

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра „Механіка і проектування машин”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до самостійної роботи студентів з дисципліни
"ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА"**

Змістовий модуль "Кінематика"

Харків – 2010

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування

машин” 25 листопада 2008 р., протокол № 3.

Укладачі:

доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський,
старші викладачі Л.М. Дунай,
Л.В. Астахова

Рецензент

доц. О.В. Братченко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи студентів
з дисципліни "Теоретична механіка"

Змістовий модуль "Кінематика"

Відповідальний за випуск Оробінський О.В.

Редактор Губарева К.А.

Підписано до друку 19.12.08 р.
Формат паперу 60x84 1/16 . Папір писальний.
Умовн.-друк.арк. 2,0. Обл.-вид.арк. 2,25.
Замовлення № Тираж 300 Ціна

Видавництво УкрДАЗТу, свідоцтво ДК 2874 від 12.06.2007 р.

Друкарня УкрДАЗТу,
61050, Харків - 50, майд. Фейербаха, 7

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра “Механіка і проектування машин”

**Методичні вказівки до самостійної роботи
студентів з дисципліни "Теоретична механіка"
(Змістовий модуль "Кінематика")**

Харків 2010 р.

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування машин” 25 листопада 2008 р., протокол № 3.

Укладачі:

доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський,
старші викладачі Л.М. Дунай,
Л.В. Астахова

Рецензент

доц. О.В. Братченко

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	Методичні вказівки до виконання розрахунково- графічних робіт	5
2	Завдання та типові звіти	6
2.1	Завдання К 1	6
2.2	Завдання К 2	10
2.3	Завдання К 3	16
2.4	Завдання К 4	24
	Список літератури	32

ВСТУП

Під час підготовки спеціалістів для залізничного транспорту навчальними планами передбачено вивчення студентами механічного, будівельного та факультету АТЗ на I і II курсах дисципліни "Теоретична механіка". При формуванні теоретичної бази з цієї дисципліни провідна роль відводиться лекційним курсам, які висвітлюють основні питання розділів "Статика", "Кінематика", "Динаміка". У ході вивчення курсу теоретичної механіки важливим аспектом є проведення практичних занять та виконання індивідуальних розрахунково-графічних робіт (РГР).

Вищесказане зумовило необхідність розроблення і введення до навчального процесу методичних вказівок і рекомендацій з розділу "Кінематика", які дають комплексну уяву про типові звіти з принципами виконання та варіантами завдань для РГР, а також рекомендовану літературу.

Методичні вказівки призначено для студентів денної форми навчання усіх спеціальностей.

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ

Програмою дисципліни „Теоретична механіка” передбачено виконання розрахунково-графічних робіт (РГР) з розділу „Кінематика”.

Зміст РГР та номер варіанта уточнюються викладачем під час аудиторних занять.

Кожна задача супроводжується рисунками та таблицею (номер рисунка з тим самим номером, що й умова задачі в таблиці).

РГР виконуються на аркуші формату А4. Типові звіти до РГР здійснюються у відповідності до встановлених вимог, а саме: на ній обов'язково вказуються назва кафедри, назва дисципліни, номер роботи, рік, прізвище та ініціали студента.

Розв'язання задач повинно супроводжуватись коротким текстовим поясненням (які формули або теореми застосовуються, звідки отримуються ті чи інші результати та ін.), а також детальним викладом усіх розрахунків, що виконуються.

Рисунки до розв'язання задач повинні бути виконані акуратно із застосуванням креслярського приладдя. На них наносять позначення всіх використовуваних величин: розміри, координатні осі, вектори сил, швидкостей, прискорень та ін.

Слід звернути увагу на те, що розрахункова схема виконується строго, згідно з вихідними даними свого варіанта задачі, і тоді в більшості випадків вона має бути простішою ніж на загальному рисунку.

Розрахунково-графічні роботи, що не відповідають всім перерахованим вимогам, рецензуватися не будуть і повертатимуться для переоформлення.

2 ЗАВДАННЯ ТА ТИПОВІ ЗВІТИ

2.1 Завдання К 1

КІНЕМАТИКА ТОЧКИ

Прямолінійний та криволінійний рух точки

Визначення швидкості та прискорення точки за заданими рівняннями її руху

За заданими рівняннями руху точки М встановити вид її траєкторії і для моменту часу $t = t_1(c)$ визначити положення точки на траєкторії, її швидкість, повне дотичне і нормальне прискорення, а також радіус кривизни траєкторії у відповідній точці.

Дані для розв'язання наведені в таблиці 1.1.

Типовий звіт для завдання К 1

Дано: $x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3,$

$$y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1,$$

$$t_1 = 1 \text{ с.}$$

Координати вимірюються у сантиметрах.

Знайти: рівняння траєкторії точки; положення точки М для моменту часу t_1 ; її швидкість; повне, дотичне і нормальне прискорення; радіус кривизни у відповідній точці траєкторії.

Розв'язання

1 Для визначення рівняння траєкторії точки виключимо із заданих рівнянь руху час t . Застосуємо формулу $\cos 2\alpha$

$=1-2\sin^2\alpha$, тобто

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right),$$

тоді $\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2}$, отже $\frac{3-x}{2} = 1 - 2\frac{(y+1)^2}{4}$.

Остаточно маємо таке рівняння траєкторії точки:
 $x = (y+1)^2 + 1$ – це парабола.

Положення точки M_1 при $t_1=1$ с буде

$$x_1 = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 = 1,6 \text{ см}, \quad y_1 = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - 1 = -0,23 \text{ см}.$$

2 Швидкість точки визначимо за її проекціями на координатні осі:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с}, \quad V_x = 1,11 \text{ см/с},$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4}\cos\left(\frac{\pi}{8}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с}, \quad V_y = 0,73 \text{ см/с}.$$

Модуль швидкості $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1,11^2 + 0,73^2} = 1,33 \text{ см/с}$.

3 Повне прискорення точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8}\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с}, \quad a_x = 0,87 \text{ см/с}^2,$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32}\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) \text{ при } t_1 = 1\text{с}, \quad a_y = -0,12 \text{ см/с}^2.$$

Модуль прискорення $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0,87^2 + 0,12^2} = 0,88 \text{ см/с}^2$.

4 Дотичне прискорення знайдемо за формулою

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y}{V} = \frac{1,11 \cdot 0,87 + 0,73 \cdot (-0,12)}{1,33} = 0,66 \text{ см/с}^2.$$

5 Нормальне прискорення точки буде

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{0,88^2 - 0,66^2} = 0,58 \text{ см/с}^2.$$

6 Радіус кривизни траєкторії у точці M_1 знайдемо як

$$R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{1,33^2}{0,58} = 3,05 \text{ см.}$$

Відповідь

$$x = (y+1)^2 + 1, \quad V = 1,33 \text{ см/с}, \quad a = 0,88 \text{ см/с}^2, \quad a_\tau = 0,66 \text{ (см/с}^2\text{)},$$

$$a_n = 0,58 \text{ см/с}^2, \quad R = 3,05 \text{ см (рисунок 1.1).}$$

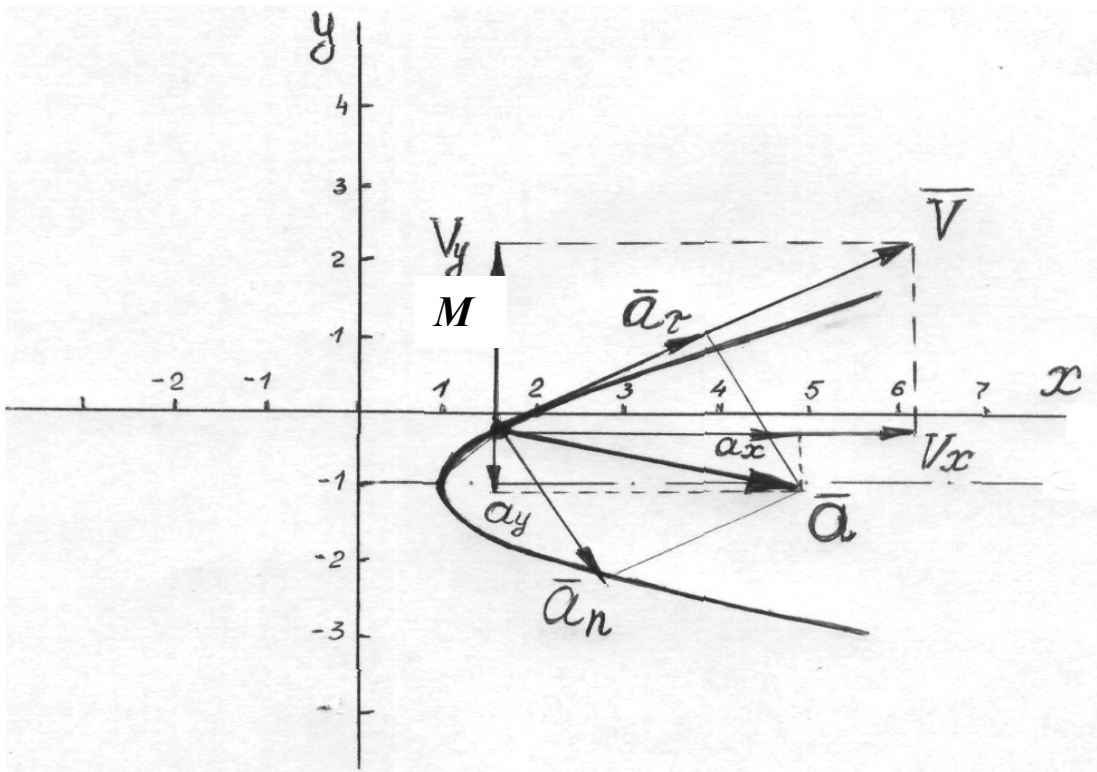


Рисунок 1.1

Таблиця 1.1

Номер варіанта	Рівняння руху		$t_1, \text{ с}$
	$x = x(t), \text{ см}$	$y = y(t), \text{ см}$	
1	$-2t^2 + 3$	$-5t$	1/2

2	$4 \cos^2 (\pi t/3) + 2$	$4 \sin^2 (\pi t/3)$	1
3	$-\cos (\pi t^2/3) + 3$	$\sin (\pi t^2/3) - 1$	1
4	$4t + 4$	$-4 / (t + 1)$	2
5	$2 \sin (\pi t/3)$	$-3 \cos (\pi t/3) + 4$	1
6	$3 t^2 + 2$	$-4 t$	1/2
7	$3 t^2 - t + 1$	$5t^2 - 5t/3 - 2$	1
8	$7 \sin (\pi t^2/6) + 3$	$2 - 7 \cos (\pi t^2/6)$	1
9	$-3 / (t + 2)$	$3t + 6$	2
10	$-4 \cos (\pi t/3)$	$-2 \sin (\pi t/3) - 3$	1
11	$-4 t^2 + 1$	$-3 t$	1/2
12	$5 \sin^2 (\pi t/6)$	$-5 \cos^2 (\pi t/6) - 3$	1
13	$5 \cos (\pi t^2/3)$	$-5 \sin (\pi t^2/3)$	1
14	$-2 t - 2$	$-2 / (t + 1)$	2
15	$4 \cos (\pi t/3)$	$-3 \sin (\pi t/3)$	1
16	$3t$	$4t^2 + 1$	1/2
17	$7 \sin^2 (\pi t/6) - 5$	$-7 \cos^2 (\pi t/6)$	1
18	$1 + 3 \cos (\pi t^2/3)$	$3 \sin (\pi t^2/3) + 3$	1
19	$-5t^2 - 4$	$3t$	1
20	$2 - 3t - 6t^2$	$3 - 3t/2 - 3t^2$	0
21	$6 \sin (\pi t^2/6) - 2$	$6 \cos (\pi t^2/6) + 3$	1
22	$7 t^2 - 3$	$5t$	1/4
23	$3 - 3t^2 + t$	$4 - 5t^2 + 5t/3$	1
24	$-4 \cos (\pi t/3) - 1$	$-4 \sin (\pi t/3)$	1
25	$-6t$	$-2t^2 - 4$	1
26	$8 \cos^2 (\pi t/6) + 2$	$-8 \sin^2 (\pi t/6) - 7$	1
27	$-3 - 9 \sin (\pi t^2/6)$	$-9 \cos (\pi t^2/6) + 5$	1
28	$-4t^2 + 1$	$-3t$	1
29	$5t^2 + 5t/3 - 3$	$3t^2 + t + 3$	1
30	$2 \cos (\pi t^2/3) - 2$	$-2 \sin (\pi t^2/3) + 3$	1

2.2 Завдання К 2

ПОСТУПАЛЬНИЙ ТА ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

Визначення швидкостей та прискорень точок твердого тіла при поступальному та обертальному рухах

За заданим рівнянням прямолінійного поступального руху вантажу 1 визначити швидкість, а також обертальне, доцентрове та повне прискорення точки М.

Схеми механізмів надані на рисунках 2.2, 2.3, 2.4, а дані - в таблиці 2.1.

Типовий звіт для завдання К 2

Дано: $x = 2 + 70t^2$ см, координата вимірюється у сантиметрах.

$$R_2 = 50 \text{ см}, r_2 = 30 \text{ см}, R_3 = 60 \text{ см}, r_3 = 40 \text{ см},$$

$$s = 40 \text{ см}.$$

Схема механізму на рисунку 2.1.

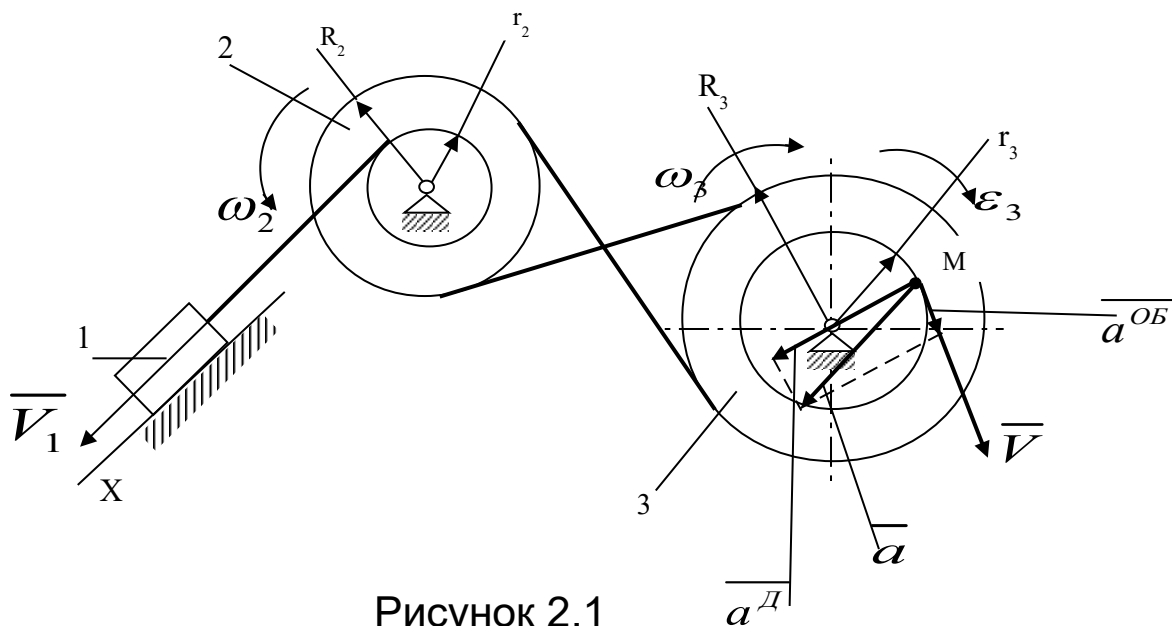


Рисунок 2.1

Знайти: швидкість, обертальне, доцентрове та повне прискорення точки М механізму в момент часу, коли шлях вантажу 1 дорівняє s .

Розв'язання

Момент часу τ , при якому шлях s , що пройдений

вантажом, дорівнює 40 см

$$s = x(t = \tau) - x(t = 0) = 70\tau^2, \quad \text{звідки} \quad \tau = \sqrt{s/70} = \sqrt{40/70} = 0,76 \text{ с.}$$

Швидкість вантажу $V_1 = |x'| = 140t \text{ см/с.}$

Кутова швидкість барабана 2 $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{140t}{30} = \frac{14}{3} \cdot t \text{ с}^{-1}.$

Кутові швидкості 2 та 3 барабанів обернено пропорційні радіусам передавальних коліс $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$, тоді

$$\omega_3 = \frac{R_2}{R_3} \cdot \omega_2 = \left(\frac{50}{60}\right) \cdot \left(\frac{14}{3}\right) \cdot t = \frac{35}{9} t = 2,94 \text{ с}^{-1}.$$

Кутове прискорення $\varepsilon_3 = \omega_3' = \frac{35}{9} = 3,89 \text{ с}^{-2} = \text{const}.$

Швидкість точки М $V_M = r_3 \cdot \omega_3 = 40 \cdot \omega_3 = 118 \text{ см/с.}$

Вектор $\overline{V_M}$ спрямований перпендикулярно до радіуса в бік обертання колеса 3.

Обертальне прискорення точки М

$$a_M^{OB} = r_3 \cdot \varepsilon_3 = 40 \cdot \varepsilon_3 = 156, \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_M^{OB}}$ має однаковий напрямок із швидкістю $\overline{V_M}$, тому що обертання коліс прискорене.

Доцентрове прискорення точки М

$$a_M^D = r_3 \cdot \omega_3^2 = 40 \cdot \omega_3^2 = 346 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_M^D}$ спрямований за радіусом до центра колеса.

Повне прискорення

$$a_M = \sqrt{(a_M^{OB})^2 + (a_M^D)^2} = 379 \text{ см/с}^2.$$

Швидкість та прискорення точки М наведені на рисунку 2.1.

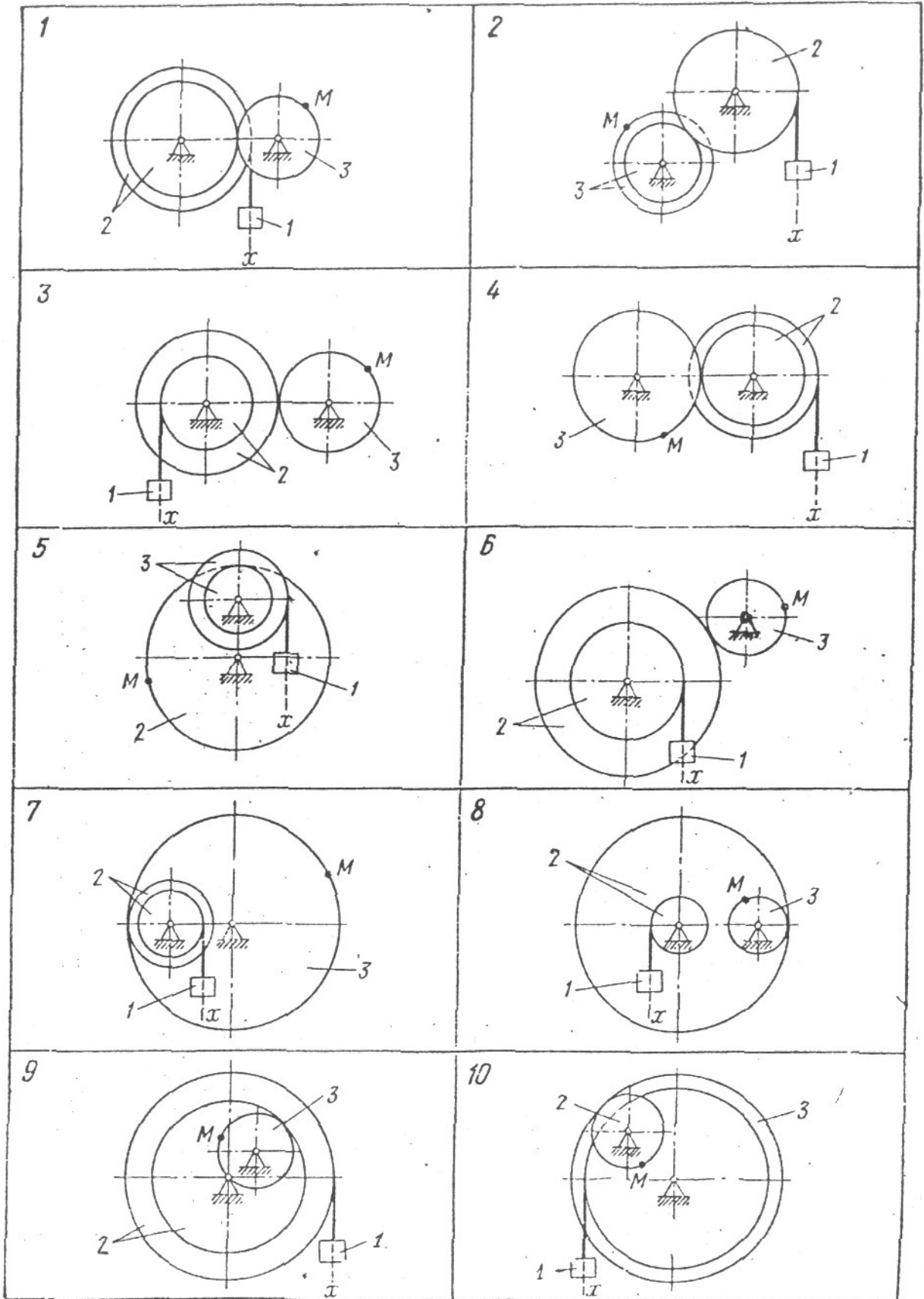


Рисунок 2.2

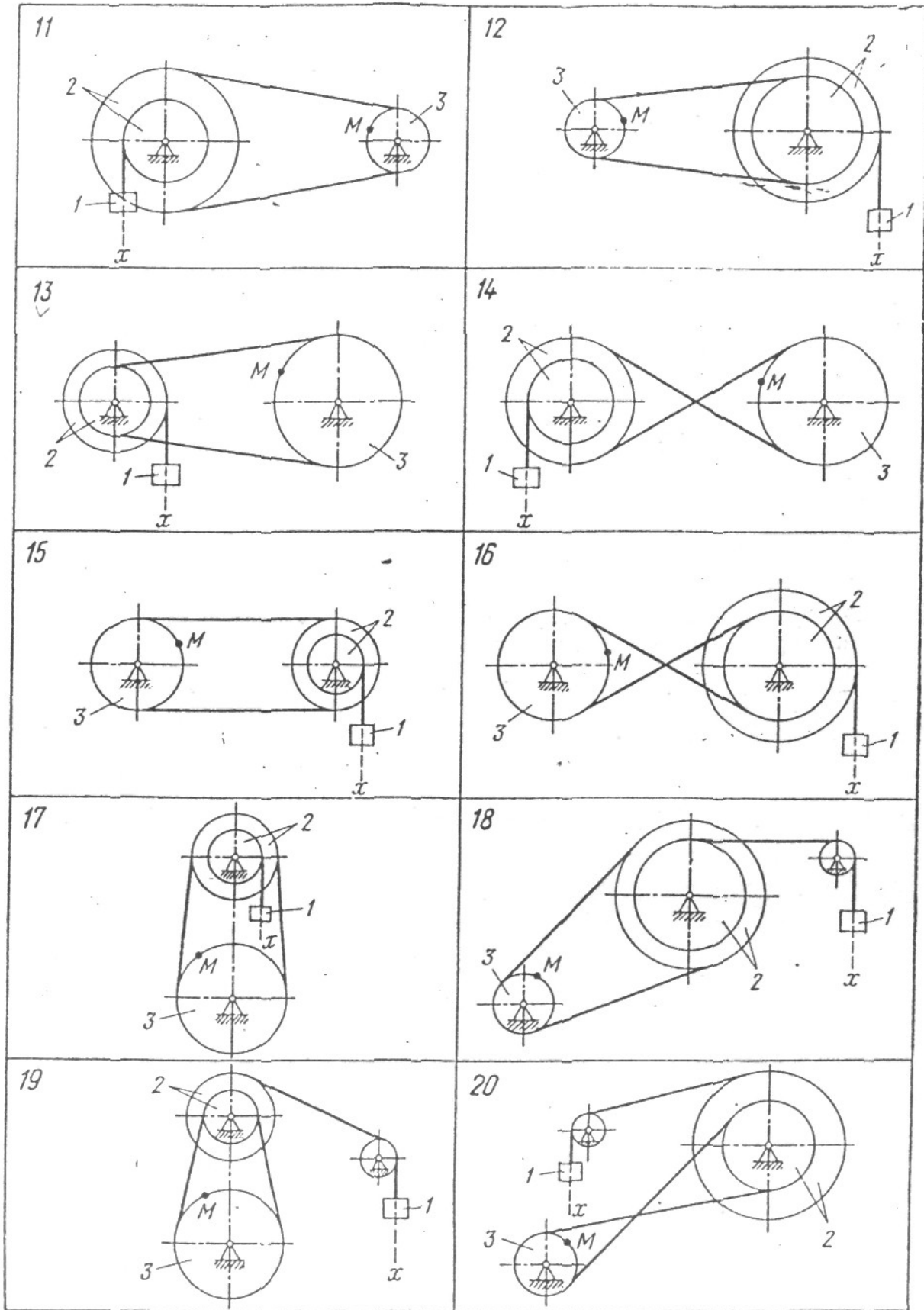


Рисунок 2.3

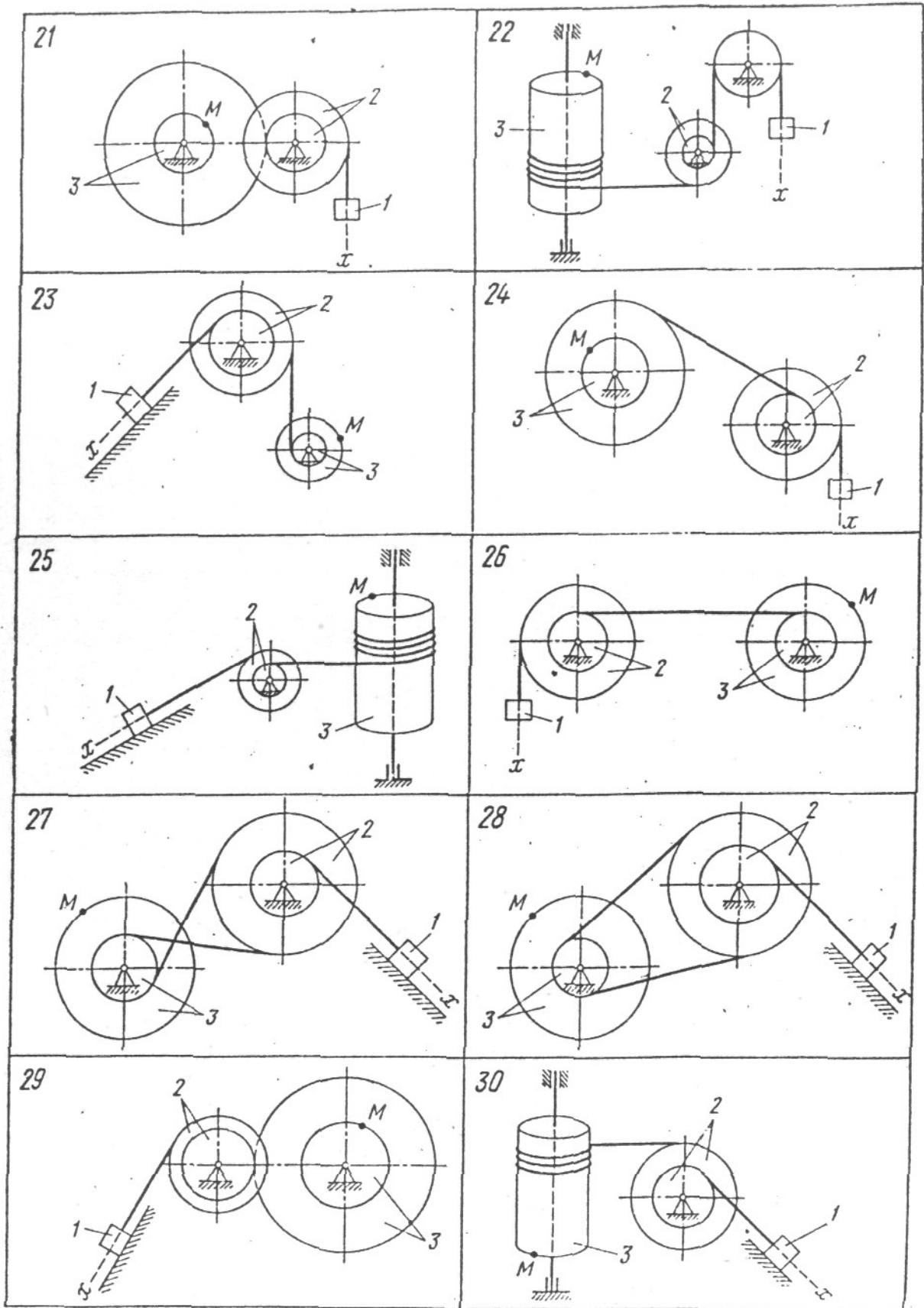


Рисунок 2.4

Таблиця 2.1

№ варі- анта	Радіуси, см				Рівняння руху вантажу 1 $x=x(t)$ (x – у сантиметрах, t – у секундах)	S, м
	R_2	r_2	R_3	r_3		
1	60	45	36	-	$10 + 100 t^2$	0,5
2	80	-	60	45	$80 t^2$	0,1
3	100	60	75	-	$18 + 70 t^2$	0,2
4	58	45	60	-	$50 t^2$	0,5
5	80	-	45	30	$8 + 40 t^2$	0,1
6	100	60	30	-	$5 + 60 t^2$	0,5
7	45	35	105	-	$7 + 90 t^2$	0,2
8	35	10	10	-	$4 + 30 t^2$	0,5
9	40	30	15	-	$3 + 80 t^2$	0,2
10	15	-	40	35	$70 t^2$	0,4
11	40	25	20	-	$5 + 40 t^2$	0,3
12	20	15	10	-	$2 + 50 t^2$	0,1
13	30	20	40	-	$60 t^2$	0,4
14	15	10	15	-	$6 + 20 t$	0,1
15	15	10	15	-	$8 + 40 t^2$	0,3
16	20	15	15	-	$3 + 40 t^2$	0,4
17	15	10	20	-	$80 t^2$	0,6
18	20	15	10	-	$4 + 20 t$	0,3
19	15	10	20	-	$5 + 80 t^2$	0,2
20	25	15	10	-	$50 t^2$	0,3
21	20	10	30	10	$4 + 90 t^2$	0,5
22	40	20	35	-	$10 + 40 t^2$	0,5
23	40	30	30	15	$7 + 40 t$	0,6
24	30	15	40	20	$90 t^2$	0,2
25	50	20	60	-	$2 + 50 t$	0,5
26	32	16	32	16	$5 + 60 t^2$	0,1
27	40	18	40	18	$6 + 30 t^2$	0,3
28	40	20	40	15	$50 t^2$	0,4
29	25	20	50	25	$3 + 30 t$	0,6
30	30	15	20	-	$5 + 60 t^2$	0,2

2.3 Завдання К 3

ПЛОСКИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

Визначення швидкостей та прискорень точок твердого тіла при плоскому русі

Знайти для даного положення механізму швидкості та прискорення точок В та С, а також кутову швидкість та кутове прискорення ланки, якій ці точки належать.

Схеми механізмів надані на рисунках 3.3, 3.4, 3.5, дані для розрахунку - у таблиці 3.1.

Типовий звіт для завдання К 3

Дано: $OA = 10$ см, $AB = 60$ см, $AC = 20$ см, $\omega_{OA} = 1,5$ с⁻¹,
 $\varepsilon_{OA} = 2$ с⁻².

Схема механізму на рисунку 3.1.

Знайти: \overline{V}_B , \overline{V}_C , \overline{a}_B , \overline{a}_C , ω_{AB} , ε_{AB} .

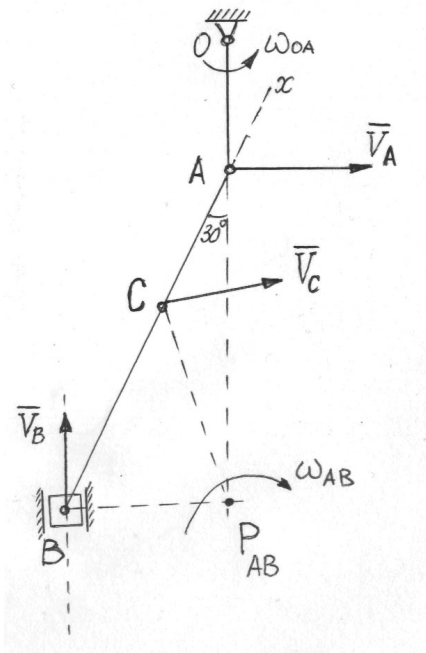


Рисунок 3.1

Розв'язання

1 *Визначення швидкостей точок* (рисунок 3.1).

Швидкість точки А перпендикулярна до кривошипа ОА:

$$\overline{V}_A \perp OA, \quad V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1,5 \cdot 10 = 15 \text{ см/с.}$$

Швидкість повзуна В спрямована вертикально. Миттєвий центр швидкостей P_{AB} шатуна АВ знаходиться у точці перетину перпендикулярів, проведених з точок А і В до їх

Кутова швидкість ланки АВ

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}} = \frac{15}{60 \cdot \cos 30^\circ} = 0,29 \text{ c}^{-1}.$$

Швидкості точок В і С: $\overline{V_B} \perp BP_{AB}$, $\overline{V_C} \perp CP_{AB}$,

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, \quad V_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}.$$

$$BP_{AB} = AB \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot 0,5 = 30 \text{ см},$$

$$CP_{AB} = \sqrt{BC^2 + BP_{AB}^2 - 2BC \cdot BP_{AB} \cdot \cos 60^\circ} = 36,1 \text{ см}.$$

Відповідно $V_B = 0,29 \cdot 30 = 8,7 \text{ см/с}$, $V_C = 0,29 \cdot 36,1 = 10,5 \text{ см/с}$.

Вектор швидкості $\overline{V_C}$ спрямований у бік обертання ланки АВ.

2 *Визначення прискорень точок (рисунок 3.2).*

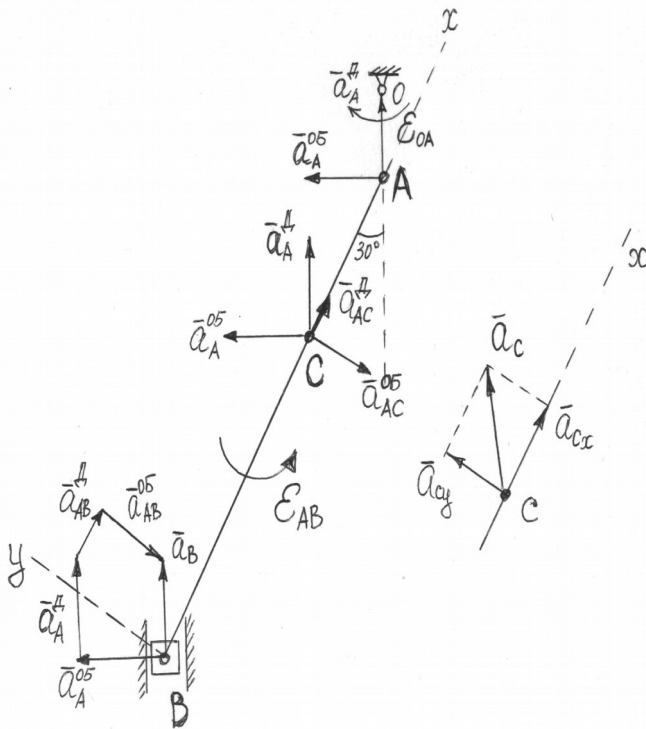


Рисунок 3.2

Прискорення точки А складається з обертального $\overline{a_A^{OB}}$ та доцентрового $\overline{a_A^D}$ прискорень:

$$\overline{a_A} = \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^D},$$

$$a_A^{OB} = \epsilon_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см/с}^{-2},$$

$$a_A^D = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 1,5^2 \cdot 10 = 22,5 \text{ см/с}^{-2}.$$

Вектор $\overline{a^D}$ спрямований від А до О, а $\overline{a_A^{OB}} \perp \overline{a_A^D}$ відповідно до напрямку кутового прискорення ϵ_{OA} .

За теоремою про прискорення точок плоскої фігури

$$\overline{a_B} = \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^D} + \overline{a_{AB}^{OB}} + \overline{a_{AB}^D}.$$

Доцентрове прискорення точки В в обертальному русі шатуна АВ навколо полюса А $a_{AB}^D = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \frac{1}{12} \cdot 60 = 5 \text{ см/с}^{-2}$, вектор $\overline{a_{AB}^D}$ спрямований від В до А, а $\overline{a_{AB}^{OB}} \perp \overline{a_{AB}^D}$.

Векторний багатокутник прискорень (рисунок 3.2) дає можливість скласти рівняння проєкцій векторного рівняння на осі x та y:

$$a_B \cdot \cos 30^\circ = -a_A^{OB} \cdot \cos 60^\circ + a_A^D \cdot \cos 30^\circ + a_{AB}^D,$$

$$a_B \cdot \cos 60^\circ = a_A^{OB} \cdot \cos 30^\circ + a_A^D \cdot \cos 60^\circ - a_{AB}^{OB}.$$

Тоді

$$a_B = \frac{-a_A^{OB} \cdot \cos 60^\circ + a_A^D \cdot \cos 30^\circ + a_{AB}^D}{\cos 30^\circ} = \frac{-20 \cdot 0,5 + 22,5 \cdot 0,866 + 5}{0,866} = 16,7 \text{ см/с}^{-2}.$$

Для визначення прискорення точки С необхідне кутове прискорення шатуна АВ:

$$a_{AB}^{OB} = -a_B \cdot \cos 60^\circ + a_A^{OB} \cdot \cos 30^\circ + a_A^D \cdot \cos 60^\circ = \\ = -16,7 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 + 22,5 \cdot 0,5 = 20,2 \text{ см/с}^{-2}.$$

$$a_{AB}^{OB} = \varepsilon_{AB} \cdot AB, \quad \text{звідси} \quad \varepsilon_{AB} = \frac{a_{AB}^{OB}}{AB} = \frac{20,2}{60} = 0,34 \text{ с}^{-2}.$$

Напрямок $\overline{a_{AB}^{OB}}$ відносно полюса А визначає напрямок кутового прискорення ε_{AB} . В даному випадку цей напрямок протилежний ω_{AB} .

Прискорення точки С

$$\overline{a_C} = \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^D} + \overline{a_{AC}^{OB}} + \overline{a_{AC}^D}.$$

Обертальне та доцентрове прискорення точки С в обертальному русі шатуна АВ навколо полюса А:

$$a_{AC}^{\dot{A}} = \varepsilon_{AB} \cdot AC = 0,34 \cdot 20 = 6,8 \text{ см/с}^{-2},$$

$$\dot{a}_{AC}^{\ddot{A}} = \omega_{AB}^2 \cdot AC = \frac{1}{12} \cdot 20 = 1,7 \text{ см/с}^{-2}.$$

Вектор $\overline{a_{AC}^{OB}}$ спрямований відповідно до кутового прискорення ε_{AB} та між собою $\overline{a_{AC}^{OB}} \perp \overline{a_{AC}^{\dot{A}}}$.

Прискорення точки С знаходиться методом проєкцій:

$$a_{CX} = a_{AC}^{\dot{A}} + a_A^{\dot{A}} \cdot \cos 30^0 - a_A^{OB} \cdot \cos 60^0 = 1,7 + 22,5 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5 = 11,2 \text{ см/с}^{-2},$$

$$a_{CY} = a_A^{\dot{A}} \cdot \cos 60^0 + a_A^{OB} \cdot \cos 30^0 - a_{AC}^{\dot{A}} = 22,5 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 - 6,8 = 21,8 \text{ см/с}^{-2}.$$

$$a_c = \sqrt{a_{CX}^2 + a_{CY}^2} = \sqrt{11,2^2 + 21,8^2} = 24,5 \text{ см/с}^{-2}.$$

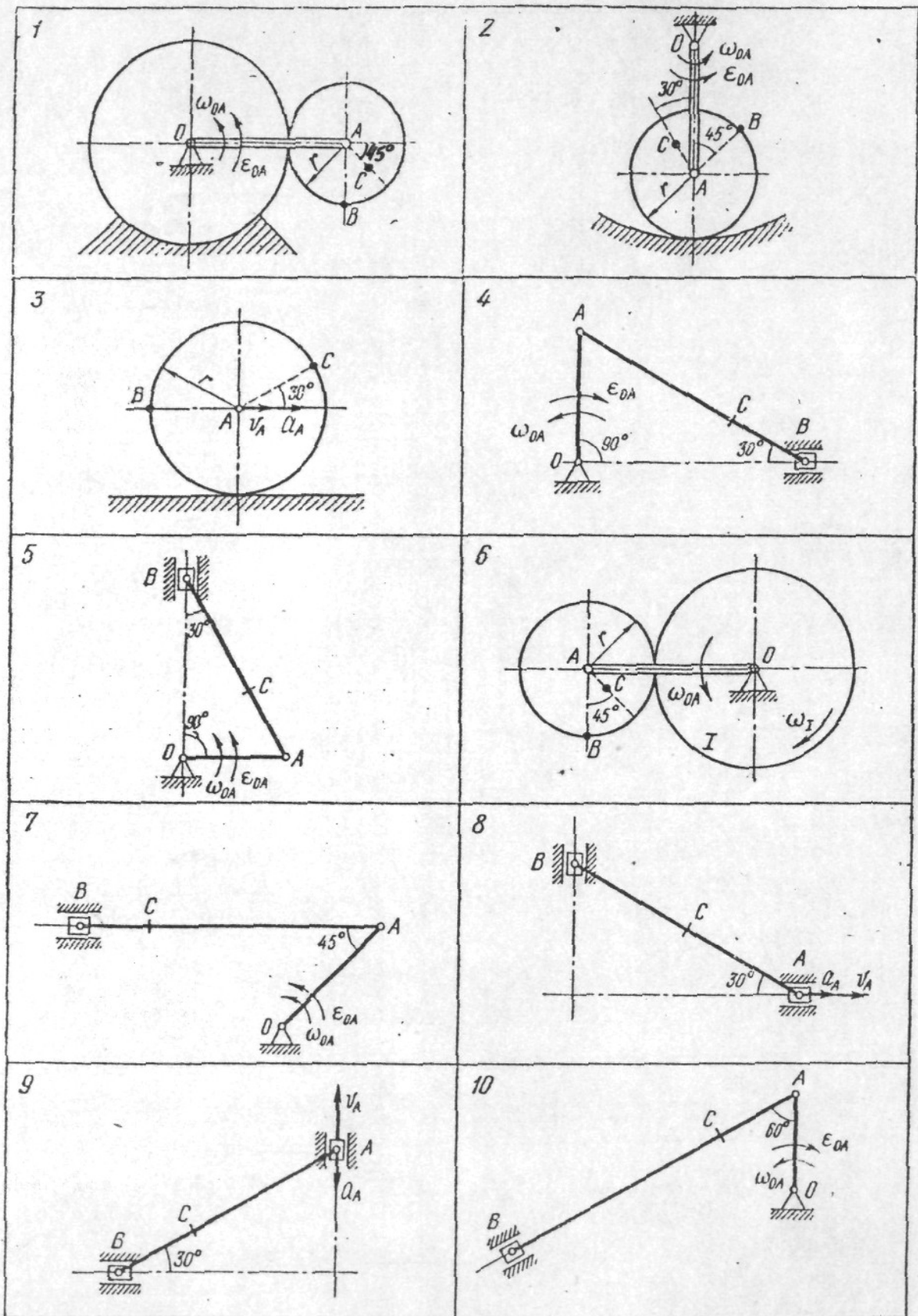
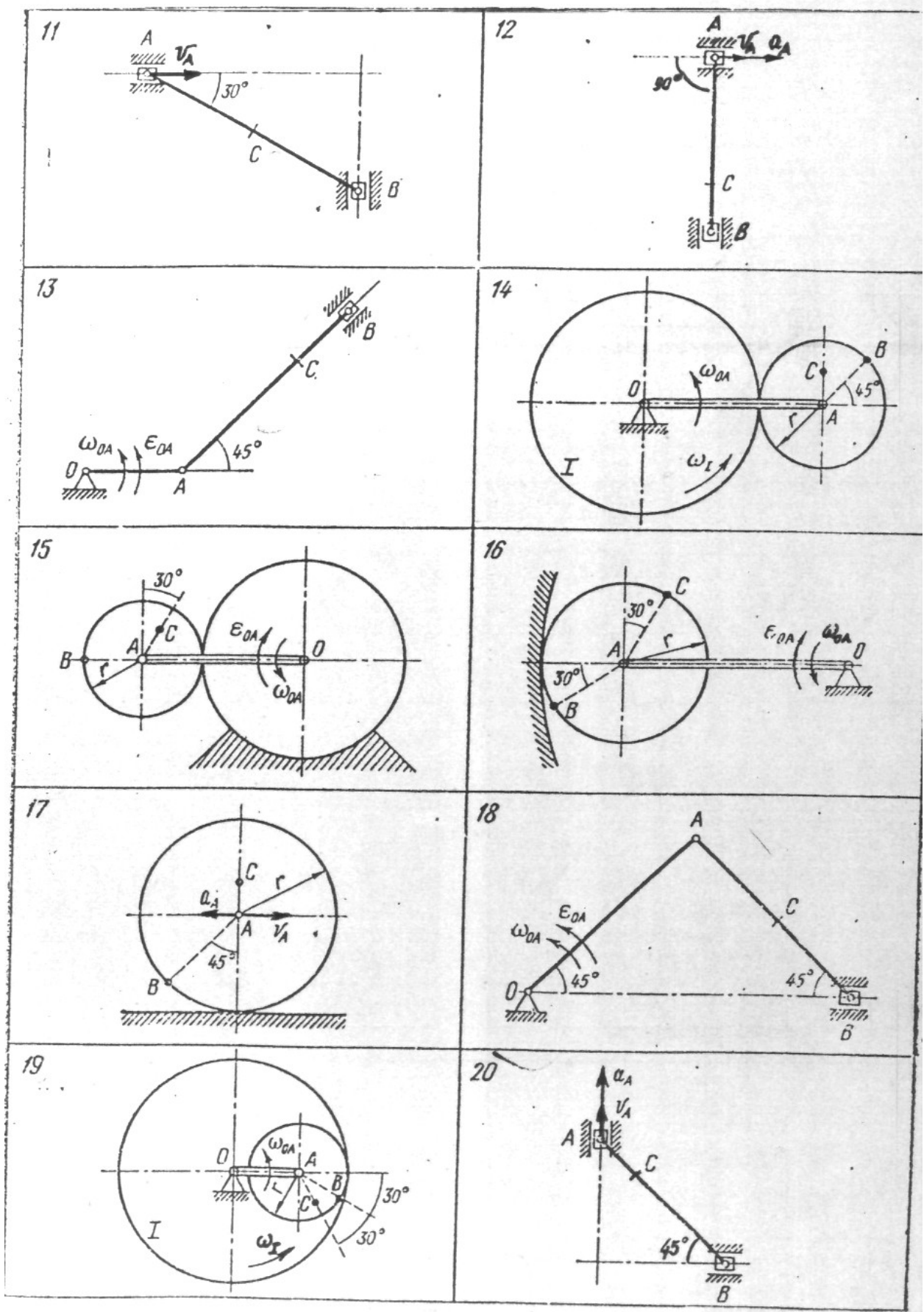


Рисунок 3.3



55
Рисунок 3.4

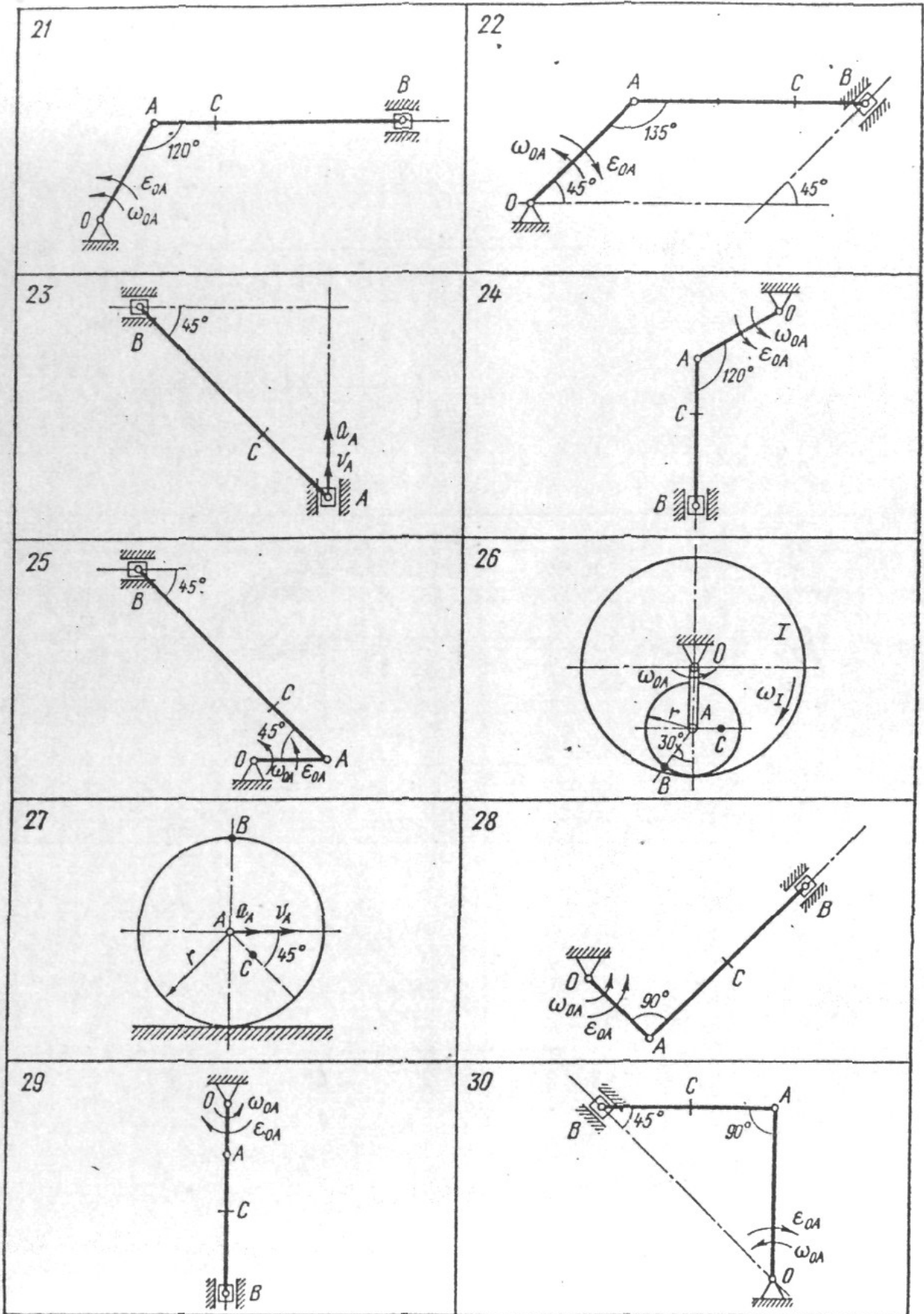


Рисунок 3.5

Таблиця 3.1

Номер варіанта	Розміри, см				$\omega_{OA},$ c^{-1}	$\omega_{I},$ c^{-1}	$\varepsilon_{OA},$ c^{-2}	$V_{A},$ см/с	$a_{A},$ см/с ²
	OA	r	AB	AC					
1	40	15	-	8	2	-	2	-	-
2	30	15	-	8	3	-	2	-	-
3	-	50	-	-	-	-	-	50	100
4	35	-	-	45	4	-	8	-	-
5	25	-	-	20	1	-	1	-	-
6	40	15	-	6	1	1	0	-	-
7	35	-	75	60	5	-	10	-	-
8	-	-	20	10	-	-	-	40	20
9	-	-	45	30	-	-	-	20	10
10	25	-	80	20	1	-	2	-	-
11	-	-	30	15	-	-	-	10	0
12	-	-	30	20	-	-	-	20	20
13	25	-	55	40	2	-	4	-	-
14	45	15	-	8	3	12	0	-	-
15	40	15	-	8	1	-	1	-	-
16	55	20	-	-	2	-	5	-	-
17	-	30	-	10	-	-	-	80	50
18	10	-	10	5	2	-	6	-	-
19	20	15	-	10	1	2,5	0	-	-
20	-	-	20	6	-	-	-	10	15
21	30	-	60	15	3	-	8	-	-
22	35	-	60	40	4	-	10	-	-
23	-	-	60	20	-	-	-	5	10
24	25	-	35	15	2	-	3	-	-
25	20	-	70	20	1	-	2	-	-
26	20	15	-	10	2	1,2	0	-	-
27	-	15	-	5	-	-	-	60	30
28	20	-	50	25	1	-	1	-	-
29	12	-	35	15	4	-	6	-	-
30	40	-	-	20	5	-	10	-	-

2.4 Завдання К 4

СКЛАДНИЙ РУХ

Визначення абсолютної швидкості та абсолютного прискорення точки у випадку обертального переносного руху

За заданими рівняннями відносного руху точки M та переносного руху тіла D визначити щодо моменту часу $t = t_1$ абсолютну швидкість та абсолютне прискорення точки M .

Схеми механізмів надані на рисунках 4.2, 4.3, 4.4, дані для розрахунку - у таблиці 4.1.

Типовий звіт для завдання К 4

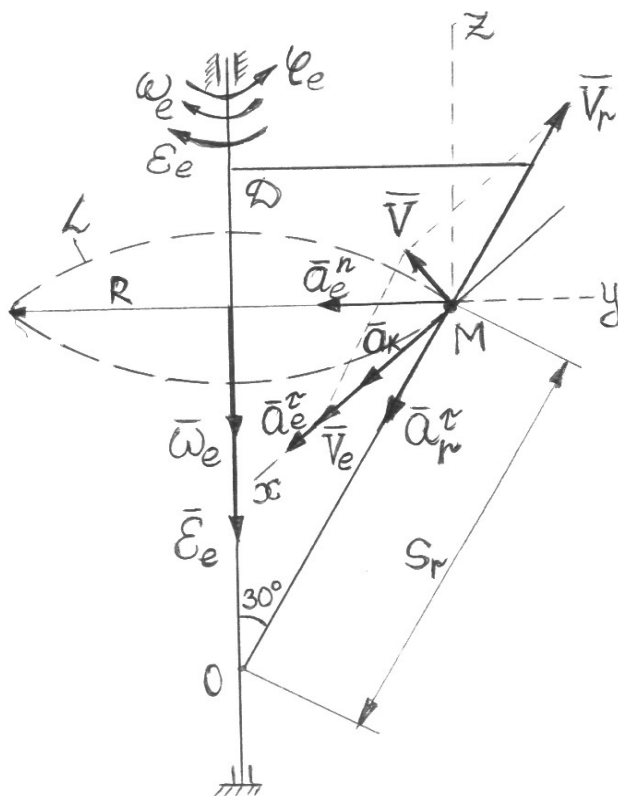


Рисунок 4.1

Дано: $\varphi_e = 0,9t^2 - 9t^3$ рад,
 $S_r = OM = 16 - 8\cos(3\pi t)$ см,
 $t_1 = 2/9$ с.

Схема механізму на
рисунок 4.1.

Знайти: V_a , a_a

Розв'язання

Вважається, що в момент часу t_1 площина рисунка співпадає з площиною трикутника D . Положення точки M на тілі D визначається відстанню $S_r = OM$.

При $t_1 = \frac{2}{9}$ с $S_r = OM = 16 - 8 \cos(3\pi \cdot \frac{2}{9}) = 16 + 4 = 20$ см.

Абсолютна швидкість точки М визначається геометричною сумою відносної та переносної швидкостей

$$\overline{V_a} = \overline{V_r} + \overline{V_e}.$$

Модуль відносної швидкості при t_1

$$V_r = \frac{ds_r}{dt} = 24\pi \sin 3\pi t = 24\pi \sqrt{3/2} = 65,2 \text{ см/с.}$$

Додатний знак величини V_r вказує, що вектор $\overline{V_r}$ спрямований в бік зростання S_r .

R - радіус кола L траєкторії точки тіла, з якою у даний момент часу співпадає точка М, $R = s_r \cdot \sin 30^\circ = 20 \cdot 0,5 = 10$ см. Модуль кутової швидкості тіла при t_1 :

$$\omega_e = \frac{d\varphi_e}{dt} = 1,8t - 27t^2 = 1,8 \cdot 2/9 - 27 \cdot 4/81 = -0,93 \text{ с}^{-1}.$$

Від'ємний знак величини ω_e свідчить, що обертання трикутника відбувається навколо осі OZ у бік, протилежний напрямку кута φ_e . При цьому вектор $\overline{\omega_e}$ спрямований вздовж осі OZ вниз (рисунок 4.1). Тоді модуль переносної швидкості $V_e = R \cdot \omega_e = 10 \cdot 0,93 = 9,3$ см/с. Вектор $\overline{V_e}$ спрямований по дотичній до кола L у бік обертання тіла.

Вектори $\overline{V_r}$ і $\overline{V_e}$ перпендикулярні, тому модуль абсолютної швидкості точки М

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = \sqrt{65,2^2 + 9,3^2} = 65,9 \text{ см/с.}$$

Абсолютне прискорення точки М дорівнює геометричній сумі відносного, переносного та коріолісового прискорень

$$\overline{a_a} = \overline{a_r} + \overline{a_e} + \overline{a_K},$$

тобто

$$\overline{a_a} = \overline{a_r^\tau} + \overline{a_r^n} + \overline{a_e^\tau} + \overline{a_e^n} + \overline{a_K}$$

Модуль відносного дотичного прискорення при t_1

$$a_r^\tau = \frac{d^2 s_r}{dt^2} = 72\pi^2 \cos 3\pi = -36\pi^2 = -355 \text{ см/с}^2.$$

Від'ємний знак a_r^τ свідчить про напрямок вектора $\overline{a_r^\tau}$ - у бік від'ємних значень s_r . Відносне нормальне прискорення $a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho} = 0$, тому що траєкторія відносного руху - пряма ($\rho = \infty$).

Модуль переносного дотичного прискорення a_e^τ залежить від модуля кутового прискорення тіла, яке при t_1 визначається $\varepsilon_e = \frac{d^2 \varphi_e}{dt^2} = 1,8 - 54t = 1,8 - 54 \cdot 2/9 = -10,2 \text{ с}^{-2}$, а однакові знаки ε_e та ω_e вказують, що обертання трикутника прискорене і напрямки векторів $\overline{\varepsilon_e}$ та $\overline{\omega_e}$ співпадають. Тоді $a_e^\tau = R \cdot \varepsilon_e = 10 \cdot 10,2 = 102 \text{ см/с}^2$. Вектор $\overline{a_e^\tau}$ спрямований вздовж $\overline{V_e}$.

Модуль переносного нормального прискорення

$$a_e^n = R \cdot \omega_e^2 = 10 \cdot 0,93^2 = 8,7 \approx 9 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_e^n}$ спрямований до центра кола L .

Коріолісове прискорення $\overline{a_K} = 2\overline{\omega_e} \times \overline{V_r}$. Модуль $a_K = 2 \cdot \omega_e \cdot V_r \cdot \sin(\overline{\omega_e}, \overline{V_r})$. Вважаючи, що $\sin(\overline{\omega_e}, \overline{V_r}) = \sin 150^\circ = 0,5$, $a_K = 2 \cdot 0,93 \cdot 65,2 \cdot 0,5 = 61 \text{ см/с}^2$.

Відповідно до правила векторного добутку вектор $\overline{a_K}$ спрямовується перпендикулярно до площини трикутника в той же бік, що і вектори $\overline{V_e}$ і $\overline{a_e^\tau}$ (рисунок 4.1).

Модуль абсолютного прискорення точки М визначається способом проєкцій:

$$a_{aX} = a_e^r + a_K = 102 + 61 = 163 \text{ CM/C}^{-2},$$

$$a_{aY} = -a_e^n - a_r^r \cos 60^\circ = -9 - 355 \cdot 0,5 = -186 \text{ CM/C}^{-2},$$

$$a_{aZ} = -a_r^r \cos 30^\circ = -355 \cdot \sqrt{3}/2 = -308 \text{ CM/C}^{-2},$$

$$a_a = \sqrt{a_{aX}^2 + a_{aY}^2 + a_{aZ}^2} = 395 \text{ CM/C}^{-2}.$$

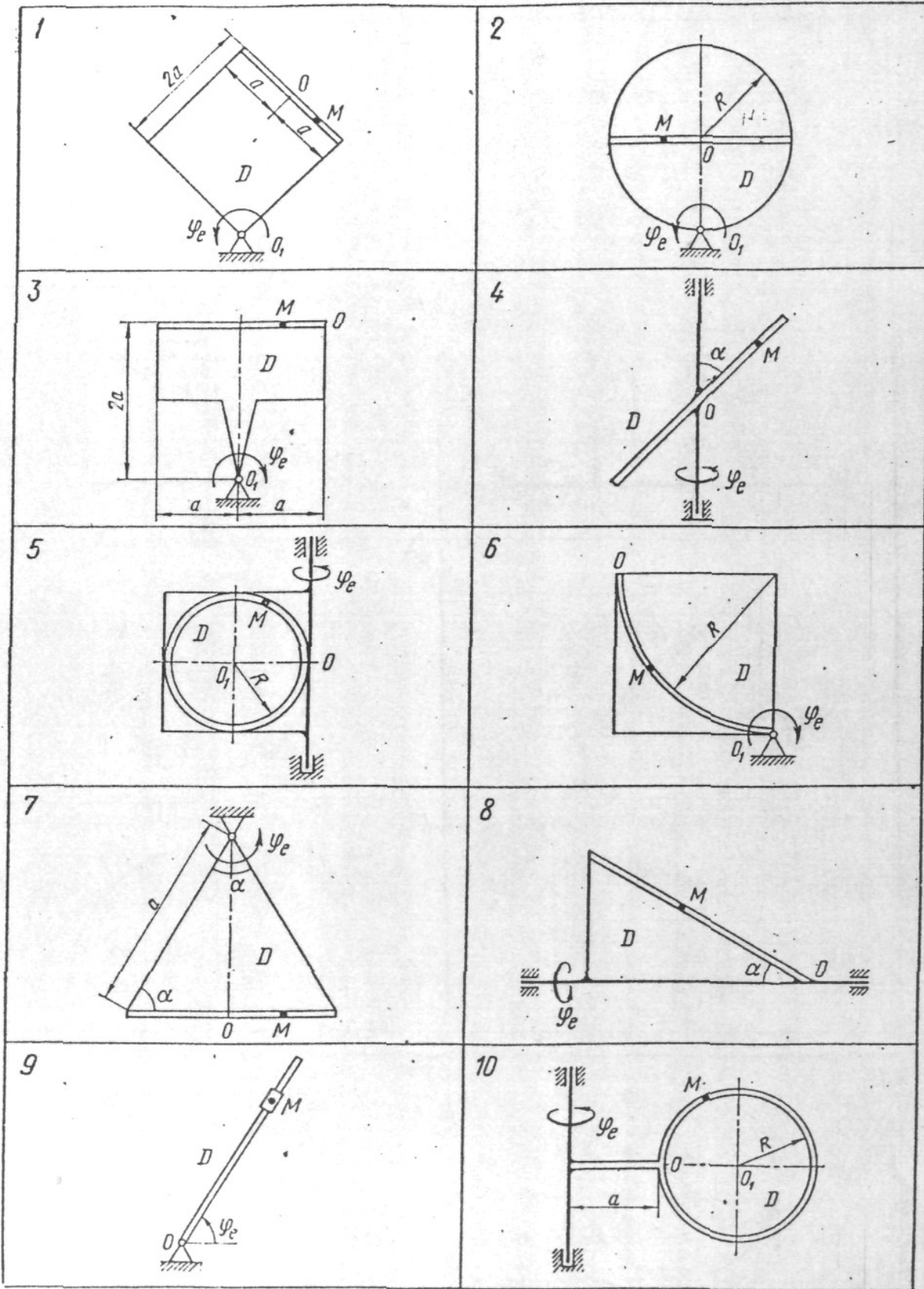


Рисунок 4.2

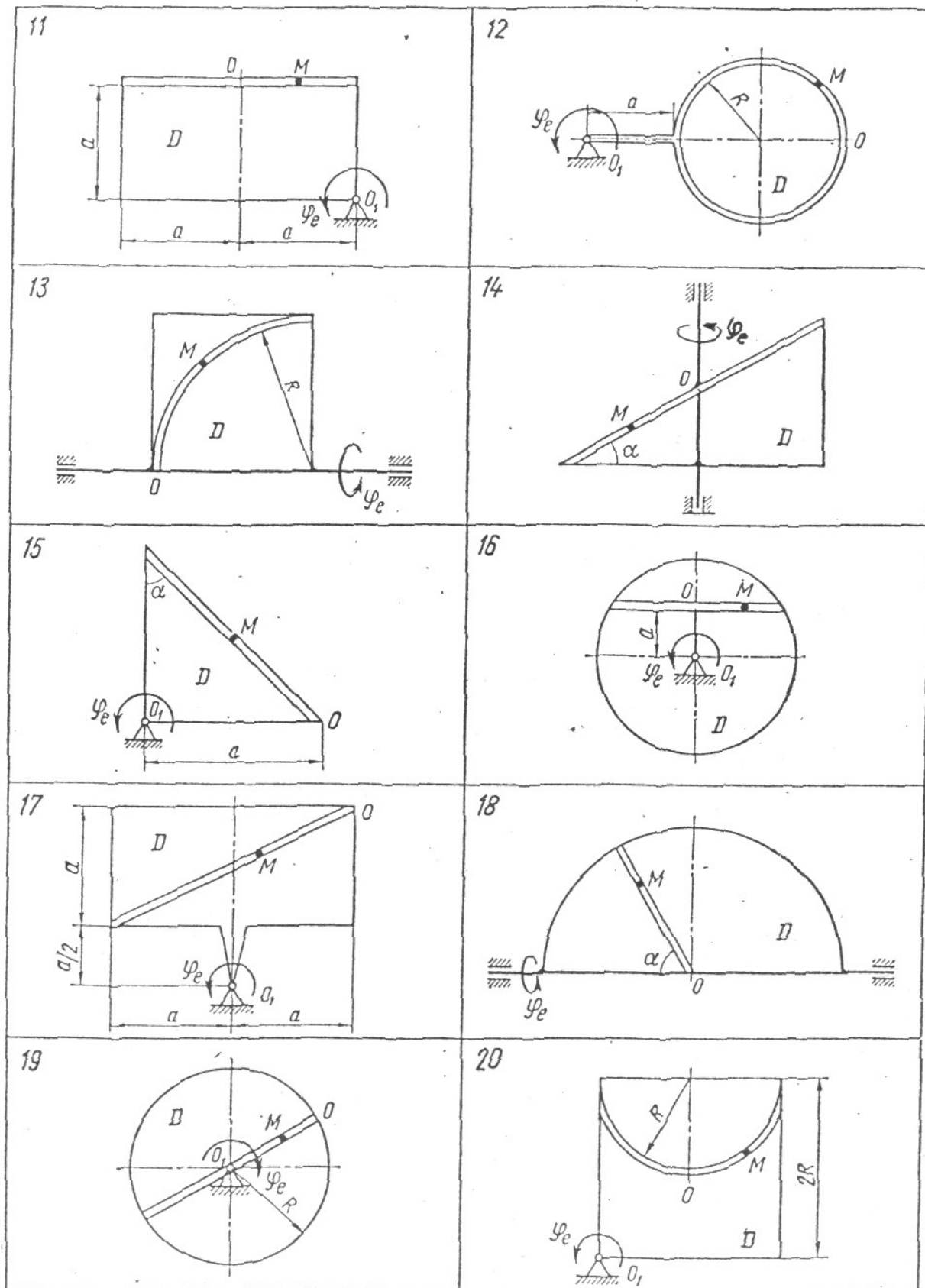


Рисунок 4.3

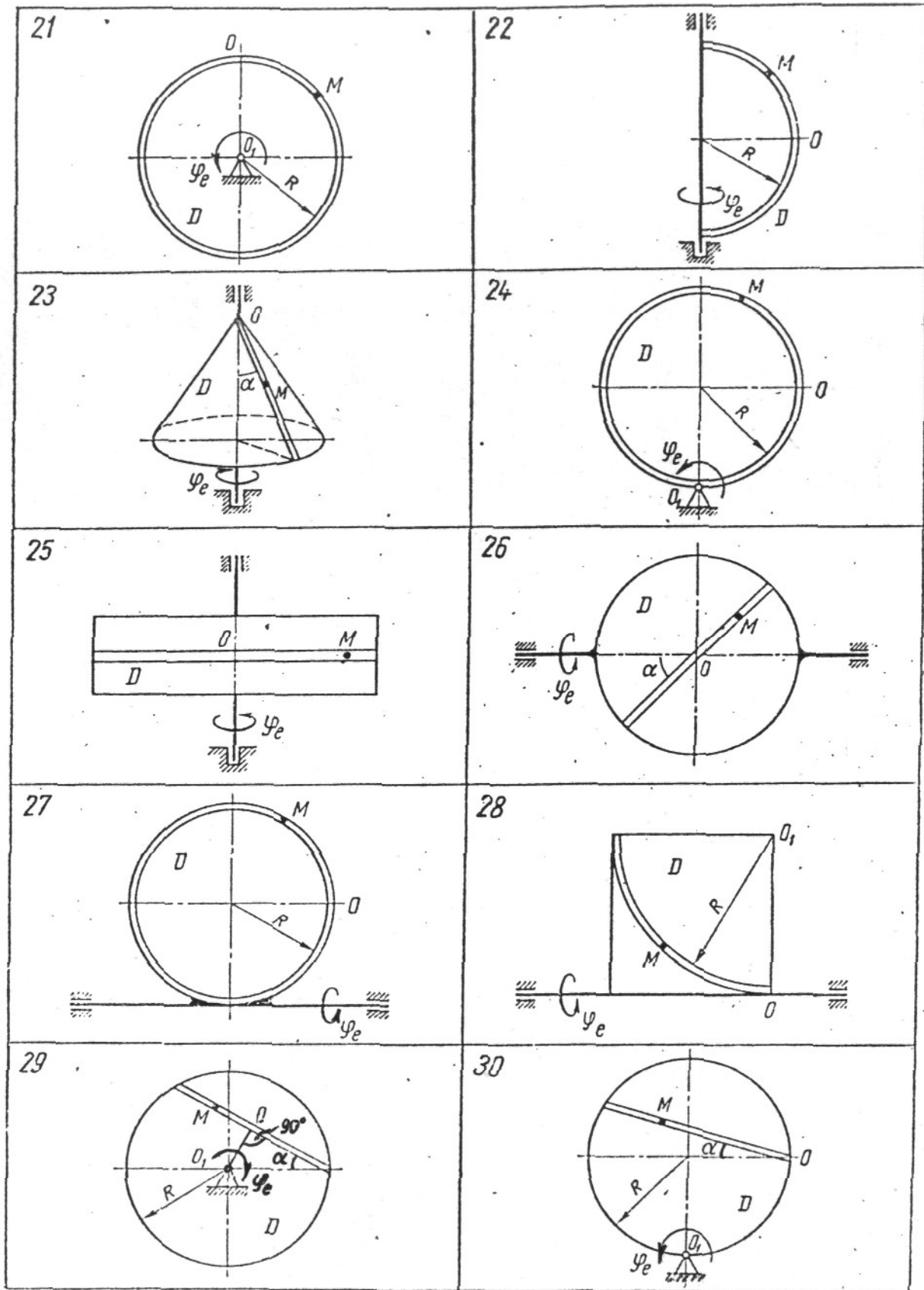


Рисунок 4.4

Таблиця 4.

Номер варі- анта	Рівняння руху тіла D $\varphi_e = f_1(t)$, рад	Рівняння відносного руху точки M $OM = s_r = f_2(t)$, см	t_1 , с	R, см	a, см	α , град
1	$2t^3 - t^2$	$18 \sin(\pi t/4)$	2/3	-	25	-
2	$0,4t^2 + t$	$20 \sin \pi t$	5/3	20	-	-
3	$2t + 0,5t^2$	$6t^3$	2	-	30	-
4	$0,6t^2$	$10 \sin(\pi t/6)$	1	-	-	60
5	$3t - 0,5t^3$	$40 \pi \cos(\pi t/6)$	2	30	-	-
6	$0,75t + 1,5t^2$	$150 \pi t^2$	1/6	25	-	-
7	$0,5t^2$	$20 \cos 2\pi t$	3/8	-	40	60
8	$t^3 - 5t$	$6(t + 0,5t^2)$	2	-	-	30
9	$4t + 1,6t^2$	$10 + 10 \sin 2\pi t$	1/8	-	-	-
10	$1,2t - t^2$	$20\pi \cos(\pi t/4)$	4/3	20	20	-
11	$2t^2 - 0,5t$	$25 \sin(\pi t/3)$	4	-	25	-
12	$5t - 4t^2$	$15 \pi t^3/8$	2	30	30	-
13	$8t^2 - 3t$	$120 \pi t^2$	1/3	40	-	-
14	$4t - 2t^2$	$3 + 14 \sin \pi t$	2/3	-	-	30
15	$0,2t^3 + t$	$5\sqrt{2}(t^2 + t)$	2	-	60	45
16	$t - 0,5t^2$	$20 \sin \pi t$	1/3	-	20	-
17	$0,5t^2$	$8t^3 + 2t$	1	-	$4\sqrt{5}$	-
18	$8t - t^2$	$10t + t^3$	2	-	-	60
19	$t + 3t^2$	$6t + 4t^3$	2	40	-	-
20	$6t + t^2$	$30 \pi \cos(\pi t/6)$	3	60	-	-
21	$2t - 4t^2$	$25 \pi (t + t^2)$	1/2	25	-	-
22	$4t - 0,2t^2$	$10 \pi \sin(\pi t/4)$	2/3	30	-	-
23	$2t - 0,25t^2$	$3t^2 + 4t$	2	-	-	30
24	$2t - 0,3t^2$	$75 \pi (0,1t + 0,3t^3)$	1	30	-	-
25	$10t - 0,1t^2$	$15 \sin(\pi t/3)$	5	-	-	-
26	$-2\pi t^2$	$8 \cos(\pi t/2)$	3/2	-	-	45
27	$t - 0,5t^3$	$10 \sqrt{2} \pi \cos 2\pi t$	1/8	30	-	-
28	$2t^3 - 5t$	$2,5 \pi t^2$	2	40	-	-
29	$0,6t^2$	$6 \sqrt{6} \sin(\pi t/16)$	4	36	-	30
30	$2t^2 - 3t$	$5\sqrt{3}t^3/3$	2	20	-	30

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М., 1986 и предыдущие издания.
- 2 Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч.1, 2. - М., 1984 и предыдущие издания.
- 3 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / Под ред. А.А. Яблонского. - М., 1985 и предыдущие издания.
- 4 Комплексне методичне забезпечення до вивчення дисципліни „Теоретична механіка”. – Харків: УкрДАЗТ, 2004.
- 5 Аксьонова Н.А. Робочий конспект лекцій з дисципліни "Теоретична механіка". - Харків: УкрДАЗТ, 2005.

