УДК 621.391

ШТОМПЕЛЬ Н.А., к.т.н., доцент (УкрГУЖТ)

Мягкое декодирование высокоскоростных блоковых кодов на основе популяционных процедур поисковой оптимизации

Обоснована целесообразность мягкого декодирования линейных блоковых кодов, применяемых в современных телекоммуникационных системах. Показано, что задачу мягкого декодирования линейных блоковых кодов с высокими скоростями кодирования можно формально представить в виде задачи дискретной оптимизации. Представлена целевая функция, которая учитывает информацию о надежности элементов принятого вектора, структуре набора векторов ошибок и проверочной матрице линейного блокового кода. Предложен метод декодирования линейных блоковых кодов, в основе которого лежит совместное использование наименее надежного базиса и популяционных процедур поисковой оптимизации.

Ключевые слова: *мягкое декодирование, блоковые коды, популяционные процедуры, оптимизация.*

Постановка проблемы и анализ литературы

Классические алгебраические методы декодирования линейных блоковых кодов обеспечивают получение только жестких решений. Примерами таких методов декодирования являются метод Берлекемпа-Месси, метод на основе Эвклидова алгоритма и метод Питерсона-Горенстейна-Цирлера [1]. Данные методы декодирования обладают сравнительно низкой корректирующей способностью и не удовлетворяют требованиям современных телекоммуникационных систем [2 – 4]. Известно, что переход к мягкому декодированию в зависимости от скорости и минимального кодового расстояния линейного блокового кода позволяет увеличить энергетический выигрыш от кодирования, но сопровождается повышением вычислительной сложности декодера.

В работе [5] предложен метод мягкого декодирования блоковых кодов по упорядоченным статистикам, недостатком которого является относительно высокая вычислительная сложность, что позволяет использовать его только для кодов небольшой длины.

В статье [6] предложен метод декодирования линейных блоковых кодов на основе совместного использования информации о надежности принятых символов и популяционных процедур поисковой оптимизации. При этом процесс декодирования основан на обработке элементов порождающей матрицы кода, что приводит к увеличению вычислительной сложности декодера для кодов с высокими скоростями.

Таким образом, актуальной задачей является обеспечение передачи информации с заданной достоверностью в телекоммуникационных системах путем разработки метода декодирования линейных блоковых кодов с высокими скоростями кодирования приемлемой вычислительной сложности.

Цель статьи

Повышение эффективности декодирования линейных блоковых кодов с высокими скоростями кодирования для обеспечения заданной достоверности передачи информации в телекоммуникационных системах.

Основная часть

Рассмотрим формальное представление задачи мягкого декодирования по максимуму правдоподобия линейных блоковых кодов, которая является NP-сложной задачей, при передаче информации через канал с аддитивным белым гауссовым шумом.

Пусть заданы принятый вектор $r = (r_1, r_2, ..., r_N)$ и проверочная матрица H линейного блокового (N, K) кода. Тогда после формирования на основе вектора r соответствующего двоичного вектора жестких решений $r' = (r'_1, r'_2, ..., r'_N)$ можно вычислить синдром

$$S = r'H^T (\bmod 2), \qquad (1)$$

где H^T – транспонированная проверочная матрица.

Пусть $E(S)$ будет набором всех векторов ошибок для некоторого синдрома S, тогда задачу декодирования можно представить как поиск вектора ошибок $e \in E(S)$, который минимизирует функцию несоответствия корреляции

$$f_r(e) = \sum_{j=1}^{N} e_j |r_j| (\mathrm{mod}\, 2) = \sum_{j=1, e_j=1}^{N} |r_j| (\mathrm{mod}\, 2). \qquad (2)$$

Функция (2) содержит N переменных, соответствующих ошибкам, из которых только $N-K$ являются независимыми. Тогда остальные K переменных вектора ошибок можно определить, используя известные $N-K$ элементы и алгебраическую структуру (проверочную матрицу) кода.

Таким образом, задачу мягкого декодирования линейных блоковых кодов формально можно представить в виде задачи дискретной оптимизации. При этом вычислительная сложность нахождения глобального решения на основе целевой функции (2) является достаточно высокой для длинных линейных блоковых кодов, поэтому часто достаточно получить локальное (субоптимальное) решение данной задачи с использованием некоторых процедур, которое, возможно, будет глобальным максимумом.

В работе [6] представлен метод мягкого декодирования линейных блоковых кодов, в основе которого лежит совместное использование информации о надежности элементов принятого вектора для модификации порождающей матрицы и популяционных процедур поисковой оптимизации для поиска наиболее вероятного кодового слова.

Если для линейного блокового кода выполняется условие $K < N-K$, т.е. скорость кода $R = \frac{K}{N} < \frac{1}{2}$, то кодирование с помощью порождающей матрицы G обладает меньшей вычислительной сложностью.

В случае систематического кодирования порождающая матрица имеет вид

$$G_s = (I_K \mid P), \qquad (3)$$

где I_K – единичная матрица размером $K \times K$;

P – матрица проверок размером $K \times (N-K)$, которая равна

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \cdots & p_{1,N-K} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \cdots & p_{2,N-K} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{K,1} & p_{K,2} & \cdots & p_{K,N-K} \end{pmatrix},$$

где $p_{i,j}$ – элемент конечного поля $GF(q)$.

В данном случае процесс кодирования с учетом матрицы (3) можно представить следующим образом:

$$c'_s = uG_s (\mathrm{mod}\, 2) = (u, c'_p),$$

где $u = (u_1, u_2, ..., u_K)$ – информационная часть кодового слова;

$c'_p = uP(\mathrm{mod}\, 2) = (c'_{K+1}, c'_{K+2}, ..., c'_N)$ – проверочная часть кодового слова.

Одним из ключевых этапов предложенного в работе [6] метода декодирования является нахождение наиболее надежного базиса с использованием порождающей матрицы, следовательно, при низких скоростях кодирования целесообразно использовать данный метод декодирования линейных блоковых кодов.

С другой стороны, если $K > N-K$, т.е. скорость кода $R > \frac{1}{2}$, кодирование с помощью проверочной матрицы H требует меньшего числа вычислительных операций. Данный вариант кодирования основан на формуле (1) и можно представить в виде такого уравнения:

$$c'H^T (\mathrm{mod}\, 2) = 0,$$

где c' – кодовое слово линейного блокового кода.

С учетом того, что $GH^T (\mathrm{mod}\, 2) = 0$, систематическая форма проверочной матрицы имеет вид

$$H_s = (P^T \mid I_{N-K}), \qquad (4)$$

где P^T – транспонированная матрица проверок размером $(N-K) \times K$;

I_{N-K} – единичная матрица размером $(N-K) \times (N-K)$.

Тогда проверочная часть кодового слова вычисляется следующим образом:

$$c'_j = u_1 p_{1,j} + u_2 p_{2,j} + ... + u_K p_{K,j}; \quad j = K, K+1, ..., N.$$

Таким образом, элементами проверочной матрицы (4) являются коэффициенты проверочных уравнений, на основании которых вычисляются проверочные символы.

С учетом вышеизложенного предлагается метод мягкого декодирования линейных блоковых кодов с высокими скоростями кодирования, основанный на модификации проверочной матрицы с учетом информации о надежности элементов принятого вектора и популяционных процедурах поисковой оптимизации.

Рассмотрим основные этапы предлагаемого метода мягкого декодирования линейных блоковых кодов.

Этап 1. Пусть $c'_j = \mathrm{sign}(r_j)$, где $c'_j = 0$, если $r_j \geq 0$, и $c'_j = 1$ – в противном случае; для $j = 1, 2, \ldots, N$. В результате получаем вектор $c' = (c'_1, c'_2, \ldots, c'_N)$ – предполагаемое двоичное кодовое слово.

Этап 2. Если для принятого двоичного вектора выполняется проверочное условие (1), т.е. синдром равен нулю, то вектор c' является кодовым словом и процесс декодирования завершается. В противном случае осуществляется переход к следующему этапу.

Этап 3. Нахождение наименее надежного базиса (определение наименее надежных позиций в принятом векторе r), который вычисляется с помощью перестановок элементов проверочной матрицы H линейного блокового кода.

На данном этапе осуществляются следующие шаги.

Шаг 1. Размещение элементов принятого вектора r_j в порядке уменьшения их надежности $|r_j|$, т.е. $|r_j| > |r_{j+1}|$ для $j = 1, 2, \ldots, N$.

Шаг 2. Перестановка позиций вектора r таким образом, чтобы последние $N - K$ позиции данного вектора были наименее надежными линейно независимыми позициями, т.е. получение вектора $\tilde{r} = \pi(r)$.

Шаг 3. Упорядочивание столбцов матрицы H в соответствии с перестановкой π, т.е. получение систематической формы матрицы, которая задает наименее надежный базис.

Этап 4. Поиск с использованием популяционных процедур поисковой оптимизации предполагаемого вектора ошибок $\tilde{e} = (e_1, e_2, \ldots, e_N)$, который обеспечивает минимальное значение функции $f_r(\tilde{e})$.

На данном этапе осуществляются следующие шаги.

Шаг 1. Инициализация популяции. В области поиска некоторым образом создается заданное число начальных приближений к искомому решению задачи. Например, путем формирования вектора $e' = (e_1, e_2, \ldots, e_K)$, состоящего из нулей, – нулевого вектора и заданного числа случайных двоичных векторов длиной K.

Шаг 2. Миграция агентов популяции. С помощью некоторого набора миграционных операторов, специфичных для каждой из популяционных процедур, агенты перемещаются в области поиска таким образом, чтобы в конечном итоге приблизиться к искомому экстремуму целевой функции $f_r(\tilde{e})$, которая вычисляется по формуле (2).

Рассмотрим процесс формирования предполагаемого вектора ошибок $\tilde{e}$.

Пусть $\tilde{c}'$ – двоичный вектор, получаемый путем квантования элементов вектора $\tilde{r}$, тогда синдром S для вектора $\tilde{c}'$ и проверочной матрицы H'_s можно вычислить по формуле (1). Также пусть S_1 – последовательность длиной $N - K$ такая, что $S_1 = e'P'^T$, где P'^T – транспонированная матрица проверок матрицы H'_s; S_2 – последовательность длиной $N - K$ такая, что $S_2 = S + S_1$.

Тогда формирование предполагаемого вектора ошибок осуществляется следующим образом:

$$\tilde{e} = (e', e''),$$

где e' – вектор из популяции (систематическая часть предполагаемого вектора ошибок);

e'' – вектор, соответствующий последовательности S_2, т.е. $e'' = S_2$.

Шаг 3. Окончание поиска. Если число итераций меньше максимального числа итераций $L_{\max}$, то возвращаемся к шагу 2, в противном случае – текущий вектор $\tilde{e} = (e_1, e_2, \ldots, e_N)$ является наиболее вероятным вектором ошибок e_b, который получен с использованием наименее надежного базиса H'_s.

Этап 5. Формирование оценки переданного кодового слова с помощью обратного отображения $\hat{c} = \pi^{-1}(\tilde{c}' + e_b)$ и завершение процесса декодирования.

Таким образом, в процессе декодирования согласно предложенному методу сначала осуществляется жесткое решение на основании принятого вектора r, в результате которого формируется двоичный вектор c'. Если проверочное условие выполняется для каждого элемента полученного вектора, то принимается решение, что данный вектор является переданным кодовым словом, и процесс декодирования завершается. В противном случае осуществляется формирование наименее надежного базиса H'_s и поиск вектора ошибок $\tilde{e}=(e_1, e_2, ..., e_N)$ с использованием популяционных процедур поисковой оптимизации до достижения максимального числа итераций $L_{\max}$. Результатом поиска является определение наиболее вероятного вектора ошибок e_b, который обеспечивает минимальное значение целевой функции (2). Процесс декодирования завершается обратным отображением вектора $\tilde{c}'$ в наиболее вероятное переданное кодовое слово.

Выводы

Показано, что задачу мягкого декодирования линейных блоковых кодов с высокими скоростями кодирования можно формально представить в виде задачи дискретной оптимизации. При этом соответствующая целевая функция базируется на информации о надежности элементов принятого вектора, наборе векторов ошибок и проверочной матрице линейного блокового кода. Предложен метод декодирования линейных блоковых кодов, в основе которого лежит совместное использование наименее надежного базиса и популяционных процедур поисковой оптимизации.

В отличии от метода декодирования [6], который оперирует в K-мерном пространстве, определяемом порождающей матрицей линейного блокового кода, разработанный метод декодирования высокоскоростных блоковых кодов основывается на $N-K$-мерном пространстве, определяемом соответствующей проверочной матрицей. Таким образом, данные методы декодирования являются эквивалентными, а целесообразность применения каждого из них определяется скоростью конкретного линейного блокового кода.

Литература

1. Морелос-Сарагоса, Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение [Текст]: пер. с англ. / Р. Морелос-Сарагоса. – М.: Техносфера, 2005. – 320 с.
2. Штомпель, Н.А. Методы мягкого декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность [Текст] / Н.А. Штомпель // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»: зб. наук. пр. – 2013. – № 27 (1000). – С. 163 – 168.
3. Штомпель, Н.А. Вычислительная сложность методов декодирования кодов с малой плотностью проверок на четность [Текст] / Н.А. Штомпель // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. – Харків: ХУПС ім. І. Кожедуба, 2013. – Вип. 6 (113). – С. 177 – 180.
4. Приходько, С.И. Декодирование двоичных блоковых кодов на основе методов стохастической оптимизации [Текст] / С.И. Приходько, Н.А. Штомпель // Проблеми економіки та управління на залізничному транспорті: матеріали X ювілейн. міжнар. наук.-практ. конф. 30 червня – 1 липня 2015 р. Одеса. – К.: ДЕТУТ, 2015. – С. 126.
5. Fossorier, M.P. C. Soft-decision decoding of linear block codes based on ordered statistics [Text]/ M.P. C. Fossorier, S. Lin // , IEEE Transactions on Information Theory. – 1995. – Vol. 41, № 5. – P. 1379 – 1396.
6. Метод декодирования линейных блоковых кодов на основе популяционных процедур поисковой оптимизации [Текст] / А.С. Жученко, Н.Г. Панченко, С.В. Панченко, Н.А. Штомпель // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: наук.-техн. журн. – 2016. – Вип. 2 (117). – С. 25 – 29.

Штомпель М.А. М’яке декодування високошвидкісних блокових кодів на основі популяційних процедур пошукової оптимізації. Обгрунтовано доцільність м'якого декодування лінійних блокових кодів, що застосовуються у сучасних телекомунікаційних системах. Показано, що завдання м'якого декодування лінійних блокових кодів з високими швидкостями кодування можна формально подати у вигляді завдання дискретної оптимізації. Наведено цільову функцію, яка враховує інформацію про надійність елементів прийнятого вектора, структуру набору векторів помилок і перевірочну матрицю лінійного блокового коду. Запропоновано метод декодування лінійних блокових кодів, в основі якого лежить спільне використання найменш надійного базису і популяційних процедур пошукової оптимізації.

Ключові слова: м’яке декодування, блокові коди, популяційні процедури, оптимізація.

Shtompel M. Soft decoding high rate block codes based on population procedures of search optimization. It is shown that the classical algebraic decoding methods of linear block codes provide only getting hard decisions, have a relatively low correction capability and do not satisfy the requirements of modern telecommunications systems. It is noted that the transition to the soft decoding depending on the rate and the minimum distance of a linear block code can increase the energy gain from the coding but is accompanied by an increase in the computational complexity of the decoder. It is shown that the disadvantage of the soft decoding block codes for ordered statistics is relatively high computational complexity which makes it suitable only for a short length codes. The expediency of developing soft decoding method of linear block codes with high rates with reasonable computational complexity for use in modern telecommunications systems. It is shown that the problem soft decoding of linear block codes with high code rates may be formally represented as a discrete optimization problem. It submitted by the objective function which takes into account information about the reliability elements of the received vector, the structure of a set of error vectors and the parity check matrix of the linear block code. It is proposed decoding method of linear block codes based on the joint use of the least reliable basis and population procedures of search optimization.

Key words: soft decoding, block codes, population procedures, optimization.

Рецензент д.т.н., профессор Алешин Г.В. (УкрГУЖТ)

Поступила 01.07.2016 г.

Штомпель Микола Анатолійович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри транспортного зв'язку, Український державний університет залізничного транспорту, Харків, Україна. E-mail: tz@kart.edu.ua.

Shtompel M.A., docent of "Transport connection" department, Candidate of Techn. sciences, docent, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail: tz@kart.edu.ua.