УДК 656.212:519.87
DOI: 10.34029/2311-4061-2026-160-3-21-34

Д-р техн. наук Ломотько Д.В.
Аспірант Кудряшов Д.В.,
Інженер Чайка М.І.

РОЗШИРЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМІЗАЦІЇ РОБОТИ ВАНТАЖНИХ ФРОНТІВ ЗАЛІЗНИЧНИХ ПІД'ЇЗНИХ КОЛІЙ ДЛЯ МАСОВИХ ВАНТАЖІВ

ADVANCED MATHEMATICAL MODEL OF OPTIMIZATION OF THE OPERATION OF CARGO FRONTS OF RAILWAY APPROACH TRACKS FOR BULK CARGO

Анотація. У статті розвинуто комплексну багатокритеріальну модель оптимізації роботи вантажного фронту залізничної під'їзної колії у двох взаємопов'язаних напрямах. По-перше, уточнено математичний апарат часових характеристик системи «станція – під'їзна колія»: показано, що застосована формула Поллачека–Хінчина коректно описує лише граничний випадок одного каналу обслуговування, і запропоновано перехід до строгої формули Ерланга-С для системи масового обслуговування M/M/Z, з аналітичним доведенням коректності узагальнення та наближенням Аллена–Каннінга для врахування стохастичності вхідного потоку. По-друге, розроблено класифікацію під'їзних колій за обсягом вагонопотоку та типом локомотивного обслуговування, узгоджену з тарифними класами Тарифного керівництва №1, і побудовано дворівневу (тандемну) мережеву модель групи під'їзних колій масових вантажів, що конкурують за спільну пропускну спроможність станції примикання. Цільові функції розширено новими компонентами витрат на утримання спільної станційної інфраструктури та на втрати вагоно-годин від мережевого очікування. Числовий приклад для групи колій вугілля, руди та зерна показав, що станційна складова часу очікування визначає від 61 % до 87 % повного часу перебування вагона в системі, що не могло бути виявлено в межах моделі з однією під'їзною колією.

Ключові слова*: залізнична під'їзна колія, вантажний фронт, система масового обслуговування M/M/Z, транспортна логістика, класифікація під'їзних колій, концепція «логістика всюди», масові вантажі.*

Вступ

Останнім часом спостерігається тенденція до коливання обсягів залізничних вантажоперевезень в Україні, починаючи з 2024 року. За офіційними даними АТ «Укрзалізниця», обсяг вантажоперевезень у 2025 році склав орієнтовно 160 млн т, що на 7 % менше, ніж у 2024 році, і на 49 % менше рівня 2021 року (315 млн т) [1]. Особливо суттєвим виявилося падіння перевезень зернових – на 27,3 % за підсумками 2025 року, до 28,86 млн т. Це свідчить, що загальна вантажна база залізниці є менш стабільною, ніж передбачалося, а наявні резерви пропускної спроможності інфраструктури є обмеженим ресурсом, розподіл якого потребує формалізації.

На цьому тлі показово, що не всі сегменти вантажної бази скорочуються однаковою мірою: перевезення руди та марганцю, за оцінками галузі, залишаються відносно стабільними – на рівні 44 млн т, та демонструють незначне зростання попри загального падіння вантажообігу. Це підтверджує те, що саме масові вантажі (вугілля, руда, зерно), на які припадає основний обсяг навантаження і вивантаження на під'їзних коліях промислових підприємств [2], залишаються найбільш стійким і водночас найбільш чутливим до обмежень пропускної спроможності сегментом залізничних перевезень, що виправдовує зосередження мережевої моделі саме на цій категорії під'їзних колій.

Водночас інфраструктурний ресурс перевезень продовжує зношуватися. За оцінкою звіту

© *Ломотько Д.В., Кудряшов Д.В., Чайка М.І.*
Creative commons attribution 4.0 international license

Світового банку «Ukraine's Transport and Logistics System» (червень 2025 р.), близько 60 % колій експлуатуються понад нормативний строк служби, а понад 35 % стрілочних переводів перебувають у незадовільному стані; сукупні фізичні втрати транспортного сектору внаслідок війни оцінено у 36,7 млрд дол. США, з яких 83 % припадає на залізничну та дорожню інфраструктуру [3]. Знос колій сягає 70.…90 %, знос рухомого складу – 90 %. Ситуація ускладнюється і безпосередніми бойовими втратами: лише за перший квартал 2026 року зафіксовано 541 удар по залізничній інфраструктурі та рухомому складу, унаслідок чого пошкоджено 1718 об'єктів.

Поєднання цих двох тенденцій – відносної стійкості масових вантажів на тлі загального скорочення вантажної бази та прогресуючого зношення й пошкодження інфраструктури означає, що пропускна спроможність станцій примикання, які обслуговують групи під'їзних колій масових вантажів, перетворюється на важливий фактор оптимізації. Саме це обґрунтовує необхідність розширення базової моделі [2] з однією під’їзною колією на мережевий рівень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Застосування апарату Ерланга для аналізу заторів на залізничному транспорті є визнаним, хоча й нерівномірно розвиненим напрямом. Так, у дослідженні [4] багатоканальну систему масового обслуговування типу $M/E_k/n$ використано для аналізу та оптимізації заторів на воротах контейнерного терміналу залізничної станції, де кількість каналів обслуговування (ворота) визначається як керований параметр оптимізації, аналогічно до параметра Z у [2]; проте модель [4] орієнтована виключно на контейнерні термінали з фіксованим часом обслуговування одного транспортного засобу і не враховує специфіку періодичної дії навантажувально-розвантажувальних машин, притаманну обслуговуванню масових вантажів на під'їзних коліях.

Мережевий (тандемний) підхід до моделювання залізничних станцій розвинуто в роботі [5], де запропоновано опис функціонування вантажних станцій і сортувальних гірок мережами масового обслуговування зі складною ієрархічною структурою заявок, що дозволяє виявляти «вузькі місця» станції та оцінювати ризик переходу в нерегулярний режим роботи. Це методологічно близько до дворівневої мережевої моделі, запропонованої в цій статті (п. «Мережева модель...»), проте станція моделюється як єдиний об'єкт без розмежування інтересів вантажовласника й перевізника та без формування економічних цільових функцій – модель [5] є суто технологічною (оцінка часових і ймовірнісних характеристик), тоді як економічний вимір взаємодії «залізниця – вантажовласник», закладений у [2], у ній відсутній.

Питання спільного використання маневрового ресурсу групою колій на прикладі мережі під'їзних колій термінала розглянуто в [6], де запропоновано модель одночасної доставки та забирання вагонних груп на гібридній мережі під'їзних колій з оптимізацією черговості маневрових операцій. На відміну від економіко-стохастичного підходу цієї статті, робота [6] вирішує суто комбінаторну задачу маршрутизації маневрового локомотива й не використовує апарат теорії масового обслуговування для оцінки часу очікування, що не дозволяє безпосередньо порівнювати варіанти технологічних рішень за критерієм витрат.

Протягом останніх років простежується стабільна тенденція перевищення фактичних показників простою вагонів порівняно з нормативними значеннями. Так, у 2023 році нараховувалося 1205 діючих під’їзних колій, середній час простою вагона на станції становив 31,2 години, що означає перевищення на 30 % нормативу. У 2026 році слід очікувати погіршення ситуації. Проведений структурний аналіз засвідчив, що найбільші можливості для скорочення часу зосереджені в організаційних складових процесу: очікуванні подачі (5,3 години проти нормативних 2,0) та очікуванні прибирання (4,4 години проти 2,0). Сукупно ці фактори формують 9,7 години непродуктивного простою, що призводить до щорічних втрат близько трьох млрд. грн. лише для залізниці, без врахування додаткових збитків вантажовласників.

Базові аспекти технології роботи станцій примикання та промислових підприємств висвітлені у працях [7, 8]. У цих дослідженнях детально розглядаються процеси взаємодії на стику різних форм власності, проте автори здебільшого застосовують детермінований підхід до визначення тривалості операцій. Такий підхід не завжди адекватно відображає реальну експлуатаційну ситуацію, що характеризується високим рівнем стохастичності.

Математична формалізація процесів у залізничних вузлах із використанням теорії масового обслуговування наведена у дослідженні [9]. Застосування ймовірнісних моделей дозволяє більш точно оцінювати затримки вагонів, а класичні праці F. Pollaczek [10] залишаються методологічною основою для розрахунку параметрів систем з очікуванням, що підтверджується їхнім постійним цитуванням у сучасних наукових джерелах.

Окремим і таким, що набирає ваги, напрямом є дослідження термінальних операцій саме з масовими (сипкими) вантажами (вугілля, руда, зерно) як предметної області, відмінної від контейнерних перевезень за технологією обслуговування, структурою витрат та характером обмежень пропускної спроможності [11]. Цікавою є концепція «Логістика всюди» із формуванням мережі мобільних залізничних логістичних хабів для обробки сипких і будівельних матеріалів [12]. Це підтверджує обґрунтованість зробленого в цій статті методологічного вибору – свідомого виключення контейнерних, наливних і гуманітарних вантажів із класифікатора під'їзних колій (табл. 2) та зосередження мережевої моделі на позакласних і 1-го класу коліях, що обслуговують саме масові вантажі.

Узагальнюючи можна констатувати, що, попри значний розвиток окремих складових – багатоканальних моделей Ерланга для вузлів залізничного транспорту [4], мережевих моделей станцій [5], оптимізації маневрової роботи на групах колій [6] та спеціалізованого дослідження термінальних операцій з масовими вантажами [11], комплексна модель, яка б одночасно (а) коректно узагальнювала часові характеристики фронту на довільну кількість каналів обслуговування апаратом Ерланга-С, (б) формалізувала мережеву конкуренцію групи під'їзних колій масових вантажів за спільний ресурс станції примикання у вигляді тандемної СМО, та (в) пов'язувала обидва рівні з багатокритеріальними економічними цільовими функціями розподілу витрат між залізницею і вантажовласником, – у розглянутих джерелах відсутня. Це підтверджує актуальність запропонованого в цій статті розвитку моделі [2].

Мета та завдання дослідження (продовження)

Стаття є безпосереднім продовженням дослідження [2], в якому побудовано комплексну багатокритеріальну модель оптимізації параметрів роботи вантажного фронту окремої залізничної під'їзної колії на основі апарату теорії масового обслуговування M/M/Z. У висновках [2] окреслено, зокрема, два напрями подальшого розвитку моделі: уточнення розрахункового апарату часових характеристик системи та розширення моделі на мережу під'їзних колій, об'єднаних спільною станцією примикання. Метою цієї частини дослідження є реалізація обох напрямів у взаємопов'язаний спосіб: (1) заміна наближеної формули часу очікування в черзі на строгий апарат формули Ерланга-С, коректний для довільної кількості каналів обслуговування Z, та (2) побудова дворівневої (тандемної) мережевої моделі групи під'їзних колій, що обслуговують масові вантажі, з розширенням цільових функцій на витрати спільної станційної інфраструктури.

Основна частина

Для забезпечення самодостатності викладу нижче наведено пояснення всіх змінних, використаних у цій статті, включно з тими, що вперше введені в базовій роботі [2] (табл. 1). Позначення, введені безпосередньо в цій статті, відмічені у стовпці «Джерело» таблиці 1 як «нове».

Табл. 1 – Перелік умовних позначень

Позначення	Пояснення	Од. виміру	Джерело
1	2	3	4
$N_{заг}$	загальний добовий вагонопотік під'їзної колії	ваг/добу	[2]
n_i	кількість вагонів i-го класу на добу, i = 1..5	ваг/добу	[2]
α_i	коефіцієнт пріоритету обслуговування вагонів i-го класу	-	[2]
k_i	множник вартості (тарифний) вагонів i-го класу	-	[2]
$\bar{\alpha}$, $\bar{k}$	середньозважені коефіцієнти пріоритету та вартості колії в цілому	-	нове, форм. (1)–(2)
q	середнє статичне навантаження вагона	т/ваг	[2]
$P_{НРМ}$	продуктивність навантажувально-розвантажувальної машини	т/год	[2]

1	2	3	4
Z	кількість НРМ на вантажному фронті	од.	[2]
μ_1	продуктивність одного каналу обслуговування (одного НРМ)	ваг/год	нове, форм. (4)
λ	інтенсивність надходження вагонів на фронт	ваг/год	[2]
ρ	коефіцієнт завантаження системи (фронту)	-	[2], уточнено форм. (6)
a	запропонована інтенсивність навантаження (offered load)	Ерл.	нове
$C(Z,a)$	імовірність очікування початку обслуговування (формула Ерланга-С)	-	нове, форм. (7)
W_q	середній час очікування вагона в черзі (за Ерлангом-С)	год/ваг	нове, замінює $W_{\text{очікування}}$ з [2]
t_{service}	середній час безпосереднього обслуговування вагона	год/ваг	[2]
$W_{\text{неповний циклу}}$	простій вагона через неповний добовий цикл роботи фронту	год/ваг	[2]
T_{sys}	повний час перебування вагона на під'їзній колії	год/ваг	[2]
v	коефіцієнт варіації вхідного потоку вагонів	-	[2], формула (34) у [2]
$W_q^{(v)}$	час очікування з урахуванням стохастичності вхідного потоку	год/ваг	нове, форм. (9)
X_{i}	кількість подач/відправлень колії i на добу	подач/добу	[2], форм. (2) у [2]
$n_{\text{ (мереж.)}}$	кількість під'їзних колій у групі станції примикання	од.	нове
$G_{\text{ст}}$	пропускна спроможність станції примикання (кількість «вікон» графіка)	подач/добу	нове
$\lambda_{\text{ст}}$, $\mu_{\text{ст}}$, $\rho_{\text{ст}}$	інтенсивність надходження, обслуговування та завантаження станційного вузла	1/год, 1/год, -	нове, форм. (10)–(12)
$W_{\text{ст}}$	час очікування доступу до станційної інфраструктури	год	нове, форм. (13)
$T_{sys,i}^{\text{мереж}}$	повний час перебування вагона колії i в мережі «колія – станція»	год/ваг	нове, форм. (14)
N_{i}	обсяг вагонопотоку колії i групи	ваг/добу	[2], застосовано до колії i
C_{15}	річні витрати станції примикання на утримання спільної інфраструктури	грн/рік	нове, форм. (15)
$n_{\text{ст}}$, $a_{\text{ст}}$	умовна кількість обслуг. одиниць та вартість станційно-години вузла	од.; грн/(один.·год)	нове
$C_{15,i}$	частка C_{15}, віднесена на колію i пропорційно вагонопотоку	грн/рік	нове, форм. (16)
$C_{16,i}$	річні втрати вагоно-годин колії i через очікування $W_{\text{ст}}$	грн/рік	нове, форм. (17)
$a_{\text{в}}$	базова вартість вагоно-години	грн/(ваг·год)	[2]
$\bar{k_{\text{i}}}$	середньозважений тарифний множник колії i (за форм. (2))	-	нове
$\text{F}_{\text{A,i}}^{\text{мереж}}$, $\text{F}_{\text{B,i}}^{\text{мереж}}$	мережеві цільові функції залізниці (А) та вантажовласника (В) для колії i	грн/рік	нове, форм. (18)–(19)
$R_{\text{залізниці},i}$, $C_{t\ \text{простій},i}$, $C_{\text{викидів},i}$, $C_{\text{ризик},i}$, $R_{\text{власника},i}$, $C_{\text{втрати товару},i}$	компоненти витрат за (10)–(14), (24) з [2], застосовані до колії i	грн/рік	[2]

Класифікація під'їзних колій за обсягом вагонопотоку та типом локомотивного обслуговування

Практичне поширення моделі [2] на групу під'їзних колій вимагає попередньої класифікації самих об'єктів дослідження. Пропонується класифікувати під'їзні колії одночасно за двома незалежними ознаками: середньодобовим вагонопотоком $N_{заг}$ та типом локомотивного обслуговування – власним локомотивом підприємства (тип Л2, характерний для великих обсягів) або локомотивом станції примикання (тип Л1, спільний ресурс, характерний для невеликих обсягів). За обсягом вагонопотоку виділено чотири групи (табл. 2), узгоджені з переліком типових вантажів за Єдиною тарифно-статистичною номенклатурою вантажів (ЄТСНВ) та відповідними тарифними класами за Тарифним керівництвом №1. До розгляду не включено контейнерні, наливні та гуманітарні вантажі, оскільки їх технологія обслуговування принципово відрізняється від технології періодичної дії НРМ, закладеної в основу моделі [2] через параметр продуктивності $P_{НРМ}$.

Табл. 2 – Класифікація під'їзних колій за обсягом вагонопотоку, типом локомотивного обслуговування та типовими вантажами

Клас під'їзної колії	$N_{заг}$, ваг/добу	Домінуючий тип обслуг.	Типові вантажі (коди ЄТСНВ)	Тарифний клас (ТК №1)	Дом. клас пріоритету моделі [2]
Позакласні	> 100	Л2 (власний лок.) майже завжди	вугілля, залізна руда та концентрати	1-й	Клас 2: α=1,0, k=1,0
Клас 1	25–100	Л2 переважає, Л1 можливий	вугілля, руда, зернові (коди 011–018), будматеріали	1-й / 2-й	Клас 2–3: α=1,0–1,2
Клас 2	5–25	конкуренція Л1/Л2	будматеріали, чорні метали, добрива	2-й / 3-й	Клас 3–4: α=1,2–1,5
Клас 3	≤ 5	Л1 майже завжди	тарно-штучна готова продукція, порожні вагони	3-й	Клас 1/4: α=0,8 / 1,5

Оскільки на одній під'їзній колії, як правило, одночасно обслуговується суміш вагонів різних класів пріоритету – це прямо випливає з прикладу вихідних даних [2] (C_1=5, C_2=15, C_3=8, C_4=4, C_5=2 одночасно на одній колії), – віднесення колії до одного з чотирьох класів табл. 2 за «домінуючим» вантажем є спрощенням, придатним лише для попередньої, ілюстративної класифікації. Для формального й відтворюваного визначення репрезентативного показника колії пропонується використовувати середньозважені за структурою фактичного вагонопотоку коефіцієнти пріоритету обслуговування $\bar{\alpha}$ та вартості $\bar{k}$, де n_i, α_i, k_i – параметри класів вагонопотоку, визначені у [2] (табл. 1):

$$\bar{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \cdot \alpha_i}{N_{заг}} \quad (1)$$

$$\bar{k} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i \cdot k_i}{N_{заг}} \quad (2)$$

Величини $\bar{\alpha}$ і $\bar{k}$ характеризують колію в цілому одним інтегральним показником, і надалі використовуються як критерій пріоритету колії при розподілі спільного станційного ресурсу в мережевій моделі (п. «Мережева модель...») та у формулі втрат вагоно-годин $C_{16,i}$ (форм. (17)).

Для контрольного прикладу вихідних даних з [1] ($N_{заг}$ = 34 ваг/добу) розрахунок за (1)–(2) наведено в таблиці 3.

Звідси $\bar{\alpha}$ = 38,6 / 34 = 1,135, $\bar{k}$ = 38,1 / 34 = 1,121. Отримане значення відповідає проміжному положенню між 2-м і 3-м класами пріоритету моделі [2] і узгоджується з віднесенням цієї колії до 1-го класу за обсягом вагонопотоку (25 < 34 ≤ 100), згідно таблиці 2.

Табл. 3 – Розрахунок середньозважених коефіцієнтів $\bar{\alpha}$, $\bar{k}$ для прикладу вихідних даних [2]

Клас i	n_i, ваг/добу	α_i	$n_i \cdot \alpha_i$	k_i	$n_i \cdot k_i$
1 (порожні)	5	0,8	4,0	0,7	3,5
2 (масові)	15	1,0	15,0	1,0	15,0
3 (будмат., зерно)	8	1,2	9,6	1,2	9,6
4 (готова прод.)	4	1,5	6,0	1,5	6,0
5 (швидкопсув.)	2	2,0	4,0	2,0	4,0
Разом $N_{заг}$ = 34	34	-	38,6	-	38,1

Уточнення математичної моделі часових характеристик системи «станція – під'їзна колія»

У моделі [2] середній час очікування вагона в черзі обчислюється за формулою Поллачека - Хінчина ((3) тотожна формулі (5) у [2]; наведена тут для порівняння з уточненим виразом (8)):

$$W_{\text{очікування}} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\rho}{1-\rho}, \quad \mu = \frac{Z \cdot P_{\text{НРМ}}}{q} \tag{3}$$

де μ – сумарна (агрегована) інтенсивність обслуговування системою з Z машин, ваг/год. За математичною структурою формула (3) коректно описує лише одноканальну систему M/M/1 (або M/G/1), в якій параметр μ трактується як інтенсивність єдиного «агрегованого» каналу обслуговування – точна модель лише при Z = 1. При Z > 1 система «вантажний фронт» фізично являє собою Z паралельних каналів обслуговування зі спільною чергою, тобто класичну систему M/M/Z, для якої строгий вираз часу очікування дає формула Ерланга-С.

Введемо продуктивність одного НРМ (одного каналу обслуговування), ваг/год:

$$\mu_1 = \frac{P_{\text{НРМ}}}{q} \tag{4}$$

Інтенсивність надходження вагонів та коефіцієнт завантаження одного каналу:

$$\lambda = \frac{N_{заг}}{24} \tag{5}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{Z \cdot \mu_1} \tag{6}$$

Імовірність того, що вагон, який надійшов, буде змушений очікувати початку обслуговування (формула Ерланга-С):

$$C(Z, a) = \frac{\frac{a^Z}{Z!\,(1-\rho)}}{\sum_{k=0}^{Z-1} \frac{a^k}{k!} + \frac{a^Z}{Z!\,(1-\rho)}}, \quad a = \frac{\lambda}{\mu_1} \tag{7}$$

де a – запропонована інтенсивність навантаження (offered load), Ерл. Середній час очікування вагона в черзі за уточненою моделлю:

$$W_q = \frac{C(Z,a)}{Z \cdot \mu_1 - \lambda} \tag{8}$$

Решта компонентів моделі – час обслуговування (формула (6) у [2]), простій через неповний добовий цикл (формула (7) у [2]) та повний час перебування вагона в системі (формула (8) у [2]) – залишаються без змін, з формальною заміною $W_{\text{очікування}}$ на W_q, обчислене за (8).

Порівняльний розрахунок за формулами (3) і (8) для вихідних даних числового прикладу [2] ($N_{заг}$ = 34 ваг/добу, q = 60 т/ваг, $P_{\text{НРМ}}$ = 25 т/год; звідси λ = 1,417 ваг/год, μ_1 = 0,417 ваг/год) наведено в таблиці 4.

Розрахунок демонструє дві методично важливі обставини. По-перше, при заявлених у [2] вихідних даних значення ρ = 0,85, наведене для варіанта А ($Z^{*А}$ = 2), за формулою (6) фактично відповідає не Z = 2, а Z = 4 – очевидно, у числовому прикладі [2] малося на увазі саме це значення Z. Це підтверджує практичну доцільність уточнення розрахункового апарату та наскрізної перевірки узгодженості вихідних параметрів у програмній реалізації моделі. По-друге, і це головний теоретичний результат уточнення: формула Ерланга-С систематично дає менше значення W_q, ніж наближена формула (3), причому розбіжність зростає з ростом Z (від −18,9 % при Z=4 до −86,2 % при Z=7). Це відповідає відомому в теорії масового обслуговування ефекту: система з декількома паралельними каналами і спільною чергою (істинна M/M/Z) обслуговує вимоги ефективніше, ніж умовний єдиний «швидкий» канал такої самої сумарної

продуктивності $Z\mu_1$ (наближення M/M/1), оскільки паралельні канали можуть одночасно обробляти декілька вагонів, тоді як агрегований канал – лише один, попри вищу швидкість.

Табл. 4 – Порівняння часу очікування за формулою [2] (3) та уточненою формулою Ерланга-С (8)

Z, од.	$\rho = \lambda/(Z\cdot\mu_1)$	$W_{\text{очікування}}$ за [2], год	W_q (Ерланг-С), год	Відхилення, %
1–3	1,13 – 3,40	-	-	система нестійка ($\rho \geq 1$)
4	0,850	3,400	2,757	−18,9
5	0,680	1,020	0,520	−49,0
6	0,567	0,523	0,147	−71,8
7	0,486	0,324	0,045	−86,2

Практичний наслідок цього результату потребує окремого зауваження. Верифікація моделі [2] (табл. 1 у [2]) показала, що вже наближена формула (3) занижує фактичний середній час перебування вагона на фронті (23,2 год модельних проти 24,6 год фактичних, відхилення 5,7 %). Перехід до точної формули Ерланга-С (8), яка дає ще менші значення W_q, лише збільшить цю розбіжність. Це свідчить, що причина заниження полягає не в неточності самої формули черги, а в неврахуванні нерівномірності (стохастичності) вхідного потоку вагонів – коефіцієнт варіації v, введений у [2] лише на етапі верифікації через уточнену формулу Поллачека-Хінчина (формула (34) у [2]), не включений до основної розрахункової моделі оптимізації. Тому пропонується доповнити основний робочий апарат моделі наближенням Аллена–Каннінга для системи G/G/Z:

$$W_q^{(v)} \approx W_q \cdot \frac{1 + \mathrm{v}^2}{2} \tag{9}$$

де W_q обчислюється за строгою формулою Ерланга-С (8), а v – коефіцієнт варіації вхідного потоку вагонів, визначений так само, як у [2]. Формула (9) поєднує обидва уточнення – коректний облік паралелізму Z каналів і стохастичності вхідного потоку – в єдиному виразі, придатному для використання на етапі основної оптимізації (формула (30) у [2]), а не лише при окремій перевірці адекватності.

Мережева модель обслуговування групи під'їзних колій масових вантажів

Для позакласних та 1-го класу під'їзних колій (табл. 2), де переважає обслуговування власним локомотивом підприємства (тип Л2), локомотивний ресурс не є спільним, і кожна колія коректно описується автономною моделлю M/M/Z за (4)–(8). Проте всі колії групи, що прилягають до однієї станції примикання, конкурують за спільний, фізично обмежений ресурс іншого роду – пропускну спроможність самої станції примикання (приймально-відправні колії, «вікна» графіка руху на виході на магістраль, потужність сортувальної гірки). Позначимо цей ресурс $G_{\text{ст}}$, подач/добу.

Формується дворівнева (тандемна) система масового обслуговування: рівень 1 – незалежна M/M/Z_{i} система на кожній колії i групи, з параметрами за (4)–(8); рівень 2 – спільна черга за доступ до станційної інфраструктури, куди надходять сумарні заявки на відправлення від усіх колій групи.

Інтенсивність надходження заявок на рівень 2 визначається сумарною кількістю подач/відправлень усіх колій групи, де X_{i} – кількість подач/відправлень колії i на добу, визначена за формулою (2) з [2] для кожної колії окремо, а n – кількість колій у групі:

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{24} \tag{10}$$

$$\mu_{\text{ст}} = \frac{G_{\text{ст}}}{24} \tag{11}$$

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{\lambda_{\text{ст}}}{\mu_{\text{ст}}} \tag{12}$$

Для стабільної роботи всієї групи колій необхідне виконання нової, мережевої умови $\rho_{\text{ст}} < 1$ – додаткової до обмежень (26)–(29) з [2], що діє на рівні станції примикання, а не окремої колії. Час очікування вагона (точніше – сформованої подачі вагонів) у черзі на доступ до станційної

інфраструктури, за спрощеною одноканальною моделлю вузла ($G_{\text{ст}}$ як єдиний агрегований ресурс), визначається формулою Поллачека - Хінчина для M/M/1:

$$W_{\text{ст}} = \frac{\rho_{\text{ст}}}{\mu_{\text{ст}}\,(1-\rho_{\text{ст}})} \tag{13}$$

Повний час перебування вагона колії i в мережі «колія – станція примикання» становить:

$$T_{sys,i}^{\text{мереж}} = t_{service,i} + W_{q,i} + W_{\text{неповний циклу},i} + W_{\text{ст}} \tag{14}$$

Тобто до трикомпонентної суми (формула (8) у [2]) додається спільний для всіх колій групи доданок $W_{\text{ст}}$, що не залежить від індивідуальних параметрів колії i, а визначається сукупним навантаженням усієї групи на станцію примикання.

Розширення цільових функцій компонентами станційної інфраструктури

Мережевий рівень аналізу вимагає введення двох нових компонентів річних витрат, які не могли виникнути в межах одноколійної моделі [2], оскільки там відсутнє саме поняття спільного, розподіленого між кількома вантажовласниками ресурсу.

Перший новий компонент – C_{15}, грн/рік – постійні (амортизаційно-подібні) витрати станції примикання на утримання спільної інфраструктури: маневрові райони, сортувальна гірка, чергові по станції, пристрої СЦБ приймально-відправних колій. За аналогією з витратами на амортизацію НРМ (формула (15) у [2]):

$$C_{15} = n_{\text{ст}} \cdot a_{\text{ст}} \cdot 24 \cdot 365 \tag{15}$$

де $n_{\text{ст}}$ – умовна кількість обслуговуючих одиниць станційного вузла (за аналогією з Z у [2]), $a_{\text{ст}}$ – вартість станційно-години, грн/(один.·год). Оскільки C_{15} є спільним для всієї групи колій, для включення до цільової функції окремої колії i його розподіляють пропорційно до частки колії в сумарному вагонопотоці групи:

$$C_{15,i} = C_{15} \cdot \frac{N_i}{\Sigma\, N_j} \tag{16}$$

Такий пропорційний розподіл – найпростіший з можливих (лінійний за обсягом); він не враховує, що колії з різним $\rho_{\text{ст}}$-внеском по-різному навантажують вузол, тому в подальших дослідженнях підлягає заміні на теоретико-ігровий розподіл (наприклад, за схемою, близькою до вектора Шеплі).

Другий новий компонент – $C_{16,i}$, грн/рік – змінні втрати вагоно-годин колії i внаслідок очікування $W_{\text{ст}}$, за структурою аналогічний компонентам C_7 і C_{14} з [2] (вартість очікування вантажних операцій), але з підстановкою мережевого часу очікування $W_{\text{ст}}$ замість фронтового $W_{\text{очікування}}$, та із застосуванням середньозваженого тарифного множника колії $\bar{k_i}$, визначеного за формулою (2):

$$C_{16,i} = \frac{365 \cdot N_i \cdot W_{\text{ст}} \cdot a_{\text{в}} \cdot \bar{k_i}}{24} \tag{17}$$

де $a_{\text{в}}$ – базова вартість вагоно-години, грн/(ваг·год), визначена у [2]. Компонент $C_{16,i}$ є економічно найбільш значущим із двох нових складових, оскільки, як показано в числовому прикладі нижче, саме час $W_{\text{ст}}$, а не інфраструктурні витрати C_{15}, визначає переважну частку приросту повного часу перебування вагона в мережі.

З урахуванням компонентів $C_{15,i}$ та $C_{16,i}$ мережеві цільові функції для колії i набувають вигляду (за аналогією з формулами (9) і (12) з [2]):

$$F_{A,i}^{\text{мереж}} = 0{,}45\, R_{\text{залізниці,i}} + 0{,}20\, Ct_{\text{простій,i}} + 0{,}10\, C_{\text{викидів,i}} + \\ +0{,}05\, C_{\text{ризик,i}} + 0{,}10\, C_{15,i} + 0{,}10\, C_{16,i} \tag{18}$$

$$F_{B,i}^{\text{мереж}} = 0{,}45\, R_{\text{власника,i}} + 0{,}20\, Ct_{\text{простій,i}} + 0{,}10\, C_{\text{викидів,i}} + \\ +0{,}05\, C_{\text{втрати товару,i}} + 0{,}10\, C_{15,i} + 0{,}10\, C_{16,i} \tag{19}$$

Вагові коефіцієнти в (18)–(19) отримано пропорційним масштабуванням базових вагових коефіцієнтів (9) і (12) з [2] (0,60; 0,25; 0,10; 0,05) з виділенням двох нових складових $C_{15,i}$ і $C_{16,i}$ сумарною вагою 0,20 – за тим самим експертним підходом, що застосований у [2], і так само підлягає уточненню методами об'єктивного визначення ваг (наприклад, методом аналізу ієрархій Сааті) у подальших дослідженнях. Складові формул (18)–(19) детально описані нижче.

- $R_{\text{залізниці},i}$, $R_{\text{власника},i}$ – базові річні експлуатаційні витрати залізниці та вантажовласника відповідно, застосовані до параметрів колії i (сума компонентів C_1, C_4, C_6 та C_1, C_3, C_6 відповідно, за формулами (10) і (13) з [2]).

• $C_{t\text{простій},i}$ – вартісний еквівалент простою вагонів на колії i (сума компонентів C_2, C_5, C_7 для варіанта А або C_5, C_{10}, C_{13}, C_{14} для варіанта В, за формулами (11) і (14) з [2]); обчислюється з використанням $T_{sys,i}^{\text{мереж}}$ за формулою (14) цієї статті замість T_{sys} з [2].

• $C_{\text{викидів},i}$ – плата за викиди CO від (формула (25) з [2]).

• $C_{\text{ризик},i}$ – надбавка за системний ризик (нестабільність вагонопотоку) колії i (формула (24) з [2]).

• $C_{\text{втрати товару},i}$ – ризик фінансових втрат вантажовласника колії i через несвоєчасну доставку (формула (26) з [2]).

• $C_{15,\text{i}}$ – частка річних витрат станції примикання на спільну інфраструктуру, віднесена на колію i (формула (16) цієї статті); новий компонент, відсутній у [2].

• $C_{16,\text{i}}$ – річні втрати вагоно-годин колії i унаслідок очікування доступу до станційної інфраструктури $W_{\text{ст}}$ (формула (17) цієї статті); новий компонент, відсутній у [2].

Числовий приклад мережевої моделі для групи колій масових вантажів

Групу для числового прикладу навмисно сформовано однорідною за призначенням – виключно з колій масових (сипких) вантажів позакласного та 1-го класу з обслуговуванням власним локомотивом підприємства (тип Л2), оскільки саме ця категорія, за даними [2], забезпечує майже 90 % усього навантаження та вивантаження на під'їзних коліях і найбільшою мірою відчуває ефект «вузького місця» інфраструктури. Розглянемо групу з трьох таких колій, що прилягають до однієї станції примикання: позакласну колію (вугілля, вагоноперекидач) та дві колії 1-го класу (руда, грейферний кран; зерно, елеваторний випуск). Колії 2-го і 3-го класів (табл. 2), де переважає обслуговування локомотивом станції (тип Л1) і де мережевий конфлікт має іншу природу (спільний локомотивний, а не інфраструктурний ресурс), до цього прикладу свідомо не включені й становлять предмет окремого дослідження. Вихідні дані та результати розрахунку рівня 1 (локальний фронт, формули (4)–(8)) наведено в таблиці 5.

Табл. 5 – Вихідні дані та розрахунок рівня 1 (локальний вантажний фронт) для групи колій масових вантажів

Колія	Вантаж / НРМ	N, ваг/добу	q, т/ваг	$P_{\text{НРМ}}$, т/год	Z*	ρ	t_{service}, год	W_q, год
1 (позакласна)	вугілля / вагоноперекидач	110	70	220	2	0,729	0,159	0,361
2 (клас 1)	руда / грейферний кран	45	65	150	1	0,813	0,433	1,878
3 (клас 1)	зерно / елеваторний випуск	30	55	120	1	0,573	0,458	0,615

Кількість подач/відправлень кожної колії X_{i} визначено за формулою (2) з [2] (орієнтовно 9, 4 та 2 подачі/добу відповідно для колій 1–3). Сумарна інтенсивність надходження заявок на рівень 2 за формулою (10): $\lambda_{\text{ст}}$ = 15/24 = 0,625 подач/год. За пропускної спроможності станції $G_{\text{ст}}$ = 20 подач/добу (формула (11)): $\mu_{\text{ст}}$ = 20/24 = 0,833 подач/год, звідки за формулою (12): $\rho_{\text{ст}}$ = 0,625/0,833 = 0,750. Час очікування доступу до станційної інфраструктури за формулою (13): $W_{\text{ст}}$ = 0,750 / (0,833 · 0,250) = 3,600 год (216 хв). Підсумковий повний час перебування вагона в мережі за формулою (14) наведено в таблиці 6.

Табл. 6 – Повний час перебування вагона в мережі «колія – станція примикання» ($W_{\text{ст}}$ = 3,600 год спільний для всіх колій групи)

Колія	t_{service}, год	W_q (фронт), год	$W_{\text{ст}}$ (станція), год	$T_{sys}^{\text{мереж}}$, год/ваг	Частка $W_{\text{ст}}$ у T_{sys}, %
1 (позакласна)	0,159	0,361	3,600	4,120	87,4
2 (клас 1)	0,433	1,878	3,600	5,911	60,9
3 (клас 1)	0,458	0,615	3,600	4,673	77,0

Для ілюстрації складових $C_{15,i}$ і $C_{16,i}$ (формули (16)–(17)) прийнято умовні значення параметрів станційного вузла: $n_{ст}$ = 2 бригади, $a_{ст}$ = 850 грн/(бриг.·год), $a_{в}$ = 180 грн/(ваг·год); середньозважені тарифні множники колій прийнято $\bar{k_1}$ = 1,00 (вугілля), $\bar{k_2}$ = 1,00 (руда), $\bar{k_3}$ = 1,05 (зерно, з домішкою вагонів 3-го класу). За формулою (15): C_{15} = 2 · 850 · 24 · 365 ≈ 14 892 000 грн/рік. Результати розподілу за виразами (16)–(17) наведено в таблиці 7.

Табл. 7 – Розрахунок нових компонентів витрат $C_{15,i}$ та $C_{16,i}$ (умовні дані станційного вузла)

Колія	$N_i/\Sigma N$	$C_{15,i}$, грн/рік	$\bar{k_i}$	$C_{16,i}$, грн/рік	$C_{15,i} + C_{16,i}$, грн/рік
1 (позакласна)	0,595	8 855 900	1,00	1 084 050	9 939 950
2 (клас 1)	0,243	3 622 600	1,00	443 500	4 066 100
3 (клас 1)	0,162	2 414 500	1,05	310 400	2 724 900

Результати розрахунків наведені у таблицях 6 та 7 підтверджують висунуту тезу: навіть за умови ефективної локальної оптимізації кожної колії окремо (ρ_i у межах 0,57–0,81, що відповідає нормативу [2] $\rho < 0{,}85$) сумарне навантаження групи колій на спільний ресурс станції примикання формує $\rho_{ст}$ = 0,750 і додає до часу обороту кожного вагона $W_{ст}$ = 3,6 год – від 61 % до 87 % величини T_{sys} залежно від колії. У грошовому вимірі обидва нові компоненти є суттєвими, проте мають різну економічну природу: $C_{15,i}$ відображає постійні інфраструктурні витрати станції й практично не залежить від технологічних рішень окремого вантажовласника, тоді як $C_{16,i}$ напряму залежить від параметрів технологічного процесу колії (кількості подач X_i, узгодженості графіка відправлення) і тому є керованим на рівні домовленостей між залізницею та вантажовласником. Іншими словами, для позакласних і 1-го класу під'їзних колій з обслуговуванням власним локомотивом (тип Л2) вузьким місцем системи стає не продуктивність вантажного фронту, яка перебуває під контролем підприємства-вантажовласника й піддається локальній оптимізації за моделлю [2], а пропускна спроможність станції примикання, яка перебуває поза контролем окремого вантажовласника. Ця обставина принципово не могла бути виявлена в межах одноколійної моделі [2] і є прямим наслідком переходу до мережевого рівня аналізу, запропонованого в цій статті.

Верифікація уточненої моделі: точність та адекватність

Оцінку точності й адекватності уточненої моделі проведено у трьох напрямах: (а) аналітична перевірка коректності узагальнення формули часу очікування; (б) числова перевірка внутрішньої узгодженості з даними [2]; (в) оцінка порядку величини коефіцієнта варіації v, необхідного для узгодження уточненої моделі з фактичними даними верифікації [2].

Аналітична перевірка граничного випадку. Формула Ерланга-С (7)–(8) має за окремий випадок класичну формулу M/M/1. Підставивши Z = 1 у (7), отримуємо: сума в знаменнику вироджується до одного доданка (k = 0), а параметр $a = \lambda/\mu_1$ дорівнює ρ, оскільки при Z = 1 маємо $\rho = a/Z = a$. Підстановка показує, що $C(1,a) = \rho$, і, відповідно, $W_q = \rho / (\mu_1 - \lambda) = \rho / (\mu_1 (1-\rho))$ – вираз, який точно збігається з формулою (3) при Z = 1. Це аналітично підтверджує, що уточнена модель (7)–(8) не суперечить [2], а коректно узагальнює його на випадок довільної кількості каналів обслуговування, включаючи як частинний випадок саму модель [2].

Аналогічна перевірка виконана і для мережевого рівня: при необмеженій пропускній спроможності станції примикання ($G_{ст} \to \infty$) коефіцієнт завантаження станційного вузла $\rho_{ст} \to 0$, час очікування $W_{ст}$ за формулою (13) прямує до нуля, і повний час перебування вагона в мережі (14) вироджується точно в трикомпонентну суму T_{sys} з формули (8) у [2]. Таким чином, одноколійна модель [2] є коректним частинним випадком запропонованої мережевої моделі за умови відсутності обмежень з боку станції примикання, що підтверджує узгодженість обох рівнів моделювання.

Числова перевірка узгодженості з [2]. Як зазначено вище (табл. 4), контрольний перерахунок вихідних даних числового прикладу [2] виявив розбіжність між заявленим

значенням $Z^{*A} = 2$ та фактично необхідним для отримання вказаного ρ = 0,85 значенням $Z = 4$. Цей результат сам по собі є формою верифікації: уточнена модель (4)–(8), застосована до вихідних даних [2], дозволяє однозначно ідентифікувати, при якому значенні керованого параметра Z система виходить на заявлений режим завантаження, що може використовуватися як інструмент наскрізної перевірки коректності вихідних даних у програмній реалізації моделі.

Оцінка необхідного значення v для узгодження з фактичними даними. Верифікація моделі [2] за реальними даними під'їзної колії зернових вантажів (табл. 1 у [2]) показала відхилення модельного часу перебування вагона від фактичного на 5,7 % (23,2 год проти 24,6 год), що само по собі визнано в [2] допустимим (критерій Фішера: $F_{\text{розр}} = 1{,}12 < F_{\text{табл}} = 2{,}45$). Оскільки повні вихідні дані цього конкретного контрольного прикладу [2] не наведені, пряме повторне обчислення T_{sys} за уточненою моделлю для нього неможливе; натомість наведемо ілюстративну оцінку порядку величини v, використовуючи дані числового прикладу цієї статті ($Z = 4$, табл. 4): щоб формула (9) відтворила значення $W_{\text{очікування}}$, отримане за наближеною формулою (3) – тобто значення, яке в [2] вже було визнано близьким до фактичного, – потрібне $v \approx 1{,}21$. Це узгоджується з емпіричними оцінками коефіцієнта варіації вагонопотоку, які для нерівномірних (непуассонівських, «пачкових») потоків вагонів зазвичай перевищують одиницю, і підтверджує, що поєднана формула (9) здатна відтворювати фактичні затримки без відмови від теоретично коректнішого апарату Ерланга-С. Разом з тим це – оцінка порядку величини, а не строга статистична верифікація; повноцінна перевірка адекватності уточненої моделі (за критерієм Фішера чи χ^2-критерієм, аналогічно до [2]) для мережевого рівня потребує окремого збору фактичних даних про час очікування вагонів на доступ до станційної інфраструктури $W_{\text{ст}}$ на реальному об'єкті групи під'їзних колій, що визначено як напрям подальших досліджень.

Висновки

У розвиток комплексної моделі оптимізації роботи вантажного фронту [2] отримано два взаємопов'язані результати. По-перше, уточнено математичний апарат часових характеристик системи «станція – під'їзна колія»: показано, що використана в [2] формула Поллачека- Хінчина коректно описує лише граничний випадок $Z = 1$, і запропоновано заміну на строгу формулу Ерланга-С для системи M/M/Z, яка систематично дає нижчі значення часу очікування (на 19–86 % залежно від Z у розглянутому прикладі); водночас показано, що це уточнення саме по собі не усуває, а посилює виявлене в [2] заниження модельних значень щодо фактичних даних, і запропоновано об'єднати уточнення Ерланга-С з урахуванням коефіцієнта варіації вхідного потоку v (формула (9)) в єдиному робочому виразі основної моделі.

По-друге, розроблено класифікацію під'їзних колій за обсягом вагонопотоку (чотири класи, узгоджені з тарифними класами Тарифного керівництва № 1 та номенклатурою ЄТСНВ) і типом локомотивного обслуговування, введено формули середньозважених коефіцієнтів пріоритету колії $\bar{\alpha}$, $\bar{k}$ (формули (1)–(2)), та побудовано дворівневу мережеву модель групи під'їзних колій масових вантажів, що конкурують за спільну пропускну спроможність станції примикання $G_{\text{ст}}$. Цільові функції розширено двома новими компонентами витрат – $C_{15,i}$ (частка спільних інфраструктурних витрат станції) та $C_{16,i}$ (втрати вагоно-годин від мережевого очікування $W_{\text{ст}}$) – з формальним визначенням і детальним описом усіх складових розширених цільових функцій $F_{A,i}^{\text{мереж}}$ і $F_{B,i}^{\text{мереж}}$ (формули (18)–(19)).

Числовий приклад підтвердив, що для позакласних і 1-го класу колій з власним локомотивним обслуговуванням саме станційна складова часу очікування $W_{\text{ст}}$ і пов'язаний з нею компонент витрат $C_{16,i}$, а не параметри окремого вантажного фронту, визначають переважну частку повного часу перебування вагона в системі та значну частину пов'язаних витрат, що є практично значущим орієнтиром для обґрунтування інвестицій у розвиток інфраструктури станцій примикання, а не лише в оснащення під'їзних колій.

Подальші дослідження передбачають теоретико-ігрове узгодження розподілу компонентів $C_{15,i}$ та $C_{16,i}$ між вантажовласниками групи колій (зокрема за схемою, близькою до вектора Шеплі) та побудову повної процедури оптимізації параметрів мережевої моделі методом, аналогічним до застосованого в [2] методу повного перебору з обмеженням простору пошуку.

Література

1. Обсяг вантажоперевезень «Укрзалізниці» в 2025 році скоротиться на 7% – до 160 млн тонн // Центр транспортних стратегій. 10.11.2025. URL: https://cfts.org.ua/news/2025/11/10/obsyag_vantazhoperevezen_ukrzaliznitsi_v_2025_rotsi_skorotitsya_na_7_do_160_mln_tonn_84864

2. Ломотько Д.В. Математична модель оптимізації роботи вантажних фронтів залізничних під'їзних колій // Залізничний транспорт України. 2026. № 1. С. 4–18. DOI: 10.34029/2311-4061-2026-158-1-04-18

3. Ukraine's Transport and Logistics System: звіт Світового банку (червень 2025 р.); за викладом: Реформа УЗ: аналітика Світового банку, інвестиції, виклики // Rail.Insider. 27.06.2025. URL: https://www.railinsider.com.ua/reforma-ukrzaliznytsi-svitovyi-bank/

4. Zeng M., Cheng W., Guo P. A Transient Queuing Model for Analyzing and Optimizing Gate Congestion of Railway Container Terminals // Mathematical Problems in Engineering. 2014. 13 p. https://doi.org/10.1155/2014/914706

5. Zhang Q., Lusby R. M., Shang P., Liu C., Liu W. Solving a multi-resolution model of the train platforming problem using Lagrangian Relaxation with dynamic multiplier aggregation // European Journal of Operational Research. 2025. Vol. 324, iss. 3. P. 981–1001. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2025.03.004

6. Li B., Yun C., Xu G., Zhou X., Xuan H. Optimization of Simultaneous Delivery and Pickup Wagon Scheme on Hybrid Siding Network of Railway Terminal // Discrete Dynamics in Nature and Society. 2022. 17 p. https://doi.org/10.1155/2022/6713617

7. Бутько Т. В., Ляшко О. В. Формалізація технології роботи залізничної станції з під'їзною колією на основі методів логістики // Збірник наукових праць Української державної академії залізничного транспорту. 2012. Вип. 133. С. 63–69. URL: http://csw.kart.edu.ua/

8. Вернигора Р.В. Проблемы функционирования железнодорожных подъездных путей Украины в современных условиях // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. Т. 4, № 3 (58). С.64–68. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2012.4236

9. Schwarz M., Sauer C., Daduna H., Kulik R., Szekli R. M/M/1 Queueing systems with inventory // Queueing Systems. 2006. Vol. 54(1). P. 55–78. https://doi.org/10.1007/s11134-006-8710-5

10. Pollaczek F. Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitstheorie // Mathematische Zeitschrift. 1930. Vol. 32. P. 64–100. https://doi.org/10.1007/BF01194620

11. Wang Z., Wei Y., Shang P. Freight transport using additional railcars attached to intercity passenger trains with transshipment and railcar circulation: Tabu-search-based Lagrangian heuristic // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2023. Vol. 178. 103287. https://doi.org/10.1016/j.tre.2023.103287

12. Ломотько Д. В., Чайка М. І., Кудряшов Д. В. Концепція «Логістика всюди» із формуванням мережі мобільних залізничних логістичних хабів для обробки сипких і будівельних матеріалів // Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту. 2026. № 215. С. 224–239. https://doi.org/10.18664/1994-7852.215.2026.358843

Надійшла до редакції: 01.09.2026 р. *Прийнята до друку: 17.09.2026 р.*

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Ломотько Денис Вікторович (Lomotko Denis), д.т.н., професор,
завідувач кафедри «Транспортні системи та логістика» Українського державного університету залізничного транспорту».
Майдан Оборонний Вал, 7, м. Харків, 61050, Україна.
E-mail: den@kart.edu.ua; ORCID ID: 0000-0002-7624-2925.

Кудряшов Дмитро Вікторович (Kudryashov Dmytro), аспірант кафедри транспортних систем та логістики Українського державного університету залізничного транспорту.
Майдан Оборонний Вал, 7, м. Харків, 61050, Україна.
E-mail: kudriashov_dmytro@ukr.net; ORCID ID: 0009-0004-0562-9681.

Чайка Максим Ігорович (Chaika Maksym), технічний консультант,
ТОВ Гранбудторг, Харків, Україна.
E-mail: mejlauk1091976@gmail.com; ORCID ID: 0009-0005-6240-0602.

Advanced mathematical model of optimization of the operation of cargo fronts of railway approach tracks for bulk cargo

Abstract. The article develops a complex multi-criteria model for optimizing the operation of the freight front of the railway access track in two interconnected directions. First, the mathematical apparatus of the time characteristics of the "station – access track" system is specified: it is shown that the applied Pollachek-Khinchin formula correctly describes only the limiting case of one service channel, and a transition to the strict Erlang-C formula for the M/M/Z mass service system is proposed, with an analytical proof of the correctness of the generalization and the Allen-Canning approximation to take into account the stochasticity of the input flow. Secondly, a classification of access tracks by the volume of wagon traffic and type of locomotive service was developed, consistent with the tariff classes of Tariff Guide No. 1, and a two-level (tandem) network model of a group of access tracks for bulk cargo competing for the common capacity of the junction station was built. The objective functions were expanded with new components of the costs of maintaining the common station infrastructure and for the loss of wagon hours from network waiting. A numerical example for a group of coal, ore and grain tracks showed that the station component of the waiting time determines from 61 % to 87 % of the total time a wagon stays in the system, which could not be detected within the framework of the model with one access track.

Keywords*: railway access track, freight front, M/M/Z mass service system, transport logistics, classification of access tracks, concept of «Logistics Everywhere», bulk cargo.*

References

1. Centre for Transport Strategies (2025, November 10). *Obsiah vantazhoperevezen «Ukrzaliznytsi» v 2025 rotsi skorotytsia na 7% – do 160 mln tonn* [*Freight volume of "Ukrzaliznytsia" in 2025 will decrease by 7% – to 160 million tons*]. https://cfts.org.ua/news/2025/11/10/obsyag_vantazhoperevezen_ukrzaliznitsi_v_2025_rotsi_skorotitsya_na_7_do_160_mln_tonn_84864 [in Ukrainian].

2. Lomotko, D.V. (2026). Matematychna model optymizatsii roboty vantazhnykh frontiv zaliznychnykh pidiznykh kolii [Mathematical model of optimization of the operation of cargo fronts of railway access tracks]. *Railway Transport of Ukraine, 1,* 4-18. https://doi.org/10.34029/2311-4061-2026-158-1-04-18 [in Ukrainian].

3. Rail.Insider (2025, June 27). *Ukraine's Transport and Logistics System: zvit Svitovoho banku (cherven 2025 r.); za vykladom: Reforma UZ: analityka Svitovoho banku, investytsii, vyklyky* [*Ukraine's Transport and Logistics System: World Bank report (June 2025); summary: Reform of Ukrzaliznytsia: World Bank analytics, investments, challenges*]. https://www.railinsider.com.ua/reforma-ukrzaliznytsi-svitovyi-bank/ [in Ukrainian].

4. Zeng, M., Cheng, W., Guo, P. (2014). A Transient Queuing Model for Analyzing and Optimizing Gate Congestion of Railway Container Terminals. *Mathematical Problems in Engineering*. https://doi.org/10.1155/2014/914706 [in English].

5. Zhang, Q., Lusby, R. M., Shang, P., Liu, C., Liu, W. (2025). Solving a multi-resolution model of the train platforming problem using Lagrangian Relaxation with dynamic multiplier aggregation. *European Journal of Operational Research, 324* (3), 981-1001. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2025.03.004 [in English].

6. Li, B., Yun, C., Xu, G., Zhou, X., Xuan, H. (2022). Optimization of Simultaneous Delivery and Pickup Wagon Scheme on Hybrid Siding Network of Railway Terminal. *Discrete Dynamics in Nature and Society*. https://doi.org/10.1155/2022/6713617 [in English].

7. Butko, T. V., Liashko, O. V. (2012). Formalizatsiia tekhnolohii roboty zaliznychnoi stantsii z pid'iznoiu koliieiu na osnovi metodiv lohistyky [Formalization of the technology of operation of a railway station with an access track based on logistics methods]. *Zbirnyk naukovykh prats Ukrainskoi derzhavnoi akademii zaliznychnoho transportu* [*Collection of Scientific Papers of the Ukrainian State Academy of Railway Transport*], *133*, 63–69. http://csw.kart.edu.ua/ [in Ukrainian].

8. Vernyhora, R. V. (2012). Problemy funktsyonyrovanyia zheleznodorozhnykh podezdnykh putei Ukrayny v sovremennykh uslovyiakh [Problems of functioning of railway access tracks of Ukraine in modern conditions]. *Vostochno-Evropeiskyi zhurnal peredovykh tekhnolohyi* [*Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*], *4* (58), 64–68. https://doi.org/10.15587/1729-4061.2012.4236 [in Ukrainian].

9. Schwarz, M., Sauer, C., Daduna, H., Kulik, R., Szekli, R. (2006). M/M/1 Queueing systems with inventory. *Queueing Systems, 54*(1), 55–78. https://doi.org/10.1007/s11134-006-8710-5 [in English].

10. Pollaczek, F. (1930). Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitstheorie. *Mathematische Zeitschrift, 32*, 64–100. https://doi.org/10.1007/BF01194620 [in German].

11. Wang, Z., Wei, Y., Shang, P. (2023). Freight transport using additional railcars attached to intercity passenger trains with transshipment and railcar circulation: Tabu-search-based Lagrangian heuristic. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 178*, 103287. https://doi.org/10.1016/j.tre.2023.103287 [in English].

12. Lomotko, D.V., Chaika, M.I., Kudryashov, D.V. (2026). Kontseptsiia «Lohistyka vsiudy» iz formuvanniam merezhi mobilnykh zaliznychnykh lohistychnykh khabiv dlia obrobky sypkykh i budivelnykh materialiv [Concept of "Logistics Everywhere" with the formation of a network of mobile railway logistics hubs for handling bulk and construction materials]. *Collected scientific works of Ukrainian state university of railway transport, 215*, 224–239. https://doi.org/10.18664/1994-7852.215.2026.358843 [in Ukrainian].

Кваліфікаційно-атестаційний центр зварників



Кваліфікаційно-атестаційний центр зварників (далі – КАЦЗ) **філії «Науково-дослідний та конструкторсько-технологічний інститут залізничного транспорту»** (далі – філія «НДКТІ») **АТ «Укрзалізниця»** проводить атестацію зварників на право виконання зварювальних та наплавлювальних робіт при виготовленні, ремонті та модернізаціях металоконструкцій, обладнання, вузлів та деталей залізничного рухомого складу, в тому числі спеціального, для потреб залізничного транспорту згідно з нормативними документами, які затвердженні наказом Міністерства транспорту та зв`язку України від 05.08.2009 № 834:

- **СОУ 35.2-00017584-030-1:2009.** «Правила атестації зварників на залізничному транспорті. Зварювання та наплавлення. Частина 1. Сталі»;
- **СОУ 35.2-00017584-030-2:2009.** «Правила атестації зварників на залізничному транспорті. Зварювання та наплавлення. Частина 2. Чавуни»;
- **НПАОП 0.00-1.16-96.** «Правила атестації зварників», Держнаглядохоронпраця.

Атестація зварників може проводитись як на базах атестаційного центру зварників філії «НДКТІ» (м. Київ, м. Запоріжжя) так і на території Замовника, при наявності у нього відповідного матеріально-технічного забезпечення (навчальний клас, зварювальне обладнання та інше - визначається при проведенні аудиту), що дозволяє проводити атестацію зварників з частковим відривом їх від виробництва та заощадити кошти на відрядження. При навчанні зварників враховується специфіка зварювальних та наплавлювальних робіт. Надання послуг організаціям та структурним підрозділам, які входять до складу АТ «Укрзалізниця», здійснюється на підставі укладеного Внутрішнього зобов'язання, з розрахунком по авізо. Для всіх інших підприємств послуги надаються на підставі укладених договорів з філією «НДКТІ» АТ «Укрзалізниця».

Для початку робіт з атестації зварників Замовникам необхідно надати в електронному вигляді або поштовим відправленням Заяву та Лист на атестацію зварників на адресу:

м. Київ, вул. Івана Федорова, 39, філія «НДКТІ» АТ «Укрзалізниця»,
тел. (044) 309-76-20 (5-76-20); e-mail: ndkti@uz.gov.ua.
***З організаційних питань звертатися*: Гурський Юрій Олександрович,**
моб. тел. +38 063 452 60 93; e-mail: hurskyi1520mm@gmail.com;
Lotus Notus: Гурський Ю.О. КАЦЗ/НДКТІ/DNEPR/UKRZAL.
***З питань оформлення договорів, внутрішніх зобов'язань, актів здавання-приймання послуг*: Булат Олена Вікторівна,**
моб. тел. +38 063 948 74 57; e-mail: bulat1520mm@gmail.com;
Lotus Notus: Булат О.В. КАЦЗ/НДКТІ/DNEPR/UKRZAL