

БУДІВЕЛЬНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка»

**ПОБУДОВА ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ ПРЯМОЇ
З ПЛОЩИНОЮ ТА ВИЗНАЧЕННЯ
НАТУРАЛЬНОЇ ВЕЛИЧИНИ ПЛОЩИНИ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

та варіанти завдань з дисципліни

«ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

Розділ “Нарисна геометрія”

Харків 2012

Методичні вказівки розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри «Нарисна геометрія та комп'ютерна графіка» 25 серпня 2010 р., протокол № 1.

Рекомендуються для студентів 1 курсу факультету УПП денної форми навчання.

Укладачі:

доценти Є.О.Спасібо, В.В.Семенова-Куліш,
старш. викл. В.В. Шимко

Рецензент

доц. Д.І. Мкртичян

ПОБУДОВА ТОЧКИ ПЕРЕТИНУ ПРЯМОЇ
З ПЛОЩИНОЮ ТА ВИЗНАЧЕННЯ
НАТУРАЛЬНОЇ ВЕЛИЧИНИ ПЛОЩИНИ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

та варіанти завдань з дисципліни
«ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»

Розділ “Нарисна геометрія”

Відповідальний за випуск Спасібо Є.О.

Редактор Еткало О.О.

Підписано до друку 08.12.10 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк.0,25. Тираж 100. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейсрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

Вступ

У процесі вивчення курсу нарисної геометрії студенту пропонується виконати розрахунково-графічні роботи (РГР). Виконання цих РГР не тільки дозволяє розвинути здатність самостійно розв'язувати задачі та закріпити знання, отримані на лекціях, а також допоможе оволодіти навичками точного графічного розв'язання просторових геометричних задач метричного та позиційного характеру.

У методичних вказівках наведено розбивання РГР на більш прості задачі та докладне пояснення їх розв'язання.

Наведена схема виконання РГР полегшить роботу студенту і сприятиме своєчасному розв'язанню задач та вивченню матеріалу взагалі. Це стосується таких розділів курсу: перетин прямої з площиною, визначення натуральної величини площини.

Зміст завдання

Дано: площина загального положення ΔABC , пряма загального положення DF .

Визначити та побудувати:

- точку перетину прямої загального положення DF з площиною загального положення ΔABC ;
- видимість прямої DF відносно площини ΔABC ;
- натуральну величину площини ΔABC .

Студент згідно зі своїм варіантом, який визначається за номером прізвища у журналі групи, обирає координати точок A , B , C , D , F з таблиці 1. Координати зазначені в міліметрах.

Таблиця 1

Варіант	Координати														
	А			В			С			D			F		
	x'	y'	z'	x'	y'	z'	x'	y'	z'	x'	y'	z'	x'	y'	z'
1	84	5	10	7	20	2	2	6	5	10	5	3	2	2	7
		4	0	2		0	0	0	0	0	0	0	4	6	0
2	94	2	20	6	10	9	2	4	1	10	2	5	2	8	2
		0		4	0	0	0	0	0	8	3	0	0	0	0
3	10	5	20	6	10	9	2	8	3	96	8	5	2	1	1
	0	0		0		0	4	0	0		0	4	0	6	2
4	82	5	98	7	22	2	1	6	5	10	5	3	2	2	7
		2		2		0	8	0	2	0	0	2	2	6	0
5	92	1	18	6	10	9	2	3	1	11	3	8	2	8	1
		8		4	0	2	0	6	0	2	2	8	0	0	8
6	96	4	16	6	12	8	2	7	2	92	8	5	2	1	1
		8		0		8	4	6	8		0	2	0	6	6
7	80	5	10	7	20	2	2	6	5	96	4	3	2	2	6
		0	0	0		2	0	0	0		8	2	0	4	8
8	94	2	18	6	96	8	2	4	1	11	3	9	2	8	2
		0		0		8	0	0	0	0	0	0	2	4	0
9	10	4	20	6	10	9	2	8	3	96	8	5	2	1	1
	0	8		4		0	0	0	2		0	2	0	8	8
10	82	5	96	7	20	2	2	5	2	78	6	4	2	2	7
		4		2		2	4	8	5		8		2	8	0
11	94	2	16	6	96	9	2	4	8	11	3	8	2	7	1
		0		0		0	0	0		4	2	8	0	8	8
12	10	4	18	5	10	8	2	8	2	10	8	5	1	1	1

	0	8		6		8	4	0	8	0	0	0	8	8	8
13	86	5 0	98	7 0	18	1 8	1 8	6 0	5 0	87	7 7	2 6	2 4	2 4	7 0
14	92	2 0	22	6 4	96	9 2	2 0	4 0	1 0	11	3 2	9 0	1 8	7 8	1 8
15	10 4	5 0	16	6 0	10	9 0	2 6	8 0	2 8	94	8 0	5 2	2 0	2 0	2 0
16	84	5 2	10 0	7 0	20	2 0	2 0	6 4	4 8	10	5 0	2 6	2 6	2 6	6 8
17	94	2 0	18	6 4	96	9 0	2 0	4 0	8	11	3 0	9 0	2 0	8 0	1 8
18	10 0	4 8	20	6 0	10	9 6	2 4	8 4	3 0	96	7 8	5 2	1 6	1 6	1 6
19	80	5 2	10 0	6 8	20	2 0	1 8	6 0	5 0	94	5 2	3 4	2 2	2 4	7 0
20	90	2 0	20	6 0	10 0	9 0	2 0	4 0	1 0	11	3 0	9 0	2 0	8 0	2 0
21	96	5 2	24	6 4	12	8 8	2 2	8 0	3 2	92	7 6	5 4	2 0	1 8	1 6
22	84	5 0	10 0	7 0	20	2 2	1 8	6 0	5 2	10	4 8	3 2	2 6	2 4	7 2
23	10 0	4 8	20	6 0	16	8 6	2 0	8 0	3 0	10	3 0	8 8	1 8	8 0	2 0
24	84	5 2	96	7 0	10	1 8	1 8	6 0	4 8	10	4 8	2 8	2 6	2 6	7 0
25	80	5 0	96	7 2	16	1 8	2 0	5 8	5 0	10	5 2	3 0	2 4	2 4	7 0

26	10 4	5 2	18	6 4	12	9 0	2 4	8 0	3 2	96	8 0	5 0	2 0	2 0	1 2
27	98	2 8	20	6 4	10 0	8 8	1 8	4 0	1 2	11 2	3 2	8 8	2 0	8 0	2 0
28	10 0	4 8	16	6 0	12	9 0	2 4	8 0	2 8	94	8 0	5 2	2 0	1 8	1 6
29	84	5 4	94	7 0	20	1 8	1 6	6 0	5 0	96	4 8	2 8	2 2	2 2	6 8
30	90	1 8	18	3 0	10 0	9 0	2 0	1 8	1 0	11 0	3 0	9 0	2 0	8 0	2 0

$x=x'+N_{\text{гр}}$; $y=y'+N_{\text{гр}}$; $z=z'+N_{\text{гр}}$, де $N_{\text{гр}}$ – номер групи.

Вимоги до виконання

Перший формат РГР з нарисної геометрії передбачає графічне розв'язання позиційної задачі на відносне розташування геометричних образів (прямої лінії та площини) у просторі та розв'язання метричної задачі (визначення натуральної величини площини) в системі двох площин проєкцій Π_1 і Π_2 .

1 Креслення слід виконувати на аркушах креслярського паперу формату А3 (420×297). Аркуш оформлюється рамкою: зліва – поле 20 мм (для підшивки), а з інших сторін – 5 мм.

У правому нижньому куті формату креслярським шрифтом № 5 студент указує своє прізвище та групу.

2 Усі написи, букви та цифри на кресленнях виконуються стандартним шрифтом № 3,5 відповідно до ГОСТ 2.304-81.

Система ознак геометричних образів повинна відповідати символіці, яка прийнята на лекціях та практичних заняттях.

3 Товщина й тип ліній виконуються відповідно до ГОСТ 2.303-68*. Рекомендується виконувати суцільну товсту основну (контурну) лінію 0,8-1 мм; штрихову – 0,4-0,5 мм; суцільну тонку (лінії зв'язку, осьову та виносну) – 0,2-0,3 мм;

фіксовані точки на кресленні необхідно виконати у вигляді кола, діаметр якого становить 1,5-2 мм.

4 Графічні побудови, які належать до виконання завдання, потрібно наносити попередньо тонкими лініями олівцем Т, потім після перевірки викладачем обвести олівцем ТМ. Додаткові побудови залишати на кресленні.

Приклад виконання

Задача1. Перетин прямої загального положення DF з площиною загального положення ΔABC

Задачі, що пов'язані з вирішенням питань взаємного розташування геометричних фігур на комплексному кресленні, називають *позиційними*. Задача на перетин прямої загального положення з площиною загального положення є *основною позиційною задачею*.

Розв'язання цієї задачі починається з того, що студент згідно зі своїм варіантом, який визначається за номером прізвища у журналі групи, обирає координати точок A, B, C, D, F з таблиці 1. Ці координати необхідно занести до таблиці, яка розташована в правому верхньому куті формату А3 (рисунок 1).

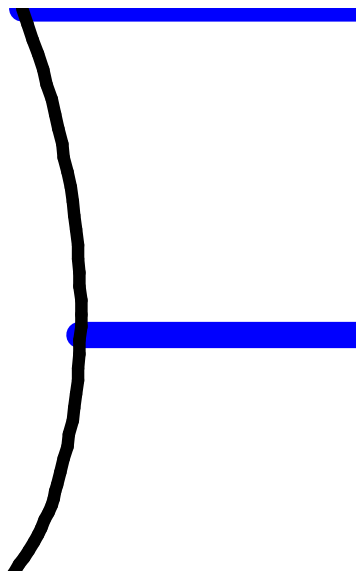


Рисунок 1

Для подальшого виконання креслення, пригадаємо як будувати епюр точки.

Наприклад, розглянемо точку $M(x, y, z)$. Її епюр (комплексне креслення) наведено на рисунку 2: M_1 – горизонтальна проекція точки M , M_2 – фронтальна проекція точки M .

Рисунок 2

На комплексному кресленні будуюмо дві проекції (горизонтальну і фронтальну) точок A, B, C, D, F (рисунок 3).

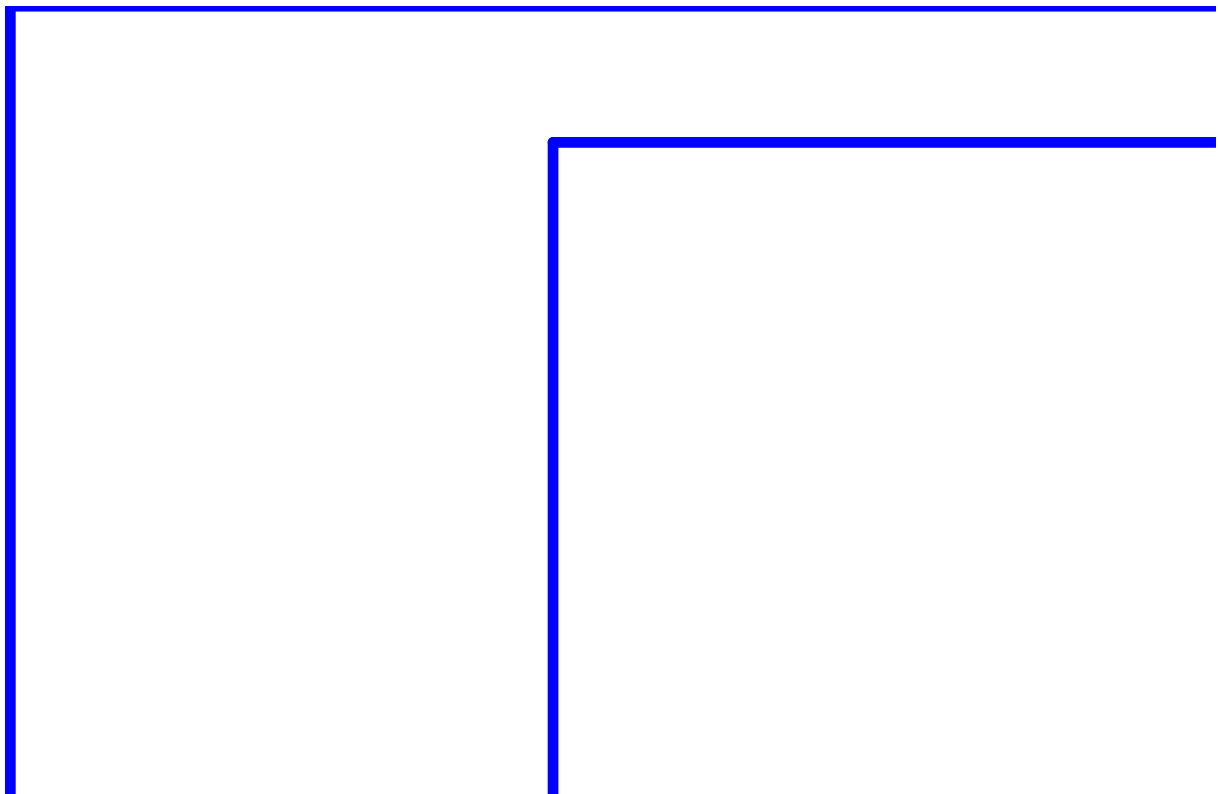


Рисунок 3

З'єднуючи однойменні проєкції точок, отримаємо дві проєкції площини ΔABC : $\Delta A_1B_1C_1$, $\Delta A_2B_2C_2$ і прямої DF : D_1F_1 , D_2F_2 (рисунок 4).

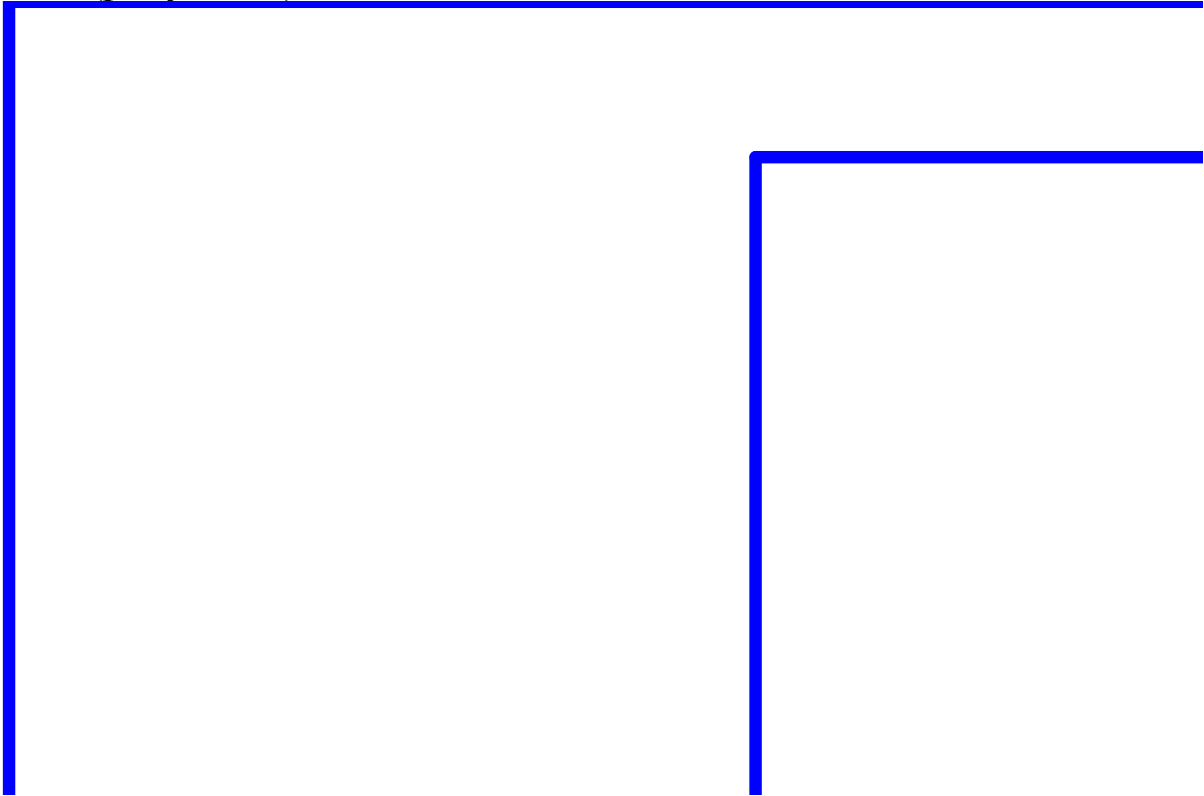


Рисунок 4

Алгоритм побудови точки перетину прямої загального положення DF з площиною загального положення ΔABC :

1 Через пряму DF вводимо допоміжну площину особливого положення – фронтально- проєкціювальну площину Σ : ($DF \in \Sigma$ та $\Sigma \perp \Pi_2$). На епюрі фронтальний слід площини Σ_2 збігається з фронтальною проєкцією прямої DF : ($D_2F_2 \equiv \Sigma_2$) (рисунок 5).

2 Будуємо лінію перетину l_2 допоміжної площини Σ із заданою площиною ΔABC : ($\Sigma \cap \Delta ABC = l_2$). Позначимо проєкції точок l_2 і 2_2 як точки перетину фронтально - проєкціювальної площини Σ і відрізків AC і BC відповідно: ($\Sigma_2 \cap A_2C_2 = l_2$; $\Sigma_2 \cap B_2C_2 = 2_2$). За належністю точок l_2 і 2_2 сторонам ΔABC будуємо горизонтальну проєкцію точок $l_1 \in A_1C_1$ і $2_1 \in B_1C_1$ (рисунок 6).

Рисунок 5

Рисунок 6

3 Проводимо аналіз розташування прямих l_2 і DF як таких, що знаходяться в одній площині Σ .

Розглянемо проєкції цих прямих: $l_2 \equiv D_2F_2$, а $l_1 \cap D_1F_1 = K_1$. Це означає, що прями l_2 і DF перетинаються у точці K . Провівши вертикальну лінію зв'язку від K_1 , знаходимо фронтальну проєкцію точки K – точку K_2 (рисунок 7). Таким чином, знайдено точку перетину прямої загального положення DF з площиною загального положення ΔABC – точку K .

Рисунок 7

Задача 2. *Визначення видимості прямої DF відносно площини ΔABC*

Видимість прямої DF визначаємо за допомогою методу конкуруючих точок (рисунок 8).

Рисунок 8

Видимість на Π_1 . Розглянемо пряму DF і сторону ΔABC BC – це мимобіжні прямі. Їх горизонтальні проекції D_1F_1 і B_1C_1 перетинаються в точках $3_1 \equiv 4_1$ – це горизонтально конкуруючі точки. Точка 3 належить прямій DF , а точка 4 належить стороні BC : $3_1 \in D_1F_1$; $4_1 \in B_1C_1$. Порівнюючи аплікати точок 3 і 4: $z_3 > z_4$, приходимо до висновку, що права частина прямої D_1F_1 (відносно точки K_1) на ділянці від K_1 до $3_1 \equiv (4_1)$ – видима, а ліва частина прямої D_1F_1 – невидима, тобто знаходиться під ΔABC .

Видимість на Π_2 . Розглянемо пряму DF і сторону ΔABC AC – це мимобіжні прямі. Їх фронтальні проекції D_2F_2 і A_2C_2 перетинаються в точках $1_2 \equiv 5_2$ – це фронтально конкуруючі точки. Точка 5 належить прямій DF , а точка 1 належить стороні AC : $1_2 \in D_2F_2$; $5_2 \in A_2C_2$. Порівнюючи ординати точок 1 і 5: $y_5 > y_1$, приходимо до висновку, що ліва частина прямої D_2F_2 на ділянці від K_2 до $1_2 \equiv (5_2)$ – видима, а права частина прямої D_2F_2 – невидима, тобто знаходиться за площиною ΔABC .

Таким чином, після розв'язання двох задач, креслення набуває вигляду, як на рисунку 9.

Задача 3. *Визначення натуральної величини площини ΔABC*

Задача на визначення натуральної величини площини ΔABC відноситься до метричних задач. *Метричні задачі* – це задачі на визначення геометричних величин (довжин відрізків, кутів та ін.). Для розв'язання таких задач необхідно виконати перетворення комплексного креслення. Це дає можливість перевести геометричний об'єкт із загального положення в окреме відносно площин проекцій. Для перетворення комплексного креслення використовують різні методи, наприклад: *метод плоскопаралельного переносу, метод заміни площин проекцій*. Натуральна величина площини ΔABC може бути визначена будь-яким методом.

Розв'язання задачі 3 починається з обов'язкового введення головної лінії площини – *горизонталі (h)* або *фронталі (f)*, які орієнтують задану площину ΔABC до відповідної площини проекцій.

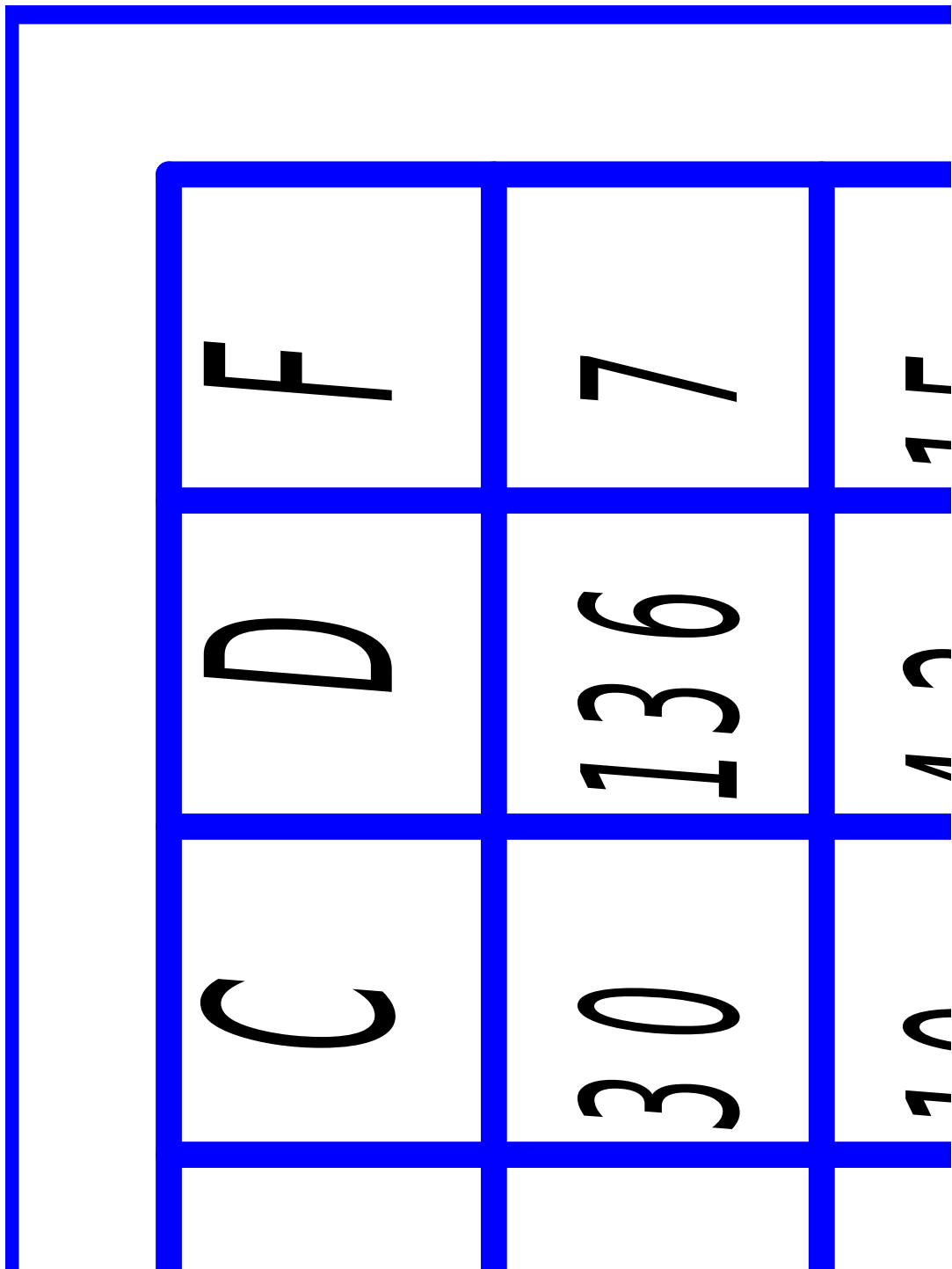


Рисунок 9

Горизонталлю називається лінія, що паралельна до горизонтальної площини проєкцій та належить заданій площині ΔABC . На комплексному кресленні фронтальна проєкція горизонталі паралельна до осі X_{12} .

Фронталлю називається лінія, що паралельна до фронтальної площини проєкцій та належить заданій площині

$\triangle ABC$. На комплексному кресленні горизонтальна проекція фронталі паралельна до осі X_{12} .

Першою проекцією головної лінії слід вважати ту, що визначає її положення у просторі, а на комплексному кресленні паралельність до осі X_{12} .

Методи перетворення комплексного креслення передбачають подвійний перехід площини із загального положення в окреме: проекціювальне, а потім у паралельне до відповідної площини проекцій.

Метод плоскопаралельного переносу

Сутність цього методу в тому, що при нерухомих взаємно перпендикулярних площинах проекцій геометричний об'єкт переміщується в просторі так, що кожна його точка рухається в площині, яка паралельна площині проекцій (площина рівня). Об'єкт переміщується до того моменту, поки він не займе окреме положення відносно площин проекцій.

Перший етап: головну лінію площини ставлять перпендикулярно до площини проекцій. Таким чином, задана площина $\triangle ABC$ займе положення, перпендикулярне до відповідної площини проекцій.

Другий етап: задану площину $\triangle ABC$, що після першого етапу зайняла проекціювальне положення, необхідно розташувати паралельно відносно відповідної площини проекцій, на яку задана площина спроекціюється в натуральну величину.

Визначимо натуральну величину площини загального положення $\triangle ABC$ методом плоскопаралельного переносу.

1 Проведемо в площині $\triangle ABC$ горизонталь $h(h_1, h_2)$. Почнемо побудову горизонталі з фронтальної проекції горизонталі (Ф.П.Г.) h_2 , яка розташована на комплексному кресленні паралельно осі X_{12} . Проводимо h_2 з точки A_2 паралельно осі X_{12} (рисунок 10).

Горизонталь перетинає сторону BC у точці b_2 : ($h_2 \cap B_2C_2 = b_2$). З b_2 опускаємо вертикальну лінію зв'язку до B_1C_1 та отримуємо b_1 . З'єднуючи b_1 та A_1 , отримуємо горизонтальну проекцію горизонталі (Г.П.Г.) – h_1 .

2 Переміщуємо ΔABC таким чином, щоб горизонталь зайняла положення, перпендикулярне до фронтальної площини проєкцій P_2 . Тоді площина ΔABC із площини загального положення стане фронтально - проєкціювальною площиною $\Delta A'B'C'$. На вільне місце креслення переміщуємо h_1 до положення, що перпендикулярне до осі X_{12} разом з $\Delta A_1B_1C_1$, який не міняє своїх розмірів (рисунок 11).

Рисунок 10

Рисунок 11

Проєкції точок A_2, B_2, C_2 переміщуються праворуч, кожна у своїй паралелі. Проводимо вертикальні лінії зв'язку з A_1', B_1', C_1'

до A_2' , B_2' , C_2' (рисунок 12). Фронтальна проекція $\Delta A'B'C'$ спроекціювалась у пряму, що розташована під кутом до осі X_{12} .

Рисунок 12

Таким чином, виконано перший етап перетворення площини ΔABC із загального положення в окреме, а саме, у фронтально-проекціовальне положення.

3 Переміщуємо $\Delta A'B'C'$ таким чином, щоб фронтальна проекція площини $\Delta A_2'B_2'C_2'$ зайняла положення паралельно до осі X_{12} . Тоді площина $\Delta A'B'C'$ із фронтально-проекціовальної площини стане горизонтальною площиною рівня $\Delta A''B''C''$.

На вільне місце креслення переміщуємо $\Delta B_2'A_2'C_2'$ до положення, що паралельне до осі X_{12} . Проекції точок B_1' , A_1' , C_1' переміщуються праворуч, кожна у своїй паралелі. Потім на перетині відповідних ліній зв'язку отримуємо горизонтальну проекцію площини $\Delta A_1''B_1''C_1''$, що є натуральною величиною площини ΔABC .

Таким чином, виконано другий етап перетворення площини ΔABC із фронтально - проекціовальної площини в горизонтальну площину рівня.

Зразок виконання РГР подано на рисунку 13.

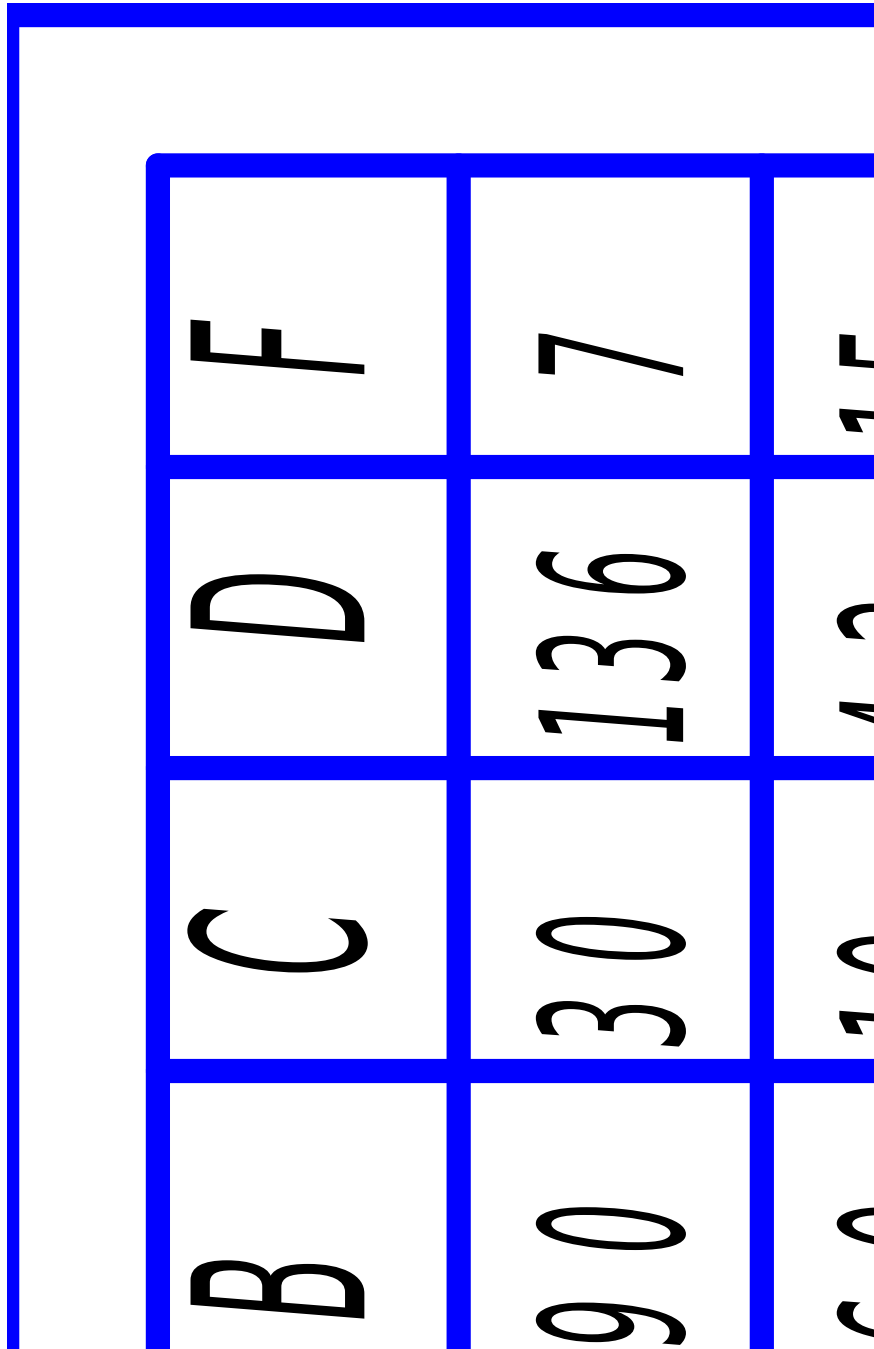


Рисунок 13

Метод заміни площин проєкцій

Сутність цього методу в тому, що положення геометричного об'єкта відносно площин проєкцій залишається незмінним. Вводиться допоміжна площина проєкцій, положення якої відносно об'єкта визначається умовами задачі. При цьому залишається взаємна перпендикулярність площин проєкцій – тієї, яку ввели і тієї, що залишилася.

Знаходження натуральної величини площини ΔABC методом заміни площин проекцій досягається шляхом уведення нових площин проекцій Π_4 і Π_5 замість Π_1 і Π_2 та вимагає подвійної заміни площин проекцій.

Перша заміна площин проекцій виконується таким чином, щоб площина ΔABC у новій системі площин проекцій Π_1 і Π_4 стала проекціовальною.

Друга заміна площин проекцій здійснюється таким чином, щоб площина ΔABC в новій системі площин проекцій Π_4 і Π_5 стала площиною рівня. Тоді на нову площину проекцій Π_5 площина ΔABC спроекціюється в натуральну величину.

Визначимо натуральну величину площини загального положення ΔABC методом заміни площин проекцій.

1 Вводимо нову площину проекцій Π_4 (замість Π_2) перпендикулярно до площин Π_1 і ΔABC .

Дві площини Π_1 і Π_4 перетинаються по осі X_{14} ($\Pi_1 \cap \Pi_4 = X_{14}$).

Проведемо в площині ΔABC горизонталь $h(h_1, h_2)$. Вісь X_{14} розташована перпендикулярно горизонтальній проекції горизонталі (Г.П.Г.) h_1 на довільній відстані від горизонтальної проекції $\Delta ABC - \Delta A_1B_1C_1$: $X_{14} \perp h_1$ (рисунок 14).

Проводимо лінії проекційного зв'язку в системі площин Π_1/Π_4 , перпендикулярні до осі X_{14} , з проекцій точок C_1, A_1, B_1 : $C_1C_4 \perp X_{14}$, $A_1A_4 \perp X_{14}$, $B_1B_4 \perp X_{14}$.

Для побудови проекцій точок C_4, A_4, B_4 відкладаємо на перпендикулярних лініях зв'язку від осі X_{14} відстані, які дорівнюють відстаням від C_2, A_2, B_2 до осі X_{12} (координата z): $X_{14}C_4 = X_{12}C_2$; $X_{14}A_4 = X_{12}A_2$, $X_{14}B_4 = X_{12}B_2$.

З'єднуємо проекції точок C_4, A_4, B_4 . Отримана проекція площини ΔABC в новій системі площин проекцій Π_1/Π_4 займе фронтально-проекціовальне положення (перпендикулярне до Π_4) та спроекціюється у пряму лінію $C_4A_4B_4$ (рисунок 15).

Рисунок 14

Рисунок 15

2 Вводимо нову площину проєкцій Π_5 (замість Π_1) перпендикулярно до площини Π_4 . Дві площини Π_4 і Π_5 перетинаються по осі X_{45} ($\Pi_4 \cap \Pi_5 = X_{45}$). Проводимо нову вісь X_{45} паралельно до $C_4A_4B_4$ на довільній відстані.

З проєкцій точок C_4, A_4, B_4 проводимо перпендикулярні лінії проєкційного зв'язку на вісь X_{45} : $C_4C_5 \perp X_{45}$, $A_4A_5 \perp X_{45}$, $B_4B_5 \perp X_{45}$ (рисунок 16).

Для побудови проєкцій точок C_5, A_5, B_5 відкладаємо на перпендикулярних лініях зв'язку від осі X_{45} відстані, які дорівнюють відстаням від C_1, A_1, B_1 до осі X_{14} : $X_{45}C_5 = X_{14}C_1$; $X_{45}A_5 = X_{14}A_1$; $X_{45}B_5 = X_{14}B_1$.

Рисунок 16

Отримана проєкція площини ΔABC в новій системі площин проєкцій Π_4/Π_5 займе положення рівня (паралельне до Π_5) та спроекціюється у натуральну величину на площину Π_5 .

Зразок виконання РГР наведено на рисунку 17.

Список літератури

1 Справочник по Единой системе конструкторской документации [Текст]: справочник / В.П. Градиль [и др.]. – Харьков: Прапор, 1988. – 255 с.

2 Михайленко, В.Є. Інженерна графіка [Текст]: підручник / В.Є. Михайленко, В.В. Ванін, С.М. Ковальов. – К.: Каравела, 2004. – 288 с.

3 Михайленко, В.Е. Инженерная графика [Текст]: учебник / В.Е. Михайленко, А.М. Пономарев. – К.: Вищ. ш., 1990. – 303 с.