

СЕМЕНЕНКО Ю. О., к.т.н., доцент

(Український державний університет залізничного транспорту),

СЕМЕНЕНКО О. Д., асистент,

РЯБЕНКОВ І. О., к.т.н., асистент,

СОРОКА А. С. студентка,

ШИРОКИЙ Ю. В., к.т.н., доцент

(Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут»)

Дослідження кінематичних характеристик гібридних робототехнічних систем паралельно-последовної структури з додатковим кінематичним зв'язком



У статті розглянуто питання дослідження кінематичних характеристик гібридних робототехнічних систем паралельно-последовної структури з додатковим кінематичним зв'язком. Актуальність роботи обумовлена зростанням потреб сучасного виробництва у високопродуктивних роботизованих системах, здатних забезпечувати високу точність позиціонування, жорсткість конструкції та розширені функціональні можливості для виконання технологічних операцій в авіабудуванні, машинобудуванні, автомобілебудуванні та інших галузях. Маніпулятори паралельної структури мають високу вантажопідйомність, швидкодію і точність позиціонування виконавчого органа, але обмежену робочу область. Одним із перспективних напрямів усунення цього недоліку є використання гібридних структур, що поєднують переваги паралельних і последовних механізмів. Такі системи дають змогу збільшити робочу зону, зберігаючи високі показники жорсткості та динамічних характеристик.

У роботі досліджено гібридний маніпулятор паралельно-последовної структури, конструктивною особливістю якого є наявність додаткового пасивного кінематичного зв'язку. Використання додаткової ланки забезпечує зменшення згинальних навантажень на лінійні приводи і підвищення жорсткості конструкції під час переміщення об'єктів значної маси. Крім того, додатковий кінематичний зв'язок розширює технологічні можливості системи та може бути використаний для реалізації допоміжних функцій, зокрема підведення робочого середовища, енергії або встановлення додаткових функціональних модулів. У межах дослідження проаналізовано структуру маніпулятора і розроблено математичну модель для визначення його кінематичних характеристик. Розглянуто особливості розв'язання прямої та оберненої задач кінематики, визначено залежності між параметрами приводів і положенням вихідної ланки. Отримані результати можуть бути використані під час проектування та синтезу систем керування гібридними робототехнічними комплексами з підвищеними вимогами щодо точності та жорсткості.

Ключові слова: гібридний маніпулятор, паралельно-последовна структура, робототехнічна система, кінематичний аналіз, пряма задача кінематики, обернена задача кінематики, додатковий кінематичний зв'язок.

Вступ.

Останніми роками спостерігають активний розвиток гібридних робототехнічних систем, що пов'язано зі зростанням потреби у високошвидкісній і високоточній обробці великогабаритних виробів складної геометрії, зокрема елементів авіаційних конструкцій [1]. Застосування таких систем дає змогу підвищити продуктивність технологічних процесів і забезпечити необхідну точність виготовлення деталей.

На відміну від традиційних металорізальних верстатів, гібридні роботи мають підвищену гнучкість

і можливість адаптації до різних умов експлуатації. Залежно від технологічного завдання вони можуть бути встановлені як на стаціонарній, так і рухомій платформі, що розширює можливості їх практичного використання [2].

Конструктивно гібридні роботи формують поєднанням паралельних і последовних кінематичних механізмів. Паралельна частина системи забезпечує підвищену жорсткість, точність позиціонування та високі динамічні характеристики, тоді як последовна структура використовується для розширення функціональних можливостей і реалізації додаткових переміщень виконавчого органа.

©СЕМЕНЕНКО Ю. О., СЕМЕНЕНКО О. Д., РЯБЕНКОВ І. О., СОРОКА А. С. ШИРОКИЙ Ю. В., 2026

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Завдяки такому поєднанню вдається отримати систему, яка одночасно має значну робочу область, високу швидкість, точність і компактні габарити [3].

Подальше вдосконалення таких систем пов'язане із застосуванням додаткових кінематичних зв'язків, що допомагають змінювати кінематичну поведінку механізму, підвищувати стабільність руху, розширювати функціональні можливості, покращувати характеристики позиціонування. Однак введення додаткових зв'язків у структуру маніпулятора істотно ускладнює його кінематичний аналіз і потребує комплексного дослідження закономірностей руху, визначення робочих областей і оцінювання впливу конструктивних параметрів на ефективність функціонування системи.

У зв'язку з цим актуальним є дослідження кінематичних характеристик маніпулятора паралельно-последовної структури з додатковим кінематичним зв'язком, спрямоване на встановлення взаємозв'язку між параметрами конструкції та кінематичними можливостями механізму, а також обґрунтування шляхів підвищення ефективності його використання в сучасних робототехнічних комплексах.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сучасний розвиток робототехнічних систем спрямований на створення маніпуляторів, здатних поєднувати високу точність позиціонування, значну жорсткість конструкції та розширену робочу область. Одним із перспективних напрямів є використання маніпуляторів паралельно-последовної (гібридної) структури, які поєднують переваги последовних і паралельних кінематичних механізмів.

Паралельні та гібридні маніпулятори відрізняються замкненими кінематичними контурами, що забезпечує підвищення точності, зменшення деформацій і збільшення вантажопідйомності порівняно з традиційними последовними системами. Разом із тим така структура суттєво ускладнює кінематичний аналіз через необхідність одночасного врахування геометричних обмежень і взаємозв'язків між рухомими ланками [1].

Одним із перших відомих представників паралельних механізмів став робот Delta, розроблений Клавелем у 1985 році [4, 5]. Його конструкція забезпечила високу швидкість руху за відносно невеликої маси рухомих елементів. Подальший розвиток цієї концепції призвів до створення гібридних систем на основі Delta-механізму. Зокрема, було запропоновано промисловий робот Delta-RST із шістьма ступенями свободи, у якому паралельний механізм поєднаний із последовним зап'ястям [6]. Іншим напрямом розвитку стало доповнення Delta-структури двоступеневим последовним модулем, що

дало змогу реалізувати гібридного робота із п'ятьма ступенями свободи [7, 8].

Разом із тим використання механізмів Delta для силової обробки обмежено недостатньою жорсткістю і невеликою вантажопідйомністю [9]. Для усунення цих недоліків було розроблено інші типи гібридних роботів. Одним із найбільш успішних рішень став робот Tricept, у якому поєднано високожорсткий паралельний механізм із последовною частиною для орієнтації інструмента [10]. На основі цієї концепції були створені промислові модифікації Tricept T605, Tricept T805 і Tricept T9000, які знайшли широке застосування в авіабудуванні, машинобудуванні та обробці складнопрофільних деталей [1].

Подальшим розвитком цього напрямку стала поява робота Exechon, конструкція якого включає паралельний механізм типу 2UPR–1SPR і последовну дволанкову структуру [11–13]. Зменшення кількості пасивних з'єднань дало змогу покращити жорсткісні характеристики та підвищити точність обробки [14]. Також були запропоновані інші варіанти гібридних систем, серед яких TriVariant, Georg V і п'ятиосові гібридні оброблювальні комплекси [15–17].

Незважаючи на значний прогрес у розробленні гібридних роботів, задача високоточної обробки великогабаритних деталей із підвищеною твердістю залишається актуальною. Одним із сучасних рішень став робот TriMule, який складається з паралельного механізму з трьома ступенями свободи та двоступеневого последовного зап'ястя [18, 19].

Порівняно з існуючими конструкціями типу Tricept та Exechon робот TriMule має меншу кількість обертових шарнірів, що сприяє підвищенню жорсткості конструкції та забезпечує кращу точність обробки важкооброблюваних матеріалів. При цьому ефективність роботи такої системи визначена не лише її структурною схемою, але і точністю керування активними приводами, що безпосередньо впливає на якість формування траєкторії руху виконавчого органа.

Останні дослідження також спрямовані на застосування додаткових кінематичних зв'язків і структурної надлишковості для покращення експлуатаційних характеристик маніпуляторів. Введення додаткового кінематичного зв'язку дає змогу збільшити жорсткість конструкції, покращити траєкторну точність і розширити допустимі режими руху виконавчого органа. Проте такі рішення призводять до ускладнення математичних моделей і потребують додаткового дослідження впливу конструктивних параметрів на кінематичні характеристики системи.

Отже, аналіз наукових джерел показав, що питання дослідження кінематичних характеристик

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

маніпуляторів паралельно-последовної структури з додатковим кінематичним зв'язком залишається актуальним. Незважаючи на значний обсяг робіт у сфері кінематичного аналізу гібридних механізмів, недостатньо дослідженим залишається вплив додаткових кінематичних зв'язків на робочу область, маніпулятивність і особливі положення механізму, що визначає необхідність проведення подальших досліджень.

Визначення мети та задачі досліджень

Існуючі конструктивні рішення маніпуляторів паралельно-последовної структури дають змогу забезпечити поєднання високої точності позиціонування, підвищеної жорсткості конструкції та достатньо великої робочої області. Разом із тим подальше вдосконалення таких механізмів пов'язане із введенням додаткових кінематичних зв'язків, які впливають на характер руху виконавчого органа, змінюють геометричні співвідношення між ланками та ускладнюють математичний опис механізму.

На відміну від класичних механізмів паралельно-последовної структури, у яких геометричні осі виконавчих ланок перетинаються в одній точці, у досліджуваній конструкції маніпулятора з додатковим кінематичним зв'язком таке перетинання відсутнє. Це призводить до появи додаткових геометричних обмежень і не дає змогу безпосередньо використовувати відомі методики кінематичного аналізу, розроблені для традиційних триподних механізмів.

Для забезпечення ефективного функціонування нового механізму необхідно встановити закономірності переміщення його робочого органа, визначити взаємозв'язок між зміною узагальнених координат і положенням вихідної ланки, а також оцінити вплив додаткового кінематичного зв'язку на кінематичні можливості маніпулятора.

Особливістю досліджуваного механізму є наявність надлишковості кінематичної структури, коли кількість керованих параметрів перевищує кількість незалежних координат положення виконавчого органа. Це створює можливість підвищення маневреності та розширення робочої області, однак одночасно потребує проведення детального кінематичного аналізу.

Метою дослідження є аналіз кінематичних характеристик маніпулятора паралельно-последовної структури з додатковим кінематичним зв'язком через розроблення його кінематичної моделі, визначення закономірностей переміщення робочого органа та дослідження особливостей позиціонування.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі **завдання дослідження**:

1. Побудувати кінематичну модель механізму і визначити систему узагальнених координат.

2. Розв'язати пряму задачу кінематики і встановити залежності між параметрами виконавчих ланок і координатами робочого органа.

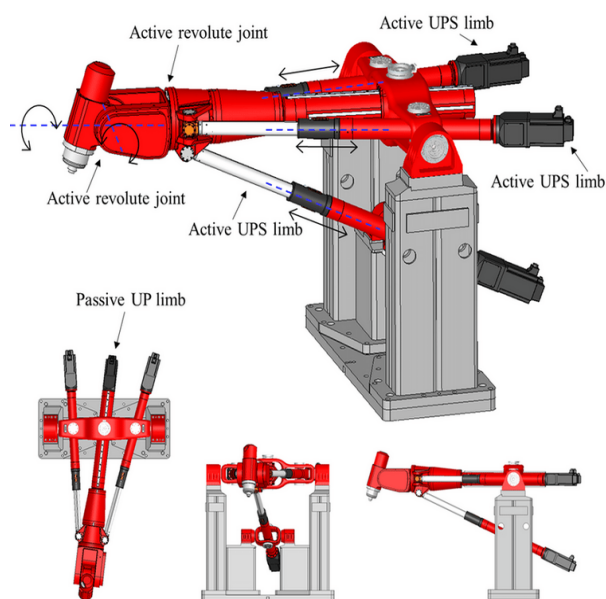
3. Розв'язати обернену задачу кінематики для визначення параметрів механізму за заданого положення виконавчого органа.

4. Розв'язати задачу позиціонування та визначити можливість забезпечення переміщення робочого органа в задану точку робочої області.

Отримані результати дослідження можуть бути використані для подальшого вдосконалення математичних моделей і методів аналізу маніпуляторів паралельно-последовної структури.

Основна частина

Перспективним напрямом розвитку робототехнічних систем є застосування маніпуляторів паралельно-последовної (гібридної) структури. Такі механізми являють собою поєднання паралельних і последовних кінематичних ланцюгів, які здійснюють відносний рух за рахунок обертальних або поступальних кінематичних пар. Основною особливістю таких маніпуляторів є можливість поєднання переваг механізмів последовної та паралельної структури. Наявність паралельних кінематичних контурів забезпечує підвищення жорсткості конструкції, вантажопідйомності, точності позиціонування та швидкодії, тоді як последовні ланки сприяють розширенню робочої зони та підвищенню маневреності виконавчого органа.



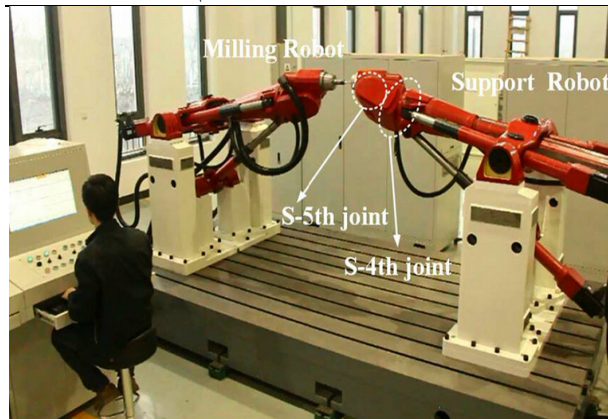


Рис. 1. Гібридний робот TriMule паралельно-последовної структури [19]

На рис. 1 показано модульний робот TriMule, який може бути змонтований або на рухомій платформі або нерухомій основі відповідно до конкретних виробничих потреб. Як видно, триступеневий паралельний механізм призначений для виконання поступальних рухів за допомогою трьох активних ланок UPS та однієї пасивної ланки UP. Тут U, P і S позначають універсальне з'єднання, призматичне з'єднання та сферичне з'єднання відповідно. Серводвигуни з гвинтовими парами використовують для приведення в рух активних призматичних з'єднань. Двоступеневий зап'ясток призначений для виконання двох обертових рухів за допомогою двох активних обертових з'єднань. Серводвигуни з редукторами використовують для приведення в рух активних обертових з'єднань. На кінці послідовної обертової головки може бути встановлений спеціальний пристрій, такий як фреза, опорний блок.

Для розв'язання поставлених задач, пов'язаних із дослідженням кінематичних характеристик і визначенням переміщень виконавчих приводів, необхідно встановити закони руху виконавчих ланок маніпулятора під час переміщення робочого органа за заданою програмною траєкторією.

Під час побудови структурної та кінематичної моделі маніпулятора прийнято такі припущення:

- усі ланки механізму розглядають як абсолютно тверді тіла;
- пружні елементи конструкції в процесі роботи вважають недеформованими;
- елементи конструкції, що забезпечують кінематичні зв'язки між ланками, приймають абсолютно жорсткими і такими, що не змінюють своїх геометричних параметрів під час руху.

За прийнятих припущень механізм маніпулятора описують як просторову систему

абсолютно твердих тіл, рух яких обмежений голономними стаціонарними кінематичними зв'язками.

Конструкція досліджуваного маніпулятора паралельно-последовної структури без урахування поворотної основи складається з дванадцяти кінематичних пар п'ятого класу і трьох сферичних шарнірів, які відповідають кінематичним парам третього класу (рис. 2).

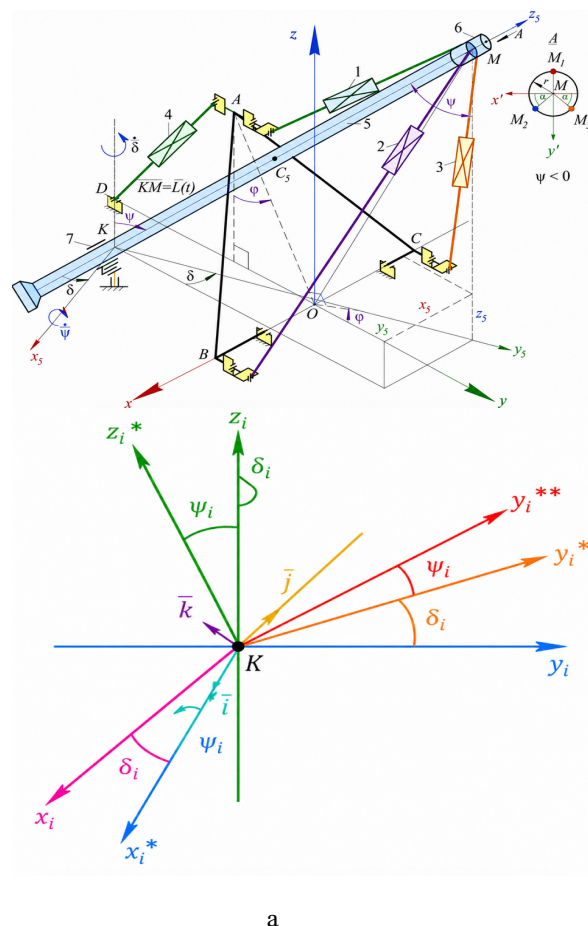


Рис. 2. Схема маніпулятора паралельно-последовної структури з додатковим зв'язком: а – кінематична схема; б – схема для визначення напрямних косинусів рухомих осей координат

Розглянутий маніпулятор із додатковим кінематичним зв'язком утворений системою із дванадцяти твердих тіл, які здійснюють різні типи механічного руху. Трикутна основа механізму (ланка ABC) виконує обертовий рух відносно нерухомої осі. Ланка AD, що відповідає штоку лінійного привода, здійснює плоскопаралельне переміщення. Просторовий рух реалізують ланки KM, AM₁, BM₂ і CM₃, положення яких визначено взаємодією виконавчих приводів і додаткового кінематичного зв'язку.

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Під час формування конструктивної схеми маніпулятора задають основні геометричні параметри механізму, зокрема координати точок кріплення на поворотній основі та розміри основних структурних елементів (OA, OB, OC, OD, DK), які визначають конфігурацію робочої області та кінематичні можливості механізму.

Прийнята структурна модель є базою для подальшого розв'язання прямої та оберненої задач кінематики, а також аналізу процесу позиціонування робочого органа маніпулятора.

Головним структурним показником маніпулятора є кількість ступенів рухомості. Ця характеристика визначає мінімальну кількість незалежних параметрів, необхідних для повного опису конфігурації кінематичного ланцюга [9].

Кількість ступенів рухомості розраховується за виразом

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, (1)$$

де n – кількість рухомих ланок;

p_i – кількість кінематичних пар i -го класу.

Для маніпулятора паралельно-последовної структури (без урахування поворотної основи) кількість ступенів рухомості становить

$$W = 6n - 5p_5 - 3p_3 = 6 \cdot 12 - 5 \cdot 12 - 3 \cdot 3 = 3 \quad (2)$$

Отже, без поворотної основи маніпулятор має три ступені рухомості, а з урахуванням поворотної основи – чотири ступені рухомості.

$$\begin{pmatrix} a_{11i} = \cos \delta_i & a_{12i} = \sin \delta_i & a_{13i} = 0 \\ a_{21i} = -\cos \psi_i \sin \delta_i & a_{22i} = \cos \psi_i \cos \delta_i & a_{23i} = \sin \psi_i \\ a_{31i} = \sin \psi_i \sin \delta_i & a_{32i} = -\sin \psi_i \cos \delta_i & a_{33i} = \cos \psi_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для четвертого ланцюга $\delta_4 = 0$.

Пряма та обернена задачі кінематики маніпулятора паралельно-последовної структури з додатковим зв'язком

Основними завданнями, які має виконувати маніпулятор, є переміщення робочого органа заданою траєкторією та забезпечення проведення технологічних операцій. Саме тому під час кінематичного синтезу маніпулятора пріоритетним є розв'язання двох основних задач відносно положення вихідної ланки — прямої та оберненої.

Пряма задача кінематики полягає у визначенні декартових координат характерної точки вихідної

Важливим параметром, що характеризує конструктивні можливості маніпулятора, є його маневреність. Під маневреністю розуміють різницю між кількістю ступенів рухомості виконавчого механізму та кількістю узагальнених координат об'єкта маніпулювання. Її також можна визначити як кількість ступенів рухомості, що залишаються у виконавчого механізму після фіксації захвату.

Для розглянутого маніпулятора-трипода з додатковим зв'язком маневреність дорівнює 1 (за умови, що кількість ступенів рухомості становить три, а кількість узагальнених координат – чотири).

Для опису положення ланок маніпулятора в просторі вводять системи координат (рухомі та нерухомі). Абсолютна система координат $Oxyz$ жорстко пов'язана з нерухомою основою. Рухомі системи координат $x_i y_i z_i$ ($i=1 \dots 5$) пов'язані з корпусами кожного лінійного привода та порожнистою трубою 5. Початок кожної рухомої системи збігається з точкою кріплення відповідного ланцюга.

Орієнтацію кожної рухомої системи координат $x_i y_i z_i$ ($i = 1 \dots 5$) відносно абсолютної системи $Oxyz$ визначають двома кутами: кутом δ_i (поворот навколо осі z_i , паралельної осі Oz) і кутом ψ_i (поворот навколо осі x_i^*). Орієнтація в просторі не залежить від порядку виконання цих поворотів (рис. 2, б)).

Матриця напрямних косинусів має такий вигляд:

ланки маніпулятора за відомими значеннями узагальнених координат [11]. У такий спосіб встановлюють траєкторію руху вихідної ланки відповідно до заданих законів руху приводних ланок.

Обернена задача кінематики — це математична задача, яка полягає у знаходженні узагальнених координат маніпулятора (які визначають його просторову конфігурацію) за відомими декартовими координатами характерної точки вихідної ланки. Завдяки цьому визначають закони переміщення приводних ланок відповідно до заданого руху вихідної ланки. Розв'язання оберненої задачі є критично важливим етапом для забезпечення точного позиціонування.

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Як узагальнені координати qs ($s = 1...4$) маніпулятора можна прийняти довжини виконавчих ланок у системі l -координат [12]: $q_1 = l_1(t)$, $q_2 = l_2(t)$, $q_3 = l_3(t)$, $q_4 = l_4(t)$.

У системі l -координат положення твердого тіла в просторі описано чотирма довжинами відрізків l_1, l_2, l_3, l_4 , що з'єднують точки тіла з точками нерухомої основи, утворюючи при цьому геометрично незмінну структуру. На відміну від класичних рівнянь руху з використанням кутів Ейлера, рівняння в системі l -координат описують рух тіла виключно через лінійні величини.

Для забезпечення керованості та отримання аналітичних виразів для розв'язання прямої задачі кінематики доцільно також задавати узагальнені координати qs ($s = 1...4$) у системі координат додаткової ланки. У цьому випадку узагальненими координатами є змінна довжина відрізка порожнистої труби $q_1 = KM(t) = L(t)$; кути $q_2 = \psi_5(t)$, $q_3 = \delta_5(t)$, що визначають орієнтацію рухомої системи координат $Kx_5y_5z_5$ відносно нерухомої $Oxyz$; кут повороту $q_4 = \varphi(t)$ поворотної основи маніпулятора ABC .

Як характерну точку вихідної ланки маніпулятора вибираємо точку $M(x_M(t), y_M(t), z_M(t))$. Для отримання аналітичних виразів прямої та оберненої задач кінематики необхідно встановити геометричні співвідношення між декартовими координатами точки M в абсолютній системі $Oxyz$ та узагальненими координатами маніпулятора.

Розв'язання оберненої задачі кінематики у випадку задавання конфігурації маніпулятора в системі l -координат

Положення точки M на вихідній ланці 6 визначено координатами x_M , y_M , z_M відносно нерухомої системи координат $Oxyz$. Залежності між декартовими координатами точок кріплення виконавчих ланок на вихідній ланці в абсолютній системі координат $Oxyz$ та довжинами ланок мають вигляд

$$\begin{aligned} l_1(t) &= \sqrt{x_{M_1}^2 + (y_{M_1} - y_A)^2 + (z_{M_1} - z_A)^2} \\ l_2(t) &= \sqrt{(x_{M_2} - OB)^2 + y_{M_2}^2 + z_{M_2}^2} \\ l_3(t) &= \sqrt{(x_{M_3} + OC)^2 + y_{M_3}^2 + z_{M_3}^2} \\ l_4(t) &= \sqrt{(y_A - y_D)^2 + z_A^2} \end{aligned} \quad (4)$$

де OB , OC , y_D — геометричні параметри поворотної основи і точок її кріплення.

Оскільки координати точки A є однозначними функціями кута повороту основи φ , то вирази для y_A та z_A мають вигляд

$$y_A = -OA \sin \varphi, z_A = OA \cos \varphi. \quad (5)$$

Формули переходу від координат вектора в рухомій системі координат до координат відносно нерухомої системи мають вигляд [13]

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \alpha_{11i} x_i^* + \alpha_{21i} y_i^* + \alpha_{31i} z_i^*, \\ y &= y_0 + \alpha_{12i} x_i^* + \alpha_{22i} y_i^* + \alpha_{32i} z_i^*, \\ z &= z_0 + \alpha_{13i} x_i^* + \alpha_{23i} y_i^* + \alpha_{33i} z_i^*, \end{aligned} \quad (6)$$

де x , y , z — координати вектора в абсолютній системі;

x_i^* , y_i^* , z_i^* — координати вектора в рухомій системі;

x_0 , y_0 , z_0 — координати початку рухомої системи;

α_{11i} — напрямні косинуси.

Проекції вектора $\overline{OM}_1 = \overline{OM} + \overline{MM}_1$, визначені виразами

$$\begin{aligned} x_{M_1} &= x_M + \alpha_{115} x_{M_1}^* + \alpha_{215} y_{M_1}^* + \alpha_{315} z_{M_1}^* = x_M + r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \\ y_{M_1} &= y_M + \alpha_{125} x_{M_1}^* + \alpha_{225} y_{M_1}^* + \alpha_{325} z_{M_1}^* = y_M - r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \\ z_{M_1} &= z_M + \alpha_{135} x_{M_1}^* + \alpha_{235} y_{M_1}^* + \alpha_{335} z_{M_1}^* = z_M - r \sin \psi_5 \end{aligned} \quad (7)$$

Підставляючи вирази (5) і (7) у формулу (4), отримуємо вираз для $l_1(t)$:

$$l_1^2(t) = x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + OA^2 - 2y_M r \cos \psi_5 \cos \delta_5 - 2OA \sin \varphi (r \cos \psi_5 \cos \delta_5 - y_M) - 2z_M r \sin \psi_5 + 2OA \cos \varphi (r \sin \psi_5 - z_M) \quad (8)$$

Аналогічно для інших ланок визначають проєкції векторів $\overline{OM}_2 = \overline{OM} + \overline{MM}_2$, на нерухому систему координат, а потім — проєкції векторів $\overline{MM}_2$, на осі рухомих систем

$$\begin{aligned} x_{M_2} &= x_M + \alpha_{11i} x_{M_2}^* + \alpha_{21i} y_{M_2}^* + \alpha_{31i} z_{M_2}^* = x_M + r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_2} &= y_M + \alpha_{12i} x_{M_2}^* + \alpha_{22i} y_{M_2}^* + \alpha_{32i} z_{M_2}^* = y_M + r \sin \delta_5 \cos \alpha + r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_2} &= z_M + \alpha_{13i} x_{M_2}^* + \alpha_{23i} y_{M_2}^* + \alpha_{33i} z_{M_2}^* = z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha, \end{aligned} \quad (9)$$

Після підстановки у формулу (4) отримують вирази

$$l_2^2(t) = (x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + 2z_M r \sin \psi_5 \sin \alpha + 2r(x_M - OB) (\cos \delta_5 \cos \alpha - \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha) + 2ry_M (\sin \delta_5 \cos \alpha \sin \psi_5 + \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha) \quad (10)$$

координат можуть бути записані через відповідні співвідношення

$$\begin{aligned} \text{Координати вектора } \overline{OM}_3 &= \overline{OM} + \overline{MM}_3, \text{ у нерухомій системі} \\ x_{M_3} &= x_M + a_{11} x_{M_3}^* + a_{21} y_{M_3}^* + a_{31} z_{M_3}^* = x_M - r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_3} &= y_M + a_{12} x_{M_3}^* + a_{22} y_{M_3}^* + a_{32} z_{M_3}^* = y_M - r \sin \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_3} &= z_M + a_{13} x_{M_3}^* + a_{23} y_{M_3}^* + a_{33} z_{M_3}^* = z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha, \end{aligned} \quad (11)$$

Підставляючи вирази (11) у рівняння (4), отримуємо залежність для визначення довжини ланок

Далі, після підстановки виразу (5) у рівняння (4) і врахування умови $y_D = -OD$, отримуємо довжину ланки:

$$l_3^2(t) = (x_M - OC)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2r(x_M - OB) (\cos \delta_5 \cos \alpha + \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha) + 2ry_M (-\cos \alpha \sin \delta_5 + \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha) + 2z_M r \sin \psi_5 \sin \alpha, \quad (12)$$

$$l_4(t) = \sqrt{(OA \sin \varphi - OD)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi} \quad (13)$$

Кути орієнтації ланки $KM = L(t)$, а саме функції $\psi_5(t), \delta_5(t)$, визначають через просторові координати точки M відповідно до співвідношень

$$\begin{aligned}\sin \delta_5 &= -\frac{x_M}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \sin \psi_5 = -\sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}}, \\ \cos \delta_5 &= -\frac{(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \cos \psi_5 = -\frac{(z_M + DK)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}},\end{aligned}\quad (14)$$

Після підстановки залежностей (14) у точки вихідної ланки. У такий спосіб отримують рівняння (8), (10) і (12) остаточно формують залежності довжин ланок (15)–(17). аналітичні вирази для узагальнених координат маніпулятора через декартові координати характерної

$$\begin{aligned}l_1^2(t) &= x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + OA^2 - \frac{2ry_M(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} - \\ &- 2OA \left(\frac{r(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) \sin \varphi + 2z_M r \cdot \\ &\sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} - 2OA \left(r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} + z_M \right) \cos \varphi,\end{aligned}\quad (15)$$

$$\begin{aligned}l_2^2(t) &= (x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha + 2r(x_M + OB) \\ &\left(\frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\ &+ 2ry_M \left(\frac{-x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right),\end{aligned}\quad (16)$$

$$\begin{aligned}l_3^2(t) &= (x_M + OC)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha - 2r(x_M + OC) \\ &\left(\frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} - (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\ &+ 2ry_M \left(\frac{x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right),\end{aligned}\quad (17)$$

Для четвертого виконавчого механізму після перетворення рівняння (4) з урахуванням співвідношення (5) маємо

$$l_4^2(t) = (OD - OA \sin \varphi)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi. \quad (18)$$

У результаті були визначені чотири аналітичні залежності для узагальнених координат привідних механізмів: $l_1(t)$, $l_2(t)$, $l_3(t)$, $l_4(t)$.

Проведений аналіз прямої та оберненої задач кінематики для маніпуляторів із l -координатною структурою показав, що розв'язання оберненої задачі кінематики є відносно нескладним і допускає отримання аналітичних залежностей. Водночас задача прямої кінематики для таких механічних систем значно складніша і в загальному випадку не завжди має замкнений аналітичний розв'язок.

Отримані закони зміни узагальнених координат можуть бути використані для подальшого

ІНФОРМАЦІЙНО–КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

дослідження процесів позиціонування та визначення траєкторії переміщення вихідної ланки маніпулятора. Для розглянутої конструкції маніпулятора паралельно послідовній структурі побудова повного аналітичного розв'язку прямої задачі кінематики є складною та потребує застосування чисельних методів.

Розв'язання прямої задачі кінематики у випадку задавання конфігурації маніпулятора в системі координат додаткової ланки

Якщо як узагальнені координати вибрати кути $\psi(t)$, $\delta(t)$, $\varphi(t)$ і довжину $KM = L(t)$, тоді розв'язання прямої задачі кінематики можна подати як (рис. 1)

$$\begin{aligned}x_M &= L \sin \psi_5 \sin \delta_5, \\y_M &= -OD - L \sin \psi_5 \cos \delta_5, \\z_M &= -DK + L \cos \psi_5.\end{aligned}\quad (19)$$

Розв'язання оберненої задачі кінематики визначено такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned}g\psi_5 &= -\frac{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}{(z_M + DK)}, \\tg\psi_5 &= -\frac{x_M}{y_M + OD}, \\L &= \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}.\end{aligned}\quad (20)$$

Оптимальне значення кута повороту трикутної основи φ встановлюють розв'язанням задачі позиціонування.

Розв'язання задачі позиціонування

Після отримання розв'язків прямої та оберненої задач кінематики наступним етапом дослідження є визначення положення маніпулятора у просторі, тобто розв'язання задачі позиціонування.

Суть цієї задачі полягає у визначенні узагальнених координат маніпулятора (l_{1n} , l_{2n} , l_{3n} , l_{4n}) за відомої початкової конфігурації (l_{10} , l_{20} , l_{30} , l_{40}), що відповідає нульовому положенню системи. У цьому положенні довжини виконавчих ланок 1–3 є мінімальними, а кут повороту основи становить $\varphi = 0$. Необхідно забезпечити досягнення заданих координат характерної точки вихідної ланки $M(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$ у глобальній системі координат (рис. 2).

Для визначення шуканої конфігурації використовують співвідношення, отримані під час розв'язання оберненої задачі кінематики в системі (I)-координат (вирази (15)–(18)). Оскільки кількість узагальнених координат маніпулятора дорівнює

чотирьом, а положення характерної точки визначено лише трьома декартовими координатами, система має одиничну маневреність. Це означає, що задача позиціонування належить до класу оптимізаційних.

Процедура позиціонування передбачає два послідовні етапи. Спочатку переміщують вихідну точку маніпулятора $M_0(x_{M0}, y_{M0}, z_{M0})$ із початкової конфігурації у стартову точку траєкторії $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$. Далі протягом інтервалу часу τ переміщують від початкової точки до кінцевої точки траєкторії $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$.

Для розв'язання задачі позиціонування та однозначного визначення конфігурації маніпулятора існує декілька критеріїв оцінювання якості керування рухом [14], які застосовують за відсутності додаткових обмежень на допустимі значення узагальнених координат. Розглянемо алгоритм, у якому початкову нульову конфігурацію маніпулятора вважають заздалегідь відомою. Також заданими є координати початкової $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$ і кінцевої точок $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$, тоді як необхідно визначити лише відповідні положення ланок маніпулятора в зазначених точках.

Під час розроблення конструкцій робототехнічних систем необхідно враховувати реальні конструктивні обмеження, які визначають допустимі межі зміни координат і безпосередньо пов'язані з допустимими значеннями узагальнених координат маніпулятора (q_s), де $s = 1 \dots 4$, а також із необхідністю уникнення взаємного зіткнення ланок. Такі обмеження задають нерівністю $q_{min} \leq q \leq q_{max}$.

Для маніпулятора, наведеного на рис. 2, задача позиціонування має оптимізаційний характер, що пояснюють наявністю надлишкового ступеня рухливості. Оскільки кількість узагальнених координат системи дорівнює чотирьом, а положення характерної точки вихідної ланки визначено лише трьома декартовими координатами, маневреність системи становить одиницю. У зв'язку з цим для однозначного визначення конфігурації необхідно сформулювати додаткову умову оптимізації [15].

Процес позиціонування маніпулятора під час виконання технологічних операцій передбачає послідовне переміщення робочого органа: спочатку з вихідної нульової конфігурації до початкової точки траєкторії, яка визначена координатами $M_0(x_{M0}, y_{M0}, z_{M0})$, а далі — до кінцевої точки $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$.

Отже, якщо нульова конфігурація маніпулятора, що описана узагальненими координатами (l_{10} , l_{20} , l_{30} , l_{40}), є відомою, необхідно спочатку визначити початкову конфігурацію системи — значення (l_{1n} , l_{2n} , l_{3n} , l_{4n}), а потім забезпечити переміщення вихідної ланки до кінцевого положення, яке має координати (l_{1k} , l_{2k} , l_{3k} , l_{4k}).

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Алгоритм розв'язання задачі позиціонування складається з кількох послідовних етапів.

На першому етапі маніпулятор перебуває у вихідному положенні, яке визначено кутом повороту основи ($\varphi = 0$) і мінімальними довжинами виконавчих ланок 1–3, що задані координатами (l_{10} , l_{20} , l_{30} , l_{40}). Координати початкової точки вихідної ланки $M_0(x_{M0}$, y_{M0} , z_{M0}), від якої починається рух, визначають за залежностями (15)–(18).

Після цього задають координати початкової точки траєкторії $M_n(x_{Mn}$, y_{Mn} , z_{Mn}) і кінцевої точки $M_k(x_{Mk}$, y_{Mk} , z_{Mk}), до якої необхідно перемістити вихідну ланку.

Довжини другого ($l_2(t)$) і третього ($l_3(t)$) виконавчих елементів визначають однозначно за співвідношеннями (16) і (17), оскільки залежать виключно від декартових координат заданих точок траєкторії.

Натомість довжини першого ($l_1(\varphi)$) і четвертого ($l_4(\varphi)$) виконавчих елементів є функціями кута повороту основи і можуть змінюватися в допустимих межах відповідно до встановлених геометричних обмежень за фіксованого положення точок $M_k(x_{Mk}$, y_{Mk} , z_{Mk}).

Умову визначення конфігурації маніпулятора за відомих координат характерної точки вихідної ланки можна сформулювати мінімізацією функції критерію узагальнених енергетичних витрат [16]:

$$\Phi(\varphi) = C_1 [l_{1n}(\varphi) - l_{10}]^2 + C_4 [l_{4n}(\varphi) - l_{40}]^2, \quad (21)$$

з урахуванням обмежень у вигляді нерівностей

$$\varphi_{\min} \leq \varphi^* \leq \varphi_{\max}, \quad (22)$$

де C_1 і C_4 — вагові коефіцієнти;

$\varphi_{\min}$, $\varphi_{\max}$ — відповідно мінімально та максимально допустимі значення кута повороту основи маніпулятора-трипода;

φ^* — оптимальне значення кута повороту.

Значення вагових коефіцієнтів C_1 і C_4 вибирають відповідно до енергетичних або силових витрат, необхідних для зміни відповідних узагальнених координат. Для тих координат, зміна яких потребує більших зусиль, доцільно призначити більші значення вагових коефіцієнтів [17]. У межах

цього дослідження вплив величини вагових коефіцієнтів окремо не аналізують, тому для спрощення математичної моделі їх приймають сталими.

Функція (21) характеризує критерій мінімізації зміни довжин виконавчих ланок із переміщенням характерної точки вихідної ланки в декартовому просторі. Використання квадратичного критерію обумовлене зручністю визначення оптимального розв'язку та простотою математичної реалізації.

Умови (22) задають допустимий діапазон зміни параметрів виконавчих ланок (11) і (14). У такому випадку цільову функцію Лагранжа можна записати як [18]

$$\Phi^* = C_1 (l_{1n} - l_{10})^2 + C_4 (l_{4n} - l_{40})^2 + \lambda_1 (u_1^2 + \varphi^* - \varphi_{\max}) + \lambda_2 (u_2^2 + \varphi_{\min} - \varphi^*), \quad (23)$$

де u_1^2 , u_2^2 — допоміжні змінні;

λ_1 , λ_2 — множники Лагранжа.

Необхідна умова існування мінімуму функції (23) задана співвідношенням

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \varphi} = C_1 \frac{\partial (l_{1n} - l_{10})^2}{\partial \varphi} + C_4 \frac{\partial (l_{4n} - l_{40})^2}{\partial \varphi} + \lambda_1 - \lambda_2 = 0. \quad (24)$$

Достатньою умовою досягнення мінімуму є додатне значення другої похідної цільової функції:

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \varphi^2} \right)_{\varphi(\varphi)=0}. \quad (25)$$

Оскільки функція Лагранжа (23) є опуклою, а множники Лагранжа задовольняють умови $\lambda_1 \geq 0$, $\lambda_2 \geq 0$, то виконання необхідних умов автоматично забезпечує достатність отриманого розв'язку.

Спільне розв'язання рівнянь (8), (13) і (24) допомагає визначити оптимальне значення кута повороту основи φ_n , а також відповідні значення довжин виконавчих ланок (11) і (14) і множників Лагранжа λ_1 , λ_2 .

У випадку отримання декількох допустимих розв'язків для φ_n остаточний вибір роблять підстановкою знайдених значень у функціонал (21) і подальшим порівнянням отриманих результатів оптимізації.

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Під час переміщення вихідної ланки від точки $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$ до точки $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$ використовують аналогічний алгоритм визначення

положення. Загальну структуру алгоритму позиціонування наведено на рис. 3.

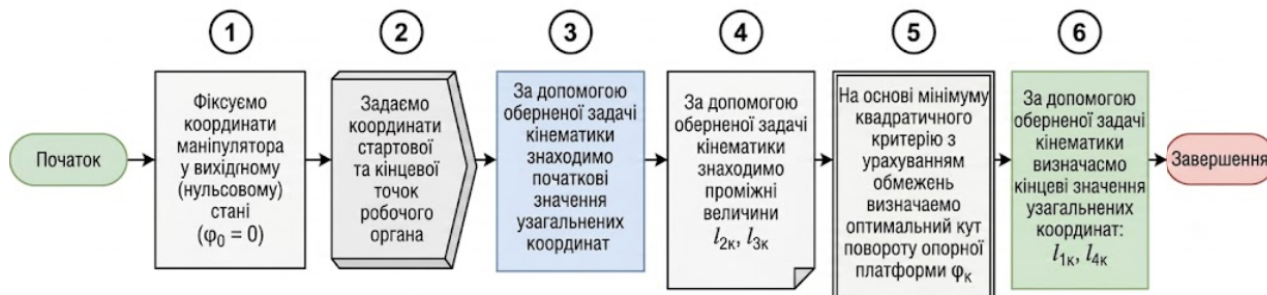


Рис. 3. Структурна схема алгоритму розв'язання задачі позиціонування маніпулятора

Для розрахунку кінематичних характеристик маніпулятора як виконавчих ланок вибрано лінійні електроактуатори *LINAK LA33* (рис. 4) із максимальним робочим ходом 600 мм, швидкістю до 70 мм/с і робочим навантаженням до 5000 Н. Розглянемо практичну реалізацію запропонованого підходу для маніпулятора паралельно-послідовної структури з додатковим зв'язком з урахуванням обмежень на зміну довжин актуаторів.

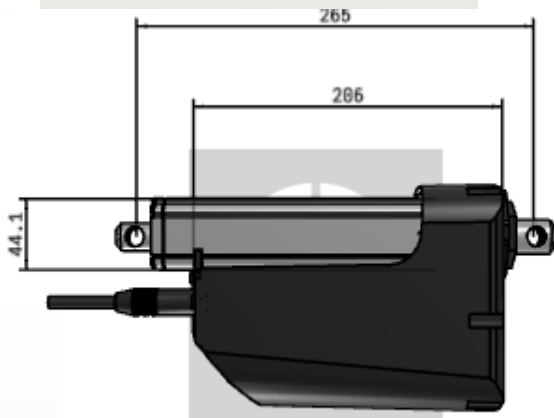


Рис. 4. Лінійний електроактуатор LINAK LA33 [19]

Спочатку маніпулятор перебуває в нульовому положенні, де вихідна ланка зафіксована в точці M_0 з координатами $x_{M0} = 0$ мм, $y_{M0} = 730$ мм, $z_{M0} = 85$ мм. У цьому положенні довжини виконавчих ланок 1–3 мають мінімальні значення: $l_{10} = 765$ мм, $l_{20} = 768$ мм, $l_{30} = 770$ мм, кут повороту основи ABC становить $\varphi_0 = 0^\circ$, а довжина четвертої ланки з урахуванням геометричних параметрів дорівнює $l_{40} = 755$ мм.

Далі задаємо координати початкової точки M_n вихідної ланки: $x_{Mn} = 110$ мм, $y_{Mn} = 860$ мм, $z_{Mn} = 460$ мм. Із виразів (16) і (17) однозначно визначають відповідні довжини ланок $l_{2n} = 975$ мм і $l_{3n} = 1025$ мм. Потім з умови мінімуму квадратичної функції (24) з урахуванням обмежень обчислюють кут повороту основи ABC $\varphi_n = -0,18$ рад ($\approx -10,3^\circ$). Після цього визначають довжини виконавчих ланок $l_{1n} = 815$ мм і $l_{4n} = 805$ мм для відповідної конфігурації маніпулятора.

Розрахункові значення узагальнених координат l_1, l_2, l_3, l_4 мають лежати в межах конструктивних обмежень механізму та актуаторів ($l_{smin} \leq l_s \leq l_{smax}$) і проходити перевірку на відповідність геометричним параметрам конструкції.

Аналогічно задачу позиціонування розв'язують із переміщенням вихідної ланки з початкової точки $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$ у кінцеву точку $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$.

Числові результати розв'язання задачі позиціонування з урахуванням нульового, початкового та кінцевого положень наведено в таблиці.

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Розрахункові значення координат і узагальнених координат маніпулятора паралельно-послідовної структури з додатковим зв'язком

Параметр	Значення в нульовому положенні	Значення в початковій точці	Значення в кінцевій точці
Координати характерної точки М (x_M, y_M, z_M).	$x_{M0} = 0$ мм $y_{M0} = 730$ мм $z_{M0} = 85$ мм	$x_{Mп} = 100$ мм $y_{Mп} = 850$ мм $z_{Mп} = 442$ мм	$x_{Mк} = -100$ мм $y_{Mк} = 950$ мм $z_{Mк} = 600$ мм
Узагальнені координати l_1, l_2, l_3, l_4	$l_{10} = 765$ мм $l_{20} = 768$ мм $l_{30} = 770$ мм $l_{40} = 755$ мм	$l_{1п} = 815$ мм $l_{2п} = 975$ мм $l_{3п} = 1025$ мм $l_{4п} = 805$ мм	$l_{1к} = 870$ мм $l_{2к} = 1185$ мм $l_{3к} = 1145$ мм $l_{4к} = 875$ мм
Узагальнені координати L, ψ, δ, φ	$L_0 = 1405$ мм $\psi_0 = -1,40$ $\delta_0 = 0$ $\varphi_0 = 0$	$L_{п} = 1630$ мм $\Psi_{п} = -1,19$ $\Delta_{п} = -0,08$ $\varphi_{п} = -0,18$	$L_{к} = 1795$ мм $\psi_{к} = -1,12$ $\delta_{к} = 0,07$ $\varphi_{к} = -0,43$

Додатково були розраховані значення узагальнених координат маніпулятора в системі координат додаткової ланки L, ψ, δ , а також з урахуванням раніше визначеного кута повороту поворотної основи φ . Отримані параметри в системі координат додаткової ланки можуть бути використані в подальшому для складання математичної моделі динаміки маніпулятора.

Отже, задача позиціонування для маніпулятора паралельно-послідовної структури з додатковим зв'язком успішно розв'язана. Наразі відомі початкові та кінцеві значення конфігурації маніпулятора.

На наступному етапі виконують кінематичний синтез, тобто визначають закони зміни узагальнених координат під час переміщення характерної точки вихідної ланки з початкового положення в кінцеве за заданий проміжок часу τ відповідно до запрограмованої траєкторії.

Подальші дослідження передбачатимуть розв'язання прямої задачі кінематики в аналітичній формі, динамічний аналіз маніпулятора з урахуванням інерційних і гравітаційних навантажень, а також розроблення алгоритмів оптимального керування з метою підвищення точності позиціонування, швидкодії та енергетичної ефективності системи. Отримані результати створюють надійну основу для практичної реалізації прототипу маніпулятора та його випробувань у реальних умовах.

Висновки.

У статті досліджено кінематичні характеристики маніпулятора паралельно-послідовної структури з додатковим кінематичним зв'язком. Розроблено та проаналізовано кінематичну схему маніпулятора, встановлено його ступені рухомості з урахуванням поворотної основи. Розв'язано пряму та обернену задачі кінематики для різних способів задавання узагальнених координат. Показано, що з поданням у системі l -координат обернена задача кінематики має аналітичне розв'язання, тоді як пряма задача реалізована чисельно. Для системи координат додаткової ланки отримано аналітичні розв'язки як прямої, так і оберненої задач кінематики, що підвищує зручність їх використання для задач керування та подальшого динамічного моделювання.

Розв'язано задачу позиціонування вихідної ланки маніпулятора на основі встановлених кінематичних залежностей, що допомагає визначати положення та орієнтацію робочого органу за заданими узагальненими координатами. Досліджено особливі положення механізму, за яких виникають виродження кінематичних характеристик і можливі неконтрольовані зміни параметрів вихідної ланки. Сформовано аналітичні вирази керуючої матриці, що дає змогу пов'язати швидкості приводів із швидкостями узагальнених координат, що допомагає аналізувати вплив приводів і оцінювати наближення до сингулярних конфігурацій.

ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧІ СИСТЕМИ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

Отримані результати формують основу для подальших досліджень у напрямі синтезу законів керування та динамічного аналізу маніпуляторів паралельно-последовної структури, а також визначають перспективні напрями їх використання для технологічних процесів з обробки складних поверхонь в авіаційній і машинобудівній галузях.

Список використаних джерел

1. Olazagoitia, J. L., & Wyatt, S. (2007). New PKM Tricept T9000 and its application to flexible manufacturing at Aerospace Industry. *SAE Technical Paper*, 2007-01-3820. DOI: <https://doi.org/10.4271/2007-01-3820>
2. Широкий, Ю. В., Сисоєв, Ю. О., Семененко, Ю. О., Семененко, О. Д., Ковальов, М. П., & Сорока, А. С. (2025). Дослідження кінематичних характеристик дельта-робота в задачах прямої та зворотної кінематики. *Відкриті інформаційні та комп'ютерні інтегровані технології*, 106, 121–141. DOI: <https://doi.org/10.32620/oikit.2025.106.08>
3. Li, Q. C., Xu, L. M., Chen, Q. H., & Ye, W. (2017). New family of RPR-equivalent parallel mechanisms: Design and application. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 30(2), 217–221. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10033-017-0045-0>
4. Milutinović, M., Slavković, N., & Milutinović, D. (2013). Kinematic modelling of hybrid parallel-serial five-axis machine tool. *FME Transactions*, 41(1), 1–10. URL: <https://www.mas.bg.ac.rs/istrazivanje/fme/vol41>
5. Семененко, Ю. О., & Семененко, О. Д. (2025). Особливості локалізації та навігації мобільних роботів на основі лазерного SLAM. *Управління якістю в освіті та промисловості: досвід, проблеми та перспективи: тези доповідей VII Міжнар. наук.-практ. конф.*, 244. Львів: Національний університет «Львівська політехніка».
6. Костюк, Г. І., Баранов, О. О., & Широкий, Ю. В. (2020). Конструювання промислових роботів: навчальний посібник. Харків: Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». 135 с. URL: <https://dspace.library.khai.edu/xmlui/handle/123456789/7676>
7. Liu, N., & Wu, J. J. (2014). Kinematics and application of a hybrid industrial robot-delta-RST. *Sensors & Transducers*, 169(4), 186–192. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?doi=f5ab7c3e88da6a48bfe1d2f89b458468d3157fb&repid=rep1&type=pdf>
8. Широкий, Ю. В., & Постельник, Т. О. (2021). *Конструювання устаткувань для автоматизованого виробництва. Захватні пристрої промислових роботів: навчальний посібник*. Харків: Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». 88 с. URL: <https://dspace.library.khai.edu/>
9. Wu, Y., Fu, Z., Xu, J. N., Yan, W. X., Liu, W. H., & Zhao, Y. Z. (2015). Kinematic analysis of 5-DOF hybrid parallel robot. *Intelligent Robotics and Applications: 8th International Conference, ICIRA 2015*, 153–163. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-22876-1_14
10. Баранов, О. О., Руденко, Н. В., & Широкий, Ю. В. (2021). Математичні основи робототехнічних систем: навчальний посібник. Харків: Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». 224 с. URL: <https://library.khai.edu/>
11. Семененко, Ю. О., Сисоєв, Ю. О., Семененко, О. Д., Степаненко, Д. Р., Сорока, А. С., & Широкий, Ю. В. (2026). Енергоефективні алгоритми обробки сенсорної інформації для наземних роботизованих систем різного призначення. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*, 31(2), 53–68. DOI: <https://doi.org/10.18664/iksz.v31i2.362229>
12. Petko, M., Karpel, G., Gac, K., Góra, G., Kobus, K., & Ochoński, J. (2016). Trajectory tracking controller of the hybrid robot for milling. *Mechatronics*, 37, 100–111. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2016.03.012>
13. Семененко, Ю. О., & Семененко, О. Д. (2025). Аналіз можливості керування дельта-роботом за допомогою PID-регулятора. *Тези 38-ї Міжнар. наук.-практ. конф. «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті»*, 2–3. Харків: УкрДУЗТ. URL: https://kart.edu.ua/wp-content/uploads/2025/09/dodatok_do_zhurnalu_iksz_t-3_2025.pdf
14. Zahedi, A., Shafei, A., & Shamsi, M. (2023). Application of hybrid robotic systems in crop harvesting: Kinematic and dynamic analysis. *Computers and Electronics in Agriculture*, 209, 107724. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2023.107724>
15. Droukas, L., Doulgeri, Z., Tsakiridis, N. L., Triantafyllou, D., Kleitsiotis, I., Mariolis, I., Giakoumis, D., Tzovaras, D., Kateris, D., & Bochtis, D. (2023). A survey of robotic harvesting systems and enabling technologies. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 107(2), 21. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10846-022-01793-z>
16. Staicu, S. (2018). Kinematics and dynamics of a hybrid parallel manipulator. In *Dynamics of Parallel Robots*, 309–326. Cham: Springer. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-319-99522-9_12
17. Modak, S., & Rama Krishna, K. (2024). Kinematics and singularity analysis of a novel hybrid industrial manipulator. *Robotica*, 42, 579–610. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0263574723001662>
18. Zhang, J., Zhao, Y. Q., & Jin, Y. (2016). Elastodynamic modeling and analysis for an Exechon parallel kinematic machine. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 138(3), 031011. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4030938>
19. Jin, Y., Bi, Z. M., Liu, H. T., Higgins, C., Price, M., Chen, W. H., & Huang, T. (2015).

Kinematic analysis and dimensional synthesis of Exechon parallel kinematic machine for large volume machining. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 7(4), 041004. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4029499>

References

1. Olazagoitia, J. L., & Wyatt, S. (2007). New PKM Tricept T9000 and its application to flexible manufacturing at Aerospace Industry. *SAE Technical Paper*, 2007-01-3820. <https://doi.org/10.4271/2007-01-3820> [in English].
2. Shyrokyi, Yu. V., Sysoiev, Yu. O., Semenenko, Yu. O., Semenenko, O. D., Kovalov, M. P., & Soroka, A. S. (2025). Doslidzhennia kinematychnykh kharakterystyk delta-robotu v zadachakh priamoi ta zvorotnoi kinematyky [Investigation of kinematic characteristics of a delta robot in forward and inverse kinematics problems]. *Open Information and Computer Integrated Technologies*, 106, 121–141. <https://doi.org/10.32620/oikit.2025.106.08> [in Ukrainian].
3. Li, Q. C., Xu, L. M., Chen, Q. H., & Ye, W. (2017). New family of RPR-equivalent parallel mechanisms: Design and application. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 30(2), 217–221. <https://doi.org/10.1007/s10033-017-0045-0> [in English].
4. Milutinović, M., Slavković, N., & Milutinović, D. (2013). Kinematic modelling of hybrid parallel-serial five-axis machine tool. *FME Transactions*, 41(1), 1–10. <https://www.mas.bg.ac.rs/istrazivanje/fme/vol41> [in English].
5. Semenenko, Yu. O., & Semenenko, O. D. (2025). Osoblyvosti lokalizatsii ta navihatsii mobilnykh robotiv na osnovi lazernoho SLAM [Features of localization and navigation of mobile robots based on laser SLAM]. *Quality Management in Education and Industry: Experience, Problems and Prospects: Proceedings of the VII International Scientific and Practical Conference*, 244. Lviv: Lviv Polytechnic National University. [in Ukrainian].
6. Kostiuk, H. I., Baranov, O. O., & Shyrokyi, Yu. V. (2020). *Konstruiuvannia promyslovykh robotiv: navchalnyi posibnyk [Design of industrial robots: Textbook]*. Kharkiv: National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», 135 p. <https://dspace.library.khai.edu/xmlui/handle/123456789/7676> [in Ukrainian].
7. Liu, N., & Wu, J. J. (2014). Kinematics and application of a hybrid industrial robot-delta-RST. *Sensors & Transducers*, 169(4), 186–192. https://citeseerx.ist.psu.edu/document?doi=f5ab7c3e88da_d6a48bfe1d2f89b458468d3157fb&repid=rep1&type=pdf [in English].
8. Shyrokyi, Yu. V., & Postelnyk, T. O. (2021). *Konstruiuvannia ustakuvannia dlia avtomatyzovanoho vyrobnytstva. Zakhvatni prystroi promyslovykh robotiv: navchalnyi posibnyk [Design of equipment for automated production. Gripping devices of industrial robots: Textbook]*. Kharkiv: National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», 88 p. <https://dspace.library.khai.edu/> [in Ukrainian].
9. Wu, Y., Fu, Z., Xu, J. N., Yan, W. X., Liu, W. H., & Zhao, Y. Z. (2015). Kinematic analysis of 5-DOF hybrid parallel robot. In *Intelligent Robotics and Applications: 8th International Conference, ICIRA 2015*, 153–163. https://doi.org/10.1007/978-3-319-22876-1_14 [in English].
10. Baranov, O. O., Rudenko, N. V., & Shyrokyi, Yu. V. (2021). *Matematychni osnovy robototekhnichnykh system: navchalnyi posibnyk [Mathematical foundations of robotic systems: Textbook]*. Kharkiv: National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», 224 p. <https://library.khai.edu/> [in Ukrainian].
11. Semenenko, Yu. O., Sysoiev, Yu. O., Semenenko, O. D., Stepanenko, D. R., Soroka, A. S., & Shyrokyi, Yu. V. (2026). Enerhoefektyvni alhorytmy obrobky sensornoi informatsii dlia nazemnykh robotyzovanykh system riznoho pryznachennia [Energy-efficient algorithms for processing sensor information for ground robotic systems of various purposes]. *Information and Control Systems for Railway Transport*, 31(2), 53–68. <https://doi.org/10.18664/ikszt.v31i2.362229> [in Ukrainian].
12. Petko, M., Karpel, G., Gac, K., Góra, G., Kobus, K., & Ochoński, J. (2016). Trajectory tracking controller of the hybrid robot for milling. *Mechatronics*, 37, 100–111. <https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2016.03.012> [in English].
13. Semenenko, Yu. O., & Semenenko, O. D. (2025). Analiz mozhyvosti keruvannia delta-robotom za dopomohoiu PID-rehuliatora [Analysis of the possibility of controlling a delta robot using a PID controller]. *Proceedings of the 38th International Scientific and Practical Conference «Information and Control Systems for Railway Transport»*, 2–3. Kharkiv: Ukrainian State University of Railway Transport. https://kart.edu.ua/wp-content/uploads/2025/09/dodatok_do_zhurnalu_ikszt_-_3_2025.pdf [in Ukrainian].
14. Zahedi, A., Shafei, A., & Shamsi, M. (2023). Application of hybrid robotic systems in crop harvesting: Kinematic and dynamic analysis. *Computers and Electronics in Agriculture*, 209, 107724. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2023.107724> [in English].
15. Droukas, L., Doulgeri, Z., Tsakiridis, N. L., Triantafyllou, D., Kleitsiotis, I., Mariolis, I., Giakoumis, D., Tzovaras, D., Kateris, D., & Bochtis, D. (2023). A survey of robotic harvesting systems and enabling technologies. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 107(2), 21. <https://doi.org/10.1007/s10846-022-01793-z> [in English].
16. Staicu, S. (2018). Kinematics and dynamics of a hybrid parallel manipulator. In *Dynamics of Parallel Robots*, 309–326. Cham: Springer.

https://doi.org/10.1007/978-3-319-99522-9_12 [in English].

17. Modak, S., & Rama Krishna, K. (2024). Kinematics and singularity analysis of a novel hybrid industrial manipulator. *Robotica*, 42, 579–610. <https://doi.org/10.1017/S0263574723001662> [in English].

18. Zhang, J., Zhao, Y. Q., & Jin, Y. (2016). Elastodynamic modeling and analysis for an Exechon parallel kinematic machine. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 138(3), 031011. <https://doi.org/10.1115/1.4030938> [in English].

19. Jin, Y., Bi, Z. M., Liu, H. T., Higgins, C., Price, M., Chen, W. H., & Huang, T. (2015). Kinematic analysis and dimensional synthesis of Exechon parallel kinematic machine for large volume machining. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 7(4), 041004. <https://doi.org/10.1115/1.4029499> [in English].

Investigation of Kinematic Characteristics of Hybrid Parallel-Serial Robotic Systems with an Additional Kinematic Linkage

The article investigates the kinematic characteristics of hybrid parallel-serial robotic systems with an additional kinematic linkage. The relevance of the study is driven by the growing demand in modern manufacturing for high-performance robotic systems capable of ensuring high positioning accuracy, structural rigidity, and enhanced functionality when performing technological operations in aviation, mechanical engineering, automotive industry, and other sectors. Parallel manipulators are characterized by high load-carrying capacity, speed, and positioning accuracy of the end-effector. However, they have a limited workspace. One of the promising ways to overcome this limitation is the use of hybrid structures that combine the advantages of parallel and serial mechanisms. Such systems allow expanding the working area while maintaining high stiffness and dynamic performance.

This paper examines a hybrid parallel-serial manipulator, a distinctive design feature of which is the presence of an additional passive kinematic linkage. The use of the additional link reduces bending loads on the linear actuators and increases the overall structural rigidity during the manipulation of heavy objects. Furthermore, the additional kinematic linkage expands the technological capabilities of the system and can be used to implement auxiliary functions, such as supplying working media, energy, or mounting additional functional modules. Within the framework of the study, the structural analysis of the manipulator was performed and a mathematical model for determining its kinematic characteristics was developed. The features of solving the forward and inverse kinematics problems were considered, and the relationships between the actuator parameters and the position of the end-effector were established. The obtained results can be applied in the design and synthesis of control systems for hybrid robotic

complexes with increased requirements for accuracy and rigidity.

Keywords: hybrid manipulator, parallel-serial structure, robotic system, kinematic analysis, forward kinematics, inverse kinematics, additional kinematic linkage.

Відомості про авторів:

Семененко Юрій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: semenenko_jo@kart.edu.ua. ORCID: [0000-0001-9422-3528](https://orcid.org/0000-0001-9422-3528).

Семененко Ольга Діонісівна – асистент кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут». E-mail: o.semenenko@khai.edu. ORCID: [0009-0001-8425-562X](https://orcid.org/0009-0001-8425-562X).

Рябенков Ігор Олександрович – кандидат технічних наук, асистент кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна. ORCID: [0009-0006-5375-5089](https://orcid.org/0009-0006-5375-5089).

Сорока Анастасія Сергіївна – студентка кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна. E-mail: a.soroka@student.khai.edu. ORCID: [0009-0005-3166-4621](https://orcid.org/0009-0005-3166-4621).

Широкий Юрій Вячеславович – кандидат технічних наук, доцент, кафедри теоретичної механіки, машинознавства та роботомеханічних систем, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», м. Харків, Україна. E-mail: i.shyrokyi@khai.edu. ORCID: [0000-0002-4713-0334](https://orcid.org/0000-0002-4713-0334).

About the Author:

Semenenko Yurii Oleksandrovyich - Doctor of Philosophy, Associate Professor of the Department of Electrical Power Engineering, Electrical Engineering and Electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: semenenko_jo@kart.edu.ua. ORCID iD: [0000-0001-9422-3528](https://orcid.org/0000-0001-9422-3528).

Semenenko Olha Dionisiivna – Assistant of the Department of Theoretical Mechanics, Machine Science

and Robotic Mechanical Systems, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute». E-mail: o.semenenko@khai.edu. ORCID iD: [0009-0001-8425-562X](https://orcid.org/0009-0001-8425-562X).

Riabekov Ihor Oleksandrovych – Doctor of Philosophy, Assistant of the Department of Theoretical Mechanics, Machine Science and Robotic Mechanical Systems, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine. ORCID: 0009-0006-5375-5089.

Soroka Anastasiya Serhiivna – Student of the Department of Theoretical Mechanics, Mechanical Engineering and Robotic Mechanical Systems, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine. E-mail: a.soroka@student.khai.edu. ORCID: 0009-0005-3166-4621.

Shyrokyi Yurii Vyacheslavovich – Doctor of Philosophy, Associate Professor of the Department of Theoretical Mechanics, Engineering and Robomechanical Systems, National Aerospace University «Kharkiv Aviation Institute», Kharkiv, Ukraine. E-mail: i.shyrokyi@khai.edu. ORCID: 0000-0002-4713-0334.

Стаття надійшла 27.08.26

Стаття прийнята до друку після рецензування 22.09.26

Стаття опублікована (оприлюднена) 06.10.26

Стаття поширена на умовах ліцензії Creative Commons Attribution License International CC-BY.