

**МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**Кафедра „Матеріали і технології виготовлення виробів  
транспортного призначення”**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до практичних робіт  
з дисципліни**

***„ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ”***

**Харків – 2011**

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до  
друку на засіданні кафедри МТВ 2 лютого 2009 р.,

протокол № 11.

Методичні вказівки призначені для спеціалістів та магістрів спеціальності „Якість, стандартизація та сертифікація”

Укладачі:

проф. Л.А. Тимофеева,  
асист. А.О. Ніколаєнко

Рецензент

проф. О.Б. Кондусова

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до практичних робіт  
з дисципліни  
*„Планування експерименту”*

Відповідальний за випуск Тимофеева Л.А.

Редактор Губарева К.А.

---

Підписано до друку 31.03.09 р.  
Формат паперу 60x84 1/16 . Папір писальний.  
Умовн.-друк.арк. 0,75. Обл.-вид.арк. 1,0.  
Замовлення № Тираж 25. Ціна

---

Видавництво УкрДАЗТу, свідоцтво ДК 2874 від 12.06.2007 р.  
Друкарня УкрДАЗТу,  
61050, Харків - 50, майд. Фейербаха, 7

**МІНІСТЕРСТВО ТРАНСПОРТУ ТА ЗВ'ЯЗКУ УКРАЇНИ  
УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ЗАЛІЗНИЧНОГО  
ТРАНСПОРТУ**

**Кафедра: Матеріали та технологія виготовлення виробів  
транспортного призначення**

**Методичні вказівки до практичних робіт  
з дисципліни  
„Планування експерименту”  
для спеціалістів та магістрів спеціальності  
„Якість, стандартизація та сертифікація”**

Харків 2011

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри МТВ 2 лютого 2009 р., протокол № 11.

Методичні вказівки призначені для спеціалістів та магістрів спеціальності „Якість, стандартизація та сертифікація”

Укладачі:

проф. Л.А. Тимофеева,  
асист. А.О. Ніколаєнко

Рецензент

проф. О.Б. Кондусова

**МЕТА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ** - закріплення теоретичних знань з планування експерименту та формування у студентів навичок статистичної обробки результатів експериментів на різних етапах дослідження.

## **СКЛАД ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ**

### **Частина 1** Аналітичний розділ:

- аналіз обраного технологічного процесу (операції), визначення мети та завдань дослідження;
- пасивний та активний експеримент (порівняльний аналіз вхідних та вихідних параметрів, які притаманні даному процесу);
- експертний метод у дослідженнях із подальшим застосуванням методу ранжирування.

**Частина 2** Обробка результатів експериментальних досліджень графоаналітичним методом:

- обробка експериментальних даних та підбір емпіричних формул, які описують процес;
- визначення похибки між функцією відгуку, розрахованою аналітично та отриманою експериментально;
- побудова графіка залежності функції відгуку від аргументу;
- застосування електронно-обчислювальної машини (ЕОМ) у плануванні експерименту.

Після закінчення курсу дисципліни студент повинен знати основні методи планування експерименту та вміти проводити їх статистичну обробку.

# ЧАСТИНА 1 АНАЛІТИЧНИЙ РОЗДІЛ (8 годин)

## ЗАНЯТТЯ 1

**Тема: Аналіз обраного технологічного процесу (операції), визначення мети та завдань дослідження (2 години)**

**Мета заняття** - провести аналіз обраного технологічного процесу (операції), коротко описати, визначити об'єкт, мету та завдання дослідження.

У ході практичного заняття необхідно визначитись з технологічним процесом (операцією) (додаток А), коротко описати його. Сформувати мету і завдання, які необхідно вирішити для досягнення поставленої мети. У ході аналізу необхідно графічно подати технологічний процес у вигляді схеми.

**Приклад.** Технологічний процес: обстеження і ремонт колісних пар вагонів відповідно до інструкції [13].

Об'єкт дослідження – колісна пара вагона (рисунок 1).

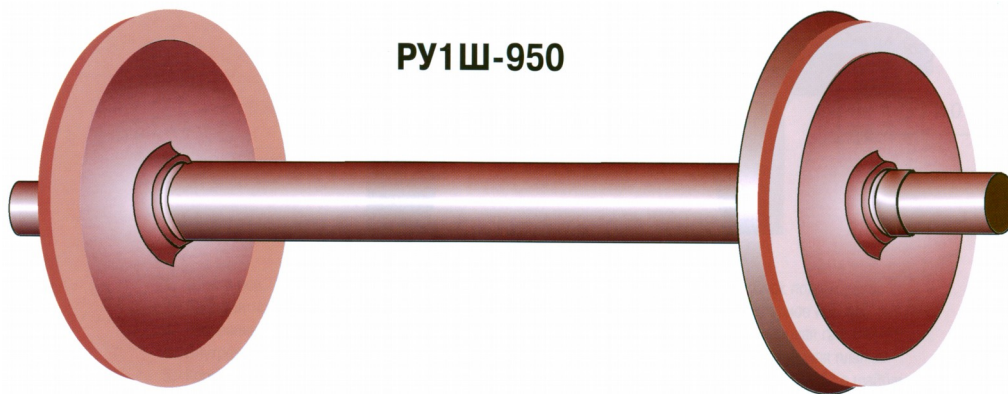


Рисунок 1 - Колісна пара вагона типу РУ1Ш-950

Мета дослідження – провести аналіз технологічного процесу обстеження і ремонту колісних пар вагонів.

Завдання дослідження – скласти схему технологічного процесу ремонту колісних пар вагонів.

Порядок обстеження і ремонту колісних пар вагонів, а також норми і вимоги при цьому виконуються відповідно до

інструкції [13].

Технологічний процес (рисунок 2) включає наступні операції. На першій технологічній операції колісні пари, які поступили з візкової дільниці до колісно-роликової для ремонту, оглядає бригадир до очищення з ціллю кращого виявлення зсуву та послаблення маточин колеса, тріщин у елементах.



Рисунок 2 - Схема обстеження і ремонту колісних пар вагонів

На другій операції колісні пари піддаються очищенню механічно на спеціально виділеній колії.

Обмивання гарячою водою у мийних машинах під тиском двовідсотковим розчином каустичної соди протягом 6-8 хвилин проводиться на третій операції технологічного процесу.

Після обмивання всі колісні пари подаються на позицію дефектоскопіювання (четверта операція), де їм проводиться ультразвуковий контроль (УЗК) і магніто-порошковий контроль.

Для УЗК осі колісної пари, поверхні кочення, гребенів, ободів коліс, приободової зони дисків суцільнокатаних коліс та упорних, внутрішніх і зовнішніх кілець підшипників буксових вузлів колісних пар вагонів використовується ультразвуковий дефектоскоп з відповідними п'єзоелектричними перетворювачами.

На п'ятій операції колісні пари, які потребують обточування і проходять звичайне обстеження, подаються на колісно-токарні верстати без демонтажу букс. Під час обточування профілю поверхні кочення обточуванню підлягають: гребінь, поверхня кочення, фаска на зовнішній грані та при необхідності внутрішні грані.

В процесі обточування токар повинен переглянути правильність виконання профілю поверхні кочення і фаски.

Шоста операція - контрольна. Після зняття колісної пари з верстата майстер чи бригадир колісної дільниці перевіряє шорсткість оновленої поверхні обода колеса, профілю поверхні кочення, фаски, гребня і внутрішньої грані. Проводиться остаточний огляд та вимірювання основних розмірів колісної пари вагону.

Колісні пари, які проходять звичайне обстеження, після обточування подаються на позицію проміжної ревізії (сьома операція), а колісні пари, які потребують повного обстеження, - у монтажне відділення для виконання монтажу буксового вузла.

**Завдання.** Провести аналіз обраного технологічного процесу (операції), визначити об'єкт, мету та завдання дослідження, коротко описати процес, скласти схему технологічного процесу.

### **Питання:**

- 1 Що таке об'єкт дослідження?
- 2 Як визначити мету дослідження?
- 3 Які завдання були поставлені у даному дослідженні?
- 4 Що собою являє технологічний процес ремонту або виготовлення обраного об'єкта?
- 5 Які стадії технологічного процесу найбільше впливають на якість кінцевого продукту?



## ЗАНЯТТЯ 2

### Тема: Пасивний та активний експерименти (2 години)

**Мета заняття** - провести порівняльний аналіз вхідних та вихідних параметрів, які притаманні даному процесу, обґрунтувати найбільш суттєві вихідні параметри якості, провести відбір найбільш суттєвих вхідних факторів.

Вхідні величини об'єктів дослідження можуть якісно відрізнятися один від одного, тому у плануванні експерименту вхідні параметри називаються факторами.

Фактор - змінна величина, за припущенням, що впливає на результати експерименту. В окремому конкретному досвіді кожний фактор може приймати одне з можливих своїх значень - рівень фактора.

Рівень фактора - фіксоване значення фактора відносно початку відліку. Фіксований набір рівнів всіх факторів у кожному конкретному досвіді саме і визначає один з можливих станів об'єкта дослідження.

Вихідні величини також можуть бути якісно різними - вони одержали назву "відгук".

При проведенні дослідів багато що залежить від того, наскільки активно експериментатор може "втручатися" у досліджуване явище, має він чи ні можливість устанавлювати ті рівні факторів, які його цікавлять. Залежно від цього експеримент може мати назву пасивного або активного.

Пасивний експеримент - експеримент, при якому рівні факторів у кожному досліді реєструються дослідником, але не задаються.

Активний експеримент – експеримент, в якому рівні факторів у кожному досліді задаються дослідником.

З цього погляду всі фактори можна розділити на три групи:

– **контрольовані та керовані** – це фактори, для яких можна не тільки зареєструвати їхній рівень, але ще й задати в кожному конкретному досліді будь-яке його можливе значення;

- **контрольовані, але некеровані** – це фактори, рівні яких можна тільки реєструвати, але задати в кожному досліді їх певне значення практично неможливо;
- **неконтрольовані** – це фактори, рівні яких не реєструються експериментатором і про існування яких він навіть може й не підозрювати.

**Приклад** Технологічний процес виготовлення сталі для колеса вагона.

У цьому випадку вхідними факторами є хімічний склад сталі, з якої виготовляють колесо (C, Mn, Si, V, P, S); відгуком будуть механічні властивості сталі колеса після виготовлення (опір розриву; ударна в'язкість при температурі 20°C; відносне подовження, у відсотках; відносне звуження, у відсотках; твердість на глибині 30 мм, у HB).

Всі змінні, які визначають стан об'єкта, незалежно від їхніх фізико-хімічних властивостей можна розділити на чотири групи, подані на рисунку 3.

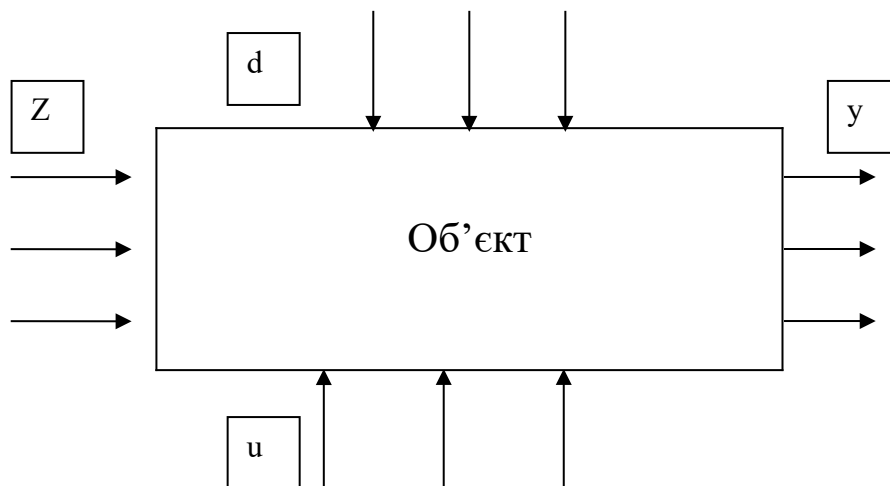


Рисунок 3 - Схематичне зображення технологічного процесу виготовлення сталі для колеса вагона

1 Група  $Z=(Z_1, \dots, Z_{n1}) \dots$  . До цієї групи входять фактори, які характеризують якість матеріалу та не допускають цілеспрямованої зміни в ході дослідження (дані з лабораторних аналізів, вимірів).

2 Група  $U=(u_1, \dots, u_{n2}) \dots$  . Цю групу створюють фактори процесу, якими управляють (показники витрат, положення установок регулювання з областю граничних і допустимих значень).

Фактори груп  $Z$  і  $U$  - вхідного процесу або незалежні змінні процесу, які контролюються.

3 Група  $Y=(y_1 \dots y_m)$  – вхідні фактори (величини, які характеризують економічну ефективність процесу, техніко-економічні параметри).

4 Група  $D=(d_1, \dots, d_r)$  – фактори, які неможливо контролювати (домішки до сировини, які складно контролювати).

**Завдання** Відповідно до обраного об'єкта дослідження визначити фактори, які можна контролювати та керувати ними; фактори, які можна контролювати, але неможливо керувати ними; фактори, які неможливо контролювати. Обґрунтувати проведений аналіз.

### **Питання**

- 1 Що таке фактор? Якими вони бувають?
- 2 Що таке пасивний та активний експеримент?
- 3 Що таке фактори, які контролюються та керуються?
- 4 Наведіть приклад факторів, які контролюються, але не керуються.
- 5 Що таке фактори, які не можна контролювати?

## **ЗАНЯТТЯ 3**

**Тема: Експертний метод у дослідженнях із подальшим застосуванням методу ранжирування (4 години)**

**Мета заняття** - оволодіти методом експертної оцінки із подальшим застосуванням методу ранжирування.

Сутність методу експертних оцінок полягає у проведенні експертами інтуїтивно-логічного аналізу проблеми з кількісною оцінкою суджень і формальною обробкою результатів. Одержувана в результаті обробки узагальнена думка експертів приймається як рішення проблеми.

До основних видів експертного оцінювання відноситься: анкетування та інтерв'ювання, мозковий штурм, дискусія, нарада, оперативна гра, сценарій. Для обробки даних та перевірки їх достовірності використовують метод ранжирування.

**Приклад.** У таблиці 1 представлена анкета, яку запропонували заповнити 10 експертам. Запропоновано перелік критеріїв, через які, згідно з проведеним аналізом, вірогідніше відбувається вихід колісної пари вагона з ладу.

Потрібно розташувати бали від 1 до 7 у порядку важливості впливу їх на вихід з ладу колісної пари, при цьому:

- 1 - найважливіший критерій, який впливає на вихід з ладу;
- 7 - найменш впливовий.

Для того щоб проаналізувати експертні оцінки, застосуємо метод ранжирування. Методом ранжирування десять експертів визначили значущість семи причин виходу з ладу колісних пар вагонів.

Таблиця 1 - Експертні оцінки причин дострокового виходу з ладу колісних пар вагона

Причина виходу з ладу колісної пари вагона	Номер експерта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Бали									
1 Вади хімічного складу металу колеса	2	1	2	1	1	1	2	1	2	1
2 Твердість поверхні кочення, яка не відповідає нормативам	1	2	1	2	2	2	1	1	1	2
3 Недосконалість процесу вхідного контролю колісної пари	5	6	7	1	7	4	4	5	4	3
4 Геометричні розміри	3	5	2	4	3	3	6	6	6	4
5 Недосконалість процесу обслуговування	4	7	5	5	4	5	3	7	5	5
6 Застосування композиційних гальмівних колодок в експлуатації та недоліки роботи машиніста	7	3	6	2	6	6	7	3	3	6
7 Відсутність сертифіката відповідності колісної пари	6	4	4	6	5	7	5	4	7	1

Результати попереднього та уточненого опитування наведені в таблиці 1. Під уточненим розрахунком мається на увазі врахування того факту, що на практиці експерт, затрудняючись віддати перевагу важливості деяким аналізованим причинам, призначає двом або більше з них однаковий (пов'язаний) ранг.

У зв'язку з цим необхідно провести упорядкування рангів за формулою (1), для того, щоб виконувалася така умова:

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} = \frac{n \cdot (n+1)}{2}, \quad (1)$$

де  $\alpha_{ij}$  – упорядкований ранг відмови, що розглядається;  
 $n$  – причини виходу з ладу колісної пари,  $n=7$ .

$$\sum_{j=1}^7 \alpha_{ij} = \frac{7 \cdot (7+1)}{2} = 28.$$

Визначаємо суму рангів кожної причини відмови і середню суму їх значень за формулою (2)

$$S_j = \sum_{i=1}^m \alpha_{ij}, \quad (2)$$

де  $\alpha_{ij}$  - порядок переваги  $j$ -ї відмови, що розглядається  
 $m$  – номер експерта,  $m=10$ .

Підставляючи значення першої причини дострокового виходу з ладу колісної пари згідно з таблицею 1 у формулу (2), отримуємо

$$S_1 = \sum_{i=1}^{10} (2+1+2+1+1+1+2+1+2+1) = 14.$$

Отримані результати суми всіх рангів зводимо в таблицю 2.

Далі визначаємо середню суму рангів сукупності причин виходу з ладу колісних пар за формулою (3)

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{n}. \quad (3)$$

Згідно з таблицею 1 кількість причин виходу з ладу

колісних пар дорівнює 7, тому, підставляючи значення у формулу (3), визначимо середню суму рангів сукупності причин

$$\bar{S} = \frac{\sum_{j=1}^7 (14+16+46+42+50+41+49)}{7} = 36$$

Обчислюємо відхилення  $\Delta_j$  суми рангів  $j$ -ї причини виходу з ладу від середньої суми рангів сукупності за формулою (4)

$$\Delta_j = | \bar{S} - S_j | \quad (4)$$

Підставляючи дані у формулу (4), отримуємо відхилення для 1-ї причини виходу з ладу

$$\Delta_j = | 36 - 14 | = 22$$

Дані розрахунку для інших причин подано у таблиці 2.

Таблиця 2 - Результати оцінки ранжирування

Причина виходу з ладу колісної пари	$S_j$	$\Delta_j$	$\Delta_j^2$
Вади хімічного складу металу колеса	14	22	484
Твердість поверхні кочення колеса, що не відповідає встановленим нормативам	16	20	400
Недосконалість процесу вхідного контролю колісної пари	46	10	100
Геометричні розміри	42	6	36
Недосконалість процесу обслуговування	50	14	196
Застосування композиційних гальмівних колодок в експлуатації та недоліки роботи машиніста	41	5	25
Відсутність сертифіката відповідності колісної пари	55	7	49

Обчислюємо коефіцієнт конкордації  $W$  за формулою (5), що характеризує узгодженість думок експертів

$$W = \frac{12 \cdot \sum_{j=1}^n \Delta_j^2}{m \cdot [mn \cdot (n^2 - 1) - \sum_{i=1}^m T_i]}, \quad (5)$$

де  $T_i$  – кількість виключених рангів,  $T_i=0$ ;

$\Delta_j^2$  - квадрат відхилення  $\Delta_j$  суми рангів  $j$ -ї причини виходу з ладу від середньої суми рангів сукупності.

Підставляючи дані у формулу (5), отримуємо

$$W = \frac{12 \cdot (484 + 400 + 100 + 36 + 196 + 25 + 49)}{10 \cdot [10 \cdot 7 \cdot (7^2 - 1) - 0]} = 0,461$$

Робимо оцінку значущості коефіцієнта конкордації за критерієм  $\chi^2$  за формулою (6)

$$\chi^2 = m \cdot (n-1) \cdot W, \quad (6)$$

$$\chi^2 = 10 \cdot (7-1) \cdot 0,461 = 27,66$$

Порівнюємо отриману величину  $\chi^2 = 27,66$  з табличною для п'ятивідсоткового рівня значущості з числом ступенів свободи 6 [13]

$$\chi_{0,05}^2 = 12,59.$$

Оскільки  $27,66 > 12,59$ , робимо висновок, що серед експертів має місце гарна узгодженість думок.

Проведемо оцінку коефіцієнтів важливості (переваги) кожного варіанта і виявимо варіант із найбільшим значенням коефіцієнта важливості.



Обчислення коефіцієнтів важливості розглянутих причин можна здійснити різними способами.

Найбільш прості з них базуються на тому, що інформація про важливість властивостей утримується у сумарних рангах  $S_j$ . Чим вище важливість властивості, тим більша кількість експертів ставитимуть його на перші місця у ранжируваннях, впливаючи тим самим на сумарний ранг.

Коефіцієнт важливості  $\beta_j$  при цьому визначається за формулою (7)

$$\beta_j = \frac{m \cdot (n+1) - S_j}{0,5 \cdot m \cdot n \cdot (n+1)} \quad (7)$$

Коефіцієнт важливості для виходу з ладу колісної пари з причини вад хімічного складу металу колеса, складе:

$$\beta_1 = \frac{10(7+1) - 14}{0,5 \cdot 10 \cdot 7(7+1)} = 0,236.$$

Значення коефіцієнтів за всіма причинами виходу з ладу колісних пар вагонів наведено у таблиці 3.

Таблиця 3 - Значення коефіцієнтів важливості

Причина виходу з ладу колісної пари	Чисельне значення коефіцієнта важливості	Примітка
1 Вади хімічного складу металу колеса	0,236	max 1
2 Твердість поверхні кочення колеса, що не відповідає встановленим нормативам	0,229	max 2
3 Недосконалість процесу вхідного контролю колісної пари	0,121	
4 Геометричні розміри	0,136	
5 Недосконалість процесу обслуговування	0,107	
6 Застосування композиційних гальмівних колодок в експлуатації та недоліки роботи машиніста	0,139	
7 Відсутність сертифіката відповідності колісної пари	0,132	

Аналізуючи отримані коефіцієнти важливості у таблиці 3, можна зробити висновок, що вирішальним фактором, який впливає на надійну роботу колісних пар, є вади хімічного складу металу колеса із значенням коефіцієнта важливості 0,236 та твердість колісної пари зі значенням 0,229, що не відповідає нормативам.

### **Завдання:**

- розробити анкету для опитування експертів (скласти перелік питань, розробити систему їх оцінювання);
- визначити коло спеціалістів у галузі обраного технологічного процесу (спеціалістами можуть бути студенти тієї ж групи або спеціальності);
- для аналізу експертних оцінок застосувати метод ранжирування;
- скласти таблицю „Результати оцінки ранжирування”;
- розрахувати коефіцієнти важливості та скласти таблицю „Значення коефіцієнтів важливості”;
- зробити висновки.

### **Питання**

- 1 Коли застосовується експертний метод у дослідженнях?
- 2 Які переваги та недоліки експертного методу?
- 3 Які основні вимоги при складанні анкет?
- 4 У чому полягає суть методу ранжирування?
- 5 Що таке коефіцієнт конкордації?

## **ЧАСТИНА 2 ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ГРАФОАНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ (8 годин)**

### **Заняття 4**

**Тема: Обробка експериментальних даних та підбір  
емпіричних формул, які описують процес (8 годин)**

**Мета заняття** - навчитись проводити обробку результатів експериментальних досліджень графоаналітичним методом, будувати математичні моделі.

Для графічного зображення результатів вимірів (спостережень), як правило, застосовують систему прямокутних координат. Якщо аналізується графічним методом функція  $y = f(x)$ , то у системі прямокутних координат наносять значення  $x_1V_1, x_2V_2, \dots, x_nV_n$ , (рисунок 4,а).

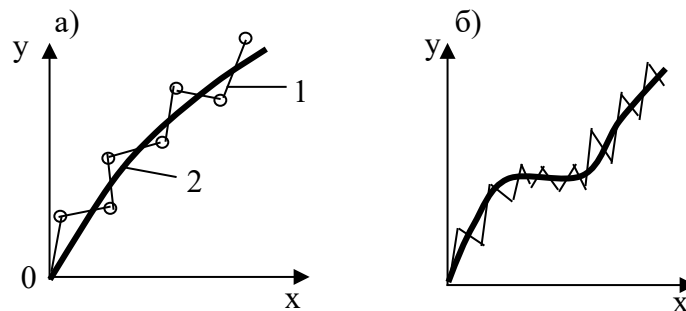
Точки на графіку необхідно з'єднувати плавною лінією так, щоб вона по можливості проходила ближче до всіх експериментальних точок. Якщо з'єднати точки прямими відрізками, то одержимо ламану криву. Вона характеризує зміну функції за даними експерименту. Звичайно функції мають плавний характер. Тому при графічному зображенні результатів вимірів варто проводити між точками плавні криві. Різке викривлення графіка пояснюється похибками вимірів.

Іноді при побудові графіка одна - дві точки різко віддаляються від кривої. У таких випадках спочатку варто проаналізувати фізичну сутність явища і якщо немає підстави думати про наявність стрибка функції, то таке різке відхилення можна пояснити грубою помилкою або промахом.

При графічному зображенні результатів експериментів велику роль відіграє вибір системи координат або координатної сітки. Координатні сітки бувають рівномірними та

нерівномірними. У рівномірних координатних сіток ординати й абсциси мають рівномірну шкалу. Наприклад, у системі прямокутних координат довжина одиничних відрізків, що відкладаються, на обох осях однакова.

З нерівномірних координатних сіток найпоширеніші напівлогарифмічні, логарифмічні, імовірнісні.



а - плавна залежність: 1 - крива за результатами безпосередніх вимірів, 2 - плавна крива; б - при наявності стрибка

Рисунок 4 - Графічне зображення функції  $y=f(x)$

Напівлогарифмічна сітка має рівномірну ординату та логарифмічну абсцису. Логарифмічна координатна сітка має обидві логарифмічні осі (додаток Б).

Призначення нерівномірних сіток різне. У більшості випадків їх застосовують для більш наочного зображення функцій. Функція  $y = f(x)$  має різну форму при різних сітках. Так, багато криволінійних функцій випрямляються на логарифмічних сітках.

### Методи підбору емпіричних формул

У процесі експериментальних досліджень виходить статистичний ряд вимірів двох величин, коли кожному значенню функції  $v_1, v_2, \dots, v_n$  відповідає певне значення аргументу  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

На основі експериментальних даних можна підібрати алгебраїчні вираження функції, які називають емпіричними

формулами.

$$y = f(x). \quad (8)$$

Такі формули підбираються лише в межах обмірюваних значень аргументу  $x_1-x_n$  і мають тим більшу цінність, чим більше відповідають результатам експерименту.

Необхідність у підборі емпіричних формул виникає у багатьох випадках. Так, якщо аналітичне вираження (8) складне, вимагає громіздких обчислень, складання програм для ЕОМ або взагалі не має аналітичного вираження, то ефективніше користуватися спрощеною наближеною емпіричною формулою.

Емпіричні формули повинні бути по можливості найбільш простими і точно відповідати експериментальним даним у межах зміни аргументу. Таким чином, емпіричні формули є наближеними вираженнями аналітичних формул. Заміну точних аналітичних виражень наближеними, більш простими називають апроксимацією, а функції - апроксимуючими.

Процес підбору емпіричних формул складається із двох етапів.

**I етап.** Дані вимірів наносять на сітку прямокутних координат, з'єднують експериментальні точки плавню кривою і вибирають орієнтовно вид формули.

**II етап.** Обчислюють параметри формул, які щонайкраще відповідали б прийнятій формулі. Підбір емпіричних формул необхідно починати з найпростіших виражень. Так, наприклад, результати вимірів багатьох явищ і процесів апроксимуються найпростішими емпіричними рівняннями типу

$$y = a + bx, \quad (9)$$

де  $a, b$  - постійні коефіцієнти.

Тому при аналізі графічного матеріалу необхідно по можливості прагнути до використання лінійної функції. Для цього застосовують метод вирівнювання, що полягає у тому, що крива, побудована за експериментальними точкам,

являють лінійну функцію.

Для перетворення деякої кривої (8) у пряму лінію вводять нові змінні:

$$X = f_1(x, y), \quad Y = f_2(x, y) \quad (10)$$

У шуканому рівнянні вони повинні бути пов'язані лінійною залежністю

$$Y = a + bX \quad (11)$$

Значення  $X$  і  $Y$  можна обчислити на основі розв'язання системи рівнянь (11). Далі будують пряму (рисунок 6), за якою легко графічно обчислити параметри  $a$  (ордината точки перетинання прямої з віссю  $Y$ ) і  $b$  (тангенс кута нахилу прямої з віссю  $X$ ):

$$b = \operatorname{tg} \alpha = (Y - a) / X_i.$$

При графічному визначенні параметрів  $a$  і  $b$  обов'язково, щоб пряма (9) будувалася на координатній сітці, у якій початком є точка  $Y = 0$  і  $X = 0$ .

Для розрахунку необхідно крапки  $Y_i$  і  $X_i$  приймати на крайніх ділянках прямої.

Для визначення параметрів прямої можна застосувати також інший графічний метод. У рівняння (11) підставляють координати двох крайніх точок, узятих із графіка. Одержують систему двох рівнянь, з яких обчислюють  $a$  та  $b$ . Після встановлення параметрів  $a$  та  $b$  одержують емпіричну формулу (9), що пов'язує  $Y$  і  $X$ , дозволяє встановити функціональний зв'язок між  $x$  і  $y$  та емпіричну залежність (8).

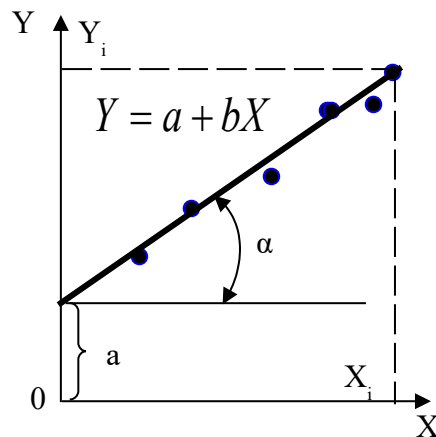


Рисунок 5 - Графічне визначення параметрів  $x$  та  $y$

**Графічний метод вирівнювання** може бути застосований у тих випадках, коли експериментальна крива на сітці прямокутних координат має вигляд плавної кривої. Так, якщо експериментальний графік має вигляд, показаний на рисунку 6,а, то необхідно застосувати формулу (12)

$$y = ax^b \quad (12)$$

Замінюючи  $X = \lg x$  і  $Y = \lg y$ , одержимо  $Y = \lg a + bX$ . При цьому експериментальна крива перетворюється на пряму лінію на логарифмічній сітці. Якщо експериментальний графік має вигляд, показаний на рисунку 6,б, то доцільно використати вираження

$$y = ae^{bx} \quad (13)$$

При заміні  $Y = \lg y$  одержимо  $Y = \lg a + bx \lg e$ . Тут експериментальна крива перетворюється на пряму лінію на напівлогарифмічній сітці. Якщо експериментальний графік має вигляд, показаний на рисунку 6,в, то емпірична формула буде

$$y = c + ax^b \quad (14)$$

Якщо  $b$  задано, то треба прийняти  $X = x^b$ , і тоді одержимо пряму лінію на сітці прямокутних координат  $y = c + aX$ .

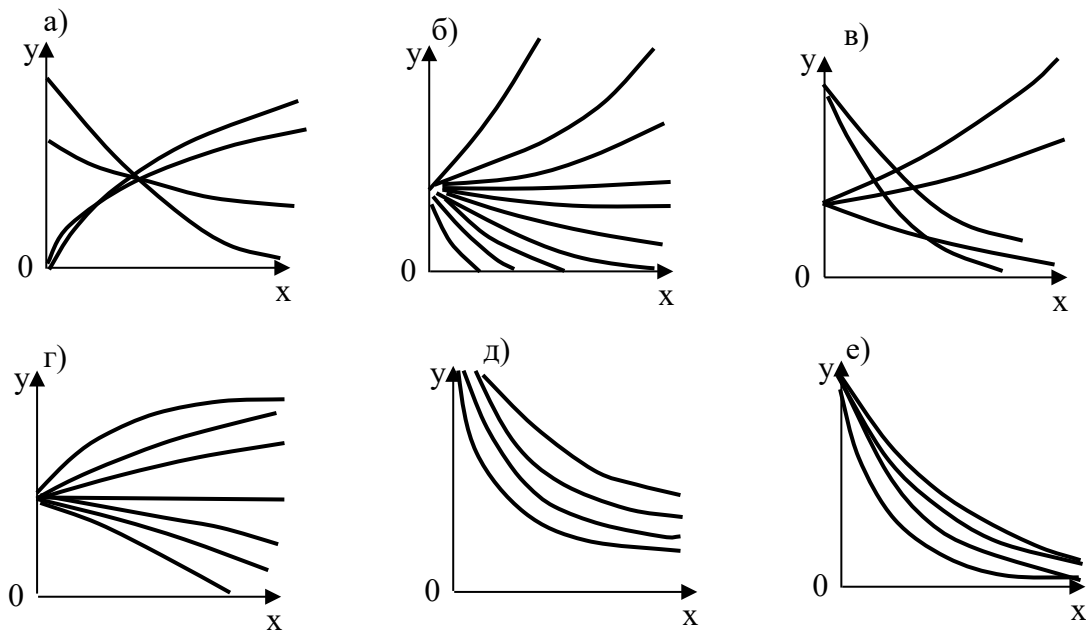


Рисунок 6 - Основні види графіків емпіричних формул

Якщо ж  $b$  невідомо, то треба прийняти  $X = \lg x$  і  $Y = \lg(y-c)$ , у цьому випадку буде пряма лінія, але на логарифмічній сітці  $Y = \lg a + bX$ .

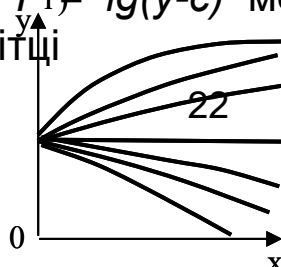
В останньому випадку необхідно попередньо обчислити  $c$ . Для цього за експериментальною кривою приймають три довільні точки  $x_1, y_1; x_2, y_2$  і  $x_3 = \sqrt{x_1 x_2}, y_3$  та обчислюють  $c$  у вигляді відношення

$$c = \frac{y_1 y_2 - y_3^2}{y_1 + y_2 - 2y_3} \quad (15)$$

Якщо експериментальний графік має вигляд, показаний на рисунку 6,г, то потрібно користуватися формулою (16)

$$y = c + ae^{bx} \quad (16)$$

Шляхом заміни  $Y_{\Gamma} = \lg(y-c)$  можна побудувати пряму на напівлогарифмічній сітці





$$Y = \lg a + bx \lg c,$$

де  $c$  попередньо визначено за допомогою формули (15). У цьому випадку  $x_3 = 0,5(x_1 + x_2)$ .

Якщо експериментальний графік має вигляд, показаний на рисунку 6,д, то застосовується вираження (17)

$$y = a + b/x. \quad (17)$$

Шляхом заміни  $x = 1/z$  можна одержати пряму лінію на сітці прямокутних координат  $y = a + bz$ .

Якщо графік має вигляд, що відповідає кривим на рисунку 6,е, то використовують формулу (18)

$$y = \frac{1}{a + bx}. \quad (18)$$

Якщо прийняти  $v = 1/z$ , то  $z = a + bx$ , тобто пряма на сітці прямокутних координат.

Аналогічно рівнянню (19)

$$y = \frac{1}{a + bx + cx^2} \quad (19)$$

шляхом заміни  $v = 1/z$  можна додати вигляд  $z = a + bx + cx^2$ . Складну степеневу функцію (20)

$$y = ae^{nx+mx^2} \quad (20)$$

можна перетворити у більш просту. При  $\lg y = z$ ;  $\lg a = p$ ;  $n \lg e = q$ ,  $m \lg e = r$  виходить залежність

$$z = p + qx + rx^2.$$

За допомогою наведених на рисунку 6 графіків і виражень (13)...(20) можна практично завжди підібрати рівняння емпіричної формули.

При підборі емпіричних формул широко використовуються поліноми

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + A_3 x^3 + \dots + A_{12} x^{12}, \quad (21)$$

де  $A_0, A_1, \dots, A_n$  - постійні коефіцієнти.

Поліномами можна апроксимувати будь-які результати вимірів, якщо вони графічно виражаються безперервними функціями. Особливо цінним є те, що навіть при невідомому точному вираженні функції (21) можна визначити значення коефіцієнтів  $A$ . Для визначення коефіцієнтів  $A$ , крім графічного методу, наведеного вище, застосовують методи середніх і найменших квадратів.

Для лінійної апроксимації  $P = b_1 + b_2 x$  рівняння для визначення коефіцієнтів  $b_1$  і  $b_2$  мають такий вигляд:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2}; \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i - N \sum_{i=1}^N x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2},$$

де  $N$  - кількість дослідів.

Іноді значення одного з коефіцієнтів заздалегідь відомо (наприклад, з теоретичного рішення або фізичних уявлень). У цьому випадку розрахункові співвідношення методу найменших квадратів приймають вигляд:

а) відоме значення  $b_1$ , тоді

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i - b_1 N}{\sum_{i=1}^N x_i};$$

б) відоме значення  $b_2$ , тоді

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N y_i - b_2 \sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

**Приклад.** Обробка результатів експериментальних досліджень графоаналітичним методом.

Проведено випробування  $N_0 = 1000$  елементів. Кількість відмов фіксувалася у кожному інтервалі часу випробувань  $\Delta t = 1000$  год. Результати подано в таблиці 4.

Таблиця 4

Номер фіксації	$\Delta t$ , год	$n(\Delta t)$	$N_0 - n(\Delta t)$	$P(t)_{\sigma}$	t	$P(t)_p$	$\Delta$ , %
1	0-1000	195	805	0,805	1000	0,804948	0,00645
2	1000-2000	156	649	0,649	2000	0,647941	0,163111
3	2000-3000	121	528	0,528	3000	0,521559	1,219849
4	3000-4000	99	429	0,429	4000	0,419828	2,137978
5	4000-5000	78	351	0,351	5000	0,33794	3,720854
6	5000-6000	64	287	0,287	6000	0,272024	5,218121
7	6000-7000	56	231	0,231	7000	0,218965	5,209874
8	7000-8000	46	185	0,185	8000	0,176256	4,726697

Визначимо ймовірність безвідмовної роботи  $P(t)_{\sigma} = \frac{N_0 - n(\Delta t)}{N_0}$ .

Побудуємо функціональну залежність  $P(t)_{\sigma} = f(t)$  на сітці прямокутних координат (рисунок 7).

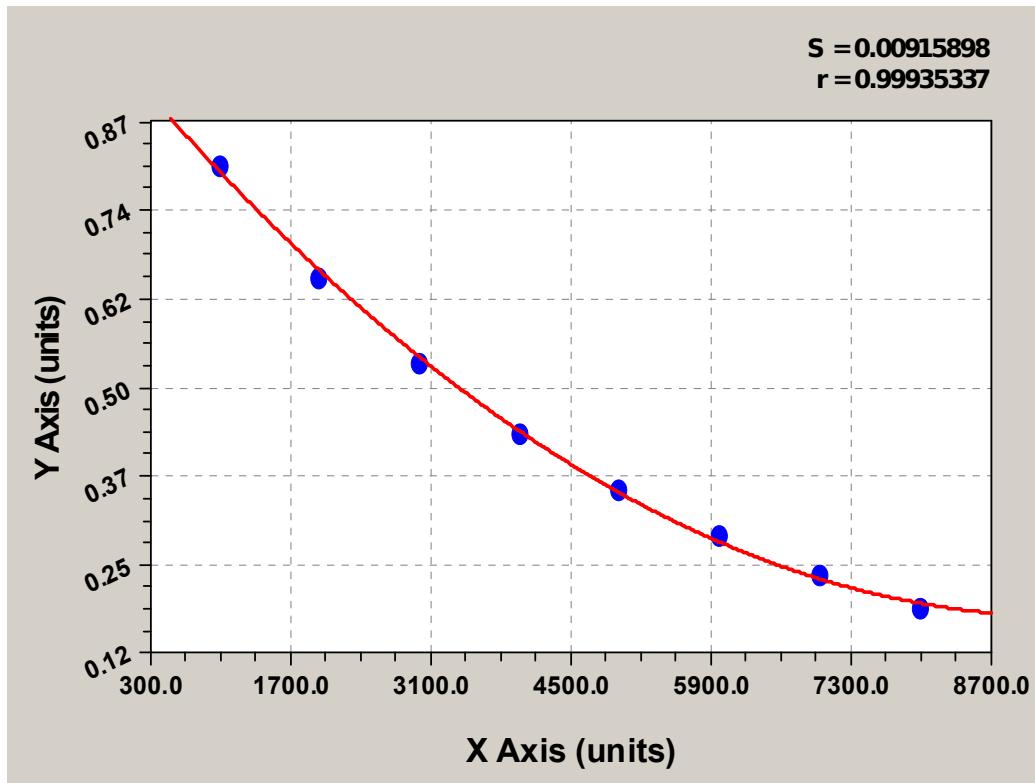


Рисунок 7

За виглядом графіка можна припустити, що залежність буде мати вигляд

а)  $y = ax^b$  або б)  $y = ae^{bx}$ .

Побудуємо функціональну залежність  $P(t)_y = f(t)$  на сітці логарифмічних координат (рисунок 8).

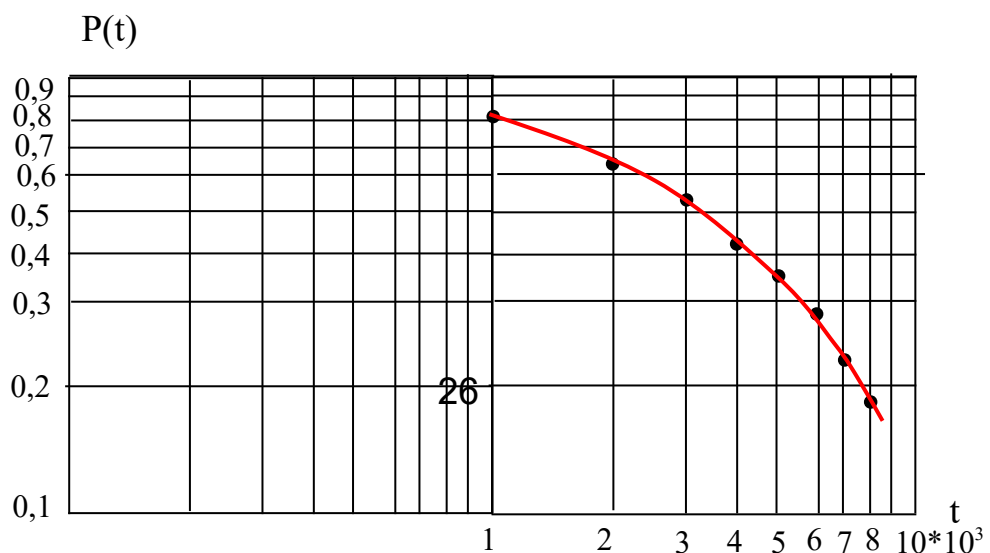


Рисунок 8

Графік вийшов криволінійним, тому побудуємо функціональну залежність  $P(t)_y = f(t)$  на сітці напівлогарифмічних координат (рисунок 9).

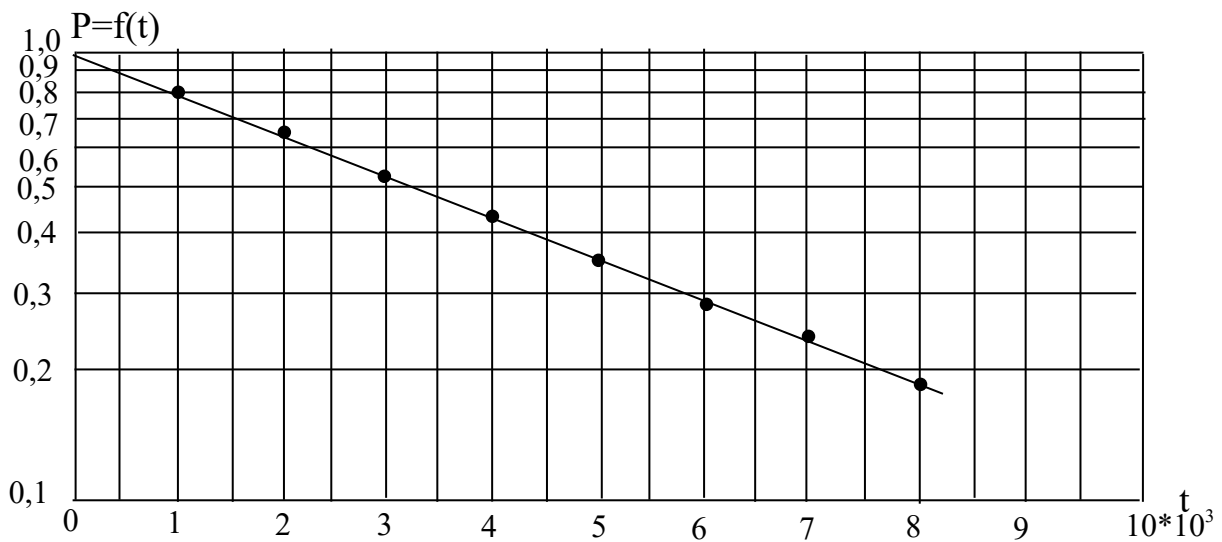


Рисунок 9

Із графіка видно, що емпірична залежність має вигляд  $P(t) = ae^{bt}$ . Коефіцієнт  $a = 1$ .

Визначимо коефіцієнт  $b$  з рівняння  $b = \frac{\ln P(t)}{t}$ . Візьмемо, наприклад, експериментальні дані для першого моменту фіксації

$$b = \frac{\ln 0,805}{1000} = -0,217 \cdot 10^{-3}$$

Визначаємо розрахункове значення ймовірності безвідмовної роботи  $P(t)_p = e^{-0,217 \cdot t}$ .

Визначаємо похибку  $\Delta = \frac{P(t)_y - P(t)_p}{P(t)_y} 100\%$ . Результати внесемо до таблиці 4.

Так як похибка перевищує 5 %, визначимо коефіцієнти  $a$  та  $b$  методом найменших квадратів.

Для рівняння вигляду  $v = b_1 + b_2 x$  коефіцієнти  $b_1$  та  $b_2$  визначаються методом найменших квадратів за формулами:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N y_i \sum_{i=1}^N x_i^2}{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2}; \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i - N \sum_{i=1}^N x_i y_i}{\left(\sum_{i=1}^N x_i\right)^2 - N \sum_{i=1}^N x_i^2}.$$

Лінеаризуємо шукану формулу, для цього зробимо заміни

$Y = \ln P(t)$ ,  $b_1 = \ln a$ ,  $b_2 = b$ ,  $X = t$  і одержимо рівняння вигляду

$$Y = b_1 + b_2 X.$$

Складемо таблицю 5 для визначення коефіцієнтів  $b_1$  і  $b_2$ .

Таблиця 5

N	Y	X	X <sup>2</sup>	XY	P(t) <sub>p</sub>	Δ, %
1	-0,2169	1·10 <sup>3</sup>	1·10 <sup>6</sup>	-0,2169·10 <sup>3</sup>	0,812	0,9
2	-0,4323	2·10 <sup>3</sup>	4·10 <sup>6</sup>	-0,8646·10 <sup>3</sup>	0,66	1,6
3	-0,6387	3·10 <sup>3</sup>	9·10 <sup>6</sup>	-1,9163·10 <sup>3</sup>	0,536	1,5
4	-0,8463	4·10 <sup>3</sup>	16·10 <sup>6</sup>	-3,3852·10 <sup>3</sup>	0,435	1,4
5	-1,047	5·10 <sup>3</sup>	25·10 <sup>6</sup>	-5,235·10 <sup>3</sup>	0,353	0,7
6	-1,248	6·10 <sup>3</sup>	36·10 <sup>6</sup>	-7,488·10 <sup>3</sup>	0,287	0
7	-1,465	7·10 <sup>3</sup>	49·10 <sup>6</sup>	-10,255·10 <sup>3</sup>	0,233	0,94
8	-1,6874	8·10 <sup>3</sup>	64·10 <sup>6</sup>	-13,5·10 <sup>3</sup>	0,189	2,4
Σ	-7,5816	36·10 <sup>3</sup>	204·10 <sup>6</sup>	-421,861·10 <sup>3</sup>		

$$b_1 = -0,0109, \text{ тоді } a = e^{-0,0109} = 0,99 \approx 1.$$

$$b_2 = -0,208 \cdot 10^{-3}.$$

Шукане емпіричне рівняння (математична модель процесу) має вигляд

$$P(t)_p = e^{-0,208 \cdot 10^{-3} t}$$

Визначимо ймовірність безвідмовної роботи і похибку. Результати занесемо до таблиці 5.

**Завдання:** виходячи із заданого варіанта (додаток В), побудувати математичну модель процесу.

**Питання:**

- 1 Назвіть методи підбору емпіричних формул.
- 2 З чого складається процес підбору емпіричних формул?
- 3 Як визначити ймовірність безвідмовної праці?
- 4 Що таке похибка, як вона визначається?
- 5 Що таке математична модель, навіщо її будують?

Теоретичні питання за варіантами подані у додатку Г.

## **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

- 1 Адлер Ю.П., Айвазян С.А. Планирование эксперимента. – М.: Наука, 1966.
- 2 Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Metallurgia, 1969.
- 3 Адлер Ю.П., Грановский Ю.В. Отбор прикладных работ по планированию эксперимента. Препринт 33. – М.:

МГУМ, 1972.

4 Хартман К., Лецкий Э., Шеффер В. Планирование экспериментов в исследовании технологических процессов. – М.: Мир, 1977.

5 Основы научных исследований: Теплоэнергетика / Н.А. Дикий, А.А. Халатов; Под ред. Г.М. Доброва. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 223 с.

6 Основы научных исследований: Учеб. для техн. вузов / В.И. Крутов, И.М. Грушко, В.В. Попов и др.; Под ред. В.И. Крутова, В.В. Попова. – М.: Высш. шк., 1989. – 400 с.

7 Современный эксперимент: Подготовка, проведение, анализ результатов / В.Г. Блохин, О.П. Глудкин, А.И. Гуров, и др.; Под ред. О.П. Глудкина. – М.: Радио и связь, 1997. – 232 с.

8 ЦВ-ЦЛ-0015 Інструкція по ремонту візків вантажних вагонів. – К, 2002.

9 ЦВ-ЦЛ- 0043 Інструкція оглядача вагонів. – К, 2002.

10 ЦВ-0073 Інструкція з організації ремонту колісних пар у вагоноколісних майстернях (ВКМ) та вагонних депо (ВЧД) залізниць – К, 2006.

11 ЦЛ-0016 Інструкція провідника пасажирських вагонів ЦЛ-0036 – К, 2006.

12 Інструкція по ремонту пасажирських вагонів в обсязі ДР. – К, 2003.

13 ЦВ-ЦЛ-0062 Інструкція з огляду, обстеження, ремонту та формування вагонних колісних пар. – К, 2006.

14 Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. – М.: Статистика, 1980. – 263 с.

15 Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. - 368 с.

## **ДОДАТОК А**

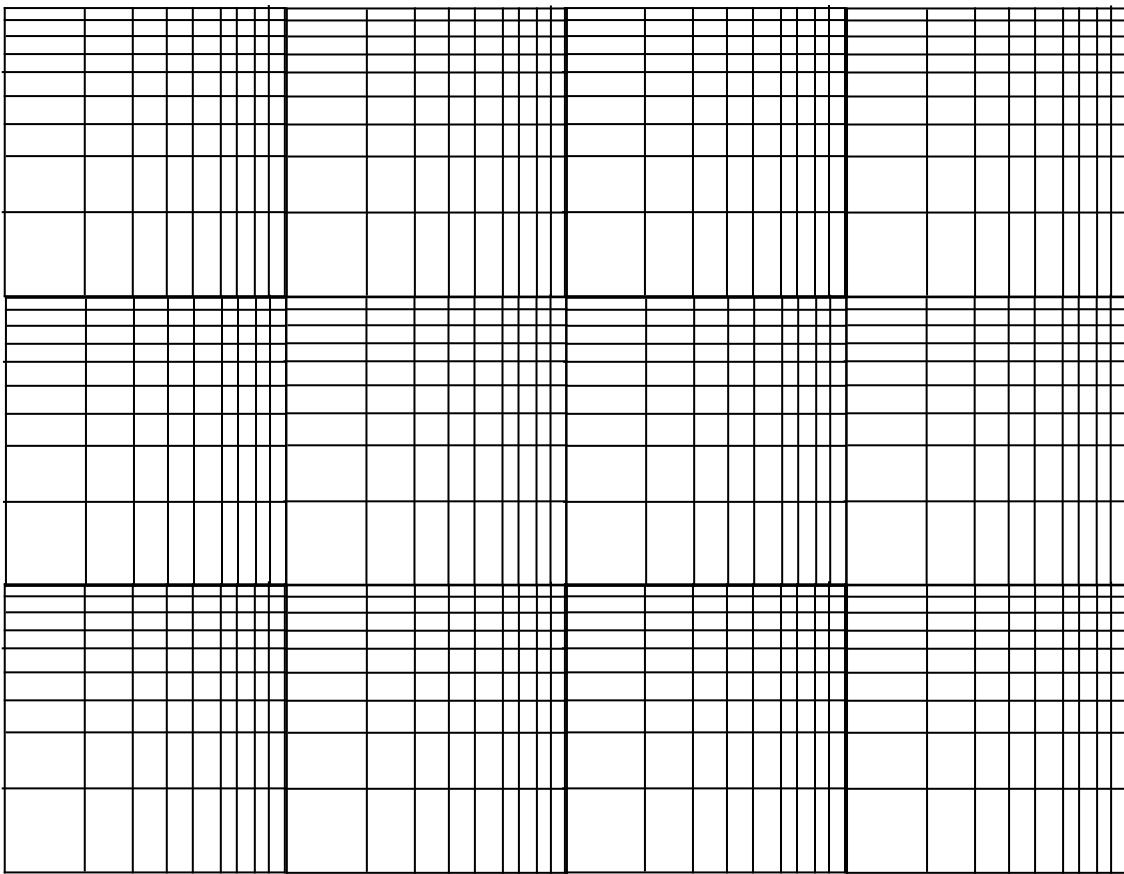
### **ПЕРЕЛІК ТЕМ ДЛЯ ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ ЧАСТИНИ 1**

Тема обирається відповідно до порядкового номера прізвища студента у журналі обліку присутності студентів.





### Напівлогарифмічна сітка

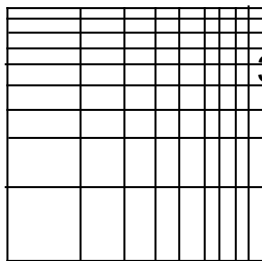


Логарифмічна сітка

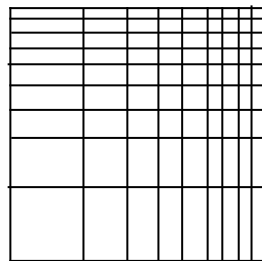
### ДОДАТОК В

### ЗАВДАННЯ ДО ЧАСТИНИ 2

Для парних варіантів – завдання В.1; для непарних – завдання В.2.



32



## Завдання В.1

Проведено випробування  $N_0 = 800$  елементів. Кількість відмов фіксувалася у кожному інтервалі часу випробувань  $\Delta t = 100$  год. Результати занесені в таблицю В.1.

Таблиця В.1

Номер фіксації	$\Delta t$ , год	$n(\Delta t)$	$N_0 - n(\Delta t)$	$P(t)_{\sigma}$	t	$P(t)_p$	$\Delta, \%$
1	0-100	15					
2	100-200	16					
3	200-300	12					
4	300-400	9					
5	400-500	8					
6	500-600	6					
7	600-700	6					
8	700-800	4					

## Завдання В.2

Проведено випробування  $N_0=500$  елементів. Кількість відмов фіксувалася у кожному інтервалі часу випробувань  $\Delta t = 50$  год. Результати занесені в таблицю В.2.

Таблиця В.2

Номер фіксації	$\Delta t$ , ч	$n(\Delta t)$	$N_0 - n(\Delta t)$	$P(t)_{\sigma}$	t	$P(t)_p$	$\Delta, \%$
1	0-50	15					
2	50-100	16					
3	100-150	12					
4	150-200	9					
5	200-250	8					
6	250-300	6					
7	350-400	6					
8	450-500	4					

## ДОДАТОК Г

### ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ЗА ВАРІАНТАМИ

Тема обирається відповідно до порядкового номера

прізвища студента у журналі обліку присутності студентів.

- 1 Сутність методу найменших квадратів.
- 2 Застосування методів ортогоналізації при побудові математичної моделі.
- 3 Плани для моделей, описуваних поліномами першого ряду.
- 4 Плани для моделей, що містять лінійні члени.
- 5 Плани для квадратичних моделей.
- 6 D-оптимальні плани.
- 7 Дисперсійний аналіз.
- 8 Априорне моделювання.
- 9 Планування експерименту й оцінювання параметрів нелінійних моделей.
- 10 Послідовні методи в експериментальних дослідженнях.
- 11 Правила зупинки експерименту.
- 12 Метод Бокса-Уілсона.
- 13 Методи експериментальної оптимізації.
- 14 Статистичні методи в дослідженні.
- 15 Методи класифікації.
- 16 Експериментальні методи визначення динамічних характеристик об'єктів керування.
- 17 Використання функції Лагерра.
- 18 Метод ранжирування.
- 19 Перевірка гіпотез.
- 20 Метод найменших квадратів.
- 21 D-оптимальні плани.
- 22 Метод Бокса-Уілсона.
- 23 Латинський куб.
- 24 F-критерій.
- 25 Статистичні методи в дослідженнях.