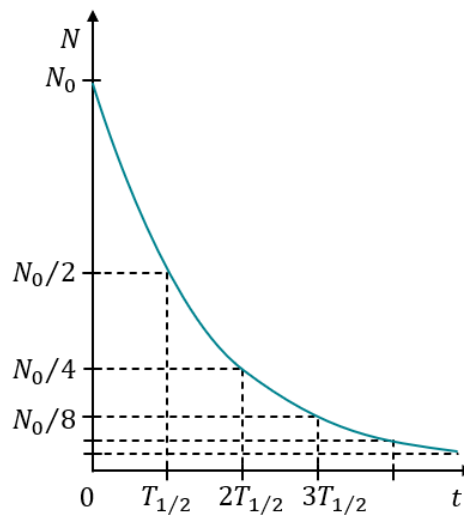


Рисунок 13.10 – Залежність кількості ядер N від часу t

Кількість ядер, що розпалися за час t , визначають за формулою

$$N_0 - N = N_0 [1 - e^{-\lambda t}]. \quad (13.6)$$

Час, за який розпадається половина початкової кількості ядер, називають **періодом напіврозпаду** T

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T},$$

звідки

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}. \quad (13.7)$$

Для відомих радіоактивних ядер значення T варіюється від $3 \cdot 10^{-7}$ с до $5 \cdot 10^{15}$ років (додаток II). Розглянемо кількість ядер, які розпадаються у проміжок часу від t до $t + dt$:

$$dN(t) = \lambda N(t) dt.$$

Час життя кожного з цих ядер дорівнює t . Суму часу життя всіх ядер N_0 отримуємо інтегруванням виразу $t |dN(t)|$. Поділивши суму на початкову кількість ядер N_0 , отримуємо середній час життя τ радіоактивного ядра

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t |dN(t)| = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt.$$

Виконавши інтегрування за змінною $x = \lambda t$, отримуємо

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Активністю A радіоактивного препарату називають кількість розпадів за одиницю часу. Якщо за час dt розпадається dN ядер, то

$$A = \frac{dN_{\text{розп}}}{dt}. \quad (13.8)$$

За законом розпаду,

$$dN_{\text{розп}} = dN = \lambda N dt \Rightarrow A = \lambda N.$$

У системі СІ одиницею активності є бекерель (Бк) — один розпад за секунду.

$$1 \text{ Бк} = 1 \text{ розпад/с.}$$

Також використовують несистемні одиниці: розпади за хвилину та кюрі (Ки):

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ розпад/с.}$$

Статистичний закон радіоактивного розпаду за наявності великої кількості радіоактивних атомів є практично абсолютно точним законом. За його принципом працюють «атомні годинники», які використовують, наприклад, у геології та археології для вимірювання віку гірських порід і предметів діяльності давньої людини. «Атомними годинами», наприклад, для визначення віку Землі можуть бути довго живучі ядра $^{238}_{92}\text{U}$ (період напіврозпаду $4,56 \cdot 10^9$ років) і $^{232}_{90}\text{Th}$ (період напіврозпаду $14 \cdot 10^9$ років). На сьогодні такий метод дає вік Землі $\sim 4,5 \cdot 10^9$ років.

Контрольні запитання

- 1 Що таке ядерні реакції та чим вони відрізняються від хімічних реакцій?
- 2 Які основні типи ядерних реакцій існують?
- 3 Що таке енергетичний вихід ядерної реакції і як його визначають?
- 4 Чому в ядерних реакціях виділяється або поглинається велика кількість енергії?
- 5 Що таке радіоактивність і які її основні види?
- 6 Що відбувається з ядром атома під час α -розпаду?
- 7 Як відбувається β -розпад і які його різновиди існують?
- 8 Що таке К-захоплення і за яких умов воно відбувається?
- 9 Що являє собою γ -випромінювання і коли воно виникає?
- 10 У чому полягає закон радіоактивного розпаду та що він описує?

Список літератури

- 1 Загальний курс фізики / за ред. І. М. Кучерука. Київ: Техніка, 1999. Т. 1. 565 с.
- 2 Яворський Б. М., Детлаф А. А., Лебедєв А. К. Довідник з фізики. Тернопіль: «Навчальна книга-Богдан», 2007. 1040 с.
- 3 Стороженко В. О. Конспект лекцій з дисципліни «Фізика» для студентів денної форми навчання напряму 121. Інженерія програмного забезпечення [Електронне видання]. Харків: ХНУРЕ, 2020. 140 с.
- 4 Гресь В., Глейзер Н., Наземцева Л. Коливання і хвилі: конспект лекцій. Харків: УкрДУЗТ, 2023. 72 с.
- 5 Пойда В. П. Загальна фізика: «Механіка»: конспект лекцій. Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2011. 280 с.
- 6 Стадник В. Й. Оптика: навч. посіб. Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2008. 360 с.
- 7 Лисенко О. В. Фізика: конспект лекцій. Суми: Вид-во СумДУ, 2010. Ч. 2. 242 с.
- 8 Фізика: навч. посіб. для інж. спец. / В. В. Бойко, Я. О. Гуменюк, М. В. Малюта та ін. Київ: НУБіП України, 2022. 631 с.
- 9 Попов А. В., Вовк Р. В., Білецький В. І. Оптика: навч. посіб. Вид. 2-ге. Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2018. 100 с.
- 10 Галуцак І. В., Любченко О. А. Посібник з фізики: навч. посіб.: у 3-х ч. для студ. першого бакалаврського рівня освіти усіх техн. спец. Ч. 3. Оптика. Атомна і ядерна фізика / за ред. О. А. Любченко. Харків: НТУ «ХПІ», 2025. 359 с
- 11 Котвицька К. А., Котвицький А. Т., Самойлов О. В. Квантова оптика. Атомна і ядерна фізика: метод. вказівки до практ. занять з дисц. «Фізика». Харків: УкрДУЗТ, 2021. Ч. 3. 55 с.

ДОДАТОК А

Основні фізичні постійні

Фізична постійна	Загальне позначення	Значення величини
Прискорення вільного падіння	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Постійна Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Швидкість світла у вакуумі	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Стала Стефана – Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$
Стала Віна	b	$2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала другого закону Віна	b	$1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/м}^3 \text{К}^5$
Постійна Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Одиниця енергії – електрон-вольт	1 еВ	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Комптонівська довжина хвилі	λ_{κ}	2,426 пм

ДОДАТОК Б

Множники і префікси для утворення десяткових кратних і часткових одиниць і їхні назви

Множник	Префікс	Позначення	Множник	Префікс	Позначення
Піко	П	10^{-12}	Тера	Т	10^{12}
Нано	Н	10^{-9}	Гіга	Г	10^9
Мікро	мк	10^{-6}	Мега	М	10^6
Мілі	М	10^{-3}	кіло	К	10^3
Санті	С	10^{-2}	гекто	Г	10^2
Деци	Д	10^{-1}	дека	Да	10^1

ДОДАТОК В

Густина деяких газів за нормальних умов

Газ	Густина ρ , кг/м ³	Газ	Густина ρ , кг/м ³
Азот	1,25	Кисень	1,43
Гелій	0,18	Водень	0,09
Аргон	1,78	Повітря	1,2

ДОДАТОК Г

Густина деяких рідин (за температури 15 °С)

Рідина	Густина ρ , кг/м ³	Рідина	Густина ρ , кг/м ³
Вода чиста	1000	Гліцерин	1260
Вода морська	1030	Спирт	790
Масло оливкове	96	Ефір	800
Бензин	900	Ртуть	13600

ДОДАТОК Д

Густина деяких твердих тіл ($P = 1,01 \cdot 10^5$ Па; $T = 273$ К)

Тверде тіло	Густина, кг/м ³	Тверде тіло	Густина $\rho \cdot 10^3$, кг/м ³
Алюміній	2700	Мідь	8900
Залізо	7800	Сталь	7800
Срібло	10500	Вольфрам	19300
Вапняк	3000	Корок	240
Золото	19300	Свинець	11300
Лід	900	Хром	7200

ДОДАТОК Е

Маса покою елементарних частинок

Назва елементарної частинки	кг	а.о.м	MeV
Електрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	0,511
Протон	$1,6729 \cdot 10^{-27}$	1,00728	938,3
нейтрон	$1,6749 \cdot 10^{-27}$	1,00866	939,6

ДОДАТОК Ж

Робота виходу A електронів із металу, eВ

Метал	Робота виходу A	Метал	Робота виходу A	Метал	Робота виходу A
Алюміній	4,25	Золото	4,3	Натрій	2,35
Барій	2,49	Індій	3,8	Нікель	4,5
Берилій	3,92	Калій	2,22	Олово	4,38
Бор	4,5	Кальцій	2,8	Платина	5,32
Ванадій	4,12	Кобальт	4,41	Родій	4,75
Вісмут	4,4	Кремній	4,8	Меркурій	4,52
Вольфрам	4,54	Літій	2,38	Свинець	4,0
Галій	3,96	Магній	3,64	Срібло	4,3
Германій	4,76	Мідь	4,4	Карбон	4,7
Залізо	4,31	Молібден	4,3	Хром	4,58
Цезій	2,7	Цинк	4,24	Уран	3,3

ДОДАТОК И

Періоди піврозпаду деяких ізотопів

Натрій	$^{24}_{11}Na$	15,3 год
Магній	$^{27}_{12}Na$	10 хв
Фосфор	$^{32}_{15}P$	14,3 діб
Кальцій	$^{45}_{20}Ca$	164 доби
Стронцій	$^{90}_{38}Sr$	28 років
Іод	$^{131}_{53}I$	8 діб
Полоній	$^{210}_{84}Po$	138 діб
Радій	$^{226}_{88}Ra$	1620 років
Торій	$^{229}_{90}Th$	7000 років
	$^{234}_{90}Th$	24 доби
Уран	$^{235}_{92}U$	$7,1 \cdot 10^8$ років
	$^{238}_{92}U$	$4,5 \cdot 10^9$ років

ДОДАТОК К

Маса деяких нейтральних атомів

Елемент	Символ хімічного елементу	Маса (а. о. м)	Елемент	Символ хімічного	Маса (а. о. м)
Гідроген	${}^1_1\text{H}$	1,00783	Берилій	${}^7_4\text{Be}$	7,01693
	${}^2_1\text{H}$	2,01410		${}^8_4\text{Be}$	8,00531
	${}^3_1\text{H}$	3,01605		${}^{10}_4\text{Be}$	10,01354
Гелій	${}^3_2\text{He}$	3,01602	Літій	${}^6_3\text{Li}$	6,01513
	${}^4_2\text{He}$	4,00260		${}^7_3\text{Li}$	7,011601
Бор	${}^9_5\text{B}$	9,01333	Нітроген	${}^{13}_7\text{N}$	13,00574
	${}^{10}_5\text{B}$	10,01294		${}^{14}_7\text{N}$	14,00307
	${}^{11}_5\text{B}$	11,00931		${}^{15}_7\text{N}$	15,00011
Карбон	${}^{10}_6\text{C}$	10,00168	Оксиген	${}^{16}_8\text{O}$	15,99491
	${}^{12}_6\text{C}$	12,00000		${}^{17}_8\text{O}$	16,99913
	${}^{13}_6\text{C}$	13,00335		${}^{18}_8\text{O}$	17,99916
	${}^{14}_6\text{C}$	14,00324	Фосфор	${}^{31}_{15}\text{P}$	30,97376
Алюміній	${}^{30}_{13}\text{Al}$	29,99817	Кремній	${}^{31}_{14}\text{Si}$	30,97376
Калій	${}^{41}_{19}\text{K}$	40,96184	Кальцій	${}^{44}_{20}\text{Ca}$	43,95549

ОСНОВИ ФІЗИКИ.
КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ.
КВАНТОВА ОПТИКА. ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

Конспект лекцій

Частина 3

Відповідальна за випуск Котвицька К. А.

Редактор Ібрагімова Н. В.

Підписано до друку 01.06.2026 р.

Умовн. друк. арк. 9,5. Тираж . Замовлення № .

Видавець та виготовлювач Український державний університет
залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.