УКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

МЕХАНІКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра експлуатації та ремонту рухомого складу

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт
з дисципліни

«*НАДІЙНІСТЬ ЗАЛІЗНИЧНОГО РУХОМОГО СКЛАДУ*»

Харків – 2021

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри ЕРРС 10 лютого 2020 р., протокол № 10.

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 273 «Залізничний транспорт» всіх форм навчання і відповідають робочій програмі з дисципліни «Надійність залізничного рухомого складу».

Укладачі:

професори В. Г. Пузир,
О. С. Крашенінін,
старш. викл. О. М. Обозний

Рецензент

проф. Д. С. Жалкін

ЗМІСТ

Вступ………………………………………………………… 4
Лабораторна робота 1. Визначення показників надійності елементів за дослідними даними…………………………….. 5
Лабораторна робота 2. Дослідження надійності і ризику нерезервованої технічної системи……………………………… 15
Лабораторна робота 3. Дослідження властивостей структурно резервованих систем при загальному резервуванні з постійно включеним резервом……………………………………….. 23
Лабораторна робота 4. Дослідження надійності і ризику відновлюваної нерезервованої системи……………………... 30
Лабораторна робота 5. Дослідження надійності технічних систем з урахуванням їх фізичної реалізації……………………. 40
Лабораторна робота 6. Аналіз впливу профілактики на надійність технічної системи……………………………… 51
Список літератури…………………………………………….. 61

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 273 «Залізничний транспорт» всіх форм навчання для самостійної підготовки до лабораторних робіт з метою закріплення і поглиблення знань у сфері надійності і технічної діагностики.

Самостійна підготовка до лабораторної роботи має проводитись студентом заздалегідь і поза навчальними аудиторіями. У процесі самостійної підготовки перед виконанням лабораторної роботи кожен студент повинен докладно вивчити теоретичний матеріал відповідної лабораторної роботи, програму і методику лабораторних досліджень.

Однією з ознак підготовки студента до лабораторної роботи є обов’язкова наявність заготовки звіту, що має включати титульний аркуш, мету, опис кроків виконання, відповіді на контрольні питання.

На титульному аркуші наводяться такі дані:

- назва міністерства та закладу, де розроблено документ;
- скорочена назва кафедри;
- найменування лабораторної роботи;
-посада, підпис, дата перевірки, ініціали, прізвище викладача, що перевірив;
- шифр групи, спеціальність, підпис, дата, ініціали, прізвище студента, який розробив.

За результатами виконаної лабораторної роботи студенти оформляють звіти, що подаються викладачу для заліку.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1. Визначення показників надійності елементів за дослідними даними

Мета роботи – визначити показники надійності елементів за дослідними даними.

Завдання – визначити показники надійності елементів:

$\lambda(t)$ – інтенсивність відмови як функцію часу;

$f(t)$ – щільність розподілу часу справної роботи елемента;

$\omega(t)$ – параметр потоку відмов як функцію часу.

Ці показники надійності необхідно визначити при таких двох видах випробування:

а) з видаленням елементів, що відмовили;

б) заміною новими або відремонтованими.

У випадку (а) кількість елементів у процесі випробування зменшується, у випадку (б) – залишається постійною.

Вихідні дані:

N – кількість елементів, що знаходяться на випробуванні;

t_i – час справної роботи i-го елемента, $i = 1, 2, ..., n$;

n – кількість елементів, що відмовили за час випробування t.

Короткі теоретичні положення

У теорії надійності під елементом розуміють елемент, вузол, блок, який має показник надійності і входить до складу системи. Елементи бувають двох видів: невідновлювані (резистор, конденсатор, підшипники і т. д.) та відновлювані або ті, що ремонтуються (генератор струму, колесо автомобіля, телевізор, ЕОМ і т. д.). Звідси випливає, що показниками надійності невідновлюваних елементів є тільки такі показники, які характеризують надійність техніки до її першої відмови. Показниками надійності відновлюваних елементів є показники, які характеризують надійність техніки не тільки до першої відмови, але і між відмовами.

Показниками надійності невідновлюваних елементів є:

$P(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елемента протягом часу t;

T_1 – середній час безвідмовної роботи (напрацювання до відмови);

$f(t)$ – щільність розподілу часу до відмови;

$\lambda(t)$ – інтенсивність відмови в момент t.

Між цими показниками існують такі залежності:

$$P(t)=e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}, \tag{1.1}$$

$$f(t)=-P'(t), P(t)=\int_t^\infty f(t)dt, \tag{1.2}$$

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}, \tag{1.3}$$

$$T_1=\int_0^\infty P(t)dt \ . \tag{1.4}$$

Інтенсивність відмови багатьох елементів, особливо елементів електроніки, є величиною постійною: $\lambda(t) = \lambda$. В цьому випадку залежності між показниками надійності мають вигляд

$$P(t)=e^{-\lambda t} \ ,$$

$$T_1=\frac{1}{\lambda} \ ,$$

$$f(t)=\lambda e^{-\lambda t} \ ,$$

$$\lambda(t)=\lambda=const \ .$$

Показниками надійності відновлюваних елементів є:

$\omega(t)$ – параметр потоку відмов у момент часу t;

T – середній час роботи між відмовами (напрацювання на відмову).

Показниками надійності відновлюваних елементів можуть бути також показники надійності невідновлюваних елементів. Це має місце в тих випадках, коли система, до складу якої входить елемент, не ремонтується за умовами її роботи (безлюдний космічний апарат, апаратура, що працює в агресивних середовищах, літак у процесі польоту, відсутність запчастин для ремонту і т. ін.). Між показниками надійності невідновлюваних і відновлюваних елементів мають місце такі залежності:

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau) f(t - \tau) d\tau \ , \tag{1.5}$$

$$\lim_{t \to \infty} \omega(t) = \frac{1}{T_1} \ . \tag{1.6}$$

З виразів для показників надійності невідновлюваних і відновлюваних елементів можна зробити важливий висновок: основним показником надійності елементів складних систем є інтенсивність відмов $\lambda(t)$. Це пояснюється певними обставинами:

- надійність багатьох елементів можна оцінити одним числом, оскільки їхня інтенсивність відмови – величина постійна;
- за відомою інтенсивністю $\lambda(t)$ найпростіше оцінити інші показники надійності елементів і складних систем;
- $\lambda(t)$ має гарну наочність;
- інтенсивність відмов неважко отримати експериментально.

Щільність розподілу найбільш повно характеризує випадкове явище – час до відмови. Інші показники, в тому числі і $\lambda(t)$, лише в сукупності дозволяють досить повно оцінити надійність складної системи.

Основним способом визначення показників надійності елементів складних систем є обробка статистичних даних про їхній відмови в процесі експлуатації систем або при випробуваннях в лабораторних умовах.

При цьому можливі два випадки:

- елементи, що відмовили в процесі випробування або експлуатації системи, новими не замінюються (випробування без відновлення);
- елемент, що відмовив, замінюється новим того самого типу (випробування з відновленням).

Як випливає з визначень показників надійності невідновлюваного елемента, всі вони можуть бути обчислені, якщо відомий закон розподілу часу роботи елемента до відмови в вигляді щільності *f(t)*. Якщо елемент може ремонтуватися, то всі показники надійності виражаються через закон розподілу часу безвідмовної роботи $f(t)$. Тому важливою обставиною є вміння знаходити $f(t)$ за допомогою проведення та обробки результатів експерименту.

Припустимо, що в результаті проведення випробувань над N елементами протягом часу T отримані деякі статистичні дані про розподіл кількості елементів, що відмовили.

Можливі три принципово різних способу реєстрації відмов елементів.

Перший спосіб реєстрації. Елементи, поставлені на випробування, є невідновлюваними. При виникненні відмови деякого елемента фіксується момент часу його відмови. У результаті випробувань статистичною інформацією є послідовність $t_1, t_2, ..., t_i, ..., t_N$ моментів часу відмов елементів.

Другий спосіб реєстрації. Елементи, поставлені на випробування, є відновлюваними. Після відмови будь-якого елемента він заміняється новим. У результаті випробувань вихідною статистичною інформацією є послідовність моментів часу відмов i-го елемента $t_{i,j}$ ($j = 1, 2, ..., n_i$, $i = 1, 2, ..., N$) протягом періоду спостережень T. Реалізаціями напрацювань елемента в цьому випадку служать різниці $\tau_{i,j} = t_{i,,j} - t_{i,,j-1}$ (передбачається, що $t_{i,0} = 0$).

Другий спосіб реєстрації відмов, очевидно, зводиться до першого, якщо фіксуються номери відмовених елементів. За статистичні дані береться сукупність різниць $\tau_{i,j}$, що являють собою часи роботи елементів до першої відмови.

Третій спосіб реєстрації. Елементи, поставлені на випробування, є відновлюваними. Після відмови будь-якого елемента він заміняється новим, проте ніхто не знає номер елемента, що відмовив. У результаті випробувань вихідною статистичною інформацією є послідовність $t_1, t_2, ..., t_i, ..., t_n$ моментів відмов елементів, де n – кількість елементів, що відмовили. Таким чином, на відміну від другого способу тут реєструються моменти відмов елементів без указання їхніх номерів [1].

Розглянемо статистичні визначення показників надійності елемента. Відповідний статистичний аналог показника надійності будемо позначати тим же символом, що і раніше, але зі знаком (^) зверху.

Невідновлювані елементи

Вихідними статистичними даними є час роботи елементів до першої відмови $t_1, t_2, ..., t_i, ..., t_N$. Тоді середній час роботи елемента до відмови дорівнює середньому арифметичному часу t_i, тобто

$$\hat{T} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} t_i .$$

Позначимо через $v(t)$ кількість елементів, для яких відмова сталася не пізніше моменту часу t. Тоді ймовірність відмови елемента дорівнює

$$\hat{Q}(t) = \frac{\nu(t)}{N},$$

а ймовірність безвідмовної роботи –

$$\hat{P}(t) = 1 - \hat{Q}(t).$$

Нехай послідовність $t_{(1)}, t_{(2)}, ..., t_{(i)}, ..., t_{(N)}$ отримана упорядкуванням вихідної послідовності. Функція $\hat{Q}(t)$ являє собою емпіричну функцію розподілу, і якщо всі $t_{(i)}$ різні, то

$$\hat{Q}(t) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad t < t_{(1)}; \\ i/N, & \text{при} \quad t_{(i)} \le t < t_{(i+1)}; \\ 1, & \text{при} \quad t \ge t_{(N)}. \end{cases}$$

Величина всіх стрибків дорівнює 1/N, а типовий графік функції наведено на рисунку 1.1.

Іншим наочним способом подання статистичних даних є гістограма. Область значень $[t_{(1)}; t(N)]$ розбивається на рівні інтервали Δ_i, $i = 1, 2, ..., k$ довжини $h = \frac{R}{k}$, де $R = t_{(N)} - t_1$, і називається розмахом вибірки.

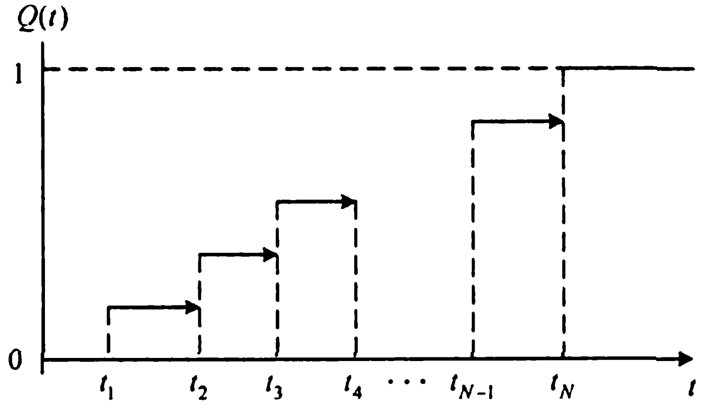

Рисунок 1.1 – Графік статистичної ймовірності відмови елемента

Гістограма являє собою прямокутники, що примикають один до одного, основою яких є зазначені інтервали, а висоти дорівнюють щільностям відносних частот $\frac{N_i}{Nh}$, де N_i – кількість вибіркових значень, що потрапили в даний інтервал (рисунок 1.2). Гістограма є статистичною щільністю розподілу часу роботи до відмови. Для оцінювання щільності іноді використовується також полігон відносних частот, який є ламаною лінією, побудованою за точками, абсцисами яких є середини інтервалів Δ_i, $i = 1, 2, ..., k$, а ординати відповідають щільностям $\frac{N_i}{Nh}$ (рисунок 1.2).

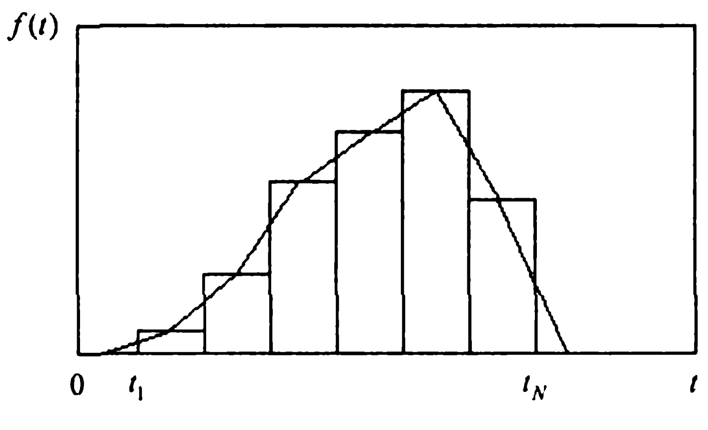

Рисунок 1.2 – Графік статистичної щільності розподілу у вигляді діаграми і полігону частот

Інтенсивність відмови елемента розраховується як відношення щільності розподілу до ймовірності безвідмовної роботи.

Відновлювані елементи

Вихідними статистичними даними є моменти часу відмов елементів: t_1, t_2, ..., t_i, ..., t_n , де n – кількість відмовлених елементів, N – загальна кількість елементів, що беруть участь у випробуваннях. Інформація про відмови елементів може бути подана у вигляді таблиці 1.1. Весь період випробувань розбивається на інтервали часу певної довжини і підраховується кількість відмовлених елементів на кожному інтервалі.

Таблиця 1.1 – Таблиця відмов елементів

Δt	Δt_1	Δt_2	...	Δt_k
Δn	Δn_1	Δn_2	…	Δn_k

Табличні дані означають, що на інтервалі часу Δt_i було зафіксовано точно Δn_i відмов елементів, $i = 1, 2, ..., k$. Тоді має місце статистичне визначення параметра потоку відмов елемента

$$\hat{\omega}(t) = \frac{\Delta n_i}{N \Delta t_i}$$

для всіх t, що належать i-му інтервалу часу:

$$\Delta t_1 + ... + \Delta t_{i-1} < t \le \Delta t_1 + ... + \Delta t_{i-1} + \Delta t_i \ .$$

Визначення щільності розподілу $f(t)$ шляхом розв'язання інтегрального рівняння (1.5) пов'язано з деякими труднощами, які викликані стрибкоподібною зміною параметра потоку відмов. Один з можливих підходів до визначення функції $f(t)$ полягає в такому. Будемо шукати функцію $f(t)$ у вигляді кусково-сталої функції

$$f(t) = \begin{cases} f_k, & \text{якщо} \quad a_{k-1} < t \le a_k, k = 1, 2, ..., n \\ 0, & \qquad \text{якщо} \quad t > a_n \end{cases}$$

Тут $a_0 = 0$, $a_n = T$, f_k – шукані величини, які можна визначити з умови виконання рівняння (1.5) в середньому по інтегральній матриці

$$\int_0^T \left(\hat{\omega}(t) - f(t) - \int_0^t f(\tau)\hat{\omega}(t-\tau)\,d\tau \right)^2 dt \to \min$$

при обмеженнях

$$\int_0^T f(t)\,dt = 1, \quad f(t) \ge 0 \ .$$

Отримана задача нелінійної оптимізації може бути зведена до задачі лінійного програмування і розв'язана симплексним методом з деякими додатковими умовами, що становить предмет спеціального дослідження. [2, 3].

Програма та методика досліджень

Потрібно визначити показники надійності елемента без відновлення і з відновленням відповідно для двох варіантів вихідних даних.

Перший набір вихідних даних. На випробування поставлено $N = 100$ елементів. Моменти відмов елементів наведені в таблиці 1.2. Всі елементи працюють до своєї відмови і після відмови не ремонтуються. Потрібно визначити статистичні та теоретичні показники надійності елемента T_1, $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$.

Таблиця 1.2 – Моменти відмов елементів у годинах

455	552	109	340	103	152	62	163	35	5
129	81	221	35	318	180	20	37	26	18
151	85	4	17	7	20	79	50	41	51
32	217	90	210	39	74	71	57	106	14
171	86	36	180	61	3	47	578	23	131
95	97	54	50	127	176	21	122	109	89
88	291	70	1	642	89	266	260	136	2
90	162	162	155	139	27	11	9	30	77
334	203	78	72	51	137	216	35	43	12
315	57	4	59	133	77	142	103	63	13

Другий набір вихідних даних. На випробуваннях знаходиться N = 10 елементів. Протягом періоду T = 500 год реєструються моменти часу відмов елементів (таблиця 1.3). Передбачається, що елементи, які відмовили, замінюють ідентичними за надійністю елементами. Потрібно визначити показники надійності елемента, що характеризують час його роботи між сусідніми відмовами T, $f(t)$, $F(t)$, $\lambda(t)$.

Обробка статистичних даних передбачає їх угруповання в 10 часткових інтервалах (класах). Рівень значущості прийняти рівним 0,05.

Таблиця 1.3 – Моменти часу відмов елементів

Номер елемента, i	Моменти відмови на періоді часу 500 год, год
1	114; 209; 293; 405
2	136; 217; 308; 479
3	73; 184; 289; 378; 478
4	63; 162; 257; 365; 484
5	54; 169; 301; 378; 462
6	114; 213; 343; 408
7	96; 162; 271; 374; 468
8	106; 198; 273; 385; 499
9	95; 229; 308; 403
10	77; 179; 292; 387; 477

Зміст звіту

За результатами виконаної лабораторної роботи подається звіт, в якому мають міститися такі пункти:

1 Постановка завдання з конкретним змістом, сформульованим для свого варіанта. Вихідні дані мають бути подані у вигляді таблиць 1.2 і 1.3.

2 Розбиття статистичних даних на групи вручну і побудова гістограми частот.

3 Висновки за результатами досліджень.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Дано:

- два набори вихідних даних про відмови елементів;
- N – кількість елементів у кожному наборі;

- закон розподілу часу до відмови в першому варіанті;
- закон розподілу часу між відмовами у другому варіанті;
- моменти відмови елементів.

Визначити:

- показники надійності елемента, що працює до першої відмови (перший набір вихідних даних), T_1, $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$;
- показники надійності елемента, що характеризують час його роботи між відмовами (другий набір вихідних даних), T, f (t), F (t), $\lambda(t)$.

Розв'язання отримати у вигляді таблиць і графіків.

При обробці даних вручну і на комп'ютері їх слід розбити на 10 груп (класів). Підбір відповідного розподілу необхідно здійснити для рівня значущості, що дорівнює 0,05.

ВАРІАНТ 1

Перший набір вихідних даних (нормальний розподіл)

155	147	126	139	137	132	120	165	163	156
142	143	138	144	149	145	157	152	145	140
140	145	169	148	121	135	152	138	128	161
140	149	149	123	141	164	145	131	157	123
136	146	140	130	147	108	122	133	115	165
166	137	147	137	126	143	114	109	147	135
147	148	153	146	128	145	135	147	151	151
119	145	137	149	163	141	137	137	146	133
128	123	139	134	154	149	144	166	152	159
163	112	126	146	147	149	146	127	143	154

Другий набір вихідних даних (експоненціальний розподіл)

Номер елемента, *i*	Моменти відмови на періоді часу 500 год, год
1	37; 90; 279; 355; 360; 420; 466; 488; 627; 671
2	26; 77; 141; 532; 642; 661
3	53; 59; 164; 183; 316; 568; 607
4	22; 26; 134; 287; 356; 470; 472; 481
5	24; 40; 152; 412; 431; 486; 567; 630; 649
6	193; 216; 474; 488; 538; 616
7	86; 355; 415; 451
8	117; 157; 358; 462; 527; 673
9	74; 89; 356; 356; 420; 492; 497; 512; 548; 601
10	204; 276; 327; 515; 516; 544

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2. Дослідження надійності і ризику нерезервованої технічної системи

Мета роботи – дослідити надійність і ризик нерезервованої технічної системи.

Завдання – визначити показники надійності системи:

$P_c(t)$ – імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t, а також її значення при $t = T$ і $t = T_1$;

T_1 – середній час безвідмовної роботи системи;

$R_c(t)$ – ризик системи як функцію часу; значення ризику при $t = T$ і $t = T_1$.

Можливість розрахунку ризику за наближеною формулою.

Вихідні дані:

структурна схема системи у вигляді основного (послідовного в сенсі надійності) з'єднання елементів;

n – кількість елементів системи;

λ_i – інтенсивність відмови i-го елемента системи, $i = 1, 2, \ldots, n$;

r_i – ризик через відмову i-го елемента системи, $i = 1, 2, \ldots, n$;

R – допустимий ризик;

T – сумарний час роботи системи.

Короткі теоретичні положення

Основними показниками надійності нерезервованої невідновлюваної системи є $P_c(t)$ – імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t, T_1 – середній час безвідмовної роботи. При постійних інтенсивностях відмов елементів

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}, \quad T_1 = \frac{1}{\lambda_c},$$

де $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$ – інтенсивність відмови системи.

Ризик системи $R_c(t)$ і $R_c^*(t)$ розраховуються за такими формулами:

$$R_c(t) = \frac{Q_c(t)}{\lambda_c} \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i, \qquad (2.1)$$

$$R_c^*(t) = \sum_{i=1}^{n} q_i(t) r_i, \qquad (2.2)$$

де $Q_c(t) = 1 - P_c(t)$ – імовірність відмови системи протягом часу t;
$q(t)$ – імовірність відмови i-го елемента системи протягом часу t.

Формула (2.1) є точною, формула (2.2) – наближеною. Якщо елементи системи рівнонадійні, відношення $R_c(t)$ до $R_c^*(t)$ має вигляд

$$G_R(t,n) = \frac{R_c(t)}{R_c^*(t)} = \frac{1 - e^{-n\lambda t}}{n\left(1 - e^{-\lambda t}\right)}. \qquad (2.3)$$

$G_R(t, n)$ є спадною функцією часу, при цьому

$$\lim_{t \to 0} G_R(t,n) = 1, \ \lim_{t \to \infty} G_R(t,n) = \frac{1}{n}.$$

Це означає, що зі збільшенням тривалості часу роботи системи похибка наближеної формули збільшується [3, 4].

Програма та методика досліджень

Лабораторну роботу слід виконувати в такій послідовності:

1 Обчислити показники надійності системи $P_c(t)$ і T_1. Значення ймовірності безвідмовної роботи $P_c(t)$ слід отримати при $t = T$ і $t = T_1$.

2 Дослідити функцію ризику системи за точною формулою (2.1), для чого:

- отримати формулу ризику для заданих n, λ_i, r_i;
- дослідити залежність $R_c(t)$, подавши функцію у вигляді графіка і таблиці;
- обчислити значення ризику для вихідних даних свого варіанта при $t = T$ і $t = T_1$.

3 Дослідити залежність $G_R(t, n)$ при допущенні, що елементи системи рівно надійні, а інтенсивність відмови кожного елемента дорівнює їх середній інтенсивності відмов, тобто $\lambda = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$.

4 Зробити висновки.

За результатами лабораторної роботи подається звіт, в якому обов'язковими є такі пункти:

1) постановка завдання;

2) розрахункові формули;

3) чисельні значення показників надійності і ризику системи, що досліджується;

4) значення часу безперервної роботи системи, при якому забезпечується необхідне значення ризику;

5) графіки і таблиці функцій ризику;

6) висновки за результатами досліджень.

Приклад виконання лабораторної роботи. Нехай дана система з такими вихідними даними:

- кількість елементів системи n = 10;
- час безперервної роботи T = 1000 год;
- допустимий ризик R = 5000 умов. од.

Значення ризику й інтенсивностей відмов елементів наведені в таблиці 2.1.

Далі наводиться послідовність виконання роботи.

Таблиця 2.1 – Початкові дані прикладу

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	1,2	0,8	0,5	1	1,5	0,6	0,09	0,05	1	1,5
r, умов. од.	2000	300	8000	1000	1200	60	5000	6000	100	120

Визначення показників надійності системи. Інтенсивність відмов системи дорівнює $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n}\lambda_i$. Підставляючи в цей вираз значення інтенсивностей відмов елементів з таблиці 2.1, отримаємо $\lambda_c(t) = 8{,}24 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$.

Тоді ймовірність і середній час безвідмовної роботи будуть дорівнювати

$$P_c\left(t\right)=e^{-\lambda_c t}=e^{-8,24\cdot 10^{-5}t},\ T_1=\frac{1}{\lambda_c}=\frac{1}{8,24\cdot 10^{-5}}=12136\ \text{год.}$$

При t = T = 1000 год $P_c\left(1000\right)=e^{-8,34\cdot 10^{-5}\cdot 10^{3}}=0,918$.

Оскільки $Q_c=1-P_c\left(t\right)=1-e^{-\lambda_c t}$, $\lambda_c=8,24\cdot 10^{-5}$, $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i r_i=0,10506$, то відповідно до формули (2.1) функція ризику буде дорівнювати

$$R_c\left(t\right)=\frac{1-e^{-8,24\cdot 10^{-5}t}}{8,24\cdot 10^{-5}}\cdot 0,10506,$$

або

$$R_c\left(t\right)=1275\cdot\left(1-e^{-8,24\cdot 10^{-5}t}\right).$$

Для нашого прикладу при t = 1000 год ризик $R_c(1000)$ = 100,848.

Для t = T_1 = 12136 год значення ризику $R_c(t)$ = 805,953. З отриманих значень $R_c(t)$ видно, що ризик досліджуваної системи нижче допустимого значення, дорівнює 5000 умов. од.

Дослідження функції ризику. Припускаючи, що всі елементи системи рівнонадійні, а інтенсивність відмови кожного елемента $\lambda=\frac{\lambda_c}{n}=0,824\cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, отримаємо такий вираз ризику:

$$R_c\left(t\right)=\frac{1-e^{-n\lambda t}}{n\lambda}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i r_i=\frac{1-e^{-0,824\cdot 10^{-5}nt}}{0,824\cdot 10^{-5}n}\cdot 10506\cdot 10^{-5}=12750\cdot\frac{1-e^{-0,824\cdot 10^{-5}nt}}{n}.$$

Знайдемо залежність $R_c(t)$ при різних значеннях n у вигляді графіків і таблиць (рисунок 2.1).

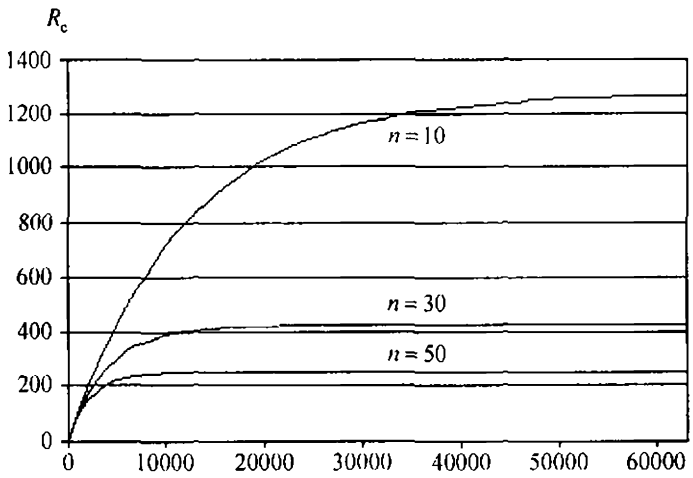

Рисунок 2.1 – Залежність ризику від часу при різних значеннях *n*

Визначення критичного часу роботи системи. Оскільки $R_c(t)$ зростає зі зростанням t, то становить інтерес граничний час, вище якого ризик буде перевищувати допустиме значення. Розв'язання задачі зводиться до визначення кореня рівняння

$$R = \frac{Q_c(\tau)}{\lambda_c}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i r_i \, .$$

Оскільки в даному випадку $\sum_{i=1}^{n}\lambda_i r_i = 10506\cdot 10^{-5}$, $\lambda_c = 8,24\cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, R = 5000, то, підставляючи ці значення в останній вираз, отримаємо

$$5000 = 12751\left(1 - e^{-8,24\cdot 10^{-5}}\tau\right).$$

Розв'язуючи це рівняння, отримаємо критичне значення τ. В нашому прикладі дійсного кореня нема. Це означає, що при будь-якому t ризик системи не перевищує допустимого значення.

Дослідження залежності $G_R(t, n)$. Для аналізу залежності $G_R(t, n)$ подамо цю функцію у вигляді графіків і таблиць. Графіки дозволять зробити якісний аналіз, а таблиці - кількісний.

Побудова графіків $G_R(t, n)$. Припустимо, що система складається з n рівнонадійних елементів, кожен з яких має інтенсивність відмов λ. Тоді функція $G_R(t, n)$ буде виражатися формулою (2.3). Підставимо в цю формулу значення $\lambda = 0{,}824 \cdot 10^{-5}$ год$^{-1}$, розрахуємо її для задачі.

Побудуємо графіки для 3-4 значень n, наприклад для n, $3n$, $5n$, де n – кількість елементів системи. В результаті отримаємо сімейство кривих (рисунок 2.2), з яких можна зробити два важливих висновки:

1 Чим більше елементів n і чим більше час роботи системи, тим більше похибка наближеної формули.

2 Наближеною формулою можна користуватися в тому випадку, коли час роботи системи малий і ризик, обчислений за наближеною формулою, не перевищує допустимого значення.

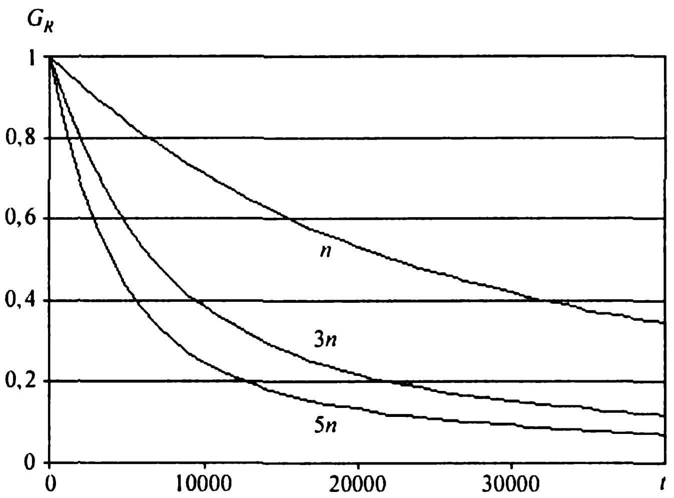

Рисунок 2.2 – Графік функції $G_R(t, n)$

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ 2

У завданнях прийняті такі позначення:

T – сумарний час роботи системи, год;

R – допустимий ризик, умов. од.;

λ_i – інтенсивність відмов i-го елемента, год$^{-1}$;

r_i – ризик системи через відмову i-го елемента, умов.од.

Варіант 1

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	1,1	0,5	3	4,2	3,6	2,1	4,4	4,8
r, умов. од.	2500	6000	3000	2850	6180	4200	680	1000

T = 1500 год, R = 8000 умов. од.

Варіант 2

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	2,6	3,2	6,4	1,2	3	1,8	5,1	4,2
r, умов. од.	6800	9200	2000	20000	9200	1000	2100	600

T = 1200 год, R = 5000 умов. од.

Варіант 3

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	0,5	0,2	1	1,2	0,6	2,1	1,2	0,7
r, умов. од.	12000	8000	6000	560	3200	7600	10000	770

T = 2500 год, R = 3200 умов. од.

Варіант 4

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	0,2	0,8	2,3	0,1	0,5	1,2	3,4	0,7
r, умов. од.	1200	2600	3000	14000	4500	9000	3500	2750

T = 3800 год, R = 5000 умов. од.

Варіант 5

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	1,1	2,3	4,7	0,6	5	4,8	3,2	2,6
r, умов. од.	2500	2600	1800	16000	4000	2600	1200	860

T = 4000 год, R = 4800 умов. од.

Варіант 6

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	1,2	0,8	1,6	0,2	0,1	0,05	6,2	2,4
r, умов. од.	6800	2400	3200	670	5000	20000	360	780

T = 4200 год, R = 3850 умов. од.

Варіант 7

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	3,2	0,1	1	0,7	1,2	0,3	0,1	1,2
r, умов. од.	368	680	12000	7000	3200	1200	590	1050

T = 5000 год, R = 860 умов. од.

Далі наводяться варіанти завдань з 8 по 25, в яких зазначено, з яких наведених раніше варіантів з 1 по 7 беруться значення λ_i, r_i,, T, R.

Варіанти 8-16

Номер елемента	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	1	2	3	4	5	6	7	1	2
r, умов. од.	7	6	5	3	2	1	4	6	5

Варіанти 17-25

Номер елемента	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	3	5	5	6	7	1	3	3	4
r, умов. од.	4	1	1	3	5	2	6	7	1

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3. Дослідження властивостей структурно резервованих систем при загальному резервуванні з постійно включеним резервом

Мета роботи – дослідити властивості структурно резервованих систем при загальному резервуванні з постійно включеним резервом.

Завдання – оцінити ефективність структурного резервування як методу підвищення надійності; виконати порівняльний аналіз надійності системи при структурному і навантажувальному резервуванні; дослідити вплив післядії відмов на ефективність структурного резервування.

Вихідні дані:

технічна система з основним з’єднанням елементів;

n – кількість елементів системи;

λ_i – інтенсивність відмови елемента i-го типу, $i = 1, 2, ..., n$;

t – поточний час роботи системи, що не перевершує допустимого часу за умовою старіння;

m – кратність резервування системи.

Вхідні дані для індивідуальних завдань наведені далі.

Короткі теоретичні положення

Показниками ефективності різних методів забезпечення та підвищення надійності можуть бути виграш надійності за ймовірністю відмови $G_q(t)$ і виграш за середнім часом безвідмовної роботи G_T. Виграшем надійності називається відношення показника надійності резервованої системи до відповідного показника надійності нерезервованої системи.

Оскільки для резервованої системи з постійно включеним резервом імовірність і середній час безвідмовної роботи виражаються формулами

$$P_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}, \; T_c = T_0 \sum_{i=1}^{m+1} \frac{1}{i}, \tag{3.1}$$

то відповідні виграші мають вигляд

$$G_q(t)=\frac{Q_0(t)}{Q_c(t)}=\frac{1}{\left(1-e^{-\lambda t}\right)^m}, \tag{3.2}$$

$$G_T=\frac{T_c}{T_0}=\sum_{i=1}^{m+1}\frac{1}{i}. \tag{3.3}$$

У формулах прийняті позначення:

$Q_0(t)$, T_0 – імовірність відмови і середній час безвідмовної роботи вихідної (основної) системи;

$Q_c(t)$, T_c – імовірність відмови і середній час безвідмовної роботи резервованої системи;

$\lambda=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=const$ – інтенсивність відмови вихідної нерезервованої системи.

Аналіз виграшів надійності дозволяє сформулювати такі важливі властивості структурного резервування:

- чим надійніша система і чим менше час її роботи, тим вище ефективність резервування;
- чим вище кратність резервування, тим вище виграш надійності за допомогою одного з критеріїв, проте зі зростанням кратності резервування швидкість зростання виграшу убуває;
- при резервуванні з постійно включеним резервом значне підвищення кратності резервування веде до несуттєвого підвищення середнього часу безвідмовної роботи;
- інтенсивність відмови резервованої системи

$$\lambda_c(t)=-\frac{P_c'(t)}{P_c(t)} \tag{3.4}$$

є зростаючою функцією часу. При $t=0$ $\lambda_c(t)=0$ і зі зростанням t $\lambda_c(t)$ асимптотично прагне до інтенсивності відмови нерезервованої системи [5].

Істотне підвищення надійності може досягатися шляхом застосування навантажувального резервування. У процесі проектування складних технічних систем конструктор не може зменшити навантаження на елементи більше ніж у 10 разів у порівнянні з номінальним. При цьому інтенсивність відмов залишається постійною в часі і для багатьох елементів лінійно убуває зі зменшенням коефіцієнта навантаження.

Порівняльний аналіз надійності резервованих систем показує, що навантажувальне резервування може бути ефективнішим у системах, призначених для тривалої роботи. У багатьох практичних випадках існує критичний час роботи Т, після якого доцільнішим виявляється навантажувальне резервування [2, 3, 4].

Програма та методика досліджень

Лабораторна робота виконується в такій послідовності:

1 Дослідження ефективності структурного резервування.

2 Порівняльний аналіз структурного і навантажувального резервування.

3 Дослідження впливу післядії відмов на ефективність структурного резервування.

У звіті про лабораторну роботу мають бути такі пункти:

1) постановка завдання;

2) результати дослідження у вигляді формул, графіків і таблиць по кожному з розділів;

3) висновки за результатами досліджень.

Дослідження ефективності структурного резервування

Оцінювання виграшу надійності за середнім часом безвідмовної роботи

Оцінити виграш G_T можна, якщо уявити залежність $G_T = G_T(m)$ у вигляді таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Виграш надійності системи за середнім часом безвідмовної роботи

m	$G_T(m)$
0	1
1	1,5
2	1,83333
…	…
9	2,92896

З таблиці випливає важливий висновок: зі збільшенням кратності резервування m середній час безвідмовної роботи збільшується незначно.

Оцінювання виграшу надійності за ймовірністю відмови системи

Виграш $G_q(t)$ надійності резервованої системи за ймовірністю відмови є функцією часу, що залежить від інтенсивності відмови вихідної системи і кратності резервування.

Подамо цю функцію у вигляді

$$G(x,m)=\frac{1}{\left(1-e^{-x}\right)^{m}}\ , \tag{3.5}$$

де $x=\lambda t$.

Залежності $G = G\ (x, m)$ наведені на рисунку 3.1.

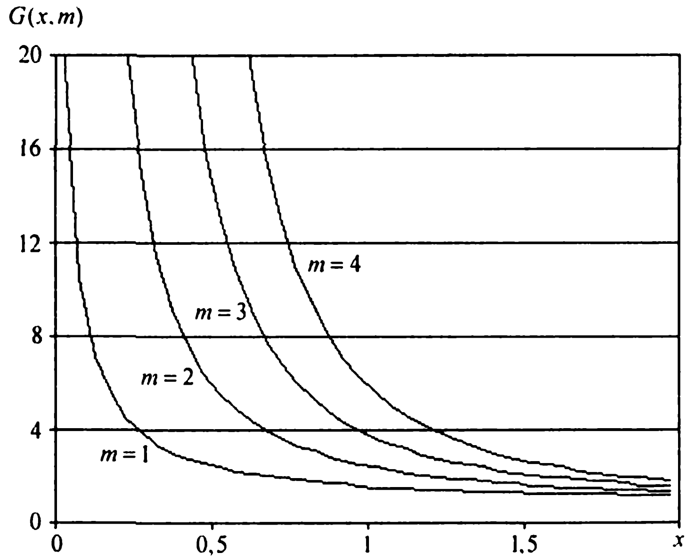

Рисунок 3.1 – Виграш надійності резервованої системи

Отримаємо залежність $G(x,\ m)$ у вигляді таблиці (таблиця 3.2).

Таблиця 3.2 – Результати табулювання функції $G\ (x, m)$

x \ m	1	2	3	4
0,1	10,5083	110,425	1160,38	12193,7
0,3	3,85829	14,8864	57,4363	221,606
…	…	…	…	…
1,9	1,17587	1,38267	1,62585	1,91180

*Дослідження властивостей інтенсивності відмови резервован*ої *системи*

Досліджуємо властивості інтенсивності відмови, скориставшись залежністю (3.4).

Зобразимо графіки функції $\lambda_c(t)$ при різних значеннях m й одному значенні λ. Для цього створимо вирази для $\lambda_c(t)$ при $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$, $m = 4$ і послідовно, один за одним, побудуємо сімейство графіків, попередньо підібравши необхідні масштаби по осях координат (рисунок 3.2).

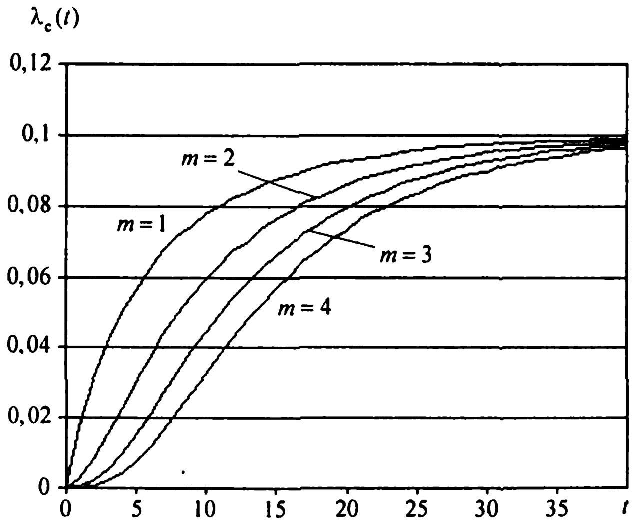

Рисунок 3.2 – Залежність інтенсивностей відмов системи від часу

Залежності $\lambda_c(t)$ отримані для випадку $\lambda_c = 0{,}1$, $m = 1, 2, 3, 4$.

З графіків видно, що при постійній, відмінній від нуля інтенсивності відмов вихідної системи інтенсивність відмови резервованої системи при $t = 0$ дорівнює нулю і збільшується з плином часу, наближаючись до постійної величини, що дорівнює інтенсивності відмов нерезервованої системи.

Порівняльний аналіз ефективності навантажувального і структурного резервування

Імовірність відмови $Q_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи T_c системи при навантажувальному резервуванні виражаються формулами

$$Q_c(t) = 1 - e^{-\frac{\lambda t}{n}}, \; T_c = \frac{n}{\lambda},$$

де n – число, що показує, у скільки разів зменшується інтенсивність відмови системи при наявності навантажувального резервування.

Тоді виграш надійності при структурному резервуванні у порівнянні з навантажувальним буде дорівнювати

$$G_q(t) = \frac{1 - e^{-\frac{\lambda t}{n}}}{\left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}}. \tag{3.6}$$

Подамо цю функцію у вигляді

$$G_q(x, m, n) = \frac{1 - e^{-\frac{x}{n}}}{\left(1 - e^{-x}\right)^{m+1}} \tag{3.7}$$

Дослідження виконаємо в такій послідовності:

- побудуємо графік функції $G_q(x, m, n)$;

- визначимо критичне значення τ, що характеризує ефективність структурного резервування в порівнянні з навантажувальним.

Побудуємо графіки функції $G_q(x, m, n)$. На рисунку 3.3 показані графіки для випадків m = 1, n = 2, 5, 10.

З графіків можна зробити важливі висновки:

- при малому часі роботи системи доцільно використовувати структурне резервування;

- область застосування структурного резервування тим ширше, чим менше n;

- критичне значення доцільності структурного резервування залежить від його кратності m і величини навантажувального резервування n.

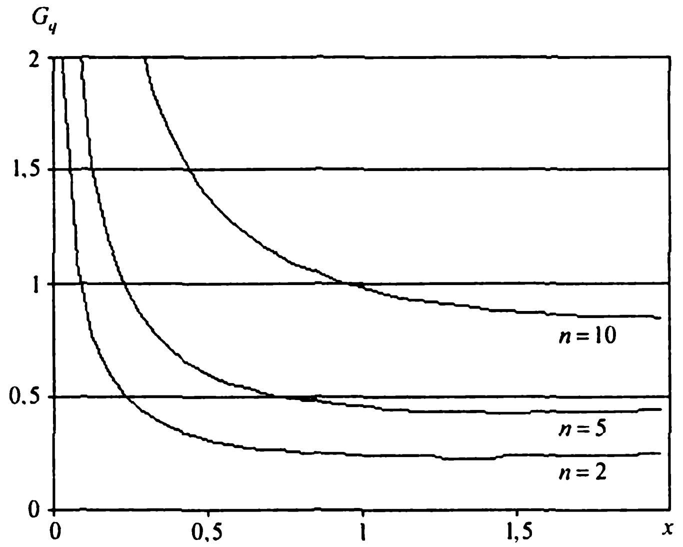

Рисунок 3.3 – Графіки виграшу надійності

Для визначення критичного значення часу τ доцільності структурного резервування розв’яжемо таке рівняння:

$$1-e^{-\frac{x}{n}}-\left(1-e^{-x}\right)^{m+1}=0.$$

Результати розв’язання при різних значеннях n і m наведені в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Критичне значення $\lambda\tau$ доцільності структурного резервування

n		2			5			10	
m	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\lambda\tau$	0,96	1,89	2,53	0,25	0,71	1,1	0,11	0,43	0,72

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ 3 ТА 4

У завданнях λ – інтенсивність відмови нерезервованої системи, год$^{-1}$.

Варіанти 1-8

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	3,8	4	1,5	2,7	1,9	3,2	4,1	1,2

Варіанти 9-16

Номер елемента	9	10	11	12	13	14	15	16
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	5,9	3,7	7,5	2,6	6,8	5	4,4	3,3

Варіанти 17-25

Номер елемента	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\lambda \cdot 10^{-5}$, год$^{-1}$	4,7	6,5	3,5	8,4	2,9	2,8	4,6	4,3	6,2

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4. Дослідження надійності і ризику відновлюваної нерезервованої системи

Мета роботи – дослідити надійність і ризик відновлюваної нерезервованої системи.

Завдання – визначити:

T – напрацювання системи на відмову;

$K_г$, $K_г(t)$ – функцію і коефіцієнт готовності системи;

R – техногенний ризик системи.

Необхідно також дослідити властивості нерезервованої відновлюваної системи.

Вихідні дані:

n – кількість елементів нерезервованої системи;

λ_i, μ_i – інтенсивності відмови і відновлення елемента i-го типу $i = 1, 2, \ldots, n$;

T_n – загальний час роботи системи;

r_i – ризик системи через відмову i-го елемента, $i = 1, 2, \ldots, n$;

$R_д$ – допустимий ризик.

Вихідні дані та індивідуальні завдання наведені далі.

Короткі теоретичні положення

Основними показниками надійності відновлюваних технічних систем є напрацювання на відмову *T*, функція готовності $K_Г(t)$ і коефіцієнт готовності $K_Г$.

У загальному випадку ці показники залежать від інтенсивностей відмов і відновлень елементів системи, часу її безперервної роботи, виду і кратності резервування. У разі нерезервованої системи вони обчислюються за такими формулами:

$$K_Г\left(t\right)=\frac{\mu_c}{\lambda_c+\mu_c}+\frac{\lambda_c}{\lambda_c+\mu_c}e^{-(\lambda_c+\mu_c)t}, \tag{4.1}$$

$$K_Г=\lim_{t\to\infty}K_Г\left(t\right)=\frac{\mu_c}{\lambda_c+\mu_c}, \tag{4.2}$$

$$K_Г=\frac{1}{1+\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i}}, \tag{4.3}$$

$$T=\frac{1}{\lambda_c}, \tag{4.4}$$

де $\lambda_c=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i$ – інтенсивність відмови системи;

μ_c – інтенсивність відновлення системи,

$$\mu_c=\frac{\lambda_c}{\sum_{i=1}^{n}\frac{\lambda_i}{\mu_i}} \tag{4.5}$$

Слід мати на увазі, що формула (4.1) є наближеною, похибка якої залежить від вихідних даних.

Граф станів нерезервованої відновлюваної системи має вигляд, наведений на рисунку 4.1.

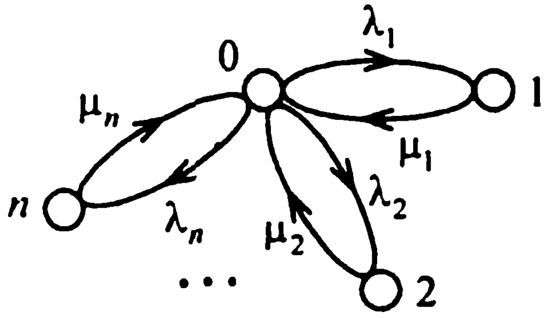

Рисунок 4.1 – Граф станів нерезервованої відновлюваної системи

Функцію готовності системи можна визначити двома способами.

Спосіб 1. Позначимо через $p_i(t)$ імовірність перебування системи в момент часу t у стані i, $i = 0, 1, 2,..., n$. Тоді функціонування відновлюваної нерезервованої системи описується такою системою диференціальних рівнянь, складеною за графом станів (рисунок 4.1):

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_c p_0(t) + \sum\limits_{i=1}^{n} \mu_i p_i(t); \\ \dfrac{dp_i(t)}{dt} = \lambda_i p_0(t) - \mu_i p_i(t), i = 1, 2, ..., n. \end{cases} \quad (4.6)$$

Система диференціальних рівнянь розв'язується чисельними методами при таких початкових умовах: $p_0(0)=1$, $p_1(0)=p_2(0)=...=p_n(0)=0$. Тоді функція готовності системи дорівнює ймовірності її справного стану, тобто $K_г(t) = p_0(t)$ [1, 2].

Спосіб 2. Будемо розглядати нерезервовану систему як один елемент, який має інтенсивність відмови λ_c та інтенсивність відновлення μ_c. Тоді функціонування системи можна описати графом, зображеним на рисунку 4.2.

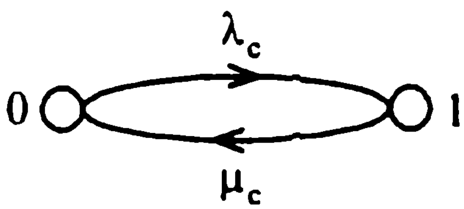

Рисунок 4.2 – Узагальнений граф станів системи

З графа випливає, що система може перебувати лише в двох станах: справному (0) і відмовному (1). Тоді її функціонування можна описати системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda_c p_0(t) + \mu_c p_1(t); \\ \dfrac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_c p_0(t) - \mu_c p_1(t) \end{cases} \tag{4.7}$$

з початковими умовами $p_0(0)=1$, $p_1(0)=0$. Розв’язанням цієї системи є функція (4.1).

Відновлювані системи – це системи багаторазового використання. Протягом часу «життя» вони можуть відмовляти і ремонтуватися. Тоді загальний ризик системи можна обчислити за формулою

$$R(t) = \int_0^t K_Г(\tau)\, d\tau \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i \,. \tag{4.8}$$

Розрахунок функції готовності $K_г(t)$ є складним завданням. Тому доцільно користуватися таким двостороннім оцінюванням для обчислення ризику системи:

$$K_Г t \cdot \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i \le R(t) \le t \cdot \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i \,, \tag{4.9}$$

де $K_г$ – коефіцієнт готовності системи.

Відновлювані нерезервовані технічні системи в сенсі надійності мають важливі властивості:

1 Напрацювання на відмову системи не залежить від відновлення і чисельно дорівнює середньому часу її безвідмовної роботи. Це властиво лише таким системам, елементи яких мають постійні інтенсивності відмов.

2 Функція готовності є спадною функцією часу, при t = 0 $K_г(0)$ = 1 і зі зростанням t зменшується і наближається до постійної величини, яка дорівнює коефіцієнту готовності. Ця

властивість також справедлива для систем, елементи яких мають постійні інтенсивності відмов.

3 Коефіцієнт готовності залежить від відношень $\frac{\lambda_i}{\mu_i}$, $i = 1, 2, ..., n$; чим менше ці відношення, тим вище функція і коефіцієнт готовності.

4 Ризик високонадійної системи лінійно зростає з часом, визначається тільки надійністю техніки і практично не залежить від інтенсивності її відновлення [3, 4].

Програма та методика досліджень

Лабораторну роботу доцільно виконувати в такій послідовності:

1) визначити напрацювання на відмову системи;

2) дослідити функцію і коефіцієнт готовності системи;

3) виконати аналіз ризику системи.

Звіт про лабораторну роботу має містити такі пункти:

1 Постановка завдання.

2 Рівняння і розрахункові формули.

3 Таблиці і графіки.

4 Висновки за кожним пунктом і за результатами роботи в цілому.

Приклад виконання лабораторної роботи. Нехай нерезервована система має вихідні дані:

- кількість елементів системи $n = 10$;
- час «життя» (довговічність) системи $T_n = 1000$ год;
- допустимий ризик системи $R \leq 2500$ умов. од.;
- значення ризику, інтенсивностей відмов і відновлення елементів системи наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані завдання

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	1	0,23	0,36	0,054	0,72	0,83	0,08	0,25	0,6	1,2
r, умов. од.	20	50	40	10^4	600	250	10^3	10	80	100
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	0,2	0,3	0,5	2	1	1,2	7	0,5	1	1

Визначення напрацювання на відмову системи. Визначимо інтенсивність відмови системи. У результаті обчислень отримаємо $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 5{,}324 \cdot 10^{-3}$ год$^{-1}$. Тоді на підставі формули (4.4) напрацювання на відмову буде дорівнювати $T = \dfrac{1}{\lambda_c} = 187{,}8$ год.

Для вихідних даних нашого завдання отримуємо

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{\lambda_i}{\mu_i} = 102{,}367 \cdot 10^{-3}\ , \quad \mu_c = \frac{\lambda_c}{\sum_{i=1}^{10} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = \frac{5{,}324 \cdot 10^{-3}}{102{,}367 \cdot 10^{-3}} = 0{,}052\ ,$$

$$K_Г = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{10} \frac{\lambda_i}{\mu_i}} = 0{,}907$$

або

$$K_Г = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{0{,}052}{0{,}0053 + 0{,}052} = 0{,}907\ .$$

Значення коефіцієнта готовності, обчислені за формулами (4.2) і (4.3), повністю збігаються.

Будемо розглядати нерезервовану систему як один елемент, який має інтенсивність відмови λ_i й інтенсивність відновлення μ_i. Тоді справедлива система диференціальних рівнянь (4.7), розв'язанням якої є функція (4.1). Результати розрахунків $К_г$ (4.1) подамо у вигляді таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Функція готовності системи

t, год	$K_г(t)$, набл.	$K_г(t)$, Рунге-Кутті
0	1	1
0,5	0,99737	0,99739
1	0,994825	0,994915
1,5	0,992347	0,992538
2	0,989939	0,990263
2,5	0,987599	0,988083
3	0,985325	0,985991
3,5	0,98311	0,98398
4	0,980969	0,982057
4,5	0,978882	0,980205
5	0,976855	0,978425

Визначимо тепер тривалість перехідного режиму системи. Для цього збільшимо діапазон табулювання функції (4.1), вибравши $t_n = 0$, $t_k = 100$, $dt = 10$. Дані табулювання наведені в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Оцінка тривалості перехідного процесу системи

t, год	$K_г(t)$, набл.	$K_г(t)$, Рунге-Кутті
0	1	1
10	0,95947	0,96387
20	0,93664	0,946047
30	0,923766	0,935725
40	0,916510	0,928954
50	0,912420	0,924133
60	0,910115	0,920533
70	0,90881	0,91776
80	0,908084	0,915615
90	0,907671	0,913918
100	0,907438	0,912574

З таблиці 4.3 видно, що перехідний процес в системі триває короткий час. Так, наприклад, протягом 100 год роботи системи функція готовності збігається з коефіцієнтом готовності з точністю три знаки після коми. При $t = T = 188$ год функція і коефіцієнт готовності збігаються з точністю п’ять знаків після коми. З цих досліджень випливає важливий для практики висновок: протягом часу *t*, що дорівнює напрацюванню на відмову, перехідний режим функціонування відновлюваної системи закінчується і функція готовності практично збігається з коефіцієнтом готовності.

Аналіз ризику системи. Обчислюючи складові в нерівності (4.9), отримаємо

$$K_Г = 0,907, \sum_{i=1}^{10} \lambda_i r_i = 1475,9 \cdot 10^{-3} \cdot$$

Оскільки

$$K_Г t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i = 0,907 \cdot 1000 \cdot 1475,9 \cdot 10^{-3} = 1339,$$

$$t \sum_{i=1}^{n} \lambda_i r_i = 1000 \cdot 1475,9 \cdot 10^{-3} \le 1476,$$

то

$$1339 \le R_c(1000) \le 1476 \cdot$$

Ризик системи можна вважати приблизно рівним середньому арифметичному з отриманих оцінок: $R_c(t) = \dfrac{1339 + 1476}{2} = 1407$ умов. од.

Оскільки техногенний ризик менше допустимого, що дорівнює 2500, то така система придатна для експлуатації.

З роботи можна зробити такі висновки:

1 Напрацювання на відмову відновлюваної нерезервованої системи не залежить від відновлення і дорівнює середньому часу безвідмовної роботи аналогічної невідновлюваної системи.

2 Ризик відновлюваної нерезервованої системи може бути легко отриманий на основі простих двосторонніх оцінювань. Система, що аналізується, задовольняє вимоги ризику.

3 Тривалість перехідних процесів у системі мала, при часі її функціонування, що дорівнює напрацюванню на відмову, функція і коефіцієнт готовності збігаються.

4 З достатньою для практики точністю функцію готовності можна обчислювати за простою наближеною формулою,

отриманою при заміні системи, що складається з n елементів, одним елементом, що має еквівалентні вихідній системі інтенсивності відмов λ_c і відновлення μ_c.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

У варіантах прийняті позначення:

T – час «життя» (довговічність) системи, год;

R – допустимий ризик, умов. од.;

λ_i – інтенсивність відмови елемента i-го типу, год$^{-1}$;

r_i – ризик системи через відмову i-го елемента, умов. од.;

μ_i – інтенсивність відновлення i-го елемента системи, год.

Варіант 1

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	0,2	0,25	0,05	0,06	0,1	0,7	0,34	0,08
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	0,2	0,16	0,07	0,08	0,8	1	0,85	0,6
r, умов. од.	65	38	3000	12000	800	340	640	830

T = 1200 год, R = 2600 умов. од.

Варіант 2

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	0,2	0,3	0,7	0,4	0,1	0,25	0,8	0,9
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	1	2,5	1,6	1,6	0,8	7	3,2	0,4
r, умов. од.	1000	780	10000	700	900	380	1000	600

T = 2000 год, R = 3000 умов. од.

Варіант 3

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	0,1	0,3	0,25	0,6	0,7	0,35	0,8	0,15
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	2	3,1	1,6	1,2	2,1	1,5	1	1
r, умов. од.	600	700	580	1200	2100	820	340	160

T = 2500 год, R = 1850 умов. од.

Варіант 4

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	0,7	0,3	0,1	0,65	0,2	0,1	0,12	0,4
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	1	1,2	0,9	1,8	2,6	1,8	1	1,6
r, умов. од.	650	720	1900	680	1080	608	732	200

T = 2200 год, R = 720 умов. од.

Варіант 5

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год$^{-1}$	0,15	1	0,3	0,25	0,2	0,7	0,34	0,8
$\mu \cdot 10^{-1}$, год$^{-1}$	0,8	1,2	2,1	3,1	2,5	1	0,85	1,6
r, умов. од.	850	830	780	1200	1180	340	640	830

T = 1200 год, R = 2600 умов. од.

Далі наводяться варіанти завдань з 6 по 25. У таблицях вказані номери варіантів, з яких слід взяти значення λ_i, μ_i, r_i, T, R.

Варіанти 6-15

Номер варіанта	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Номер варіанта для λ_i	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Номер варіанта для μ_i	5	4	1	2	1	2	3	4	5	2
Номер варіанта для r_i, T, R	4	3	4	5	1	3	4	5	2	1

Варіанти 16-25

Номер варіанта	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Номер варіанта для λ_i	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Номер варіанта для μ_i	3	1	5	1	3	2	5	2	3	4
Номер варіанта для r_i, T, R	4	5	1	2	2	4	3	5	1	2

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5. Дослідження надійності технічних систем з урахуванням їх фізичної реалізації

Мета роботи – вивчення впливу на показники надійності системи таких факторів: різних видів законів розподілу часу до відмови; неоднозначності роботи елементів системи; післядії відмов.

Завдання – визначити:

- імовірність $P_{i,np}(t)$ середнього часу $T_{1i,np}$ безвідмовної роботи елементів з урахуванням часу їх простою;

- імовірність безвідмовної роботи системи без урахування і з урахуванням часу простою елементів $P_c(t)$ і $P_{c,np}(t)$ відповідно;

- імовірності безвідмовної роботи $P_c(t)$ і $P_{c,np}(t)$ у вигляді таблиць значень і графіків;

- середній час безвідмовної роботи системи без урахування і з урахуванням часу простою елементів T_1 , $T_{1,np}$.

Вихідні дані:

- структурна схема технічної системи;
- n – кількість елементів системи;
- T – період роботи системи;
- $P_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елементів, $i = 1, 2, ..., n$;
- $[a_i, b_i]$ – інтервал часу роботи елементів на періоді τ, $i = 1, 2, ..., n$;
- t – час роботи системи.

Короткі теоретичні положення

На періоді τ елементи системи працюють не одночасно. Розглянемо функціонування одного елемента. Нехай на інтервалі часу від a до b елемент працює, а поза цим інтервалом – простоює. На наступному періоді тривалістю τ елемент працює на інтервалі від $\tau + a$ до $\tau + b$ і простоює поза цим інтервалом і т. д. Виключення елемента не впливає на його надійність. Нехай $P(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елемента в разі, коли він працює безперервно. Оцінимо його надійність за умови, що елемент може простоювати на заданих інтервалах часу. У посібнику [5, гл. 2] було наведено загальний вираз імовірності безвідмовної роботи елемента $P_{np}(t)$ при наявності інтервалів простою. Для нашого випадку отримаємо

$$P_{np}(t)=\begin{cases}1, \quad \text{при} \quad 0<t\le a;\\ P\left(t-k\left(\tau-b+a\right)-a\right), \quad \text{при} \quad k\tau+a<t\le k\tau+b, \quad k=0,1,2,...;\\ P\left(k\left(b-a\right)\right), \quad \text{при} \quad \left(k-1\right)\tau+b<t\le k\tau+a, \quad k=1,2,...\end{cases} \tag{5.1}$$

Співвідношення (5.1) визначає новий закон розподілу часу роботи елемента з урахуванням його простою. Закон $P_{np}(t)$ має на три параметри більше, ніж $P(t)$.

Середній час безвідмовної роботи обчислимо на основі формули (5.1). Інтегруючи $P_{np}(t)$, одержимо

$$T_{1,np}=\int_0^\infty P_{np}\left(t\right)dt=a+\sum_{k=0}^{\infty}\int_{k\tau+a}^{k\tau+b}P(t-k\left(\tau-b+a\right)dt+$$

$$+\sum_{k=1}^{\infty}\int_{\left(k-1\right)\tau+b}^{k\tau+a}P(k(b-a))dt=a+\sum_{k=0}^{\infty}\int_{k(b-a)}^{\left(k+1\right)\left(b-a\right)}P\left(t\right)dt+$$

$$+\left(\tau-b+a\right)\sum_{k=1}^{\infty}P\left(k\left(b-a\right)\right)=\int_0^\infty P\left(t\right)dt+a+\left(\tau-b+a\right)\sum_{k=1}^{\infty}P\left(k\left(b-a\right)\right).$$

Звідси

$$T_{1,np}=T_1+a+\left(\tau-b+a\right)\sum_{k=1}^{\infty}P\left(k\left(b-a\right)\right), \tag{5.2}$$

де T_1 – середній час безвідмовної роботи елемента в разі його безперервної роботи.

Зокрема для експоненціального розподілу з параметром λ отримаємо

$$T_{1,np} = \frac{1}{\lambda} + a + \left(\tau - b + a\right)\sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda k (b-a)} = \frac{1}{\lambda} + a + \frac{\tau - b + a}{e^{\lambda(b-a)} - 1}, \quad (5.3)$$

З формули (5.3) випливає, що підвищити середній час безвідмовної роботи елемента можна не тільки шляхом зменшення інтенсивності відмови λ, але також і шляхом збільшення часу його простою за рахунок зменшення величини $b - a$. Якщо ж $a = 0$, то виграш за середнім часом безвідмовної роботи дорівнюватиме

$$G_{T_1} = \frac{T_{1,np}}{T_1} = 1 + \frac{\lambda\left(\tau - b + a\right)}{e^{\lambda(b-a)} - 1}. \quad (5.4)$$

Чисельне значення виграшу за критерієм T_1 при $\tau = 10$ год наведено в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Виграш за середнім часом безвідмовної роботи залежно від λ і часу роботи елемента $b - a$

λ, год$^{-1}$	$b - a$, год				
	10	8	6	4	2
0,1	1,00	1,16	1,49	2,22	4,61
0,01	1,00	1,24	1,65	2,47	4,96
0,001	1,00	1,25	1,66	2,50	5,00
0,0001	1,00	1,25	1,67	2,50	5,00

З таблиці видно на величину $T_{1,np}$ впливає не тільки надійність елемента, але і збільшення часу його простою, коли елемент не витрачає свій ресурс надійності.

Розглянемо систему, яка складається з n елементів, що мають інтервали простою. Для кожного елемента системи ці інтервали мають різну тривалість на періоді τ. Тоді час до відмови елементів завжди має неекспоненціальний розподіл, що виражається формулою (5.1).

Оцінювання надійності такої системи здійснюється методами, які враховують довільний характер часу до відмови елементів. Ці методи розглянуті в посібнику [5, гл. 6]. Імовірність безвідмовної роботи нерезервованої системи, що складається з n

елементів, дорівнює $P_c(t)=1-\prod_{i=0}^{n} P_i(t)$; імовірність безвідмовної роботи резервованої системи кратності m з постійним резервом дорівнює $P_c(t)=1-\prod_{i=0}^{m}\left(1-P_i(t)\right)$ і т. д. [3, 4, 5].

Програма та методика досліджень

Структурна схема розрахунку надійності зображена на рисунку 5.1. Вона складається з n = 4 елементів і являє собою загальне резервування з постійно включеним резервом.

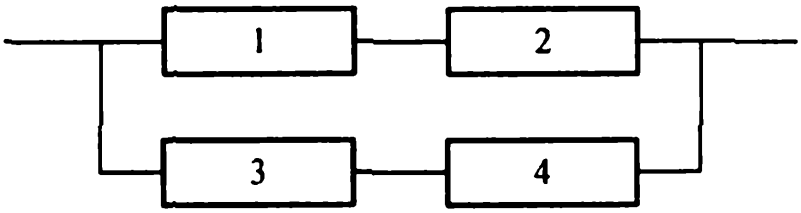

Рисунок 5.1 – Схема розрахунку надійності

Час роботи елементів до відмови є випадковим і підпорядкований експоненціальному закону розподілу з параметром λ = 0,002 год$^{-1}$. Період роботи, що складається з інтервалів роботи і простою кожного елемента, дорівнює τ = 10 год. Час роботи елементів на кожному періоді наведено в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2 – Час роботи елементів

Номер елемента	1	2	3	4
Інтервал роботи	[0; 5]	[2; 3]	[5; 8]	[0; 7]

На решту періоду τ елементи виключені з роботи.

Розв’язання. Імовірність безвідмовної роботи кожного елемента має вигляд $P(t)=e^{-\lambda t}$. Тому, якби всі елементи системи працювали безперервно, то ймовірність безвідмовної роботи системи дорівнювала б

$$P_c(t)=1-\left(1-e^{-2\lambda t}\right)^2.$$

За формулою (5.1) знайдемо ймовірність безвідмовної роботи елементів з урахуванням простою:

$$P_{1,пр}(t) = \begin{cases} P(t-5k), & при \quad 10k < t \le 10k+5, k = 0,1,2,...; \\ P(5k), & при \quad 10(k-1)+5 < t \le 10k, k = 1,2,..., \end{cases} \tag{5.5}$$

$$P_{2,пр}(t) = \begin{cases} 1, & при \quad 0 < t \le 2; \\ P(t-9k-2), & при \quad 10k+2 < t \le 10k, k = 0,1,2,..., \\ P(k), & при \quad 10(k-1)+3 < t \le 10k+2, k = 1,2,... \end{cases} \tag{5.6}$$

$$P_{3,пр}(t) = \begin{cases} 1, & при \quad 0 < t \le 5; \\ P(t-7k-5), & при \quad 10k+5 < t \le 10k+8, k = 0,1,2,..., \\ P(3k), & при \quad 10(k-1)+8 < t \le 10k+5, k = 1,2,... \end{cases} \tag{5.7}$$

$$P_{4,пр}(t) = \begin{cases} P(t-3k), & при \quad 10k < t \le 10k+7, k = 0,1,2,...; \\ P(7k), & при \quad 10(k-1)+7 < t \le 10k, k = 1,2,..., \end{cases} \tag{5.8}$$

На основі структурної схеми визначимо ймовірність безвідмовної роботи системи з урахуванням простою елементів. Імовірність безвідмовної роботи нерезервованої підсистеми, що складається з елементів 1 і 2, дорівнює добутку їх ймовірностей безвідмовної роботи. Тоді $P_{1,пр}(t) = P_{1,2,пр}(t) \cdot P_{2,пр}(t)$. Імовірність безвідмовної роботи резервної підсистеми дорівнює $P_{3,4,пр}(t) = P_{3,пр}(t) \cdot P_{4,пр}(t)$. Тому ймовірність безвідмовної роботи всієї системи з урахуванням часу простою елементів дорівнює

$$P_{c,пр}(t) = 1 - \left(1 - P_{1,\text{пр}}(t) P_{2,\text{пр}}(t)\right)\left(1 - P_{3,\text{пр}}(t) P_{4,\text{пр}}(t)\right). \tag{5.9}$$

Таблицю значень і графіки ймовірностей безвідмовної роботи елементів і систем отримаємо в Microsoft Excel. В комірках A1:I1 записуються заголовки стовпців. У колонці A розміщується час *t*, що змінюється від 0 до 500 год з кроком

5 год. У комірку B2 записується відношення поточного часу роботи системи до періоду τ = 10:

B2 = A2 / 10.

У комірці C2 розміщується значення k як ціле від ділення t на τ:

C2 = ЦЕЛОЕ(B2).

У комірках D2:G2 містяться формули (5.5) - (5.8) для обчислення ймовірностей безвідмовної роботи елементів:

D2 = ЕСЛИ(B2 <= C2 + 0,5; EXP(-0,002*(A2 - 5*C2));
EXP(-0,002*5*(C2 + 1))),

E5 = ЕСЛИ(B5 > C5 + 0,2 & B5 <=C5 + 0,3;
EXP(-0,002*(A5 - 9*C5 - 2)); EXP(-0,002*(C5 + 1))),

F8 = ЕСЛИ(B8 > C8 + 0,5 & B8 <= C8 + 0,8;
EXP(-0,002*(A8 - 7*C8 - 5)); EXP(-0,002*3*(C8 + 1))),

G2 = ЕСЛИ(B2 <= C2 + 0,7; EXP(-0,002*(A2 - 3*C2));
EXP(-0,002*7*(C2 + 1))).

Зауважимо, що для 2-го і 3-го елементів розрахункові формули записуються, починаючи з комірок E5 і F8, оскільки в попередніх комірках значення функцій дорівнюють одиниці.

Комірки H2 і I2 містять формули (5.9) і (5.4) для обчислення ймовірностей безвідмовної роботи системи при наявності і відсутності інтервалів простою елементів:

H2 = 1 - (1 - D2*E2)*(1 - F2*G2),
I2 = 1 - (1 - EXP(-0,004*A2))^2.

Потім отримані формули протягуються на весь блок комірок, що розраховуються. Результати табулювання функцій містяться в таблиці 5.3.

Таблиця 5.3 – Розрахунок імовірностей безвідмовної роботи елементів і системи

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	t	t/10	k	P1	P2	P3	P4	РСП	PC
2	0	0	0	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1	1
3	5	0,5	0	0,99005	1,00000	1,00000	0,99005	0,999901	0,99608
4	10	1	1	0,99005	1,00000	1,00000	0,98610	0,999862	0,998463
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
102	500	50	50	0,60653	0,90303	0,73639	0,49659	0,713106	0,252355

Графічна ілюстрація таблиці наведена на рисунках 5.2 і 5.3. На рисунку 5.2 показані графіки ймовірностей безвідмовної роботи елементів. Звернемо увагу на те, що надійність елементів за критерієм *P(t)* визначається часом їх роботи. Чим менше цей час, тим надійнішим виявляється елемент. Найнадійнішим є 2-й елемент, що працює на періоді 1 год, 3-й елемент працює 3 год, 1-й елемент – 5 год, а 4-й – 7 год.

На рисунку 5.3 наведені графіки ймовірностей безвідмовної роботи системи простою елементів і при наявності простоїв.

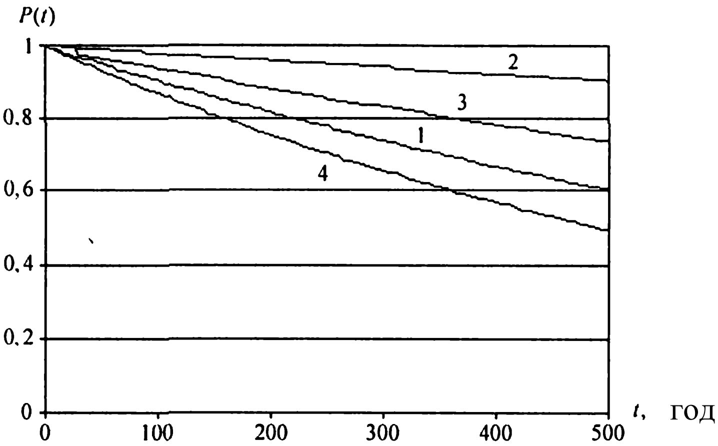

Рисунок 5.2 – Імовірності безвідмовної роботи елементів

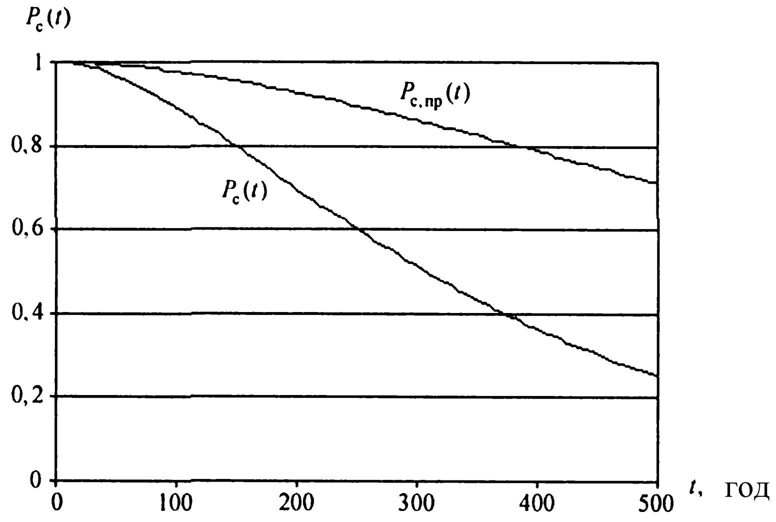

Рисунок 5.3 – Імовірність безвідмовної роботи системи для випадків безперервної і неодночасної роботи елементів

З графіків випливає, що $P_c(t)$ значно менше, ніж $P_{с,пр}(t)$, тобто наявність простою в елементів підвищує надійність системи.

Обчислимо середній час безвідмовної роботи елементів і системи. Середній час безвідмовної роботи елементів без урахування часу простою дорівнює $T_1 = \frac{1}{\lambda} = 500$ год.

Використовуючи формулу (5.4), знайдемо середній час безвідмовної роботи системи без урахування часу простою елементів:

$$T_{1,c} = \int_0^\infty P_c(t)dt = \int_0^\infty \left(1-\left(1-e^{-2\lambda t}\right)^2\right)dt = \frac{2}{2\lambda} - \frac{1}{4\lambda} = \frac{3}{4\lambda} = 375 \text{ год.}$$

Середній час безвідмовної роботи елементів з урахуванням часу їх простою визначимо зі співвідношення (5.3):

$$T_{1,\text{пр}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{5}{e^{5\lambda}-1} = 500 + \frac{5}{e^{5\cdot 0{,}002}-1} = 997{,}5 \text{ год;}$$

$$T_{2,\text{пр}} = \frac{1}{\lambda} + 2 + \frac{9}{e^{\lambda} - 1} = 502 + \frac{9}{e^{0,002} - 1} = 4997,5 \text{ год};$$

$$T_{3,\text{пр}} = \frac{1}{\lambda} + 5 + \frac{7}{e^{3\lambda} - 1} = 505 + \frac{7}{e^{3\cdot 0,002} - 1} = 1668,2 \text{ год};$$

$$T_{4,\text{пр}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{3}{e^{7\lambda} - 1} = 500 + \frac{3}{e^{7\cdot 0,002} - 1} = 712,8 \text{ год.}$$

Середній час безвідмовної роботи системи з урахуванням часу простою елементів визначимо на основі табличних даних, за формулою трапецій:

$$T_{\text{с,пр}} \approx 1030 \text{ год.}$$

На основі отриманих результатів можна зробити такі висновки:

- закон розподілу часу безвідмовної роботи елементів і системи істотно залежить від того, як довго елементи знаходяться у вимкненому стані;
- надійність системи за ймовірністю *P(t)* значно вище, якщо на певних інтервалах часу елементи простоюють, причому з плином часу різниця $P_{\text{пр}}(t) - P(t)$ буде збільшуватися;
- наявність інтервалів простою елементів підвищує також середній час безвідмовної роботи системи, що в нашому випадку збільшилася з 375 до 1030 год, тобто майже в три рази.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ 5

Виконати аналіз надійності елементів і системи при безперервній одночасній роботі елементів. Структурні схеми наведені на рисунку 5.4, а варіанти завдань – у таблиці 5.4.

Період роботи для всіх варіантів τ = 10 год.

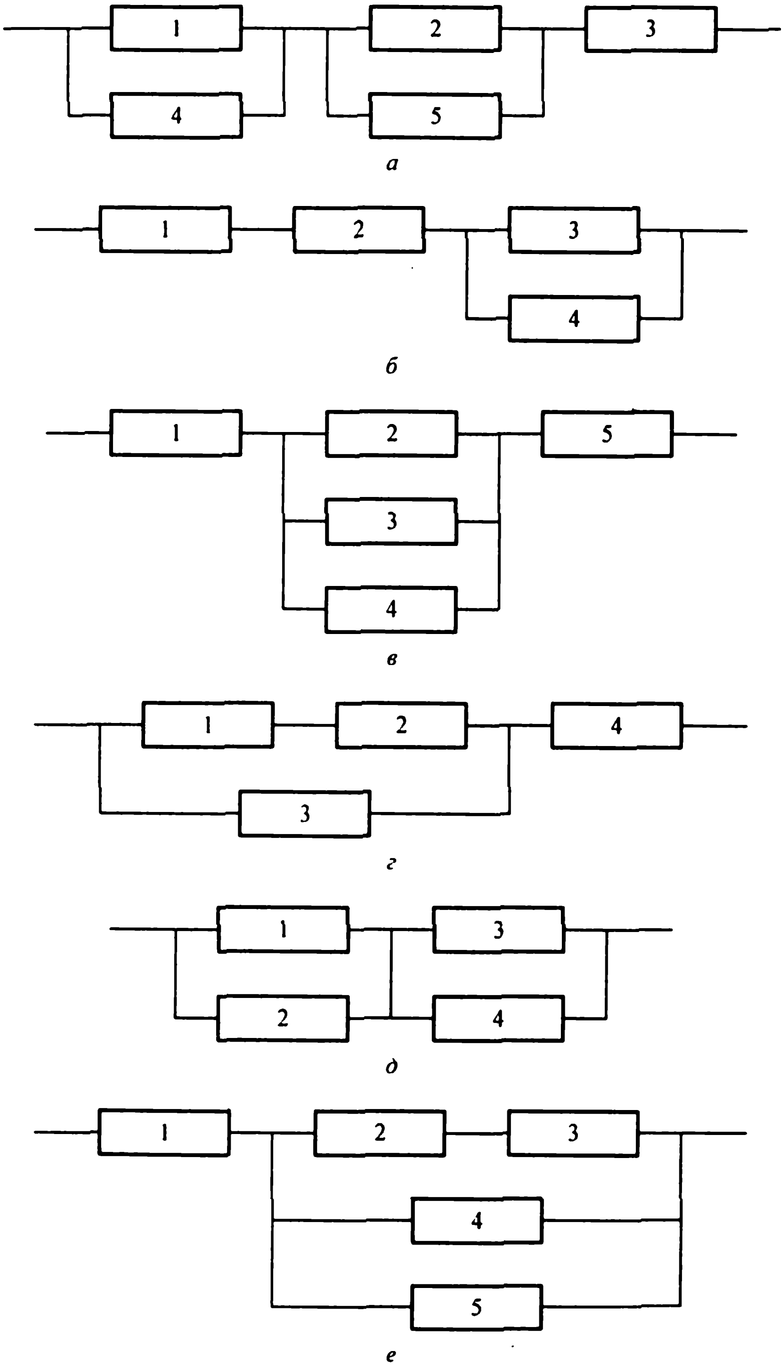

Рисунок 5.4 – Схеми розрахунку надійності

У таблиці прийняті такі позначення законів розподілу:
Exp – експоненціальний;
U – рівномірний;
Г – гамма;
TN – усічений нормальний;
R – Релея;
W – Вейбулла;

N – нормальний.

У дужках вказані параметри розподілів.

Таблиця 5.4 – Варіанти завдань

Варіант	Схема	Закон розподілу	Інтервали роботи елементів				
			1	2	3	4	5
1	Рис. 5.4, е	Exp(0,005)	[3; 9]	[6; 10]	[0; 3]	[0; 4]	[2; 7]
2	Рис. 5.4, в	N(300; 50)	[0; 8]	[5; 6]	[0; 2]	[3; 4]	[9; 10]
3	Рис. 5.4, а	U(100; 200)	[1; 6]	[2; 8]	[1; 3]	[0; 7]	[2; 4]
4	Рис. 5.4, б	Exp(0,007)	[1; 5]	[5; 10]	[3; 6]	[0; 5]	
5	Рис. 5.4, г	Exp(0,001)	[5; 7]	[0; 8]	[0; 3]	[2; 4]	
6	Рис. 5.4, д	TN(200; 70)	[2; 6]	[0; 7]	[1; 5]	[1; 4]	
7	Рис. 5.4, г	Г(3; 150)	[0; 9]	[4; 7]	[1; 3]	[3; 4]	
8	Рис. 5.4, б	Exp(0,003)	[8; 9]	[6; 7]	[0; 4]	[3; 8]	
9	Рис. 5.4, а	W(1,8; 220)	[1; 4]	[4; 10]	[1; 3]	[0; 4]	[0; 7]
10	Рис. 5.4, е	R(0,00018)	[3; 6]	[6; 8]	[0; 8]	[3; 4]	[2; 8]
11	Рис. 5.4, в	Exp(0,004)	[2; 5]	[0; 6]	[0; 3]	[1; 4]	[0; 3]
12	Рис. 5.4, д	TN(160; 50)	[3; 7]	[7; 10]	[3; 5]	[0; 6]	
13	Рис. 5.4, б	U(300; 500)	[4; 9]	[0; 6]	[3; 8]	[3; 4]	
14	Рис. 5.4, в	TN(220; 80)	[8; 9]	[5; 8]	[0; 8]	[0; 8]	[1; 9]
15	Рис. 5.4, а	N(300; 90)	[0; 7]	[7; 8]	[5; 9]	[0; 7]	[2; 3]
16	Рис. 5.4, е	Г(2; 270)	[3; 7]	[0; 5]	[0; 5]	[1; 4]	[6; 8]
17	Рис. 5.4, г	Exp(0,002)	[8; 9]	[6; 9]	[1; 3]	[0; 7]	
18	Рис. 5.4, д	W(2,3; 240)	[0; 5]	[2; 4]	[0; 6]	[0; 6]	
19	Рис. 5.4, а	U(340; 400)	[3; 4]	[0; 5]	[2; 3]	[8; 10]	[3; 5]
20	Рис. 5.4, г	Exp(0,003)	[0; 8]	[5; 8]	[1; 3]	[0; 6]	
21	Рис. 5.4, б	N(190; 60)	[7; 9]	[6; 10]	[1; 5]	[0; 5]	
22	Рис. 5.4, е	Г(3; 180)	[2; 6]	[0; 3]	[1; 3]	[0; 9]	[1; 6]
23	Рис. 5.4, в	Exp(0,008)	[5; 9]	[0; 5]	[2; 8]	[3; 4]	[2; 8]
24	Рис. 5.4, д	W(3; 200)	[4; 7]	[6; 7]	[2; 8]	[0; 5]	
25	Рис. 5.4, а	U(150; 200)	[3; 9]	[0; 4]	[0; 7]	[2; 4]	[3; 7]
26	Рис. 5.4, д	TN(280; 60)	[5; 8]	[5; 8]	[0; 7]	[0; 8]	
27	Рис. 5.4, е	N(150; 40)	[6; 8]	[0; 8]	[1; 6]	[2; 4]	[0; 7]
28	Рис. 5.4, в	Г(2; 230)	[8; 9]	[0; 3]	[2; 3]	[6; 8]	[0; 5]
29	Рис. 5.4, г	Г(2; 100)	[0; 9]	[0; 5]	[3; 4]	[5; 8]	
30	Рис. 5.4, б	W(2,4; 250)	[3; 6]	[0; 6]	[0; 6]	[2; 4]	

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6. Аналіз впливу профілактики на надійність технічної системи

Мета роботи – оцінити вплив профілактики на надійність технічної системи.

Завдання – визначити:

- математичне очікування T_1 середньоквадратичного відхилення σ_1 часу безвідмовної роботи системи без профілактики;
- математичне очікування $T_{в1}$ середньоквадратичного відхилення $\sigma_{в1}$ часу відновлення системи без профілактики.

Визначити показники надійності системи без профілактики:

- $K_{г1}$, T, $T_в$;
- функцію готовності системи $K_{г1}(t)$;
- середню сумарну кількість відмов системи $M_1(t)$;
- середнє сумарне напрацювання системи $m_1(t)$ за час t.

Визначити для системи з профілактикою:

- коефіцієнт готовності $K_{гс}$, напрацювання на відмову $T_с$ і середній час відновлення $T_{вс}$;
- залежність коефіцієнта готовності системи від частоти профілактики для різних значень часу її проведення у вигляді таблиці і графіка;
- оптимальне значення частоти профілактики $T_{2опт}$, при якій коефіцієнт готовності системи $K_{гс}$ перевищує коефіцієнт готовності $K_{г1}$ системи без профілактики і має при цьому найбільше значення.

Вихідні дані:

- закон розподілу часу безвідмовної роботи системи і його параметри;
- закон розподілу часу відновлення системи і його параметри;
- T_2 – середній час між черговими профілактиками, в годинах;
- $T_{в2}$ – середній час проведення профілактик, в годинах.

Короткі теоретичні положення

Профілактика застосовується з метою продовження періоду експлуатації системи. Середнє напрацювання на відмову $T_с$, середній час відновлення $T_{вс}$ і коефіцієнт готовності $K_{гс}$ обчислюються за формулами:

$$T_c = \frac{m_1(T_2)}{M_1(T_2) + K_{Г1}(T_2)}; \qquad (6.1)$$

$$T_{вс} = \frac{T_{в1}M_1(T_2) + T_{в2}K_{Г1}(T_2)}{M_1(T_2) + K_{Г1}(T_2)}; \qquad (6.2)$$

$$K_{гс} = \frac{m_1(T_2)}{m_1(T_2) + T_{в1}M_1(T_2) + T_{в2}K_{Г1}(T_2)}, \qquad (6.3)$$

де T_2 – час між профілактиками;

$T_{в2}$ – час проведення профілактики;

$K_{г1}(T_2)$ – функція готовності системи в момент часу T_2;

$m_1(T_2)$ – середнє сумарне напрацювання системи протягом часу T_2;

$M_1(T_2)$ – середня сумарна кількість відмов системи протягом часу T_2.

З наведених співвідношень випливає, що для системи з постійною інтенсивністю відмов проведення профілактики виявляється зайвим, більш того, воно навіть зменшує коефіцієнт готовності системи. Тому проведення профілактик в цьому випадку шкідливе. Профілактичні роботи можуть бути вигідні тільки для систем з неекспоненціальним законом розподілу часу до відмови. Критерієм такої вигоди є виконання нерівності

$$K_{гс} \geq \frac{T_1}{T_1 + T_{в1}}. \qquad (6.4)$$

Якщо для заданих значень T_2 і $T_{в2}$ нерівність (6.4) має місце, то проведення профілактики доцільне. Якщо ця нерівність виявляється неправильною, то профілактика лише зменшує готовність системи. У цьому випадку треба з’ясувати два питання:

- чи існує частота профілактики, для якої справедлива нерівність (6.4);

- при позитивній відповіді на перше питання визначити оптимальний час між профілактиками $T_{2опт}$, для якого коефіцієнт готовності системи досягає максимального значення.

За формулами (6.1) – (6.3) можна розрахувати показники надійності без використання математичних пакетів тільки для випадку постійних інтенсивностей відмов і відновлень системи. Однак якраз при цьому застосовувати профілактику і не потрібно [2, 3].

Вихідними даними є параметри розподілів. Відповідні формули містяться в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Зв’язок параметрів розподілів з першими двома моментами

Розподіл	m	σ
Експоненціальний Exp(λ)	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$
Рівномірний $U(a, b)$, $a \geq 0$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$
Гамма Γ(α, β)	$\alpha\beta$	$\sqrt{\alpha}\beta$
Усічений нормальний TN(m_0, σ_0)	$m_0 + k\sigma_0$	$\sigma_0\sqrt{1+k\frac{m_0}{\sigma_0}-k^2}$, $k=\frac{c}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{m_0^2}{2\sigma_0^2}}$, $C=\left(0,5+\Phi_0\left(\frac{m_0}{\sigma_0}\right)\right)^{-1}$
Релея R(λ)	$\sqrt{\frac{\pi}{4\lambda}}$	$\sqrt{\frac{4-\pi}{4\lambda}}$
Вейбулла W(α, β)	$\beta\Gamma\left(1+1/\alpha\right)$	$\beta\sqrt{\Gamma\left(1+2/\alpha\right)-\Gamma^2\left(1+2/\alpha\right)}$
Нормальний N(m, σ) $m > 3\sigma$	m	σ
Примітка – $\Phi_0(t)$ – функція Лапласа, $\Gamma(t)$ – гамма-функція		

Програма та методика досліджень

Припустимо, що час роботи системи до відмови підпорядковано розподілу Вейбулла з параметрами $\alpha = 3$, $\beta = 100$ год. Час відновлення системи має експоненціальний розподіл з параметром $\lambda = 0{,}05$ год$^{-1}$. Середній час між черговими профілактиками $T_2 = 120$ году, середній час проведення профілактик $T_{в2} = 1$, 3 і 5 год (розглянути три варіанти).

Розв'язання. Для проведення розрахунків використаємо формули зв'язку початкових моментів з параметрами розподілів. За таблицею 6.1 знаходимо математичне очікування часу безвідмовної роботи системи:

$$m = \beta \Gamma\left(1+1/\alpha\right) = 100 \cdot \Gamma\left(1+1/3\right) = 100 \cdot \Gamma\left(1{,}3333\right) .$$

Середнє квадратичне відхилення часу безвідмовної роботи

$$\sigma = \beta\sqrt{\Gamma\left(1+2/\alpha\right) - \Gamma^2\left(1+2/\alpha\right)} = 100\sqrt{\Gamma\left(1+2/3\right) - \Gamma^2\left(1+1/3\right)} =$$
$$= 100\sqrt{\Gamma\left(1{,}6667\right) - \Gamma^2\left(1{,}3333\right)} .$$

Обчислення значення гамма-функції легко виконати в програмі Excel.

Для цього в комірки А1 і А2 запишемо такі вирази:

А1 = EXP (ГАММАНЛОГ(1,3333)),

А2 = EXP (ГАММАНЛОГ(1,6667)).

Тоді в цих комірках отримаємо

Г(1,3333) = 0,8930, Г(1,6667) = 0,9028.

Отже,

$$T_1 = 100 \cdot \Gamma\left(1{,}3333\right) = 89{,}3 \text{ год},$$
$$\sigma_1 = 100\sqrt{\Gamma\left(1{,}6667\right) - \Gamma^2\left(1{,}3333\right)} = 32{,}5 \text{ год}.$$

Середній час відновлення системи дорівнює $T_{в1} = \dfrac{1}{\lambda} = 20$ год.

Таке саме і значення $\sigma_{в1}$.

Обчислимо коефіцієнт готовності системи без профілактики:

$$K_{Г1} = \frac{T_1}{T_1 + T_{в1}} = \frac{89,3}{89,3 + 20} = 0,8170 \cdot$$

Показники надійності системи при різному часі проведення профілактики наведені в таблиці 6.2.

Таблиця 6.2 – Стаціонарні показники надійності системи

Показники надійності	Без профілактики	З профілактикою		
		$T_{в2}$ = 1 год	$T_{в2}$ = 3 год	$T_{в2}$ = 5 год
$K_{г}$	0,8170	0,8540	0,8435	0,8332
$T_{с}$, год	89,3	64,6	64,6	64,6
$T_{вс}$, год	20	11,05	11,99	12,93

З таблиці випливає, що профілактика помітно підвищує коефіцієнт готовності системи для широкого діапазону часу її проведення. Якщо час профілактики дорівнює 1 год, то виграш складе

$$G_{K_{Г1}} = \frac{0,8540 - 0,8170}{0,8170} \cdot 100\% = 4,5\% .$$

Напрацювання на відмову не залежить від часу профілактики. Це зрозуміло з фізичних міркувань, а також з таблиці і з формули (6.1). Оскільки після профілактики система оновлюється, то час її відновлення скорочується, а за рахунок цього відбувається збільшення коефіцієнта готовності. Зменшення часу відновлення системи $T_{вс}$ випливає з формули (6.2), якщо $T_{в2}$ менше $T_{в1}$.

На рисунках 6.1 – 6.3 зображені графіки узагальнених показників. Функція готовності (рисунок 6.1) має коливальний характер. За час 120 год вона ще не увійшла в стаціонарний режим і досить далека від коефіцієнта готовності, що дорівнює $K_{г1}$ = 0,8170. У момент часу 120 год крива знаходиться нижче свого граничного значення.

Середня сумарна кількість відмов (рисунок 6.2) і середнє сумарне напрацювання мають зростаючий характер. Відношення $T_1(t) = \dfrac{m_1(t)}{M_1(t)}$ характеризує середнє напрацювання системи протягом часу t. Граничне значення $T_1(t)$ збігається з напрацюванням на відмову T_1.

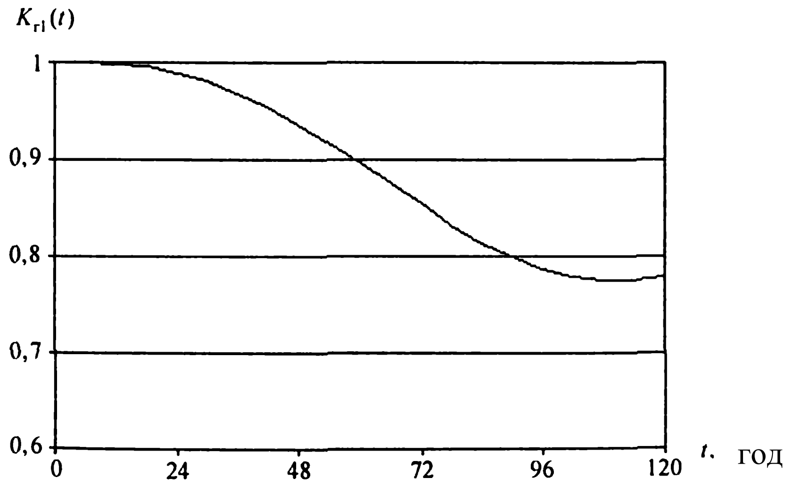

Рисунок 6.1 – Функція готовності системи

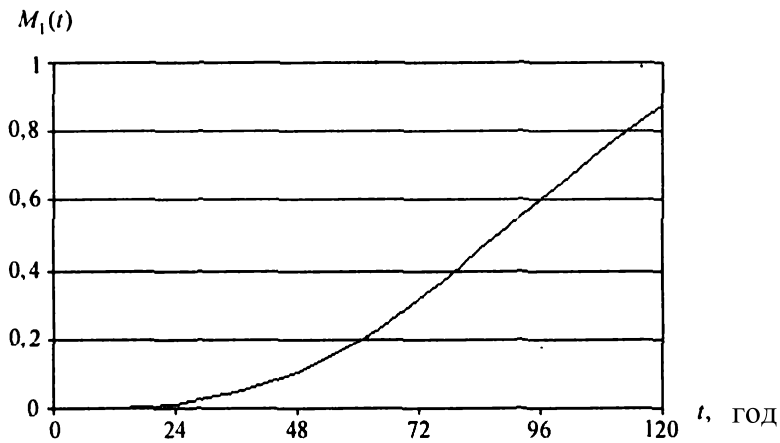

Рисунок 6.2 – Середня сумарна кількість відмов системи

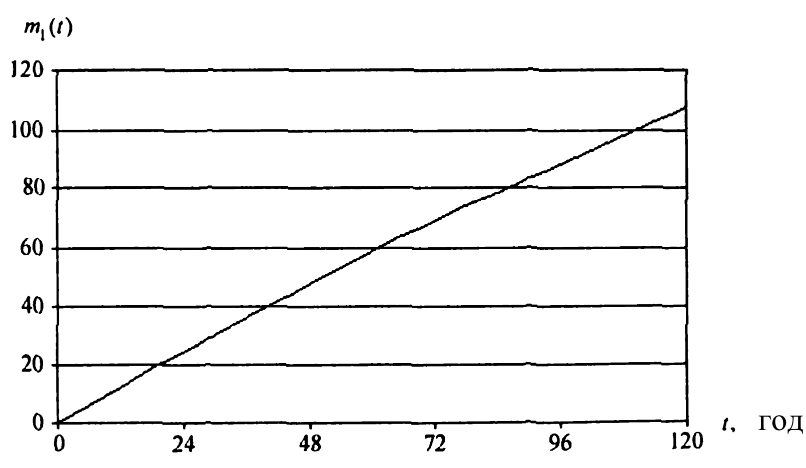

Рисунок 6.3 – Середнє сумарне напрацювання системи

Визначимо залежність коефіцієнта готовності системи від частоти профілактики. Для цього перерахуємо рядки таблиці 6.3 за формулою (6.3). Отримаємо таблицю 6.4.

Таблиця 6.4 – Коефіцієнт готовності системи при різних значеннях T_2 і $T_{в2}$

T_2, год	$T_{в2}$ = 1 год	$T_{в2}$ = 3 год	$T_{в2}$ = 5 год
0	0	0	0
6	0,856672	0,666404	0,545294
12	0,920747	0,798369	0,704705
18	0,941785	0,852854	0,779268
24	0,949779	0,880618	0,820846
30	0,951695	0,895665	0,845867
36	0,949837	0,903248	0,861015
42	0,945539	0,906094	0,869808
48	0,932039	0,905612	0,874135
54	0,932039	0,90274	0,875228
60	0,923721	0,89814	0,873937
66	0,914891	0,892388	0,870965
72	0,905861	0,88592	0,866837
78	0,896932	0,879123	0,862008
84	0,88836	0,87232	0,85685
90	0,880408	0,865826	0,85172
96	0,873225	0,859836	0,846853
102	0,866947	0,854528	0,842459
108	0,861658	0,850019	0,83869
114	0,857369	0,846358	0,835625
120	0,854029	0,843523	0,833272

Графічна ілюстрація таблиці 6.4 дана на рисунку 6.4.

Кожна крива, зображена на рисунку, має точку максимуму. Це означає, що існує оптимальна точка, в якій коефіцієнт готовності максимальний. Для різного часу профілактики оптимальна точка $T_{2опт}$ і найбільше значення $K_{г1}$, наведені в таблиці 6.5.

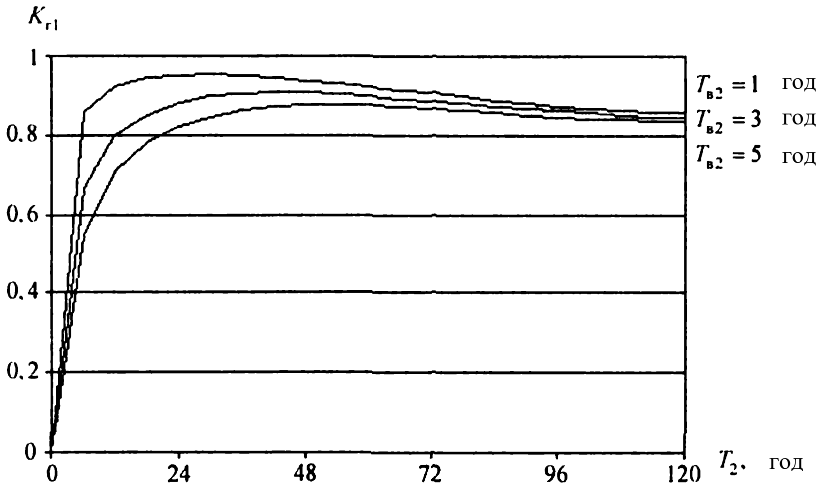

Рисунок 6.4 – Коефіцієнт готовності системи залежно від частоти і глибини профілактики

Таблиця 6.5 – Оптимальний план профілактики

Час проведення профілактики	$T_{2опт}$, год	$K_{г1}$ (макс)
$T_{в2}$ = 1 год	30	0,9517
$T_{в2}$ = 3 год	42	0,9061
$T_{в2}$ = 5 год	54	0,8752

Оптимальна частота профілактики отримана тут наближено, оскільки таблиця 6.4 розрахована з кроком 6 год.

Проведені розрахунки й отримані результати дозволяють зробити такі висновки:

- система, що має експоненціальний час до відмови, профілактики не потребує; профілактика робить негативний вплив на коефіцієнт готовності системи;
- для систем зі змінною інтенсивністю відмови профілактика може дати відчутний виграш за середнім часом відновлення і коефіцієнтом готовності;
- профілактика веде до скорочення напрацювання на відмову;
- на основі відомих законів розподілу часу до відмови і відновлення можна визначити частоту і глибину профілактики.

ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ 6

Потрібно оцінити вплив профілактики на надійність системи відповідно до свого варіанта.

У таблиці варіантів завдань (таблиця 6.6) прийняті такі позначення законів розподілу часу до відмови і часу відновлення:

R – Релея;

N – нормальний;

U – рівномірний;

W – Вейбулла;

Г – гамма;

TN – усічений нормальний;

Exp – експоненціальний.

У дужках вказані параметри закону для даного варіанта завдання.

Таблиця 6.6 – Варіанти завдань

Варіант	Закон розподілу		T_2	$T_{в2}$
	часу до відмови	часу відновлення		
1	2	3	4	5
1	R(0,006)	Exp(0,1)	60	1, 3, 5
2	N(300; 15)	Exp(0,06)	200	1, 3, 5
3	U(200; 250)	Exp(0,13)	200	1, 3, 5
4	W(2; 220)	Exp(0,16)	180	1, 3, 5
5	Г(3,5; 110)	Exp(0,025)	300	1, 3, 5
6	UN(200; 12)	Exp(0,08)	190	1, 3, 5
7	Г(3; 125)	Exp(0,1)	270	1, 3, 5
8	R(0,002)	Exp(0,06)	100	1, 3, 5
9	W(1,8; 220)	Exp(0,08)	170	1, 3, 5
10	R(0,008)	Exp(0,11)	50	1, 3, 5
11	Г(3,2; 150)	Exp(0,08)	400	1, 3, 5
12	TN(320; 30)	Exp(0,12)	320	1, 3, 5
13	U(300; 400)	Exp(0,04)	290	1, 3, 5
14	UN(220; 10)	Exp(0,07)	340	1, 3, 5
15	N(300; 14)	Exp(0,09)	230	1, 3, 5
16	Г(2; 270)	Exp(0,06)	400	1, 3, 5
17	TN(270; 15)	Exp(0,03)	290	1, 3, 5

Продовження таблиці 6.6

1	2	3	4	5
18	W(2,3; 240)	Exp(0,1)	200	1, 3, 5
19	U(340; 400)	Exp(0,05)	310	1, 3, 5
20	R(0,004)	Exp(0,03)	80	1, 3, 5
21	N(190; 6)	Exp(0,08)	160	1, 3, 5
22	Γ(3; 170)	Exp(0,11)	500	1, 3, 5
23	N(400; 20)	Exp(0,085)	350	1, 3, 5
24	W(3; 200)	Exp(0,15)	150	1, 3, 5
25	U(150; 200)	Exp(0,075)	160	1, 3, 5
26	TN(280; 12)	Exp(0,06)	210	1, 3, 5
27	N(150; 7)	Exp(0,11)	110	1, 3, 5
28	Γ(2; 300)	Exp(0,075)	430	1, 3, 5
29	Γ(2; 100)	Exp(0,2)	230	1, 3, 5
30	W(2,4; 250)	Exp(0,07)	220	1, 3, 5

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення. Київ : Держстандарт України, 1994. 36 с.

2 Барнік М. А., Афтаназів І. С., Сівак Ш. О. Технологічні методи забезпечення надійності деталей машин. Київ : КИ, 2004. 148 с.

3 Канарчук В. С., Полянський С. К., Дмітрієв М. М. Надійність машин : підручник. Київ : Либідь, 2003. 424 с.

4 Семенов А. А., Мелкумян В. Г. Основи теорії надійності : навч. посіб. Київ : КМУЦА, 1998. 84 с.

5 Васілевський О. М., Поджаренко В. О. Нормування показників надійності технічних засобів : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2010. 129 с.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт

з дисципліни
«*НАДІЙНІСТЬ ЗАЛІЗНИЧНОГО РУХОМОГО СКЛАДУ*»

Відповідальний за випуск Обозний О. М.

Редактор Третьякова К. А,

Підписано до друку 07.07.20 р.

Формат паперу 60х84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 3,0. Тираж 5. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Український державний університет залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 6100 від 21.03.2018 р.