

ЛАБЕНКО Д. П., к.т.н., доцент

(Український державний університет залізничного транспорту)

**Використання алгоритму Дейкстри для оптимізації задач управління та планування перевезень у навчальному процесі**

**Анотація.** У статті розглядаються можливості застосування алгоритмів теорії графів для розв'язання задач управління та планування транспортних перевезень у навчальному процесі підготовки фахівців з інформаційних технологій, автоматизації та логістики. Проаналізовані особливості використання алгоритму пошуку найкоротшого шляху (алгоритм Дейкстри), для оптимізації маршрутів у транспортних мережах. Розглянута математична модель транспортної мережі у вигляді зваженого графа, де вершини відповідають транспортним вузлам, а ребра – можливим маршрутам переміщення з певними ваговими характеристиками. Наведений алгоритмічний опис процедури знаходження оптимального маршруту та приклад розрахунку найкоротшого шляху між пунктами мережі. Показано доцільність використання таких моделей у навчальному процесі для формування у студентів практичних навичок моделювання транспортних систем та застосування алгоритмів оптимізації. Наведений приклад використання алгоритму Дейкстри в курсах комп'ютерного моделювання, дискретної математики та інформаційних технологій з використанням пакету MATLAB.

**Ключові слова:** алгоритм Дейкстри, графова модель, моделювання, навчальний процес, оптимізація маршрутів, планування перевезень, транспортна мережа.

**Постановка проблеми**

Сучасний розвиток транспортних і логістичних систем характеризуються постійним зростанням обсягів перевезень, значною складністю транспортних мереж та великою кількістю взаємопов'язаних елементів. Ефективне управління такими системами потребує оперативного прийняття управлінських рішень.

На залізничному транспорті, у логістичних центрах, автоматизованих системах диспетчерського керування та інформаційно-керуючих системах задачі визначення оптимальних маршрутів виникають практично на всіх рівнях управління. Їх розв'язання базується на використанні математичних моделей транспортних мереж і сучасних алгоритмів оптимізації.

Одним із найбільш поширених підходів до аналізу транспортних мереж є застосування методів теорії графів. У графових моделях транспортна мережа розглядається у вигляді набору вузлів (вершин) і зв'язків (ребер) між ними із ваговими характеристиками. Таке представлення дозволяє формалізувати задачі пошуку оптимальних маршрутів, мінімізації вартості або часу перевезень. Одним із класичних алгоритмів, який широко використовується для подібних задач, є алгоритм Дейкстри, який дозволяє визначити найкоротший шлях між вершинами зваженого графа.

Алгоритм Дейкстри належить до класичних алгоритмів дискретної математики та застосовується в транспортній логістиці, геоінформаційних системах, навігаційних комплексах, системах підтримки прийняття рішень, телекомунікаційних мережах та інформаційно-керуючих системах транспортної галузі.

© ЛАБЕНКО Д. П., 2026

Застосування подібних алгоритмів має важливе значення не лише в практичних системах логістики, а й у навчальному процесі. Вивчення алгоритмів оптимізації сприяє формуванню у студентів навичок алгоритмічного мислення, моделювання складних систем і використання інформаційних технологій для розв'язання прикладних задач.

Саме тому використання алгоритму Дейкстри в освітньому процесі для розв'язання задач управління та планування перевезень є актуальним як з наукової, так і з практичної точки зору.

**Аналіз досліджень**

Задачі оптимізації транспортних маршрутів активно досліджуються в галузі транспортної логістики, інформатики та теорії алгоритмів. Основи графових методів у задачах планування перевезень були закладені в роботах багатьох дослідників, присвячених теорії графів, математичному моделюванню транспортних мереж і розробленню алгоритмів оптимізації, що розвивали напрямки дискретної математики та теорії алгоритмів [1,2,3].

Алгоритм пошуку найкоротшого шляху від однієї вершини графу до всіх інших вершин (алгоритм на графах) був запропонований у 1959 році нідерландським ученим Дейкстрою і став одним із фундаментальних інструментів оптимізації в мережових структурах. Його основною перевагою є можливість ефективного визначення найкоротших шляхів у графах із невід'ємними вагами ребер, що обумовило широке використання алгоритму в різних галузях науки і техніки: транспортному плануванні; телекомунікаційних мережах; геоінформаційних системах, навігаційних сервісах та системах підтримки прийняття рішень [2,6].

Подальший розвиток графових алгоритмів привів до появи численних модифікацій і

## ІНФОРМАЦІЙНО–КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

альтернативних методів пошуку найкоротших шляхів, серед яких алгоритми Белмана—Форда, Флойда—Воршелла та  $A^*$ , а також сучасних методів багатокритеріальної оптимізації транспортних потоків. Вибір конкретного алгоритму визначається особливостями транспортної мережі, розмірністю задачі та вимогами до швидкодії обчислень.

Сучасні дослідження також демонструють активний розвиток і модифікація методів оптимізації маршрутів у транспортних і логістичних системах, а також доцільність використання математичного моделювання під час професійної підготовки майбутніх фахівців. Практична реалізація алгоритмів оптимізації в середовищах MATLAB, Python, C++ та інших програмних пакетах сприяє формуванню компетентностей із математичного моделювання, програмування та аналізу транспортних процесів [4,5,8,9].

Вітчизняні дослідники також активно розвивають напрям застосування графових моделей та алгоритмів оптимізації маршрутів у транспортній, зокрема залізничній, галузі. Так, у роботі [1] виконано порівняльний аналіз евристичного «жадібного» алгоритму та методу динамічного програмування для побудови енергоефективних траєкторій руху рейкового транспорту, а в дослідженні [6] розглянуто формування альтернативних маршрутів пасажирських поїздів на основі генетичних алгоритмів в умовах пошкодження залізничної інфраструктури. Питання практичного застосування алгоритму Дейкстри для розв'язання задач логістичної маршрутизації висвітлено в роботі [7]. Особливості інтеграції дискретної математики та теорії графів у практичну підготовку фахівців комп'ютерних наук і суміжних спеціальностей розглянуто в [1].

Разом із тим аналіз наукових публікацій показує, що питання комплексного використання алгоритму Дейкстри саме як засобу інтеграції математичного моделювання, алгоритмізації та програмної реалізації у процесі підготовки фахівців транспортної галузі висвітлено недостатньо. Це обумовлює доцільність проведення подальших досліджень у даному напрямі.

#### Постановка задачі

Розглянемо задачу планування перевезень у транспортній мережі, яка складається з набору транспортних вузлів і маршрутів між ними. Кожен маршрут характеризується певною вагою, що може відповідати:

- довжині маршруту;
- часу переміщення;
- вартості перевезення;
- витратам енергії або ресурсів.

Необхідно визначити оптимальний маршрут між заданими пунктами транспортної мережі таким чином, щоб сумарна вага маршруту була мінімальною.

З математичної точки зору задача формулюється як задача пошуку найкоротшого шляху в зваженому графі.

#### Модель транспортної мережі

Транспортна мережа може бути представлена у вигляді графа

$$G = (V, E) \quad (1)$$

де

-  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  — множина вершин (транспортні вузли);

-  $E \subseteq V \times V$  — множина ребер (маршрути між вузлами).

Кожному ребру  $e \in E$ , що з'єднує вершини  $(u, v)$  відповідає вагова функція

$$w : E \rightarrow R \quad (2)$$

що характеризує фізичні характеристики маршруту: довжину, вартість або час переміщення між вузлами.

Таким чином, задача планування транспортних перевезень зводиться до визначення мінімальної сумарної ваги маршруту (шляху  $P$ ) між початковою вершиною ( $s$ ) і цільовою вершиною ( $t$ ), для якого сумарна вага є мінімальною:

$$W(P) = \sum_{(u,v) \in P} w(u,v) \rightarrow \min \quad (3)$$

#### Алгоритм Дейкстри

Алгоритм Дейкстри призначений для пошуку найкоротших шляхів від однієї вершини до всіх інших вершин зваженого графа. Класичний алгоритм Дейкстри працює тільки для графів без ребер від'ємної довжини.

Основні етапи алгоритму:

1. Початковій вершині присвоюється відстань 0 ( $d(s)=0$ ).

2. Усім іншим вершинам присвоюється нескінченна відстань ( $d(v)=\infty$ ).

3. Обирається вершина з мінімальною поточною відстанню. ( $d(v)$ ).

4. Якщо нерівність  $d(v) > d(u) + w(u,v)$  виконується, значення  $d(v)$  оновлюються для сусідніх вершин.

5. Процедура повторюється, поки не будуть оброблені всі вершини.

Результатом роботи алгоритму є множина найкоротших шляхів від початкової вершини до всіх інших вузлів транспортної мережі.

#### Приклад розрахунку

Нехай є транспортна мережа з п'яти пунктів: A, B, C, D, E.

Відстані між даними пунктами наступні (в умовних одиницях):

$A \rightarrow B = 4$ ;  $A \rightarrow C = 2$ ;  $C \rightarrow B = 1$ ;  $B \rightarrow D = 5$ ;  $C \rightarrow D = 8$ ;  $C \rightarrow E = 10$ ;  $D \rightarrow E = 2$

Потрібно знайти найкоротший шлях з пункту A до пункту E (рис.1).

## ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

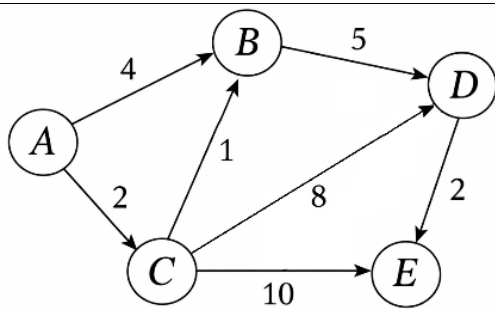


Рис.1. Транспортна мережа  
Послідовність роботи алгоритму:

Таблиця 1. Таблиця ітерацій роботи алгоритму Дейкстри

| Ітерація | Обрана вершина | d(A) | d(B)     | d(C)     | d(D)     | d(E)     | Коментар            |
|----------|----------------|------|----------|----------|----------|----------|---------------------|
| 0        | —              | 0    | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | Початкові значення  |
| 1        | A              | 0✓   | 4        | 2        | $\infty$ | $\infty$ | Оновлення для B і C |
| 2        | C              | 0✓   | 3        | 2✓       | 10       | 12       | Через C покращено B |
| 3        | B              | 0✓   | 3✓       | 2✓       | 8        | 12       | Через B покращено D |
| 4        | D              | 0✓   | 3✓       | 2✓       | 8✓       | 10       | Через D покращено E |
| 5        | E              | 0✓   | 3✓       | 2✓       | 8✓       | 10✓      | Кінець              |

Отже, найкоротший маршрут:  $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E$

Загальна довжина маршруту дорівнює 10.

#### Реалізація алгоритму в середовищі MATLAB

Застосування графових алгоритмів у навчальному процесі має значні переваги. По-перше, студенти отримують можливість працювати з реальними прикладними задачами, що пов'язані з управлінням транспортними та логістичними системами.

По-друге, використання алгоритму Дейкстри дозволяє інтегрувати математичні методи, алгоритмічне програмування та комп'ютерне моделювання в єдиний навчальний процес.

Практична реалізація алгоритму з використанням середовища MATLAB, яке забезпечує широкі можливості для реалізації алгоритмів теорії графів, побудови математичних моделей та

1. Початкові відстані:  $A=0$ ,  $B=\infty$ ,  $C=\infty$ ,  $D=\infty$ ,  $E=\infty$ .

2. Оновлення після обробки A:  $B=4$ ,  $C=2$ .

3. Обробка C:  $B=3$ ,  $D=10$ ,  $E=12$ .

4. Обробка B:  $D=8$ ,  $E=12$ .

5. Обробка D:  $E=10$ .

Послідовність роботи алгоритму можна також представити за допомогою таблиці ітерацій (Таблиця 1), де  $d(v)$  — поточна мінімальна відстань від вершини A до вершини v;  $\infty$  — позначка невідомої поки що відстані на даній ітерації; ✓ — вершина вже оброблена.

візуалізації результатів розрахунків, дозволяє здобувачам вищої освіти:

- формувати матриці суміжності транспортних мереж;
- будувати графічні моделі транспортних систем;
- визначати найкоротші маршрути між транспортними вузлами;
- аналізувати вплив зміни ваг ребер на результати оптимізації;
- виконувати порівняльний аналіз різних алгоритмів маршрутизації.

Такі завдання сприяють розвитку аналітичного мислення, формують навички алгоритмічного проєктування та підготовлюють здобувачів до розв'язання реальних задач у галузі транспортної логістики.

На рис.2 приведений приклад реалізації приведенного алгоритму у середовищі MATLAB.

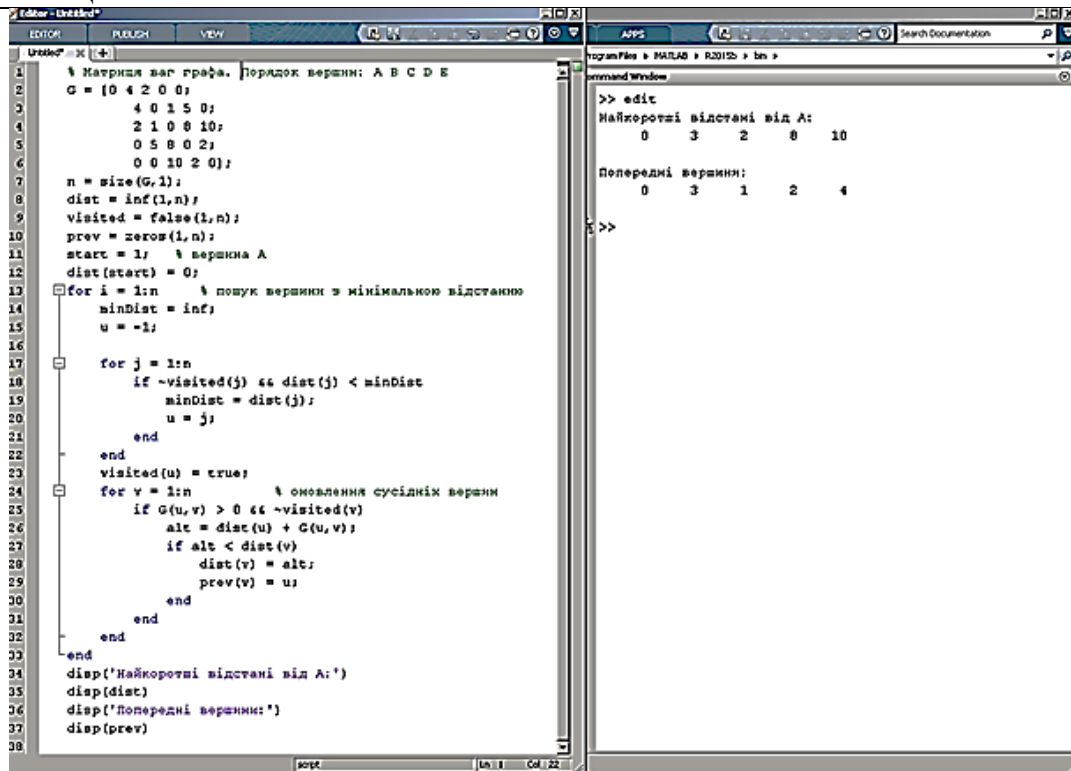


Рис.2. Реалізація приведенного алгоритму у середовищі MATLAB

Використовуючи засоби MATLAB також графа (рис.3) та виділяти кольором мінімальний можна створювати транспортну мережу у вигляді маршруту (рис.4).

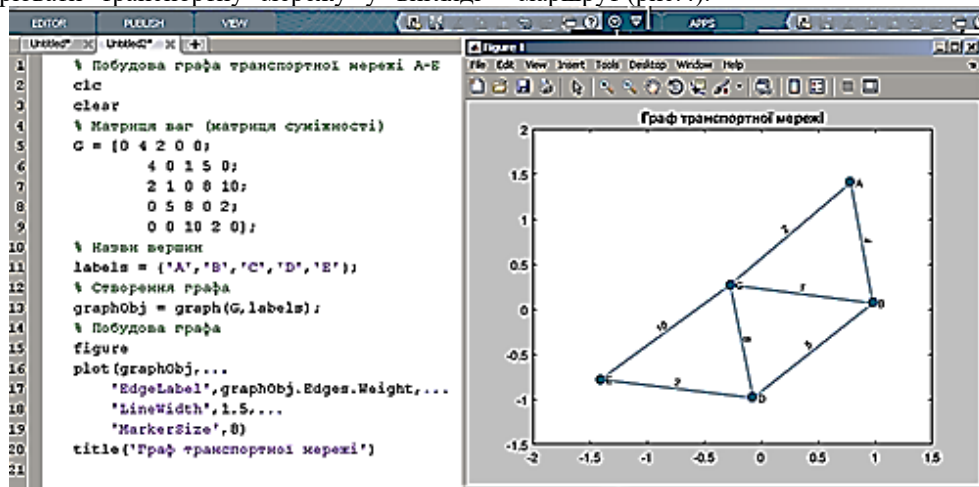


Рис.3. Створення графічного вигляду транспортної мережі

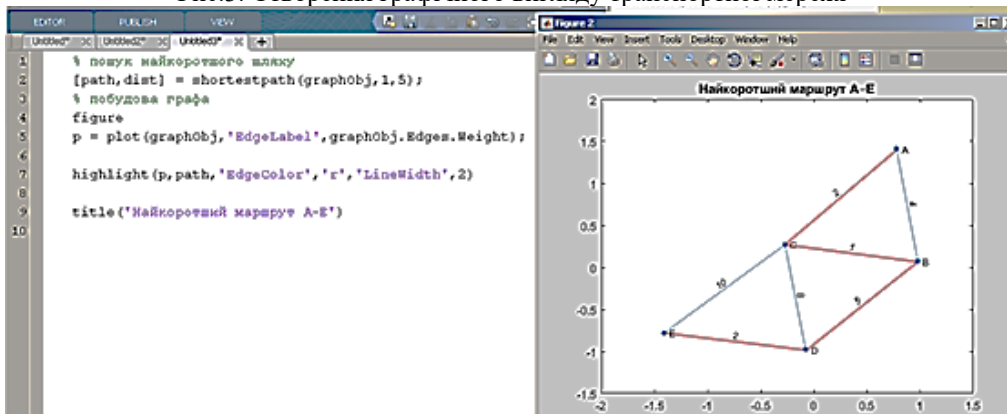


Рис.4. Позначення мінімального маршруту

**Висновки**

У роботі розглянуті можливості застосування алгоритму Дейкстри для розв'язання задач планування та управління транспортними перевезеннями в навчальних цілях при підготовці майбутніх фахівців транспортної галузі. Показано, що графові моделі дозволяють ефективно формалізувати транспортні мережі та використовувати алгоритми оптимізації для визначення найкращих маршрутів.

Наведений приклад демонструє практичну реалізацію алгоритму пошуку найкоротшого шляху в транспортній мережі. Запропонований підхід може бути використаний у навчальному процесі для формування у здобувачів навичок моделювання та оптимізації транспортних систем.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на використання більш складних алгоритмів оптимізації, а також інтеграцію графових моделей у системи підтримки прийняття рішень у логістиці.

**Список використаних джерел**

1. Ляшенко, В. М. (2026). Порівняльний аналіз оптимізаційних алгоритмів для побудови оптимізованих траєкторій руху рейкового транспорту. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*, 1, 106–117. DOI: <https://doi.org/10.18664/ikszt.v31i1.357888>

2. Лабенко, Д. П. (2025). Автоматизація та IT-інновації в логістиці. *Scientific Innovation: Theoretical Insights and Practical Impacts: матеріали 2 Міжнародної науково-практичної конференції* (10–12 березня 2025 р., Неаполь, Італія), 96–102. DOI: <https://doi.org/10.70286/EOSS-10.03.2025>

3. Guo, J., Liu, H., Liu, T., Song, G., & Guo, B. (2024). The multi-objective shortest path problem with multimodal transportation for emergency logistics. *Mathematics*, 12(17), Article 2615. DOI: <https://doi.org/10.3390/math12172615>.

4. Guo, J., Liu, H., Liu, T., Song, G., & Guo, B. (2024). Solving the robust shortest path problem with multimodal transportation. *Mathematics*, 12(19), Article 2978. DOI: <https://doi.org/10.3390/math12192978>.

5. Примаченко, Г. О., Тарасов, К. О. (2024). Формування альтернативних маршрутів для пасажирських поїздів на основі генетичних алгоритмів. *Міжнародна транспортна інфраструктура, промислові центри та корпоративна логістика: матеріали двадцяті науково-практичної міжнародної конференції* (6–7 червня 2024 р., Харків, Україна), 164–165. URI: <http://lib.kart.edu.ua/handle/123456789/24364> (дата звернення: 15.09.2026).

6. Ковальчук, М. С., Бондаренко, С. О. (2024). Моделювання функціонування логістичних процесів за допомогою математичних та комп'ютерних підходів. *Вісник Хмельницького національного університету*, 4(339), 165–168. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-339-4-27>.

7. Лабенко, Д. П. (2018). Розв'язання задач логістики засобами табличного процесора Excel. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*, 83, 74–77. DOI: <https://doi.org/10.30977/BUL.2219-5548.2018.83.0.74>.

8. Лабенко, Д. П. (2017). Використання середовища Excel для розв'язання задачі про призначення. *Систематика, мехатроніка, телематика дорожніх машин і систем у навчальному процесі та науці: збірник наукових праць за матеріалами міжнародної науково-практичної конференції* (16 березня 2017 р., Харків, ХНАДУ), 44–47. URI: <https://dspace.khadi.kharkov.ua/bitstreams/84fef219-30b6-43d9-8897-ce3dc105b2d5/download> (дата звернення: 15.09.2026).

**References**

1. Liashenko, V. M. (2026). Porivnialnyi analiz optymizatsiinykh alhorytmiv dlia pobudovy optymizovanykh traiektorii rukhu reikovooho transportu [Comparative analysis of optimization algorithms for constructing optimized trajectories of rail transport]. *Information and Control Systems on Railway Transport*, 1, 106–117. DOI: <https://doi.org/10.18664/ikszt.v31i1.357888> [in Ukrainian].

2. Labenko, D. P. (2025). Avtomatyzatsiia ta IT-innovatsii v lohistytsi [Automation and IT innovations in logistics]. *Scientific Innovation: Theoretical Insights and Practical Impacts: Proceedings of the 2nd International Scientific and Practical Conference* (March 10–12, 2025, Naples, Italy), 96–102. DOI: <https://doi.org/10.70286/EOSS-10.03.2025> [in Ukrainian].

3. Guo, J., Liu, H., Liu, T., Song, G., & Guo, B. (2024). The multi-objective shortest path problem with multimodal transportation for emergency logistics. *Mathematics*, 12(17), Article 2615. DOI: <https://doi.org/10.3390/math12172615> [in English].

4. Guo, J., Liu, H., Liu, T., Song, G., & Guo, B. (2024). Solving the robust shortest path problem with multimodal transportation. *Mathematics*, 12(19), Article 2978. DOI: <https://doi.org/10.3390/math12192978> [in English].

5. Prymachenko, H. O., & Tarasov, K. O. (2024). Formuvannia alternatyvnykh marshrutiv dlia pasazhyrskykh poizdiv na osnovi henetychnykh alhorytmiv [Formation of alternative routes for passenger trains based on genetic algorithms]. *International Transport Infrastructure, Industrial Centers and Corporate Logistics: Proceedings of the 20th International Scientific and Practical Conference* (June 6–7, 2024, Kharkiv, Ukraine), 164–165. URI: <http://lib.kart.edu.ua/handle/123456789/24364> (accessed September 15, 2026) [in Ukrainian].

6. Kovalchuk, M. S., & Bondarenko, S. O. (2024). Modeliuvannia funktsionuvannia lohistychnykh protsesiv za dopomohoiu matematychnykh ta kompiuternykh

pidkhddiv [Modeling the functioning of logistics processes using mathematical and computer approaches]. *Herald of Khmelnytskyi National University*, 4(339), 165–168. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-339-4-27> [in Ukrainian].

7. Labenko, D. P. (2018). Rozviazannia zadach lohistyky zasobamy tablychnoho protsesora Excel [Solving logistics problems using the Excel spreadsheet processor]. *Bulletin of Kharkiv National Automobile and Highway University*, 83, 74–77. DOI: <https://doi.org/10.30977/BUL.2219-5548.2018.83.0.74> [in Ukrainian].

8. Labenko, D. P. (2017). Vykorystannia seredovyshcha Excel dlia rozviazannia zadachi pro pryznachennia [Using the Excel environment to solve the assignment problem]. *Systematics, Mechatronics, Telematics of Road Machines and Systems in Educational Process and Science: Collection of Scientific Papers Based on the Proceedings of the International Scientific and Practical Conference* (March 16, 2017, Kharkiv, KhNADU), 44–47. URI: <https://dspace.khadi.kharkov.ua/bitstreams/84fef219-30b6-43d9-8897-ce3dc105b2d5/download> (accessed September 15, 2026) [in Ukrainian].

### Application of Dijkstra's Algorithm for Optimization of Transportation Management and Transportation Planning Tasks in the Educational Process

**Abstract.** The article examines the possibilities of applying graph theory algorithms to solving transportation management and transportation planning problems within the educational process of training specialists in information technologies, automation, and logistics. Modern transportation and logistics systems are characterized by a steady increase in traffic volumes, growing network complexity, and a large number of interrelated elements, which makes the search for optimal routes one of the most common tasks arising at practically every level of management on railway transport, in logistics centers, dispatching control systems, and information-management systems. The features of using the shortest path search algorithm, namely Dijkstra's algorithm, for route optimization in transport networks are analyzed in detail, including its computational scheme, the conditions under which it is applicable, and its place among other well-known shortest-path methods such as the Bellman-Ford, Floyd-Warshall, and A\* algorithms. A mathematical model of a transport network is considered in the form of a weighted graph, where the vertices correspond to transport nodes and the edges represent possible transportation routes, each characterized by a weight that may express distance, travel time, transportation cost, or resource consumption. Within this model, the transportation planning problem is formalized as the problem of finding a path between a source and a destination vertex that minimizes the total weight of the route. An algorithmic description of the procedure for finding the optimal route is presented step by step,

together with a worked example of calculating the shortest path in a five-node transport network, illustrated by an iteration table that traces the change of the shortest-distance estimates at every step of the algorithm until the optimal route and its total length are obtained. The expediency of using such graph-based models in the educational process is demonstrated: they allow students to formalize transport networks as adjacency matrices, build graphical representations of transport systems, determine shortest routes between nodes, analyze the influence of edge-weight changes on optimization results, and compare different routing algorithms. This combination of mathematical modeling, algorithmic thinking, and computational practice contributes to the formation of practical skills in transport-system modeling and the application of optimization algorithms among students. A practical implementation of Dijkstra's algorithm in MATLAB is presented, including adjacency matrix construction, graph visualization, and highlighting of the optimal route. The obtained results confirm the effectiveness of the proposed approach for incorporation into courses on computer modeling, discrete mathematics, and IT for transport specialists.

**Keywords:** Dijkstra's algorithm, graph model, modeling, educational process, route optimization, transportation planning, transport network.

*Лабенко Дмитро Петрович*, кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації та комп'ютерного телекерування рухом поїздів, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail: [labenko.56@gmail.com](mailto:labenko.56@gmail.com). ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5088-4161>.

*Dmytro Petrovych Labenko*, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Automation and Computer telecontrol of Trains, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: [labenko.56@gmail.com](mailto:labenko.56@gmail.com). ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0002-5088-4161>.

Стаття надійшла 18.08.26

Стаття прийнята до друку після рецензування 09.09.26

Стаття опублікована (оприлюднена) 06.10.26

Стаття поширюється на умовах ліцензії Creative Commons Attribution License International CC-BY.