

ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ

**Кафедра автоматики та комп'ютерного телекерування
рухом поїздів**

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ
ОБ'ЄКТІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ**

Лабораторний практикум

Харків - 2013

Лабораторний практикум розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри "Автоматика та комп'ютерне телекерування рухом поїздів" 6 грудня 2012 р., протокол № 4.

У практикумі подано завдання та матеріали для підготовки й виконання лабораторних робіт з дисципліни "Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації". До кожної з робіт додані короткі відомості з теорії. Виконання всіх робіт здійснюється на ПК за допомогою пакетів MATLAB та SIMULINK.

Практикум рекомендовано для студентів денної, заочної форм навчання та другої вищої освіти за напрямом 050202 "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології".

Укладачі:

проф. В.Ш. Хісматулін,
асист. І.Г. Воліченко

Рецензент

доц. С.В. Кошевий

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Лабораторний практикум

Відповідальний за випуск Хісматулін В.Ш.

Редактор Буранова Н.В.

Підписано до друку 28.01.13 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 2,5. Тираж 100. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

**УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ**

ФАКУЛЬТЕТ АВТОМАТИКИ, ТЕЛЕМЕХАНІКИ ТА ЗВ'ЯЗКУ

**Кафедра "Автоматика та комп'ютерне телекерування
рухом поїздів"**

В.Ш. Хісматулін, І.Г. Воліченко

**Ідентифікація та моделювання
об'єктів автоматизації**

Лабораторний практикум

Напрямок 050202 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології

Харків
2013

УДК 62-50

ББК 32.965

X514

Лабораторний практикум розглянуто та рекомендовано до друку на засіданні кафедри "Автоматика та комп'ютерне телекерування рухом поїздів" 6 грудня 2012 р., протокол № 4.

У практикумі подано завдання та матеріали для підготовки й виконання лабораторних робіт з дисципліни "Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації". До кожної з робіт додані короткі відомості з теорії. Виконання всіх робіт здійснюється на ПК за допомогою пакетів MATLAB та SIMULINK.

Практикум рекомендовано для студентів денної, заочної форм навчання та другої вищої освіти за напрямом 050202 "Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології".

Укладачі:

проф. В.Ш. Хісматулін,
асист. І.Г. Воліченко

Рецензент

доц. С.В. Кошевий

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Основи користування пакетом MATLAB	5
2 Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK	26
3 Розрахунок параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB	39
4 Дослідження двигуна постійного струму за його моделями в пакетах MATLAB та SIMULINK	49
5 Дослідження лінійних моделей об'єктів методом фазової площини	60
6 Дослідження нелінійних моделей об'єктів методом фазової площини	68
7 Ідентифікація об'єкта за часовими характеристиками	76
8 Ідентифікація об'єкта за частотними характеристиками	86
Список літератури	95
Додаток А	96

ВСТУП

У практикумі наведені завдання до лабораторних робіт з дисципліни "Ідентифікація та моделювання об'єктів автоматизації". Завдання до лабораторних робіт мають такі розділи:

- мета роботи;
- програма роботи;
- підготовка до виконання роботи;
- короткі відомості з теорії;
- вказівки щодо виконання роботи;
- зміст звіту;
- контрольні запитання.

У розділі "Підготовка до виконання роботи" вказано, який теоретичний матеріал необхідно вивчити та яке аналітичне дослідження потрібно провести перед початком досліджень у лабораторії, як підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

Розділ "Короткі відомості з теорії" призначений для пояснення змісту та сутності причинно-наслідкових зв'язків, що спостерігаються під час досліджень, а також для допомоги при виконанні домашнього завдання.

У розділі "Вказівки щодо виконання роботи" наведені завдання для аналітичного дослідження, схеми та методика проведення експериментальних досліджень.

Запитання для підготовки до колоквиуму наведені в розділі "Контрольні запитання".

Всі звіти з лабораторних робіт мають бути оформлені в спеціальному журналі або в окремому зошиті обсягом 18...24 аркушів відповідно до розділу "Зміст звіту".

Залік з лабораторної роботи виставляється, якщо виконані такі вимоги:

- 1) за результатами колоквиуму отримана позитивна оцінка;
- 2) аналітичні та експериментальні дослідження виконані в повному обсязі, без помилок;
- 3) звіт оформлено відповідно до розділу "Зміст звіту";
- 4) висновки за результатами роботи свідчать про те, що студент засвоїв відповідний матеріал.

1 Основи користування пакетом MATLAB

Мета роботи: отримати та закріпити навички з основних методів користування пакетом MATLAB.

1.1 Програма роботи

- 1 Ознайомлення з пакетом MATLAB.
- 2 Виконання індивідуального завдання.

1.2 Підготовка до виконання роботи

- 1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:
 - вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;
 - ознайомитись з призначенням пакета MATLAB та основними методами користування пакетом.
- 2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.
- 3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

1.3 Ознайомлення з пакетом MATLAB

MATLAB — це пакет прикладних програм, які складають інтерактивне середовище для наукових та інженерних обчислень. До складу MATLAB входять основна програма (ядро) і спеціалізовані пакети прикладних програм (toolboxes), що розширюють функціональні можливості основної програми.

Зазвичай при роботі в середовищі MATLAB користувач взаємодіє з комп'ютером за допомогою чотирьох основних об'єктів:

- 1) інструкції і змінні;
- 2) матриці;
- 3) графічні зображення;
- 4) скрипти.

MATLAB інтерпретує й обробляє вхідні дані у вигляді одного або декількох цих об'єктів. З метою отримання початкової підготовки з користування пакетом MATLAB кожен з перелічених об'єктів розглянемо окремо.

1.3.1 Інструкції та змінні

Найпростіші операції у MATLAB виконуються шляхом задання інструкцій у командному вікні Command Window. Командний рядок вікна Command Window позначається двома стрілками, які спрямовані вправо «>>».

Інструкції мають загальний вигляд, наведений на рисунку 1.1. У MATLAB використовується операція присвоєння, так що знак рівності «=» означає, що деякій змінній присвоюється вираз праворуч від цього знака. Приклад інструкції, наведений на рисунку 1.1, показує, як здійснюється введення матриці розмірності 2×2 і їй присвоюється ім'я змінної A.

Інструкція виконується після повернення каретки (натиснення клавіші Enter). У всіх подальших прикладах, присвячених застосуванню MATLAB, натискання цієї клавіші мається на увазі за умовчанням.

Після введення інструкції, що завершується натисненням клавіші Enter, матриця A автоматично відображується на екрані. Якщо після інструкції йде крапка з комою (;), то виведення матриці A на екран не відбувається (проте присвоєння матриці імені A та уведених значень зберігається). При роботі з MATLAB зустрічаються випадки, коли проводяться проміжні обчислення, виведення результатів яких на екран не є необхідним. Тому, коли бажано зменшити кількість даних, що виводяться, потрібно використовувати символ крапки з комою. Це також дозволяє прискорити розв'язання задачі, оскільки виведення даних на екран вимагає певного часу.

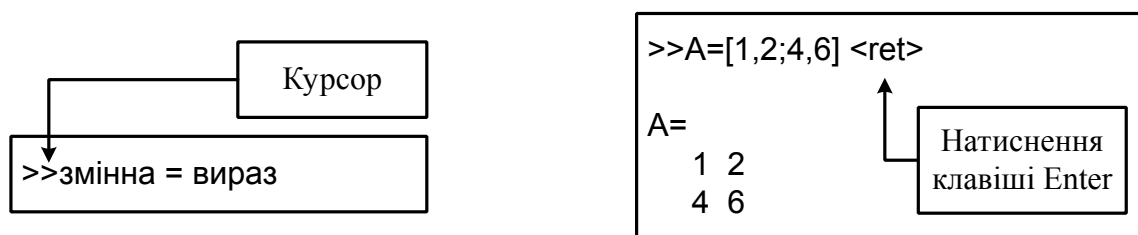


Рисунок 1.1 – Формат запису інструкції

У виразах можуть бути використані звичайні символи математичних операцій, наведені в таблиці 1.1. Порядок виконання арифметичних дій можна змінити за допомогою дужок.

Таблиця 1.1 – Символи математичних операцій

+	Додавання
-	Віднімання
*	Множення
/	Ділення
^	Піднесення до степеня

Приклад на рисунку 1.2 ілюструє використання MATLAB у режимі «калькулятора». Якщо у виразі відсутні ім'я змінної і символ «=», то результату автоматично присвоюється ім'я ans.

```

>>12.4/6.9

ans =
    1.7971
    
```

Рисунок 1.2 – Використання змінної ans

MATLAB розрізняє верхній і нижній регістри, тому змінні M і m будуть мати різне значення, як показано на рисунку 1.3.

```

>>M=[1,2]

>>m=[3,5,7]
    
```

Рисунок 1.3 – Різні значення для змінних M і m

У MATLAB доступна більшість тригонометричних і елементарних математичних функцій. Перелік функцій, що найчастіше зустрічаються, наведений в таблиці 1.2.

Імена змінних повинні починатися з літери, за якою може йти будь-яке число літер або цифр (включаючи символ підкреслення). Усі літери мають бути набрані у латинській транскрипції. Ім'я змінної має бути обмежене 19 символами.

Таблиця 1.2 – Розповсюджені математичні функції

sin(x)	Синус	acoth(x)	Гіперболічний арккотангенс
--------	-------	----------	----------------------------

$\sinh(x)$	Гіперболічний синус	$\exp(x)$	Експоненціальна функція
$\asin(x)$	Арксинус	$\log(x)$	Натуральний логарифм
$\operatorname{asinh}(x)$	Гіперболічний арксинус	$\log_{10}(x)$	Десятковий логарифм
$\cos(x)$	Косинус	$\log_2(x)$	Логарифм по основі 2
$\cosh(x)$	Гіперболічний косинус	$\operatorname{pow}_2(x)$	Степінь числа 2
$\operatorname{acos}(x)$	Арккосинус	$\operatorname{sqrt}(x)$	Квадратний корінь
$\operatorname{acosh}(x)$	Гіперболічний арккосинус	$\operatorname{nextpow}_2(x)$	Найближча степінь числа 2
$\tan(x)$	Тангенс	$\operatorname{abs}(x)$	Абсолютне значення комплексного числа
$\tanh(x)$	Гіперболічний тангенс	$\operatorname{angle}(x)$	Аргумент комплексного числа
$\operatorname{atan}(x)$	Арктангенс	$\operatorname{complex}(x,y)$	Утворення комплексного числа по дійсній і уявній частинам
$\operatorname{atan}_2(y,x)$	Чотирьохквadrantний арктангенс	$\operatorname{conj}(x)$	Комплексно-зв'язане число
$\operatorname{atanh}(x)$	Гіперболічний арктангенс	$\operatorname{imag}(x)$	Уявна частина комплексного числа
$\operatorname{sec}(x)$	Секанс	$\operatorname{real}(x)$	Дійсна частина комплексного числа
$\operatorname{sech}(x)$	Гіперболічний секанс	$\operatorname{unwrap}(x)$	Неперервна функція фазового кута
$\operatorname{asec}(x)$	Арксеканс	$\operatorname{isreal}(x)$	Істинно, якщо це масив дійсних чисел
$\operatorname{asech}(x)$	Гіперболічний арксеканс	$\operatorname{cplxpair}(x)$	Сортування комплексно-зв'язаних пар чисел
$\operatorname{csc}(x)$	Косеканс	$\operatorname{fix}(x)$	Усікання дробової частини числа
$\operatorname{csch}(x)$	Гіперболічний косеканс	$\operatorname{floor}(x)$	Округлення до меншого цілого
$\operatorname{acsc}(x)$	Арккосеканс	$\operatorname{ceil}(x)$	Округлення до більшого цілого
$\operatorname{acsch}(x)$	Гіперболічний арккосеканс	$\operatorname{round}(x)$	Округлення до найближчого цілого
$\operatorname{cot}(x)$	Котангенс	$\operatorname{mod}(x,y)$	Залишок у сенсі модульної арифметики
$\operatorname{coth}(x)$	Гіперболічний котангенс	$\operatorname{rem}(x,y)$	Залишок від ділення
$\operatorname{acot}(x)$	Арккотангенс		

У MATLAB є декілька змінних із заздалегідь закріпленими за ними іменами (π , Inf , NaN , i , j). На рисунку 1.4 наведено три приклади. NaN (скорочення від Not-a-Number) використовується

для позначення невизначеного (нечислового) результату операції. Inf відповідає нескінченності (∞), а pi – числу π . Змінні i , j позначають уявну одиницю і використовуються при арифметичних операціях з комплексними числами. Тому не потрібно застосовувати ці змінні.

Матриця A і змінна ans (на рисунках 1.1 і 1.2 відповідно) автоматично запам'ятовуються в робочій області і можуть бути використані протягом усього сеансу роботи з MATLAB.

```
>>z=3+4*i
z=
 3.0000+4.0000i

>>Inf
ans =
  Inf

>>0/0
Warning: Divide by zero
ans=
 NaN
```

Рисунок 1.4 – Три змінні із задалегідь закріпленими іменами

За допомогою функції `who` можна вивести на екран список всіх змінних, що зберігаються у робочій області, як це проілюстровано на рисунку 1.5.

```
>>who
Your variables are:
A M ans m z
```

Рисунок 1.5 – Використання функції `who`

Функція `whos` виводить на екран список змінних у робочій області разом з додатковою інформацією про їх тип, розмірність і займану пам'ять.

Змінні можна видалити з робочої області за допомогою функції `clear`. Ця функція видаляє з робочої області всі дані (змінні і функції); `clear variables` видаляє всі змінні; `clear name1 name2...` видаляє змінні `name1`, `name2` і так далі.

Виведення чисел на екран може здійснюватися в різних форматах. За умовчанням нецілі числа виводяться з чотирма

розрядами після десяткової точки, але за допомогою функції `format` можна змінити формат виводу, як показано на рисунку 1.6.

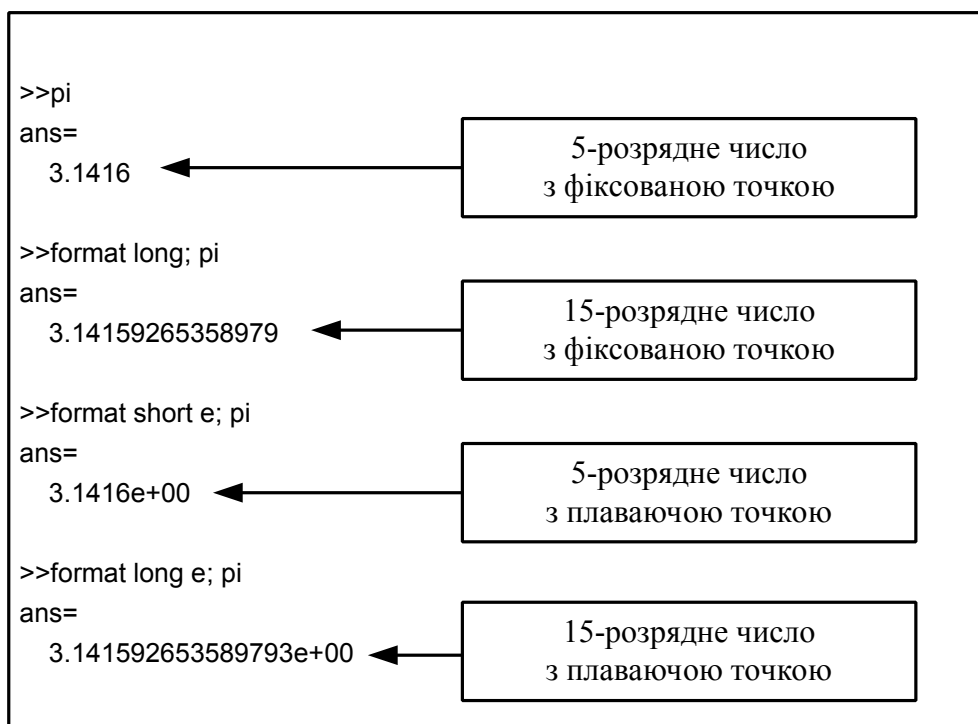


Рисунок 1.6 – Ілюстрація чотирьох форматів виводу чисел

Якщо заданий якийсь визначений формат, то він зберігає силу доки не буде змінений.

Зазначимо, що формат виводу не впливає на внутрішні обчислення в MATLAB, які завжди виконуються з подвійною точністю ПЕОМ.

1.3.2 Матриці

Основною обчислювальною одиницею у MATLAB є матриця (MATLAB — це скорочено **матрична лабораторія**). Вектори і скаляри можна розглядати як окремі випадки матриці. Матриця зазвичай записується у квадратні дужки `[•]`. Елементи рядка відділяються пропусками або комами, а рядки розділяються крапками з комою або поверненням каретки. При введенні матриць немає необхідності в спеціальних інструкціях, що вказують їх тип або розмірність.

Елементи матриць можуть бути комплексними числами або містити тригонометричні й елементарні математичні функції.

Наприклад, нам треба ввести матриці `A`, `B` такого вигляду:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -4j & \sqrt{2} \\ \log(-1) & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/3) \\ \operatorname{asin}(0.8) & \operatorname{acos}(0.8) & \exp(0.8) \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

Один із способів її введення (зовсім не єдиний) наведений на рисунку 1.7.

```

>>A=[1,-4*j, sqrt(2)
log(-1) sin(pi/2) cos(pi/3)
asin(0.5) acos(0.8) exp(0.8)]
A=
 1.0000    0-4.0000i    1.4142
 0+3.1416i    1.0000    0.5000
 0.5236    0.6435    2.2255

>>B=[1 2;4 5]
B=
 1 2
 4 5
  
```

Матриця комплексних чисел розмірності 3x3

Повернення каретки

Матриця дійсних чисел розмірності 2x2

Крапка з комою

Рисунок 1.7 – Приклади введення матриць

До основних матричних операцій належать додавання, віднімання, транспонування, піднесення до степеня і так звані операції над масивами.

Матричні операції вимагають узгодження розмірності. Це означає, що при додаванні і відніманні матриць вони повинні мати однакову розмірність. Якщо матриця A має розмірність $m \times n$, а матриця B — розмірність $p \times r$, то $A \pm B$ має сенс тільки тоді, коли $m=p$, $n=r$. Множення матриць $A*B$ можливе лише в разі $n = p$. Особливим випадком є множення матриці на вектор. Передбачимо, що b є вектор (стовпець) з p елементів. Множення матриці A розмірністю $n \times m$ на вектор можливе лише в разі $n = p$. У результаті буде отриманий вектор $V = A*b$ розмірності $n \times 1$.

Приклади основних матрично-векторних операцій наведені на рисунку 1.8.

Транспонування матриці позначається символом апострофа ($'$). За допомогою операцій транспонування і множення можна

отримати так званий внутрішній добуток векторів. Пояснимо це на прикладі. Передбачимо, що w і $v \in$ вектори розмірності $m \times 1$. Тоді їх внутрішній добуток (відомий також як добуток з крапкою) знаходиться як $w' * v$. Внутрішній добуток двох векторів дає скалярну величину. Аналогічно можна обчислити зовнішній добуток двох векторів як $w * v'$. Зовнішній добуток двох векторів розмірності $n \times 1$ дає матрицю розмірності $n \times n$, ранг якої дорівнює одиниці. Приклади внутрішнього і зовнішнього добутоків наведені на рисунку 1.9.

```

>>A=[1 3;5 9]; B=[4 -7;10 0];
>>A+B
ans=
  5 -4
 15  9

>>b=[1;5];
>>A*b
ans=
  16
  50

>>A'
ans=
  1 5
  3 9

```

The diagram shows three operations with arrows pointing from labels to the corresponding code lines:

- Додавання матриць** (Matrix addition) points to the line `>>A+B`.
- Множення матриць** (Matrix multiplication) points to the line `>>A*b`.
- Транспонування матриці** (Matrix transposition) points to the line `>>A'`.

Рисунок 1.8 – Три основних матричних операції: додавання, віднімання і транспонування

```

>>x=[5;pi;sin(pi/2)]; y=[exp(-0.5);-13;pi^2];
>>x*y
ans=
 -27.9384

>>x*y'
ans=
  3.0327 -65.0000  48.3480
  1.9055 -40.8407  31.0063
  0.6065 -13.0000   9.8696

```

The diagram shows two operations with arrows pointing from labels to the corresponding code lines:

- Внутрішній добуток** (Inner product) points to the line `>>x*y`.
- Зовнішній добуток** (Outer product) points to the line `>>x*y'`.

Рисунок 1.9 – Внутрішній та зовнішній добуток двох векторів

Основні матричні операції можна замінити поелементними діями з використанням зазначених вище операторів. Такі процедури відомі як операції над масивами. Найпростіші операції над масивами наведені в таблиці А.3. Операції додавання і віднімання є простими і не вимагають вказівки щодо поелементної дії, проте при множенні, діленні і піднесенні матриці до степеня обов'язково потрібно вказувати крапку перед символом операції, як показано в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Математичні оператори, що застосовуються до масивів

+	Додавання
-	Віднімання
.*	Множення
./	Ділення
.^	Піднесення до степеня

Елементи добутку $A.*B$ є добутками відповідних елементів матриць A і B . Приклади дій з двома масивами наведені на рисунку 1.10.

```

>>A=[1;2;3];B=[-6;7;10];
>>A.*B
ans=
-6
14
30
>>A.^2
ans=
1
4
9

```

Рисунок 1.10 – Операції над масивами

Перш ніж переходити до важливого поняття графіки в MATLAB, необхідно зупинитися на поданні даних з використанням двокрапки. Таке подання, опис якого наведений на рисунку 1.11, дозволяє сформувати вектор, компонентами якого є числа, що починаються із значення x_i і закінчуються значенням x_f та йдуть один за одним із заданим кроком dx . Цей

прийом є корисним при побудові графіків. Наприклад, потрібно побудувати графік функції

$$y = x \cdot \sin x$$

для $x = 0; 0.1; 0.2; \dots 1$. Перший крок полягає в тому, щоб отримати таблицю значень x і y . На рисунку 1.11 показано, як за допомогою двокрапки можна сформуванати вектор значень x , для яких мають бути обчислені значення функції y .

Вектор, відповідний шуканій функції, легко виходить за допомогою операції множення масивів. Після того, як отримана таблиця значень x і y , побудова графіка функції $y = x \cdot \sin x$ не викликає проблем.

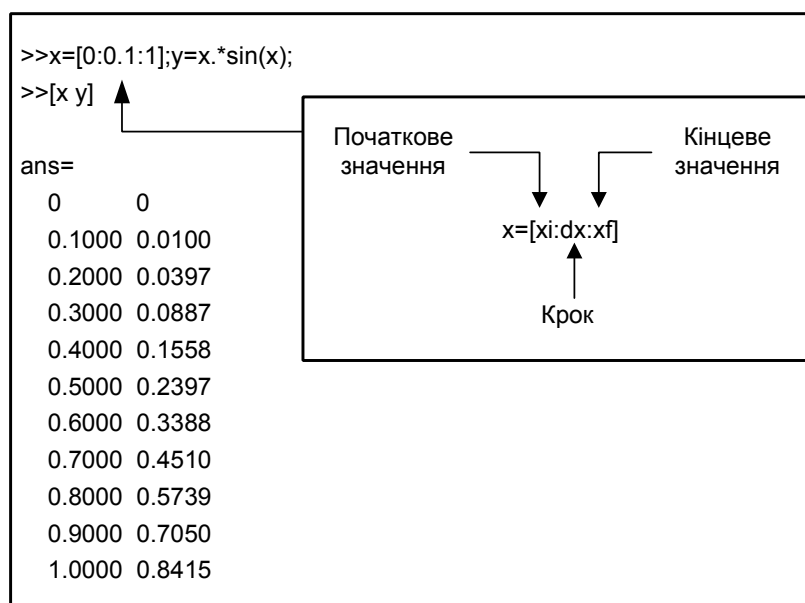


Рисунок 1.11 – Формування векторів за допомогою двокрапки

1.3.3 Графіка

Для подання графічних зображень MATLAB використовує графічний дисплей, що автоматично активізується при заданні будь-якої функції, результатом яких має бути деякий графік (наприклад функції plot). Функція plot відкриває графічний дисплей, який має назву вікна Figure. Ви можете створити інше таке вікно за допомогою функції figure. В одному сеансі роботи з MATLAB може бути створено декілька графічних вікон. Для цього використовується функція figure (n), яка створює n-не

поточне вікно. Графічне зображення можна видалити з вікна за допомогою функції `clf` у командному рядку. Функція `shg` виводить на перший план поточне графічне вікно.

Існують дві основні групи графічних функцій. Перша група, що наведена в таблиці 1.4, визначає тип графіка, а саме залежність між двома масивами даних (векторами) у звичайному масштабі, у напівлогарифмічному масштабі або в логарифмічному масштабі по обох осях. Друга група функцій, наведена в таблиці 1.5, призначена для оформлення графіків шляхом додавання заголовків і пояснювального тексту, позначення осей, зміни масштабів і розбиття графічного вікна на декілька підвікон.

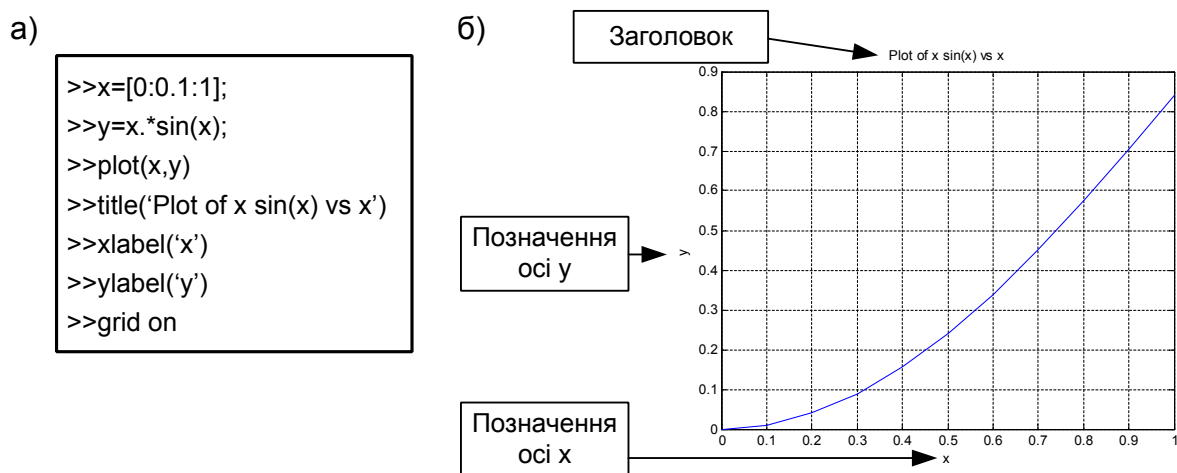
Таблиця 1.4 – Формати графіків

<code>plot(x,y)</code>	Графік залежності між векторами x і y у звичайному масштабі
<code>semilogx(x,y)</code>	Графік залежності між векторами x і y . Масштаб по осі x логарифмічний (десяткові логарифми), масштаб по осі y лінійний
<code>semilogy(x,y)</code>	Графік залежності між векторами x і y . Масштаб по осі x лінійний, масштаб по осі y логарифмічний (десяткові логарифми)
<code>loglog(x,y)</code>	Графік залежності між векторами x і y . Масштаб по обох осях логарифмічний

Таблиця 1.5 – Функції для оформлення графіків

<code>title('text')</code>	Поміщає над графіком заголовок 'text'
<code>legend(st1,st2)</code>	Поміщає на поточному графіку пояснення у вигляді заданих текстових рядків
<code>xlabel ('text')</code>	Позначає вісь x написом 'text'
<code>ylabel ('text')</code>	Позначає вісь y написом 'text'
<code>text(p1,p2,'text')</code>	Додає до поточного графіка напис 'text', починаючи з позиції $(p1, p2)$, де $(p1, p2)$ – координати точки по осях x і y
<code>subplot</code>	Розбиває графічне вікно на декілька підвікон
<code>grid on</code>	Наносить лінії сітки на поточний графік
<code>grid off</code>	Видаляє лінії сітки з поточного графіка
<code>grid</code>	Управляє виведенням сітки

Звичайні графіки будуються за допомогою функції plot. На рисунку 1.12 показано, як ця функція застосовується для графічного подання залежності y від x відповідно до даних рисунка 1.11. Масштаби по осях і типи ліній вибираються автоматично. Для позначення осей використовуються функції xlabel і ylabel. Заголовок графіка виводиться за допомогою функції title. Функція legend дозволяє розмістити на поточному графіку необхідні пояснення. За допомогою функції grid on на графік можна нанести сітку. Основний графік залежності між двома змінними будується за допомогою комбінації функцій plot, legend, xlabel, ylabel, title і grid on.



а – команди MATLAB; б – графік функції $y=x \sin(x)$

Рисунок 1.12 – Результат виконання функції plot

На графіку можна побудувати декілька ліній, використовуючи функцію plot з різними аргументами, як проілюстровано на рисунку 1.13. Можна також змінити тип ліній, прийнятих за умовчанням. Позначення типів ліній наведені в таблиці 1.6. Типи ліній, задані користувачем, будуть вибрані автоматично.

Таблиця 1.6 – Типи ліній для оформлення графіків

-	Суцільна лінія
--	Штрихова лінія
:	Пунктирна лінія
-.	Штрихпунктирна лінія

На рисунку 1.13 наведений приклад використання функції legend і зміни типу ліній.

```
>>x=[0:0.1:1];
>>y1=x.*sin(x);y2=sin(x);
>>plot(x,y1,'--',x,y2,'-')
>>legend('y_1=x sin(x)', 'y_2=sin(x)')
>>xlabel('x');ylabel('y_1 и y_2');grid on
```

Штрихова лінія для y1, штрих-пунктирна для y2

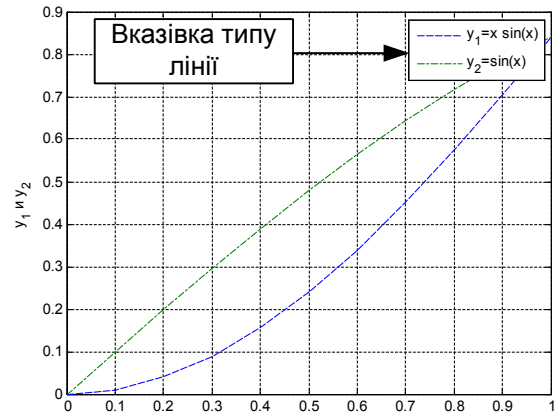


Рисунок 1.13 – Побудова декількох ліній на одному графіку

Графічний дисплей можна розділити на декілька підвікон меншого розміру. Функція `subplot (m, n, p)` ділить графічний дисплей на $m \times n$ підвікон (m — число «рядків», n — число «стовпців»), а цілий параметр p визначає номер підвікна. Нумерація йде зліва направо і зверху вниз, як показано на рисунку 1.14, де основне графічне вікно розділене на два підвікна.

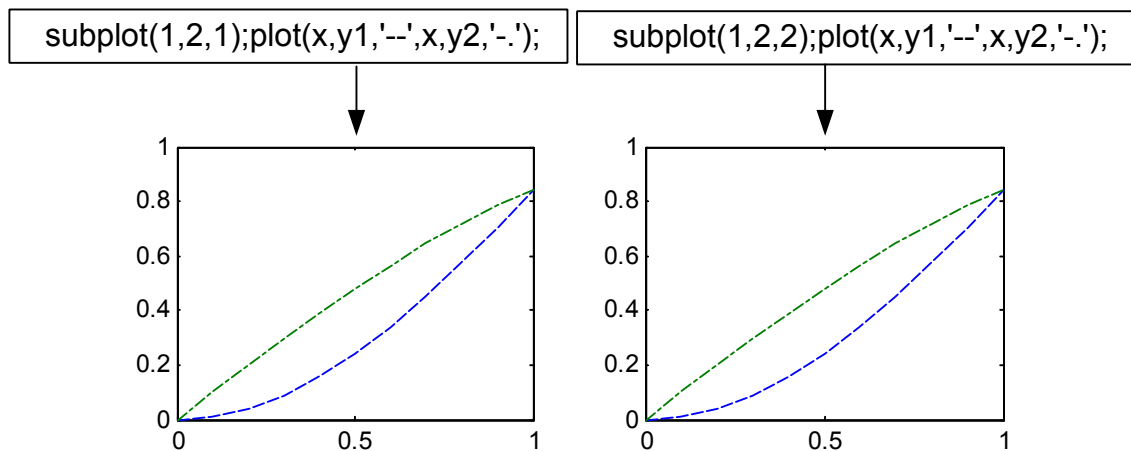


Рисунок 1.14 – Використання функції `subplot` для розбиття графічного вікна на два підвікна

1.4 Деякі функції пакета Control System Toolbox програмної оболонки MATLAB

1.4.1 Задання передаточної функції динамічної ланки

Для задання передаточної функції

$$K(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_k p^k + a_{k-1} p^{k-1} + \dots + a_1 p + a_0}, \quad k \geq m$$

у командному вікні (Command Window) набирають

$$K=tf([b_m \ b_{m-1} \dots \ b_1 \ b_0],[a_k \ a_{k-1} \dots \ a_1 \ a_0])$$

де b_i та a_r – коефіцієнти многочленів, що стоять у чисельнику та знаменнику передаточної функції $K(p)$, які набирають через пропуск або кому, починаючи з більших номерів.

Якщо у кінці набору не поставлено знак ";", то після введення функції $tf(\cdot)$ командою Enter у командному вікні з'являється набрана передаточна функція (у пакеті Matlab змінна Лапласа P відображається літерою s).

Приклад

Необхідно задати передаточну функцію ланки

$$K_1(p) = \frac{10}{0,5p + 1}.$$

У командному вікні (Command Window) набираємо:

```
>> k1=tf([10],[0.5 1])
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо:

```
Transfer function:
      10
-----
0.5 s + 1
```

1.4.2 Задання передаточної функції з'єднань динамічних ланок

Для задання передаточної функції з'єднань ланок необхідно спочатку задати передаточні функції окремих ланок (підрозділ 1.4.1), після чого записати вираз для з'єднань відповідно до таких правил:

– послідовне з'єднання ланок

$$K=K_1 \cdot K_2$$

– паралельне з'єднання ланок

$$K=K_1+K_2$$

– зустрічно паралельне з'єднання ланок

$$K=K_1/(1 \mp K_1 \cdot K_2)$$

де знак "-" записується при позитивному, а "+" при негативному зворотному зв'язку.

Крім того, при негативному зворотному зв'язку є спеціальна функція

$$K=\text{feedback}(K_1, K_2)$$

Вона дає кращий результат, тому що при її виконанні здійснюється мінімізація многочленів чисельника та знаменника.

Приклад

Необхідно задати передаточну функцію ланки, створеної у вигляді охоплення ланки з передаточною функцією

$$K_1(p) = \frac{10}{0,5p + 1}$$

негативним зворотним зв'язком через ланку

$$K_2(p) = \frac{0,5p}{0,1p + 1}.$$

У командному вікні набираємо:

```
>> k1=tf([10],[0.5 1]);k2=tf([0.5 0],[0.1 1]);k=feedback(k1,k2)
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо:

$$\begin{array}{c} \text{Transfer function:} \\ s + 10 \\ \hline 0.05 s^2 + 5.6 s + 1 \end{array}$$

Як бачимо, результат записаний зі скороченням загального множника $(0,5p + 1)$.

1.4.3 Побудова імпульсної та перехідної характеристик динамічної системи

Для побудови імпульсної та перехідної характеристик у командному вікні набирають відповідно:

```
impulse(K)
step(K)
```

де K – передаточна функція, яка задається за допомогою функції $tf(\cdot)$ (див. підрозділ 1.4.1).

Після введення функцій з'являється вікно Figure 1, у якому побудована задана характеристика.

Для нанесення масштабної сітки необхідно після запису відповідної функції додати у командний рядок запис `grid` (наприклад: `step(K);grid`).

Якщо необхідно побудувати графік на заданому інтервалі часу, у дужках після коми вказують його значення (наприклад: `step(K,4)`).

Для побудови декількох графіків на одному рисунку у дужках через кому записують перелік передаточних функцій.

Приклад

Розрахувати перехідні характеристики ланки

$$K_1(p) = \frac{10}{0,5p + 1}$$

до та після охоплення її негативним зворотним зв'язком через ланку

$$K_2(p) = \frac{0,5p}{0,1p + 1}$$

У командному вікні набираємо:

```
>> k1=tf([10],[0.5 1]);k2=tf([0.5 0],[0.1 1]);k=feedback(k1,k2);  
>> step(k,k1);grid
```

Після натискання на клавішу Enter отримуємо графік Figure 1, наведений на рисунку 1.15.

У MATLAB можлива обробка графіка (зміна кольору, типу та ширини ліній, введення позначень, надписів та ін.) і передача його у зовнішні об'єкти (друк, розміщення у документах Word, Excel, Visio). Для цього застосовують кнопки командного рядка графіка.

Для перенесення отриманої характеристики у документ Word необхідно спочатку відкрити документ Word, після чого викликати вікно Figure 1. Далі у командному рядку вікна Figure 1 необхідно відкрити меню Edit та активізувати опцію Copy Figure. Тепер необхідно ввести копію у виділене місце документа Word натисканням кнопки "Вставити".

Наприклад, після визначення часу регулювання, зміни кольору, типу і ширини ліній та перенесення у документ Word графік рисунка 1.15 набуває вигляду, показаного на рисунку 1.16.

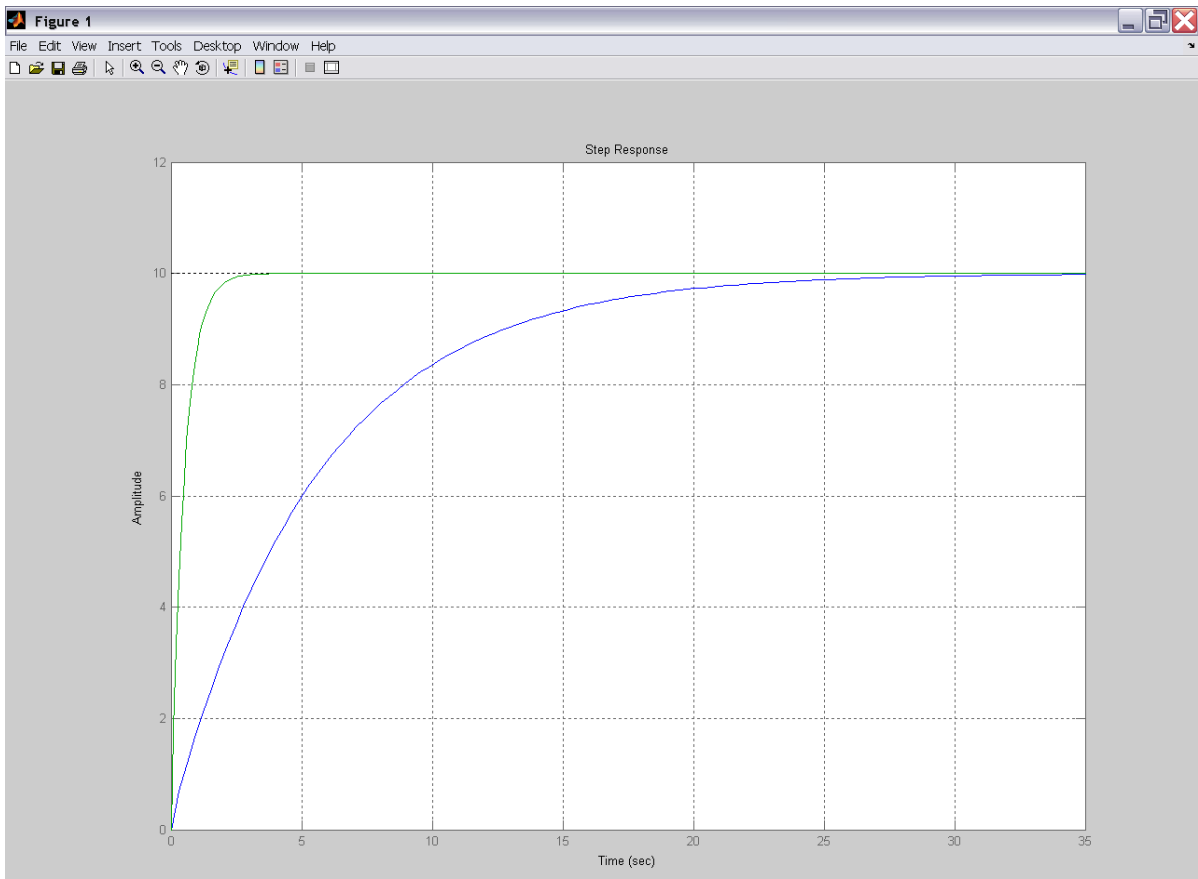


Рисунок 1.15

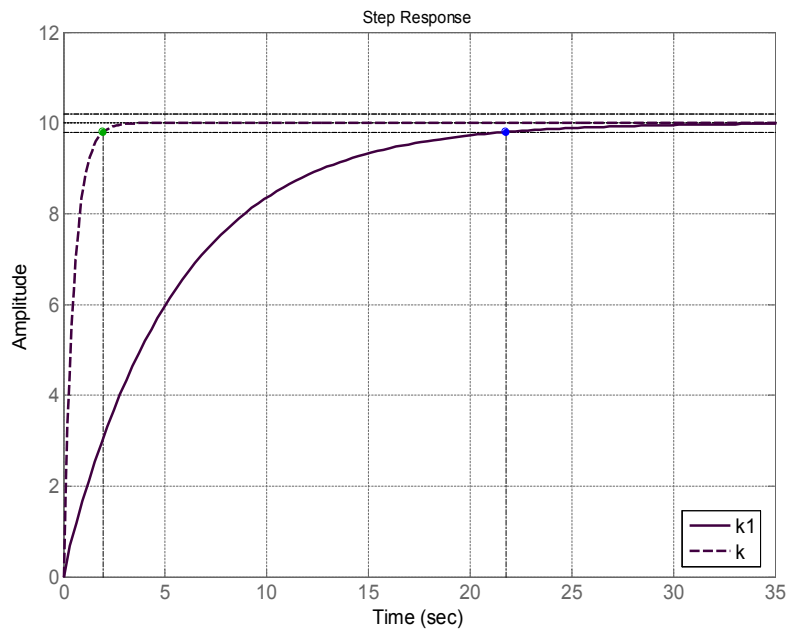


Рисунок 1.16

1.5 Завдання

Виконати індивідуальні завдання відповідно до заданого варіанта. Результати подати викладачу для перевірки та оформити у звіті з лабораторної роботи.

Приклад індивідуального завдання

1 У командному рядку задайте дві матриці:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & \cos \pi \\ e^{-1} & 10 + j\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6j & -\operatorname{tg}(\pi/4) \\ \pi & 16 \end{bmatrix}.$$

За допомогою MATLAB виконайте такі операції:

- а) A' ;
- б) $A + B$;
- в) $A \cdot B$;
- г) $A * B$.

2 Дана система лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} 5x + 6y + 10z = 4, \\ -3x + 14z = 10, \\ -7y + 21z = 0. \end{cases}$$

Запишіть ці рівняння у векторно-матричній формі та отримайте їх розв'язок відносно x , y та z .

3 Сформууйте вектор (масив) x , $0 \leq x \leq 10$ за допомогою двокрапки з кроком 0.1.

Побудуйте графік функції $y(x) = e^{ax} \sin \pi x$ для $a = -0.25$ та $a = 0.25$:

- а) в одному графічному вікні;
- б) у двох графічних вікнах.

4 Схема математичної моделі системи наведена на рисунку 1.17.

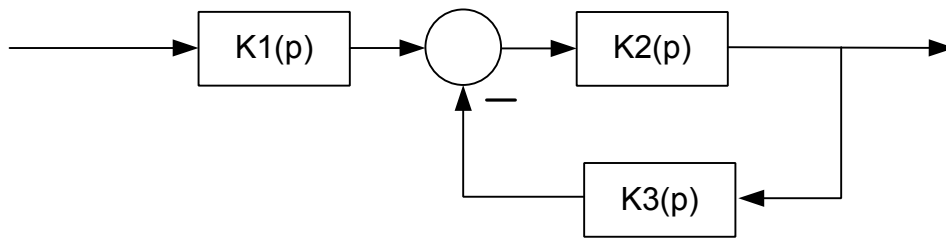


Рисунок 1.17

Передаточні функції блоків:

$$K_1(p) = \frac{1}{0.5p + 1}, K_2(p) = \frac{5}{p^2 + p}, K_3 = 2.$$

Виконати такі завдання:

- 1) задайте передаточні функції блоків у командному вікні;
- 2) розрахуйте передаточну функцію системи $K(p)$;
- 3) розрахуйте перехідні характеристики блока $K_1(p)$ та системи $K(p)$ у одному графічному вікні.

1.6 Зміст звіту

- 1 Назва і мета роботи.
- 2 Результати виконання індивідуального завдання.

2 Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK

Мета роботи:

- 1) ознайомитись з пакетом моделювання SIMULINK;
- 2) засвоїти методику побудови математичної моделі об'єкта в пакеті SIMULINK за відомими рівняннями "вхід-вихід".

2.1 Програма роботи

- 1 Ознайомлення з пакетом моделювання SIMULINK.
- 2 Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK.

2.2 Підготовка до виконання роботи

1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

- вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;
- ознайомитись з призначенням пакета моделювання SIMULINK та основними правилами користування пакетом;
- повторити принцип дії двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи. Навести логічну схему причинно-наслідкових зв'язків між діями та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням. За основними рівняннями двигуна визначити оператори передачі та передаточні функції відповідних блоків. Побудувати схему математичної моделі двигуна.

3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

2.3 Призначення та основні правила користування пакетом SIMULINK

Пакет розширення SIMULINK інтегрований у систему MATLAB і запускається за допомогою кнопки на панелі інструментів (рисунок 2.1). При натисненні цієї кнопки відкривається вікно інтегрованого браузера бібліотек (Library Browser). За допомогою меню браузера або кнопок на його панелі

інструментів можливо відкрити вікно для створення нової моделі або завантажити вже існуючу (рисунок 2.2).

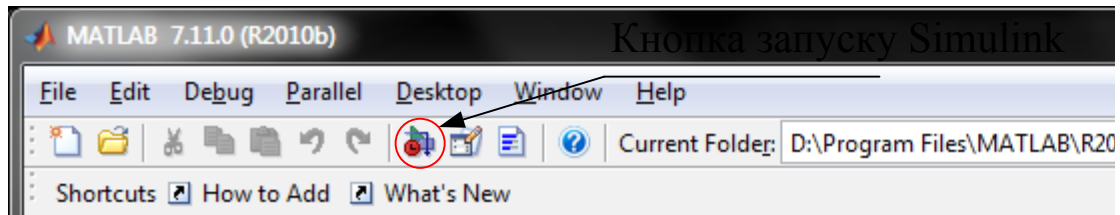


Рисунок 2.1 – Запуск SIMULINK

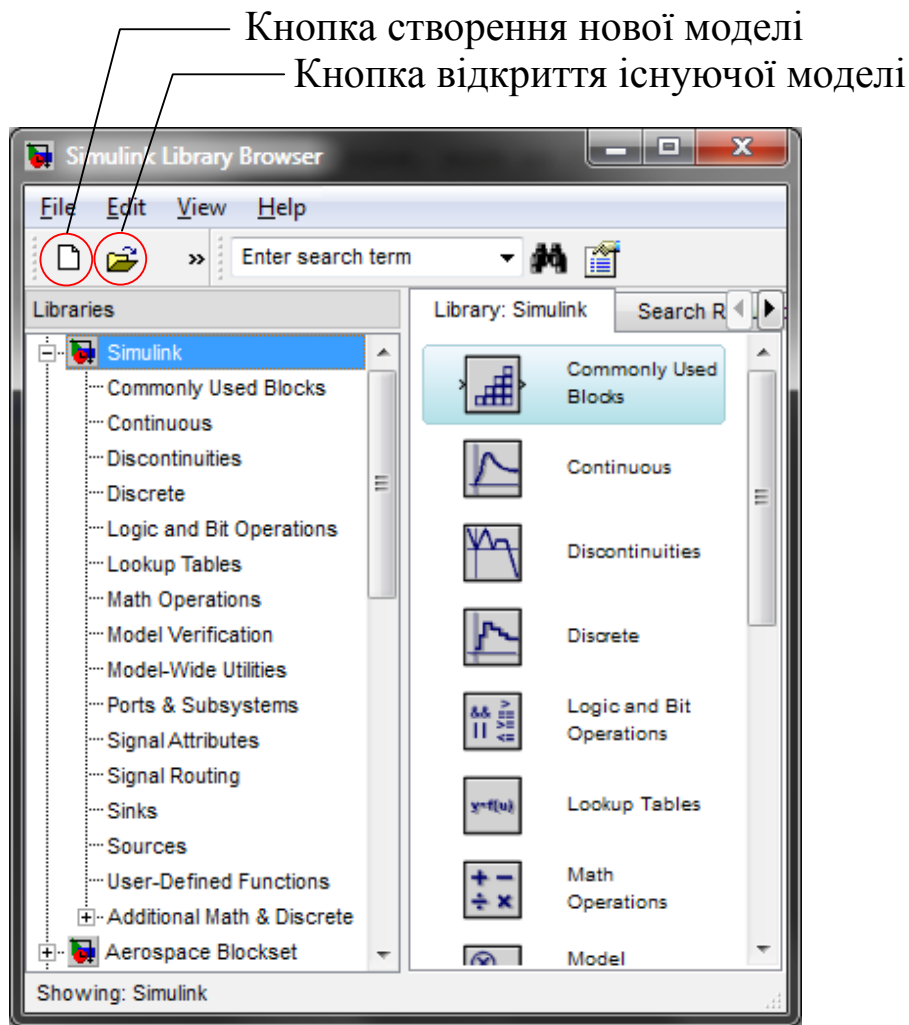


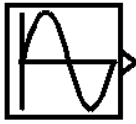
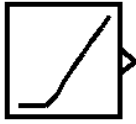
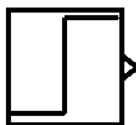
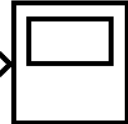
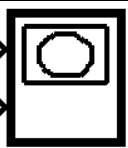

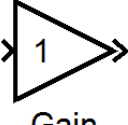
Рисунок 2.2 – Вікно браузера бібліотек

Для побудови блок-схеми пристроїв, що моделюються в SIMULINK, застосовується бібліотека блочних компонентів (SIMULINK Library) та редактор блок-схем. Використовуючи набори компонентів, користувач за допомогою миші переносить

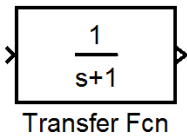
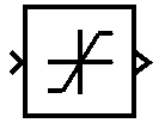
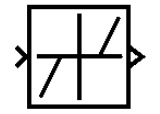
потрібні блоки з наборів до вікна моделі та з'єднує лініями входи та виходи блоків. Таким чином створюється блок-схема системи або пристрою, тобто її математична модель.

Блоки, що застосовуються найчастіше, подані в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Блоки SIMULINK, що використовуються найчастіше

Група блоків	Позначення	Призначення та характеристики
1	2	3
Sources (джерела сигналів та діянь)	 Sine Wave	Джерело синусоїдального діяння. Характеризується амплітудою (Amplitude), частотою (Frequency), фазою (Phase) та еталонним часом (Sample time).
	 Ramp	Джерело лінійно наростаючого діяння виду $F(t) = k \cdot t$. Параметрами джерела є: кутовий коефіцієнт часової залежності k (Slope); час, починаючи з якого діяння зростає (Start time), та початковий рівень діяння (Initial value).
	 Step	Джерело діяння у вигляді одиночного перепаду. Параметрами джерела є: час появи перепаду (Step time); початкове значення діяння (до перепаду) (Initial value); кінцеве значення діяння (після перепаду) (Final value) та еталонний час (Sample time).
Sinks (Віртуальні регістратори)	 Scope	Віртуальний осцилограф, що дає можливість подати результати моделювання у вигляді часових діаграм.
	 XY Graph	Віртуальний графопобудовник, що дозволяє будувати графіки в полярній системі координат, фазові портрети та ін.
Математичні блоки		Блок додавання. У вікні параметрів блока можна встановити кількість входів блока з операціями, що за ними виконуються.
	 Gain	Блок масштабування даних (множення на заданий коефіцієнт – константу).

Продовження таблиці 2.1

1	2	3
Continuous (блоки неперервних функцій)		Блок передаточної функції створює передаточну функцію $K(p)=b(p)/a(p)$ у вигляді відношення поліномів заданого ступеня. Коефіцієнти поліномів чисельника та знаменника задаються в параметрах блока.
Discontinuities (Нелінійні блоки)	 Saturation	Блок обмеження. Являє собою нелінійний пристрій, сигнал на вході якого дорівнює вхідному до тих пір, поки не досягне порогів обмеження: верхнього Upper limit або нижнього Lower limit.
	 Dead Zone	Блок із зоною нечутливості. Вікно параметрів цього блока містить межі зони нечутливості Start of dead zone та End of dead zone.

Приклад

Скласти схему дослідження перехідної характеристики системи, математична модель якої наведена на рисунку 1.17.

Передаточні функції блоків:

$$K_1(p) = \frac{1}{0.5p + 1}, \quad K_2(p) = \frac{5}{p^2 + p}, \quad K_3 = 2.$$

Передаточні функції $K_1(p)$, $K_2(p)$ моделюються блоками Transfer function (див. таблицю 2.1). Оператор передачі K_3 , який є підсилювальною ланкою, доцільно моделювати блоком Gain (рисунок 2.3).

Для дослідження перехідної характеристики застосовується вхідне діяння $x(t) = 1(t)$. У пакеті SIMULINK воно моделюється блоком Step. Для спостереження перехідної характеристики до виходу моделі підключається віртуальний осцилограф Scope.

Вказані блоки переносимо з наборів до вікна моделі і з'єднуємо лініями входи та виходи блоків відповідно до схеми, після чого відкриваємо блоки та встановлюємо задані параметри. У блоці Step час появи перепаду (Step time) встановлюємо рівним нулю.

Для повороту або дзеркального відображення блока потрібно натиснути по його графічному зображенню правою кнопкою миші та скористатися пунктом Format → Rotate Block або Flip Block (на рисунку 2.3 блок Gain повернуто дзеркально операцією Flip Block).

Для підвищення точності моделювання необхідно у командному рядку вікна моделі відкрити закладку Simulation → Configuration Parameters та встановити задану відносну точність (Relative tolerance).

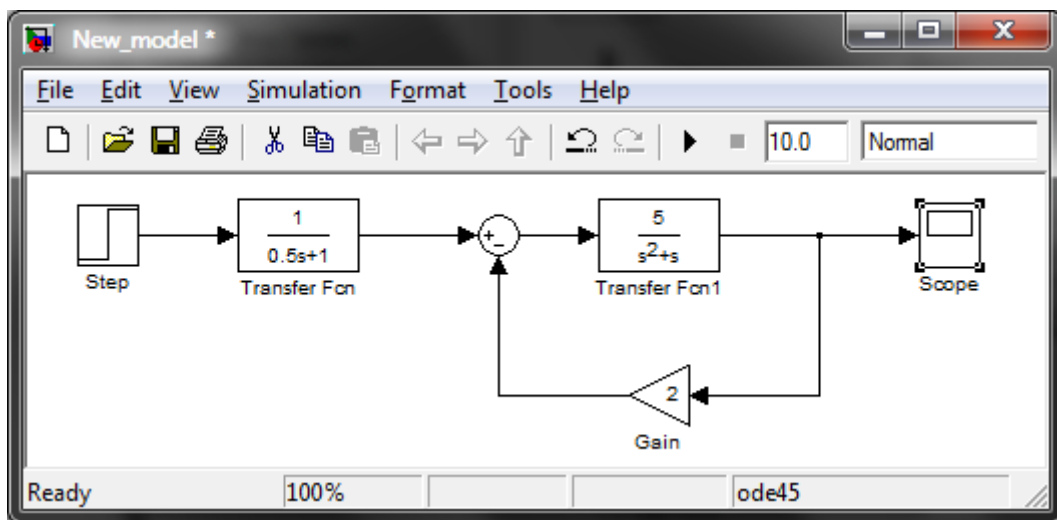


Рисунок 2.3 – Вікно моделі

Запуск моделювання здійснюється натисненням кнопки ► (Start Simulation). Результати моделювання спостерігаються після двократного натиснення на блок Scope. Для автоматичного встановлення максимального масштабу спостереження необхідно натиснути кнопку "бінокль" (рисунок 2.4).

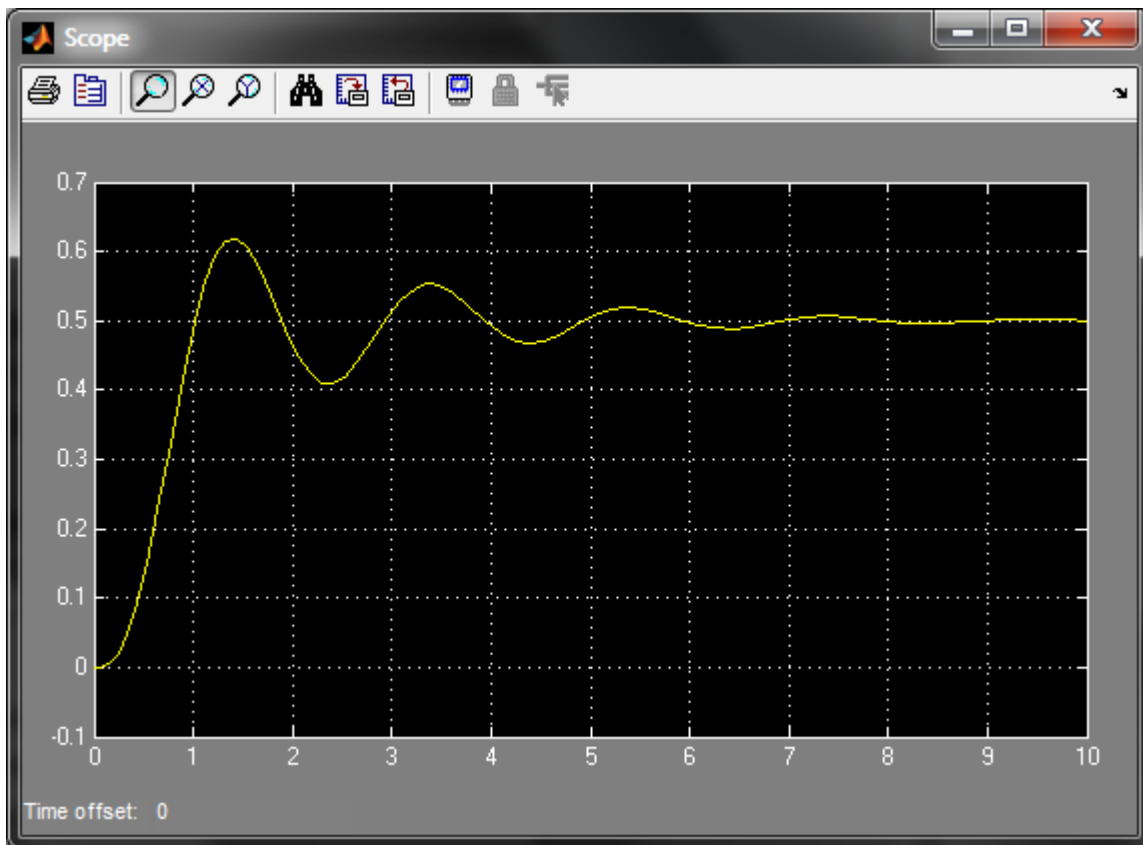


Рисунок 2.4 – Результати моделювання перехідної характеристики

2.4 Принцип дії та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням

Схему виконавчого двигуна постійного струму з незалежним збудженням (ВД) зображено на рисунку 2.5. На статорі розташовані обмотки збудження (на рисунку не показані), які створюють постійний магнітний потік Φ . До явірної обмотки за допомогою щітково-колекторного пристрою підводиться напруга керування U . При взаємодії струму якоря I з магнітним потоком Φ виникають сили Ампера F , які ведуть до створення обертового моменту

$$M = c_M I, \quad (2.1)$$

де c_M – постійна двигуна по моменту, Н·м/А.

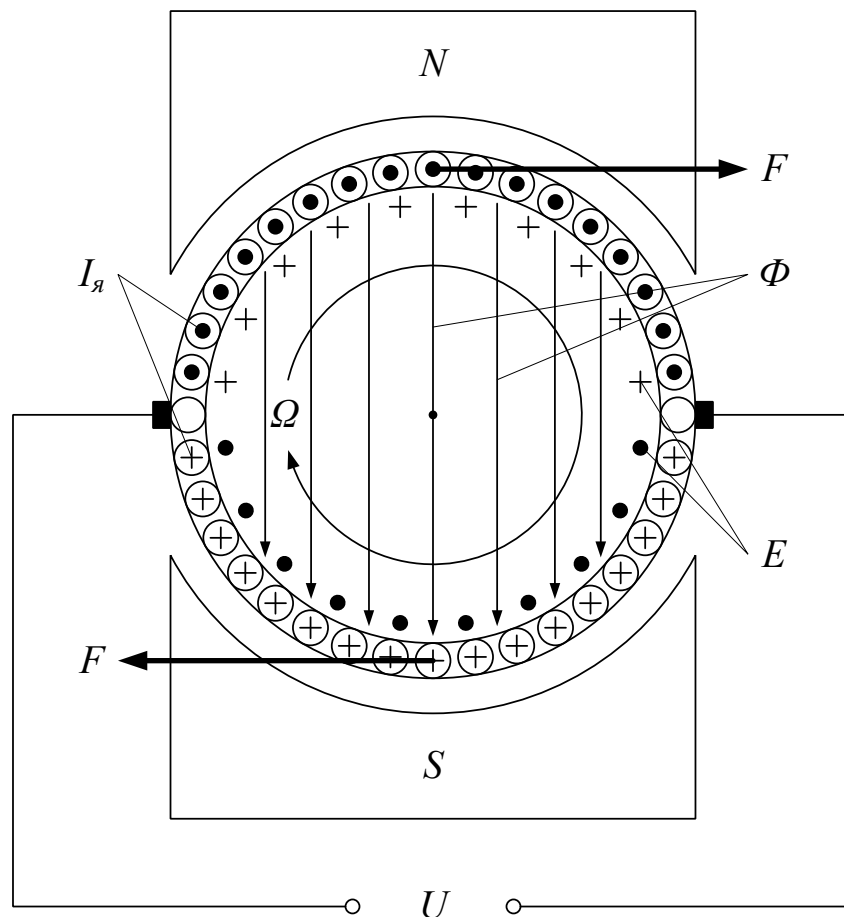


Рисунок 2.5 – Принцип дії двигуна постійного струму

Внаслідок цього яркір починає обертатися з кутовим прискоренням

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(M - M_c), \quad (2.2)$$

де Ω – кутова швидкість обертання, рад/с;

M_c – момент сил опору, Н·м;

J – момент інерції мас, що обертаються, кг · м² .

При обертанні в яркорі відповідно до закону електромагнітної індукції виникає електрорушійна сила, спрямована у напрямку, протилежному струму (проти-е.р.с.):

$$E = c_E \Omega . \quad (2.3)$$

Проти-е.р.с. пропорційна швидкості обертання якоря з коефіцієнтом пропорційності c_E , який називається постійною двигуна по проти-е.р.с., В·с/рад.

Коло живлення якоря зображено еквівалентною схемою, наведеною на рисунку 2.6. Тут E_0 , R_i – е.р.с. та внутрішній активний опір джерела, R_c і $L_{\tilde{n}}$ – активний опір та індуктивність секції якорного кола двигуна, $R_{\tilde{a}}^3 L_{\tilde{a}}$ – активний опір та індуктивність додаткових обмоток, $R_{\tilde{u}} \hat{e}$ – активний опір щітково-колекторного пристрою.

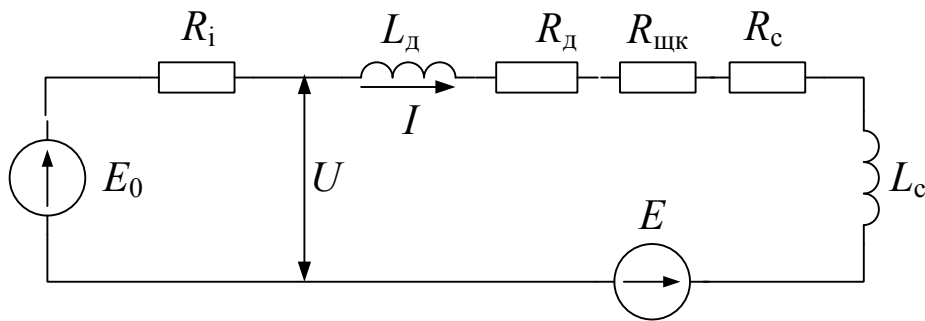


Рисунок 2.6 – Еквівалентна схема кола живлення якоря

На підставі першого закону Кірхгофа маємо, що динаміка процесів у колі живлення якоря описується диференціальним рівнянням:

$$RI + L \frac{dI}{dt} = E_0 - E, \quad (2.4)$$

де $R = R_c + R_d + R_i + R_{\text{щк}}$, $L = L_c + L_d$ – повні активний опір та індуктивність кола живлення якоря.

З рисунка 2.6 також можна встановити, що напруга на вхідних затискачах двигуна дорівнює:

$$U = E_0 - R_i \cdot I. \quad (2.5)$$

Таким чином, рух двигуна постійного струму визначається рівняннями (2.1) – (2.5).

Зовнішніми діями є е.р.с. E_0 джерела живлення якорного кола і момент сил опору $\dot{I}_{\tilde{n}}$. Як вихідну величину можна

розглядати, залежно від мети дослідження, швидкість обертання якоря Ω , обертальний момент \dot{I} , струм якоря I або напругу U на вхідних затискачах двигуна.

Момент сил опору M_c у загальному випадку має декілька складових, обумовлених силами сухого та в'язкого тертя. Надалі обмежимося врахуванням лише сил сухого тертя. Природа сил сухого тертя така, що при малих значеннях обертального моменту \dot{I} момент сил тертя рівний йому, а при $\dot{I} \geq M_0$ момент сил тертя залишається постійним (рисунок 2.7).

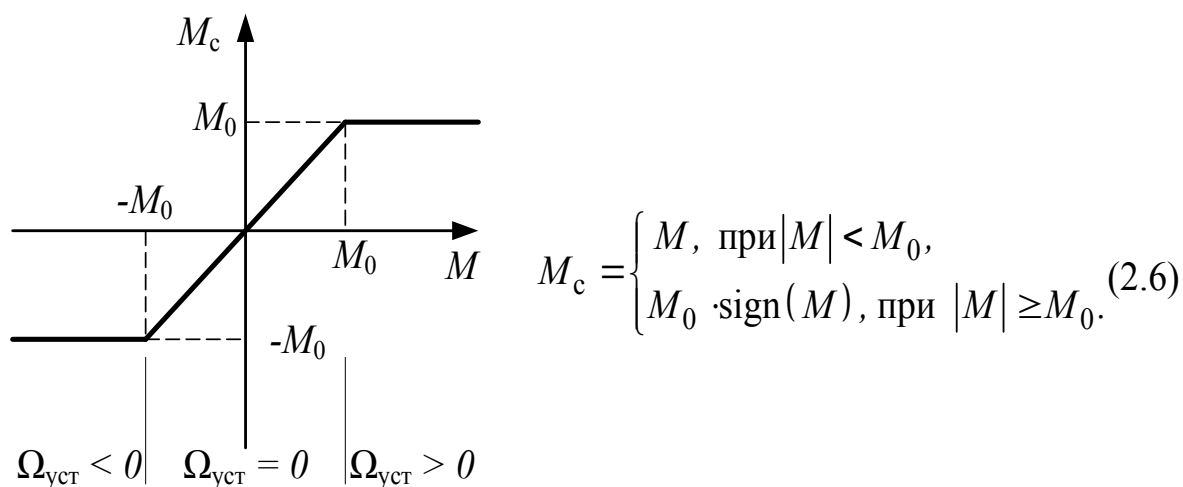
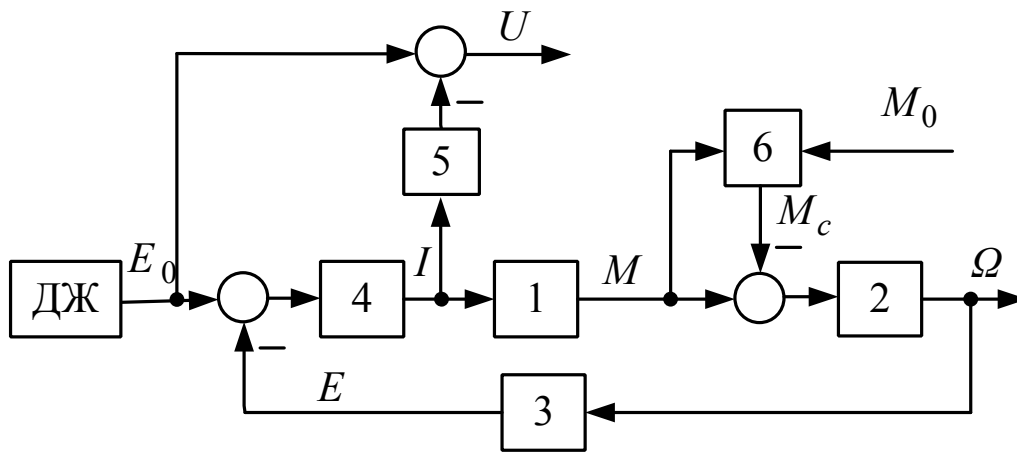


Рисунок 2.7 – Залежність моменту сил опору від величини обертального моменту

З цієї причини якор двигуна залишається нерухомим до тих пір, поки величина обертального моменту не досягне значення $\pm M_0$.

Логічна схема причинно-наслідкових зв'язків між величинами, що входять до рівнянь динаміки двигуна, наведена на рисунку 2.8.



ДЖ – джерело живлення; 1 – 6 – оператори передачі блоків

Рисунок 2.8 – Логічна схема причинно-наслідкових зв'язків між діями у двигуні постійного струму

2.5 Методика визначення передаточної функції динамічного блока за рівнянням "вхід-вихід"

Процеси, що відбуваються в лінійних стаціонарних об'єктах неперервної дії, описуються лінійними диференціальними рівняннями "вхід-вихід" з постійними коефіцієнтами:

$$\begin{aligned}
 a_k \cdot y^{(k)}(t) + a_{k-1} \cdot y^{(k-1)}(t) + \dots + a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = \\
 = b_0 \cdot x(t) + b_1 \cdot x'(t) + \dots + b_m \cdot x^{(m)}(t).
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Введемо в розгляд оператор (символ) диференціювання D , дія якого на довільну функцію $u(t)$ визначається за правилом

$$D^i u(t) = u^{(i)}(t) = \frac{d^i u(t)}{dt^i}.$$

Запишемо рівняння "вхід-вихід" (2.7) в операторній (символьній) формі

$$\begin{aligned}
 a_k \cdot D^k y(t) + a_{k-1} \cdot D^{k-1} y(t) + \dots + a_1 \cdot Dy(t) + a_0 \cdot y(t) = \\
 = b_0 \cdot x(t) + b_1 \cdot Dx(t) + \dots + b_m \cdot D^m x(t).
 \end{aligned}$$

Винесемо функції часу за дужки:

$$\left(\sum_{i=0}^k a_i \cdot D^i \right) y(t) = \left(\sum_{l=0}^m b_l \cdot D^l \right) x(t).$$

Якщо формально розв'язати отриманий вираз відносно вихідної величини $y(t)$, його можна записати у такому вигляді:

$$y(t) = K(D) \cdot x(t), \quad (2.8)$$

де $K(D)$ – оператор передачі об'єкта, що визначається за формулою

$$K(D) = \frac{\sum_{l=0}^m b_l \cdot D^l}{\sum_{i=0}^k a_i \cdot D^i}. \quad (2.9)$$

Запис диференціального рівняння в операторній формі (2.8) застосовується для побудови схеми математичної моделі блока у часовій області, яка зображена на рисунку 2.9.

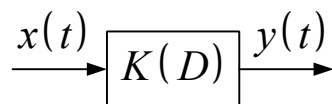


Рисунок 2.9

Передаточною функцією об'єкта $K(p)$ називається перетворення Лапласа її імпульсної характеристики:

$$K(p) = \int_0^{\infty} k(t) \cdot e^{-pt} dt = L\{k(t)\},$$

де $L\{ \}$ – оператор (символ) перетворення за Лапласом;
 $p = \sigma + j\omega$ – комплексний аргумент (змінна Лапласа).

З властивостей перетворення Лапласа відомо, що передаточна функція об'єкта може бути знайдена за її оператором передачі шляхом формальної заміни символу диференціювання D на змінну Лапласа P :

$$K(p) = K(D) \Big|_{D=p}. \quad (2.10)$$

2.6 Вказівки щодо виконання роботи

2.6.1 Ознайомлення з пакетом моделювання SIMULINK

Виконати індивідуальне завдання з дослідження системи в пакеті SIMULINK. Результати подати викладачу для перевірки.

2.6.2 Побудова моделі двигуна постійного струму в пакеті SIMULINK

1 Скласти схему математичної моделі двигуна (виконується під час підготовки до лабораторної роботи).

Користуючись рівняннями (2.1) – (2.6), записати відповідні їм оператори передачі і передаточні функції.

Користуючись схемою причинно-наслідкових зв'язків (рисунок 2.8), навести схему математичної моделі двигуна.

2 Скласти блок-схему моделі двигуна в пакеті SIMULINK.

3 командної стрічки бібліотеки користувача SIMULINK Library Browser створити новий файл та назвати його (користуватись лише англійськими літерами та цифрами).

На підставі отриманих у пункті 1 схеми математичної моделі двигуна постійного струму та передаточних функцій занести з бібліотеки у файл необхідні блоки та з'єднати їх між собою.

Задати передаточні функції кожного з компонентів схеми.

Після виконання завдання зберегти файл у папці "Мої документи".

2.7 Зміст звіту

1 Назва і мета роботи.

2 Схеми причинно-наслідкових зв'язків між діями у двигуні постійного струму (рисунки 2.8).

3 Аналітичні вирази рівнянь (2.1) – (2.6), що визначають роботу двигуна постійного струму, а також отриманих на їх підставі операторів передачі та передаточних функцій (виконується під час самостійної роботи).

4 Схеми математичної моделі та моделі двигуна у пакеті SIMULINK.

2.8 Контрольні запитання

1 Викладіть алгоритм знаходження оператора передачі за диференціальним рівнянням "вхід-вихід".

2 Дайте визначення передаточної функції об'єкта.

3 Як пов'язані між собою передаточна функція та диференціальний оператор передачі?

4 Диференціальне рівняння "вхід-вихід" об'єкта має вигляд

$$a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = b_0 \cdot x(t).$$

Виконати такі завдання:

1) записати диференціальний оператор передачі $K(D)$ та передаточну функцію $K(p)$;

2) скласти схему дослідження перехідної характеристики об'єкта у пакеті SIMULINK (вхідне діяння – одинична функція – задається блоком Step, спостереження виходу – за допомогою віртуального осцилографа Scope).

3 Розрахунок параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB

Мета роботи:

- 1) засвоїти методику складання скрипту в пакеті MATLAB;
- 2) навчитись розраховувати параметри математичної моделі двигуна постійного струму за паспортними даними.

3.1 Програма роботи

1 Ознайомлення з методикою складання скрипту в пакеті MATLAB.

2 Розроблення скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

3.2 Підготовка до виконання роботи

1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– ознайомитись з методикою та основними правилами складання скрипту в пакеті MATLAB;

– повторити принцип дії та основні рівняння двигуна постійного струму з незалежним збудженням.

2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

3.3 Методика та основні правила складання скрипту в пакеті MATLAB

При користуванні пакетом MATLAB на рівні командних рядків у вікні Command Window вводять інструкції й функції, які надалі MATLAB інтерпретує у послідовність дій і виконує їх. Такий режим зручний у тих випадках, коли сеанс роботи в середовищі MATLAB є коротким і не містить повторюваних операцій. Однак дійсна потужність MATLAB щодо аналізу й синтезу складних об'єктів та систем полягає в можливості виконання довгої послідовності команд, записаних у вигляді файлу. Такі файли називаються М-файлами, тому що їхні імена

мають вигляд *.m. Одним з видів M-файлу є скрипт. Скрипти – це звичайні текстові файли у форматі ASCII, які створюються за допомогою текстового редактора.

Скрипт являє собою послідовність звичайних інструкцій і функцій, використовуваних на рівні командного рядка. Скрипт викликається також на рівні командного рядка шляхом уведення імені файлу або за допомогою спадного меню. Кожен скрипт може викликати також інші скрипти. У випадку виклику скрипту MATLAB відразу починає виконання інструкцій й обчислення функцій, що входять у файл, не очікуючи уведення командного рядка.

Для побудови скрипту необхідно в командному рядку MATLAB викликати команду File→New M-file. У вікні редактора (Editor), що відкрилося, записується скрипт за допомогою текстового редактора. Наприклад, на рисунку 3.1 скрипту присвоєно ім'я Ivanov1.m (ім'я m-файлу має бути набране тільки англійським шрифтом без пробілів і символів, крім цифр).

Увага!

1 Формули й значення змінних набираються за звичайними правилами MATLAB.

2 Ті значення, які необхідно вивести на екран після виконання скрипту, записуються без крапки з комою наприкінці оператора.

3 Якщо при написанні скрипту праворуч з'явився червоний квадрат, необхідно перевірити правильність запису.

4 Необхідно ретельно стежити за розмірністю, єдністю позначень і послідовністю задання величин (невизначена величина не може застосовуватись для розрахунків), інакше скрипт не може бути виконаний або буде давати неправильні результати.

5 Після попередньої підготовки й кожного виправлення необхідно знову зберегти скрипт.

6 Скрипт працює зі змінними, що перебувають у робочій області. При цьому скрипт використовує найостанніші значення змінних з робочої області.

7 Скрипт повинен мати заставку, що містить деякі відомості щодо його призначення, та коментарі, що починаються із символу %. Заставка виводиться на екран функцією help, як показано на рисунку 3.2.

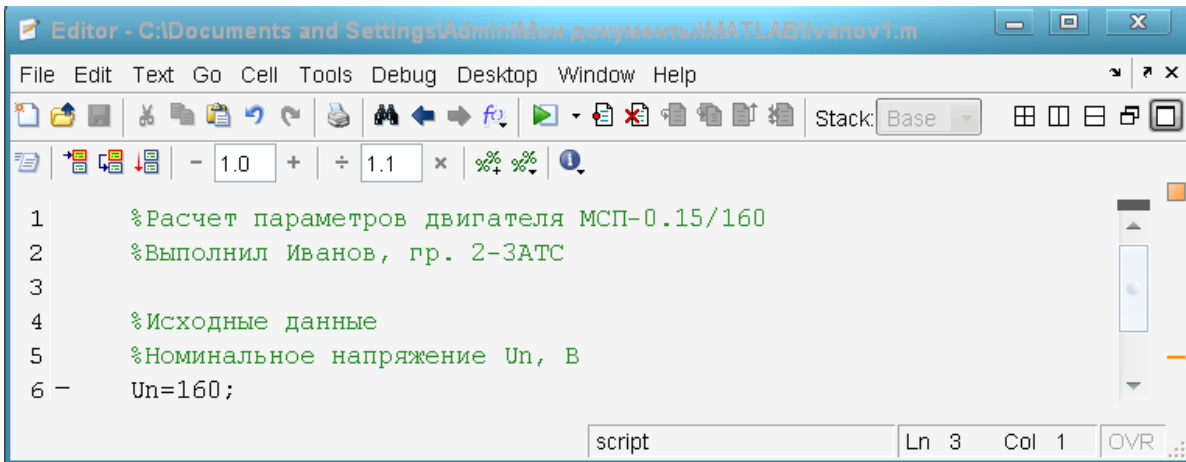


Рисунок 3.1

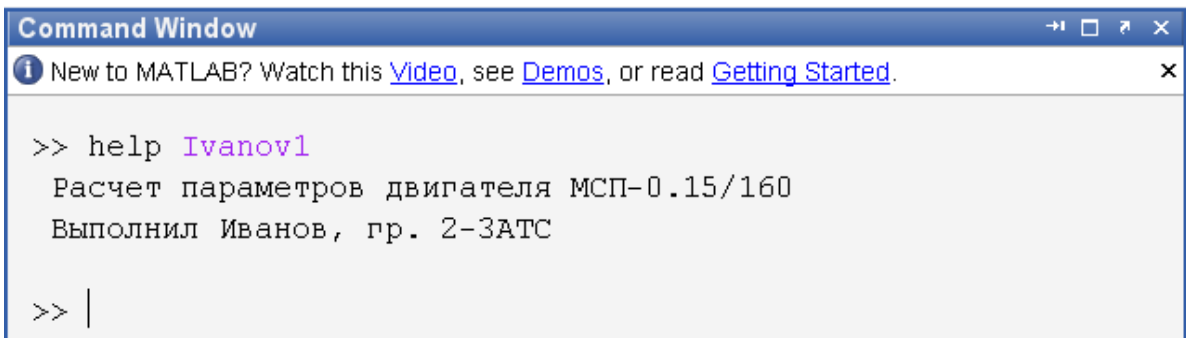


Рисунок 3.2

Для запуску скрипту на виконання необхідно в командному рядку вікна Command Window набрати його ім'я (наприклад: Ivanov1), що негайно приводить до виконання скрипту.

3.4 Методика розрахунку параметрів математичної моделі двигуна за паспортними даними

Метою розрахунку є підготовка всіх даних, які необхідні для моделювання двигуна у пакеті SIMULINK (див. вирази (2.1) – (2.6)).

Для розрахунку параметрів математичної моделі користуються такими паспортними даними двигуна:

- номінальна напруга живлення U_1 , В;
- номінальний споживаний струм I_1 , А;
- швидкість обертання n , об/хв, та $\Omega_1 = 2\pi \cdot n / 60$, рад/с;

- номінальний обертальний момент \dot{I}_i , Н·м;
- опір секції обмотки якоря $R_{\dot{n}}$, Ом;
- кількість пар полюсів p ;
- опір додаткових обмоток $R_{\dot{a}}$;
- величина сили притиснення щітки до колектора $F_{\dot{u} \hat{e}}$, Н.

Розрахунку підлягають:

- постійна двигуна по моменту c_M , Н·м/А;
- постійна двигуна по проти-е.р.с. c_E , В·с/рад;
- повний активний опір R , Ом, та індуктивність L , Гн, кола живлення якоря;
- повний момент інерції мас, що обертаються, J , кг·м²;
- е.р.с. холостого ходу E_0 , В, та внутрішній опір R_i , Ом, джерела живлення;
- момент сил сухого тертя щіток якоря M_T ;
- електромеханічна постійна часу двигуна T_M ;
- електромагнітна постійна часу двигуна T_e ;
- коефіцієнт демпфірування сил опору F_d .

Спочатку визначають опір якірного кола двигуна з урахуванням впливу температури обмоток:

$$R_{\dot{y}} = k_t (R_c + R_{\dot{a}}) + R_{\dot{u} \hat{e}}, \quad (3.1)$$

де k_t – температурний коефіцієнт. Якщо відомі дані при 20 °С, то для типової температури під час роботи 60 °С $k_t = 1.15$;

$R_{\dot{u} \hat{e}}$ – опір щіткових контактів.

Двигуни серії МСП є двигунами з послідовним збудженням без компенсаційної обмотки, тому опір $R_{\dot{a}}$ та індуктивність $L_{\dot{a}}$ додаткових обмоток дорівнює опору та індуктивності обмотки збудження.

За результатами вимірів встановлено, що напруга, яка падає на щіткових контактах, дорівнює приблизно 1,9 В. Тому орієнтовне значення опору щіткових контактів

$$R_{\dot{u} \hat{e}} = 1.9 / I_i. \quad (3.2)$$

Для розрахунку постійної двигуна по проти-е.р.с. користуються формулою

$$c_E = \frac{U_i - I_i \cdot R_{\dot{y}}}{\Omega_i} . \quad (3.3)$$

Постійна двигуна по моменту дорівнює:

$$c_M = M_i / I_i . \quad (3.4)$$

Величина індуктивності якоря розраховується за формулою

$$L_{\dot{y}} = \frac{\gamma \cdot U_i}{p \cdot \Omega_i \cdot I_i} , \quad (3.5)$$

де γ – коефіцієнт компенсації;
 p – кількість пар полюсів.

Для двигунів серії МСП $p = 1$, $\gamma = 0,6$.

Ряд параметрів двигуна МСП, необхідних для побудови моделі, не вказано у паспортних даних. Тому вони можуть бути визначені або за результатами експерименту, або задані орієнтовно.

Величина індуктивності $L_{\dot{a}}$ обмотки збудження двигуна МСП може бути орієнтовно задана як частка індуктивності якоря. Будемо вважати, що

$$L_{\dot{a}} = 0.2 \cdot L_{\dot{y}} . \quad (3.6)$$

Тоді загальна індуктивність кола живлення якоря дорівнює:

$$L = L_{\dot{y}} + L_{\dot{a}} . \quad (3.7)$$

Для подальших розрахунків необхідно ввести параметри, які враховують вплив на роботу двигуна джерела живлення та навантаження.

Джерело живлення характеризується величиною е.р.с. холостого ходу E_0 , В, та внутрішнім активним опором R_i , Ом (див. рисунок 2.2).

Величина внутрішнього активного опору залежить від типу джерела живлення. Надалі для розрахунку орієнтовно прийняти

$$R_i = 0.2R_{\bar{y}}. \quad (3.8)$$

Тоді е.р.с. холостого ходу можна визначити з виразу (2.5):

$$E_0 = U_i + R_i \cdot I_i. \quad (3.9)$$

Повний опір кола живлення якоря дорівнює:

$$R = R_{\bar{y}} + R_i. \quad (3.10)$$

Навантаження на валу двигуна впливає на момент сил опору M_c і на момент інерції J мас, що обертаються.

Момент сил опору M_c у загальному випадку має декілька складових, обумовлених силами сухого та в'язкого тертя. Надалі обмежимося врахуванням лише сил сухого тертя, які впливають на роботу двигуна як у перехідному, так і у сталому режимі. Відповідно до виразу (2.6) та рисунка 2.3, їх вплив на роботу двигуна є нелінійним і визначається величиною моменту зрушення M_0 .

Внаслідок того, що момент сил опору є зовнішнім впливом, значення M_0 доцільно задавати у командному вікні перед початком моделювання. Наприклад, якщо моделюється робота у режимі холостого ходу, то $M_0 = M_{\delta}$, де M_T – момент сил сухого тертя щіток якоря, а якщо моделюється робота у номінальному режимі, то $M_0 = M_i$. У загальному випадку величина M_0 може задаватись у межах від $M_0 = M_{\delta}$ до $M_0 = (2...3)M_H$.

Момент сил сухого тертя щіток якоря M_T визначається за виразом:

$$M_{\delta} = n_{\dot{u}} \cdot F_{\dot{u} \dot{e}} \cdot d_{\ddot{e}} / 2, \quad (3.11)$$

де $F_{\dot{u}\hat{e}}$ – сила притиснення однієї щітки до колектора, Н;

$n_{\dot{u}}$ – кількість щіток;

$d_{\hat{e}}$ – діаметр ламелі щітково-колекторного пристрою, м (для двигунів МСП $d_{\hat{e}} = 0.046$ м).

Загальний момент інерції мас, що обертаються, приведений до вала двигуна, дорівнює:

$$J = J_{\dot{y}} + J'_{\dot{1}\hat{e}}, \quad (3.12)$$

де $J_{\dot{y}}$ – момент інерції якоря двигуна, кг · м²;

$J'_{\dot{1}\hat{e}}$ – приведений до вала двигуна момент інерції навантаження, кг · м².

За відсутності паспортних даних для розрахунку моменту інерції якоря $J_{\dot{y}}$ двигуна МСП можна скористатися виразом для розрахунку моменту інерції суцільного циліндра:

$$J_{\dot{y}} = m_{\dot{y}} \cdot r_{\dot{y}}^2 / 2, \quad (3.13)$$

де $m_{\dot{y}}$ – маса якоря;

$r_{\dot{y}}$ – радіус якоря.

У паспортних даних вказано, що радіус якоря двигунів МСП $r_{\dot{y}} = 0.035$ м, а маса двигунів МСП-0.1 – 20 кг, МСП-0.15/0.25 – 16 кг. Маса якоря орієнтовно може бути прийнята рівною половині маси двигуна.

Момент інерції навантаження $J'_{\dot{1}\hat{e}}$ залежить від погонної маси $m_{\dot{1}}$ гострякових рейок та їхньої довжини l . Орієнтовно можна прийняти, що

$$J_{\text{ок}} = m_{\dot{1}} \cdot l^3 / 3. \quad (3.14)$$

Погонна маса рейок ОР-50 – 64.8 кг/м, ОР-65 – 83.8 кг/м, ОР-75 – 92.14 кг/м, орієнтовна довжина 10 м.

Приведений до вала двигуна момент інерції навантаження

$$J'_{\text{ок}} = J_{\text{ок}} \frac{r_{\text{Г.В}}^2}{q^2 \cdot l^2}, \quad (3.15)$$

де $r_{\text{Г.В}}$ – радіус головного вала стрілочного привода;
 q – передаточне число редуктора.

Для привода СП-6 $r_{\text{Г.В}} = 0.04$ м, $q = 70$.

Загальний момент інерції мас, що обертаються, приведений до вала двигуна, дорівнює:

$$J = J_{\text{я}} + J'_{\text{ок}}. \quad (3.16)$$

Для аналізу статичних та динамічних властивостей двигунів застосовують такі параметри:

– електромеханічна постійна часу двигуна

$$T_{\text{м}} = J \frac{R}{c_{\text{М}} c_{\text{Е}}}. \quad (3.17)$$

– електромагнітна постійна часу

$$T_{\text{е}} = L / R. \quad (3.18)$$

– коефіцієнт підсилення двигуна

$$k_{\text{д}} = 1 / c_{\text{Е}}; \quad (3.19)$$

– коефіцієнт демпфірування сил опору

$$F_{\text{д}} = \frac{c_{\text{М}} c_{\text{Е}}}{R}. \quad (3.20)$$

3.5 Вказівки щодо виконання роботи

3.5.1 Ознайомлення з методикою складання скрипту в пакеті MATLAB

Виконати індивідуальне завдання зі складання скрипту.

3.5.2 Розроблення скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB

Відповідно до варіанта індивідуального завдання (таблиця 3.1) скласти скрипт для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

Варіанти індивідуального завдання визначаються за номером у класному журналі. Вихідні паспортні дані двигунів МСП наведені у додатку А.

Таблиця 3.1 – Варіанти індивідуального завдання

№ з/п	Тип двигуна	Тип рейок	№ з/п	Тип двигуна	Тип рейок
1	МСП-0,15/30	ОР-50	16	МСП-0,1/100	ОР-65
2	МСП-0,15/110	ОР-50	17	МСП-0,1/160	ОР-65
3	МСП-0,15/160	ОР-50	18	МСП-0,25/30	ОР-65
4	МСП-0,15/160*	ОР-50	19	МСП-0,25/100	ОР-65
5	МСП-0,1/30	ОР-50	20	МСП-0,25/160	ОР-65
6	МСП-0,1/100	ОР-50	21	МСП-0,15/30	ОР-75
7	МСП-0,1/160	ОР-50	22	МСП-0,15/110	ОР-75
8	МСП-0,25/30	ОР-50	23	МСП-0,15/160	ОР-75
9	МСП-0,25/100	ОР-50	24	МСП-0,15/160*	ОР-75
10	МСП-0,25/160	ОР-50	25	МСП-0,1/30	ОР-75
11	МСП-0,15/30	ОР-65	26	МСП-0,1/100	ОР-75
12	МСП-0,15/110	ОР-65	27	МСП-0,1/160	ОР-75
13	МСП-0,15/160	ОР-65	28	МСП-0,25/30	ОР-75
14	МСП-0,15/160*	ОР-65	29	МСП-0,25/100	ОР-75
15	МСП-0,1/30	ОР-65	30	МСП-0,25/160	ОР-75

*До липня 1988 року.

3.6 Зміст звіту

1 Результати виконання індивідуального завдання зі складання скрипту за підрозділом 3.5.1.

2 Текст скрипту для розрахунку параметрів моделі двигуна постійного струму в пакеті MATLAB.

3 Результати виконання скрипту:

– постійна двигуна по проти-е.р.с. c_E ;

– постійна двигуна по моменту c_M ;

- е.р.с. холостого ходу E_0 ;
- момент сил сухого тертя щіток якоря M_T ;
- електромеханічна постійна часу двигуна T_M ;
- електромагнітна постійна часу T_e ;
- коефіцієнт підсилення двигуна k_d ;
- коефіцієнт демпфірування сил опору F_d .

3.7 Контрольні запитання

Скласти скрипт для розрахунку перехідної характеристики системи, схема математичної моделі якої наведена на рисунку 1.17.

4 Дослідження двигуна постійного струму за його моделями в пакетах MATLAB та SIMULINK

Мета роботи: засвоїти методику визначення характеристик об'єктів за результатами моделювання в пакетах MATLAB та SIMULINK.

4.1 Завдання

- 1 Перевірка адекватності моделі у сталому режимі.
- 2 Дослідження процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі.
- 3 Дослідження регулювальної характеристики двигуна.
- 4 Дослідження механічної характеристики двигуна.

4.2 Вказівки з виконання завдання

4.2.1 Перевірка адекватності моделі у сталому режимі

- 1 Запустити скрипт для розрахунку параметрів двигуна.

Для проведення дослідження в номінальному режимі в командному вікні (Command Window) задати статичний момент опору навантаження M_c на валу двигуна, рівний паспортному значенню обертального моменту:

$$M_c = M_1 .$$

- 2 Відкрити модель двигуна в пакеті SIMULINK.

Для проведення досліджень процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі, необхідно за джерело е.р.с. вибрати блок Step у закладці Sources бібліотеки. Відкрити блок Step та встановити в рядку Final Value значення, що дорівнює значенню е.р.с. A_0 живлення у номінальному режимі. В рядку Step Time встановити час подачі напруги рівним нулю.

Підключити віртуальні осцилографи (Scope) до таких контрольних точок:

- Ω – швидкість обертання вихідного вала, рад/с;
- I – струм якоря, А;
- U – напруга на вхідних затискачах двигуна, В.

Для підвищення точності моделювання відкрити у командному рядку вікна моделі закладку Simulation → Configuration Parameters та встановити відносну точність (Relative tolerance) рівною 10^{-6} .

3 Запустити моделювання. Після закінчення відкрити осцилографи, простежити отримані графіки. Якщо час моделювання надвеликий, зменшити його до значення, при якому на екрані добре спостерігаються перехідні процеси. Занести до звіту отримані графіки.

4 Виміряти та занести у звіт значення в сталому режимі:

– напруги на вхідних затискачах $U_{\text{нò}}$;

– струму якоря $I_{\text{нò}}$;

– швидкості обертання $\Omega_{\text{нò}}$.

Зіставити отримані результати з паспортними даними U_1 , I_1 та $\Omega_1 = 2\pi \cdot n / 60$. Якщо вони відрізняються не більше ніж на 5 %, то модель розроблена коректно, а результати моделювання можна використовувати для дослідження процесів у реальному двигуні.

Порівняти величину напруги на вхідних затискачах двигуна в сталому режимі $U_{\text{нò}}$ з е.р.с. джерела живлення E_0 . Пояснити причину їх різниці.

Зробити висновки.

4.2.2 Дослідження процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі

1 За графіком кривої розгону $\Omega = f_1(t)$ визначити час розгону t_p двигуна до швидкості, рівної 0.95 від сталого значення $\Omega_{\text{нò}}$. Зіставити отриману за результатами моделювання величину часу розгону з розрахунковим значенням, яке визначається за формулою:

$$t_p \approx 3(T_i + T_e),$$

де T_e , T_i – електромагнітна та електромеханічна постійні часу двигуна, що розраховані за результатами виконання скрипту.

2 За графіком струму якоря знайти максимальне значення пускового струму I_{max} та розрахувати величину коефіцієнта перевантаження за пусковим струмом:

$$k_I = I_{\max} / I_{\text{нò}}.$$

Пояснити причину перевищення струму якоря понад сталого значення під час розгону.

3 За графіком напруги на вхідних затискачах двигуна простежити падіння ("просадку") напруги при розгоні двигуна, виміряти мінімальну напругу U_{\min} . Пояснити причину "просадки" напруги живлення під час розгону.

Зробити висновки за результатами дослідження.

4.2.3 Дослідження регульовальної характеристики двигуна

Регульовальна характеристика (РХ) являє собою залежність сталої швидкості обертання якоря двигуна від напруги живлення при постійній величині моменту статичного навантаження на валу:

$$\Omega_{\text{нò}} = f(U) \Big|_{M_{\text{н}} = \text{const}}$$

Отримати РХ для двох значень статичного моменту опору навантаження M_c на валу двигуна (задається в командному вікні (Command Window)):

а) відповідно до паспортного значення обертального моменту на валу: $M_c = M_i$;

б) в режимі холостого ходу (визначається лише силами сухого тертя щітково-колекторного пристрою якоря): $M_c = M_\delta$.

Значення е.р.с. живлення задавати у блоці Step – Final Value, починаючи від паспортних даних $E = E_0$, та поступово зменшуючи до е.р.с. рушання $E = E_\delta$ – е.р.с., при якій двигун починає обертатися.

Результати вимірів напруги та швидкості обертання у сталому режимі занести в таблицю 4.1 (обов'язково виміряти напругу рушання U_p !).

Таблиця 4.1 – Дані для побудови РХ

Напруга живлення U , В								
--------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--

Швидкість обертання $\Omega_{\dot{n}0}$, c^{-1} , при $M_c = M_n$								
Швидкість обертання $\Omega_{\dot{n}0}$, c^{-1} , при $M_c = M_T$								

Побудувати сімейство регулювальних характеристик.

Примітка – Для побудови двох графіків в одному вікні за даними експерименту необхідно у командному вікні MATLAB набрати:

```
U0=[ U10,U20,...,Up0 ]; W0=[ W10,W20,...,Wp0 ];
U1=[ U11,U21,...,Up1 ]; W1=[ W11,W21,...,Wp1 ];
plot(U0,W0,U1,W1);grid
```

де U0, W0, U1, W1 – масиви даних з таблиці.

Провести аналіз отриманих РХ:

- звернути увагу на наявність зони нечутливості на початковій ділянці РХ, пояснити причину. Встановити характер залежності напруги рушання U_p від моменту сил сухого тертя;
 - проаналізувати хід графіка РХ на робочій ділянці.
- Розрахувати значення крутизни РХ:

$$k_{\dot{n}} = \left. \frac{d\Omega_{\dot{n}0}}{dU} \right|_{M_{\dot{n}} = \text{const}}$$

Порівняти отриманий результат з величиною $1/c_E$, оберненою до паспортного значення постійної двигуна за проти-е.р.с., отриманого за результатами виконання скрипту.

Зробити висновки за результатами досліджень РХ.

4.2.4 Дослідження механічної характеристики двигуна

$$k_I = \left. \frac{dI}{dM_c} \right|_{U=\text{const}}$$

Порівняти отриманий результат з величиною $1/c_M$, оберненою значенню постійної двигуна за моментом, отриманим за результатами виконання скрипту.

4.3 Зміст звіту

1 Графіки процесів, що протікають у двигуні в перехідному режимі:

- швидкість Ω обертання вихідного вала;
- струм якоря I , А;
- напруга на вхідних затискачах двигуна U , В.

2 Результати досліджень двигуна у сталому режимі.

3 Результати досліджень двигуна в перехідному режимі.

4 Таблиця 4.1, графіки регулювальних характеристик та результати досліджень.

5 Таблиця 4.2, графіки механічної і струмової характеристик та результати їх досліджень.

6 Висновки з роботи.

5 Дослідження лінійних моделей об'єктів методом фазової площини

Мета роботи:

- 1) закріпити знання методу фазової площини для дослідження процесів в об'єктах другого порядку;
- 2) вивчити види фазових траєкторій лінійних систем.

5.1 Підготовка до виконання роботи

1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

- вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;
- повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

5.2 Короткі відомості з теорії

Метод фазової площини є одним із точних методів дослідження процесів у лінійних та нелінійних об'єктах. Він застосовується до систем, які описуються диференціальним рівнянням другого порядку виду

$$x'' = f(x, x'), \quad (5.1)$$

де x, x', x'' – змінна, що характеризує деяку координату об'єкта, її перша та друга похідні.

$f(x, x')$ – лінійна або нелінійна функція.

Запишемо рівняння (5.1) у вигляді двох рівнянь першого порядку. Для цього введемо дві змінні – x та $y = x'(t)$. Тоді отримаємо:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dt} &= f(x, y); \\ \frac{dx}{dt} &= y.\end{aligned}\tag{5.2}$$

Далі розглядаються стаціонарні системи, для яких функція $f(x, y)$ у рівняннях (5.2) не залежить явно від часу.

Величини x та y можна розглядати як координати точки на площині з осями ox , oy , яка отримала назву **фазової площини**. При зміні стану системи з часом координати цієї точки переміщуються за траєкторією, яка називається **фазовою траєкторією**. Сукупність фазових траєкторій для множини початкових умов називається **фазовим портретом** об'єкта.

Вирази (5.2) є рівняннями фазових траєкторій у параметричній формі (параметр t). Після ділення першого рівняння на друге отримуємо диференціальне рівняння **інтегральних кривих**:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}.\tag{5.3}$$

Інтегральні криві, побудовані за розв'язком диференціального рівняння (5.3), лише в найпростіших випадках збігаються з фазовими траєкторіями. В загальному випадку одній інтегральній кривій може відповідати відразу декілька фазових траєкторій.

Рівняння (5.3) визначає тангенс кута нахилу дотичної до інтегральної кривої. Якщо виконується теорема Коші про єдиний розв'язок рівняння (5.1), то для кожного x та y значення dy/dx , за винятком точок, в яких одночасно $f(x, y) = 0$ та $y = 0$, є єдиним. Таким чином, через кожну точку фазової площини, за винятком точок, в яких $f(x, y) = 0$ та $y = 0$, може проходити тільки одна інтегральна крива. Через точки, в яких одночасно $f(x, y) = 0$ та $y = 0$, може проходити або декілька інтегральних кривих, або не проходити жодної кривої. В цих точках фазові

траєкторії можуть перетинатися. Точки такого типу називаються **особливими**.

Фізичний зміст особливих точок полягає в тому, що вони відображають стани рівноваги (спокою) динамічної системи. Дійсно, лише у стані спокою швидкість $y = dx/dt$ та прискорення $dy/dt = f(x, y)$ точки одночасно дорівнюють нулю.

Відмітимо деякі загальні властивості поведінки фазових траєкторій.

По-перше, якщо швидкість $y = dx/dt > 0$, то фазова координата x зростає і, навпаки, при $y = dx/dt < 0$ фазова координата x зменшується. Тому у верхній півплощині всі фазові траєкторії з часом проходять зліва направо, а в нижній – справа наліво. Напрямок ходу фазових траєкторій відображається стрілками.

По-друге, якщо $y = dx/dt = 0$, то $x = \text{const}$, а $dy/dx = \pm\infty$. Таким чином, з урахуванням першої властивості фазова траєкторія (за винятком особливих точок) перетинає вісь ox під прямим кутом знизу вгору або зверху вниз у правій чи лівій півплощині.

Таким чином, дослідження динамічних властивостей об'єктів, які описуються диференціальним рівнянням другого порядку, може бути зведено до дослідження траєкторій руху точок на фазовій площині.

Розглянемо можливі варіанти фазових траєкторій лінійних систем другого порядку.

Запишемо диференціальне рівняння вільного руху лінійної системи другого порядку у такому вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5.4)$$

де $x = x(t)$ – вихідна величина;

ξ, ω_0 – постійні коефіцієнти.

Загальний розв'язок рівняння (5.4) має такий вигляд:

$$x(t) = C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t}, \quad (5.5)$$

де C_1, C_2 – константи, які визначаються початковими умовами;
 p_1, p_2 – корені характеристичного рівняння

$$\begin{aligned} p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2 &= 0. \\ p_{1,2} &= -\omega_0 \left(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1} \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Отже, характер вільного руху лінійної системи визначається лише видом коренів характеристичного рівняння.

Розглянемо ряд випадків, які відповідають різним значенням коренів.

$$\mathbf{1} \quad \xi = 0.$$

При $\xi = 0$ корені чисто уявні: $p_{1,2} = \pm j\omega_0$. Розв'язання рівняння (5.4) при $\xi = 0$ має вигляд:

$$x(t) = X_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi),$$

де X_m та φ – постійні величини, що визначаються початковими умовами.

В системі існують гармонічні незгасаючі коливання з амплітудою X_m . Відповідно до критеріїв стійкості система перебуває на межі стійкості. Така система називається консервативною, оскільки в ній сума кінетичної та потенціальної енергій з часом залишається постійною.

Побудуємо для цієї системи фазові траєкторії. Рівняння для першої похідної:

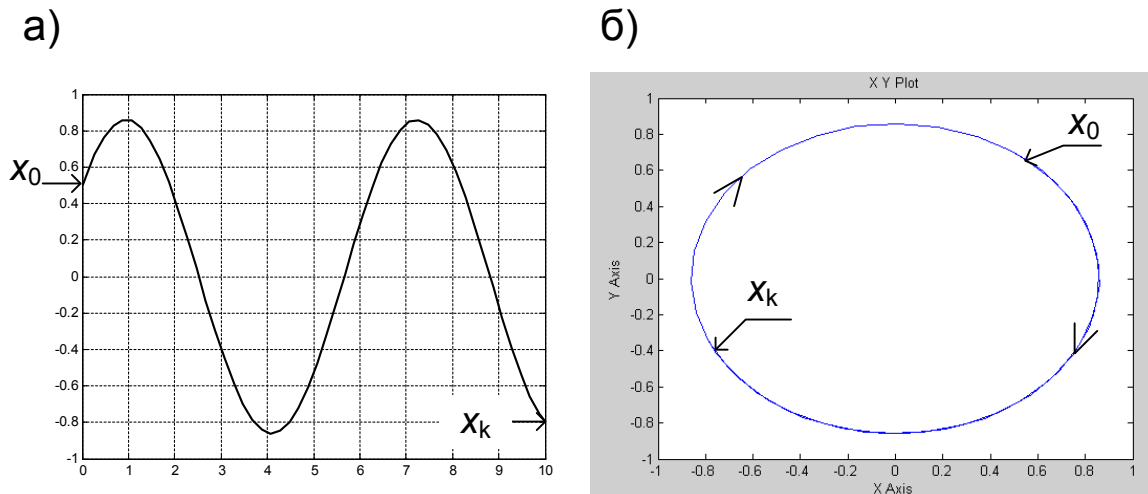
$$y(t) = dx/dt = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi).$$

З виразів для $x(t), y(t)$ після нескладних перетворень отримуємо рівняння фазових траєкторій у такому вигляді:

$$\frac{x^2}{X_m^2} + \frac{y^2}{(X_m \omega_0)^2} = 1.$$

Отримане рівняння є параметричним рівнянням еліпса з півсями X_m та $X_m \omega_0$, що визначають максимальні значення величини $x(t)$ та її похідної. Зображуюча точка рухається еліпсом за годинниковою стрілкою. Весь еліпс зображуюча точка проходить за один період $T = 2\pi / \omega_0$.

Отже, періодичним коливанням вихідної величини відповідають замкнені траєкторії на фазовій площині (рисунок 5.1).



а – вихідна величина; б – фазова траєкторія
Рисунок 5.1 – Вихідна величина та фазова траєкторія для $\omega_0 > 0$, $\xi > 1$

Таким чином, фазовий портрет консервативної системи є сукупністю еліпсів з півсями X_m та $X_m \omega_0$. Зокрема, при $X_m = 0$ зображуюча точка потрапляє до початку координат та залишається там весь час. Це відповідає стану рівноваги системи.

Особлива точка, біля якої інтегральні криві є замкненими та охоплюють цю особливу точку, називається *центром*.

$$2 \omega_0 > 0, 0 < \xi < 1.$$

В цьому випадку корені $p_{1,2}$ – комплексно спряжені та мають від'ємну дійсну частину $-\xi \omega_0$, що характерно для

коливальної ланки. Вільні коливання з часом згасають, система є стійкою. Ступінь коливання визначається величиною відносного коефіцієнта згасання ξ .

Фазова траєкторія є логарифмічною спіраллю, що асимптотично наближається при $t \rightarrow \infty$ до початку координат фазової площини. Фазовий портрет складається із множини таких спіралей, "вкладених" одна в одну з асимптотичною точкою рівноваги в початку координат фазової площини, куди прагнуть всі ці спіралі.

Особлива точка такого типу називається **стійким фокусом**.

$$3 \quad \omega_0 < 0, \quad 0 < \xi < 1.$$

Корені $p_{1,2}$ – комплексно спряжені та мають додатні дійсні частини. Система нестійка. Фазовий портрет системи складається із сімейства логарифмічних спіралей, що розкручуються з початку координат.

Особлива точка, що розташована на початку координат фазової площини, називається **нестійким фокусом**.

$$4 \quad \omega_0 > 0, \quad \xi > 1.$$

Корені $p_{1,2}$ – дійсні від'ємні. Система в цьому випадку є стійкою.

Розв'язання рівняння (5.4) при $\omega_0 > 0, \xi > 1$ має вигляд:

$$x(t) = C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t},$$

де C_1, C_2 – постійні величини, що визначаються початковими умовами.

Тоді

$$y(t) = C_1 p_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 p_2 \cdot e^{p_2 t}.$$

Параметричний нахил інтегральних кривих визначається виразом

$$k(t) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{C_1 p_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 p_2 \cdot e^{p_2 t}}{C_1 \cdot e^{p_1 t} + C_2 \cdot e^{p_2 t}}.$$

Нехай $|p_1| > |p_2|$. Тоді при $t \rightarrow -\infty$ $|e^{p_1 t}| < |e^{p_2 t}|$, і $k(t) \rightarrow p_1$. Отже, всі фазові траєкторії на початковій ділянці мають від'ємний нахил, що дорівнює

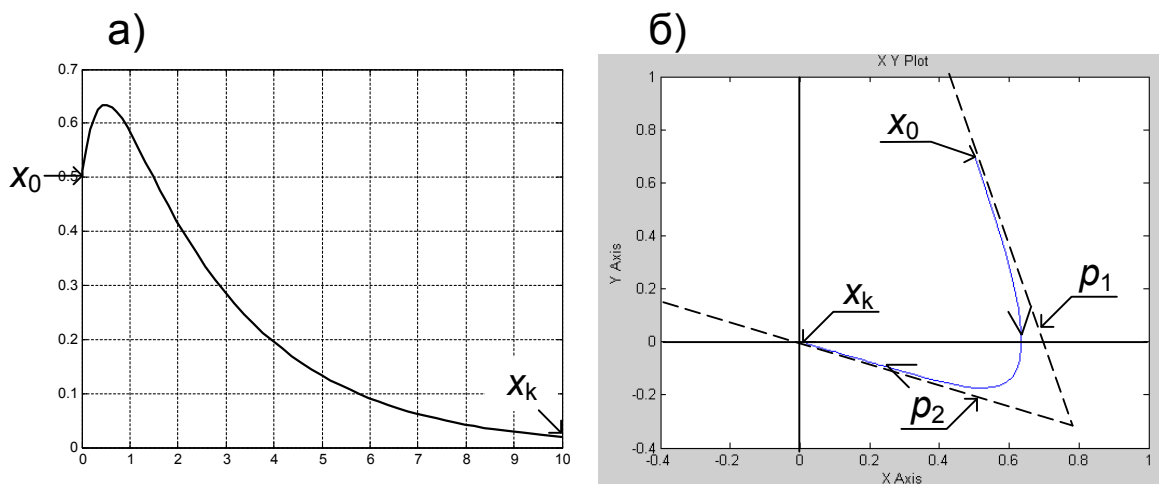
$$p_1 = -\omega_0 \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) < 0. \quad (5.7)$$

Навпаки, при $t \rightarrow \infty$ $|e^{p_1 t}| > |e^{p_2 t}|$, і $k(t) \rightarrow p_2$. Отже, всі фазові траєкторії на кінцевій ділянці прагнуть до загальної інтегральної кривої, що має від'ємний нахил, що дорівнює

$$p_2 = -\omega_0 \left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right) < 0. \quad (5.8)$$

Лінії з асимптотичними нахилами p_1, p_2 називаються **ізоклінами** (рисунок 5.2, пунктир).

Особлива точка, через яку проходять всі інтегральні криві, називається **вузлом**. Оскільки у випадку, що розглядається, особлива точка відповідає стійкому стану рівноваги системи, то вона є **стійким вузлом**.



а – вихідна величина; б – фазова траєкторія

Рисунок 5.2 – Графіки для $\omega_0 > 0, \zeta > 1$

5 $\omega_0 < 0, \xi > 1$.

Корені $p_{1,2}$ – дійсні додатні. Система нестійка. При русі системи зображуюча точка віддаляється від початку координат фазової площини $x = 0; y = 0$.

Рівняння ізоклін визначаються виразами ($p_1 > p_2$):

– при $t \rightarrow -\infty$

$$p_2 = -\omega_0 \left(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) > 0; \quad (5.9)$$

– при $t \rightarrow \infty$

$$p_1 = -\omega_0 \left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) > 0. \quad (5.10)$$

Особлива точка такого типу називається *нестійким вузлом*.

6 $\omega_0^2 < 0, \xi = 0$.

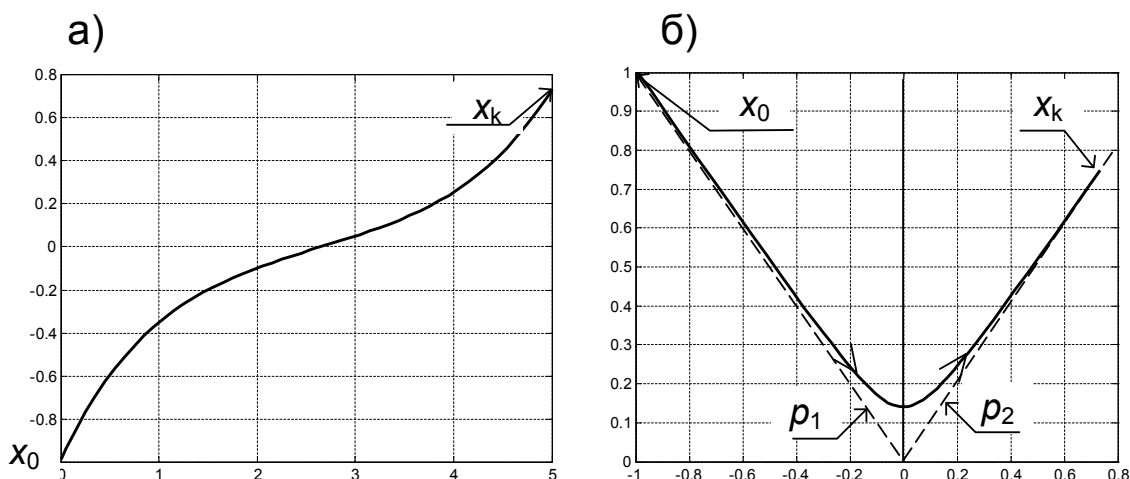
В цьому випадку корені характеристичного рівняння – дійсні і мають різні знаки:

$$p_1 = -|\omega_0|, \quad p_2 = |\omega_0|. \quad (5.11)$$

Система нестійка. Де б не розташовувалась зображуюча точка в початковий момент, вона завжди в решті решт почне асимптотично віддалятися від початку координат (рисунок 5.3). Нахили асимптот (сепаратрис) визначаються значеннями коренів p_1, p_2 .

Оскільки при $x = 0, y = 0$ фазова швидкість дорівнює нулю, то система принципово може перебувати в стані рівноваги. Однак стан рівноваги, який відповідає цій особливій точці, є нестійким.

Особлива точка такого типу називається *сідлом*.



а – вихідна величина; б – фазова траєкторія

Рисунок 5.3 – Вихідна величина та фазова траєкторія для $\omega_0^2 < 0$

5.3 Дослідження фазових траєкторій лінійних систем

5.3.1 Опис моделі

Дослідження проводиться в середовищі **MATLAB** на моделі системи в пакеті **SIMULINK**. Представимо диференціальне рівняння другого порядку (5.4) у вигляді, що визначається виразом (5.2):

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -a_1 y - a_0 x; \\ \frac{dx}{dt} &= y, \end{aligned} \tag{5.12}$$

де $a_1 = 2\xi\omega_0$, $a_0 = \omega_0^2$.

Модель системи в пакеті **SIMULINK**, що відповідає системі диференціальних рівнянь (5.12), подана на рисунку 5.4. Вона складається з двох інтеграторів, двох блоків з коефіцієнтами підсилення $a_1 = 2\xi\omega_0$, $a_0 = \omega_0^2$, суматора та інвертора (Unary Minus).

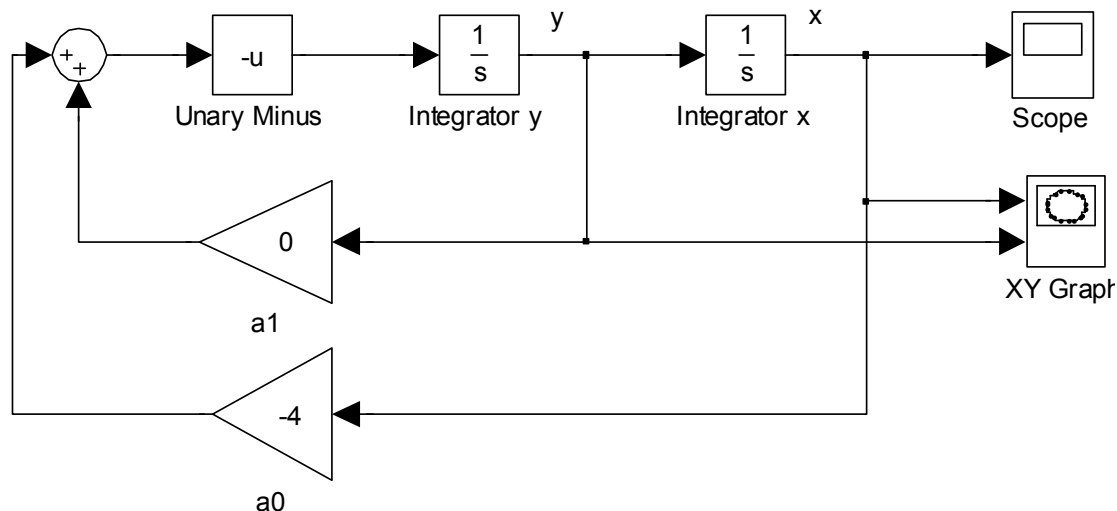


Рисунок 5.4 – Модель системи в пакеті SIMULINK

Початкові умови x_0, y_0 інтеграторів задаються у вікні Function Block Parameters, що відкривається двійним натисненням лівою кнопкою миші на відповідний інтегратор у рядку Initial Condition.

Спостереження графіка вихідної величини $x(t)$ проводиться за допомогою віртуального осцилографа Scope. Спостереження фазової траєкторії проводиться за допомогою блока XY Graph (по осі X відкладається вихідна величина x , а по осі Y – її похідна $y = x'$).

Примітки

1 Для підвищення точності моделювання у командному рядку натиснути кнопку Simulation, відкрити вікно Configuration Parameters та встановити відносну точність Relative Tolerance рівною $1e^{-6}$.

2 У випадках, коли вихідна величина $x(t)$ необмежено зростає, необхідно зменшити час моделювання так, щоб її кінцеве значення задовольняло умову $|x_k| < 2...3$.

3 Блок XY Graph не має опції "Бінокль". Тому для забезпечення спостереження у максимальному масштабі необхідно відкрити блок XY Graph, вибрати опцію Mask parameters, після чого вручну встановити межі відображення фазової площини $x_{\min}, y_{\min}, x_{\max}, y_{\max}$ відповідно до

початкового x_0, y_0 та кінцевого x_k, y_k станів об'єкта та результатів спостереження графіка вихідної величини $x(t)$ на екрані віртуального осцилографа Score.

5.3.2 Завдання та порядок його виконання

Завдання 1. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\xi = 0, \omega_0 = 1/\sqrt{2}$ ($a_1 = 0, a_0 = 0.5$) для таких початкових умов:

- а) $y_0 = 0; x_0 = 1;$
- б) $y_0 = 0; x_0 = 0.5;$
- в) $y_0 = 0.5; x_0 = 0.5.$

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового x_0 та кінцевого x_k значень вихідної величини;

– точки максимальних значень X_m, Y_m ;

– напрям руху точки по траєкторії.

Зіставити між собою графіки фазових траєкторій та графіки вихідної величини.

Зробити висновок про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 2. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\xi = 0.25, 0.5, 1$ та $\omega_0 = 2$ ($a_1 = 1, 2, 4; a_0 = 4$) для початкових умов $y_0 = 1; x_0 = 0.5$.

Зіставити між собою графіки фазових траєкторій та графіки вихідної величини.

За графіками визначити кількість повних коливань N на інтервалі часу встановлення (до досягнення умови $|x(t)| \leq 0.05x_0$).

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій, а також про вплив параметра ξ на ступінь коливальності перехідного процесу.

Завдання 3. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\xi = 0.25, 0.5, 1$ та $\omega_0 = -2$ ($a_1 = -1, -2, -4; a_0 = 4$) для початкових умов $y_0 = 0.01; x_0 = 0$.

Зробити висновки про характер особливої точки фазових траєкторій.

Завдання 4. Отримати і накреслити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\xi = 1.25, \omega_0 = 1$ ($a_1 = 2.5, a_0 = 1$) для таких початкових умов:

- а) $y_0 = 1; x_0 = -1$;
- б) $y_0 = 1; x_0 = 0.5$;
- в) $y_0 = -1; x_0 = -0.5$;
- г) $y_0 = -1; x_0 = 1$.

Розрахувати за виразами (5.7), (5.8) значення коренів p_1, p_2 та побудувати графіки ізоклін.

Зіставити між собою графіки фазових траєкторій та графіки ізоклін. Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 5. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\xi = 1.25, \omega_0 = -1$ ($a_1 = -2.5, a_0 = 1$) для таких початкових умов:

- а) $y_0 = -0.0499; x_0 = -0.1$;
- б) $y_0 = 0.0499; x_0 = 0.1$;
- в) $y_0 = -0.0501; x_0 = -0.1$;
- г) $y_0 = 0.0501; x_0 = 0.1$.

Розрахувати за виразами (5.9), (5.10) значення коренів p_1, p_2 та побудувати графіки ізоклін. Зіставити між собою графіки фазових траєкторій та графіки ізоклін.

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 6. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини системи при $\zeta = 0$, $\omega_0^2 = -1$ ($a_1 = 0$, $a_0 = -1$) для таких початкових умов:

а) $y_0 = 1$; $x_0 = -0.99$;

б) $y_0 = 1$; $x_0 = -1.01$;

в) $y_0 = -1$; $x_0 = 1.01$;

г) $y_0 = -1$; $x_0 = 0.99$.

Вказати на фазових портретах координати початкового стану системи. Розрахувати за виразами (5.11) значення коренів p_1 , p_2 та побудувати графіки сепаратрис.

Зіставити між собою графіки фазових траєкторій та графіки ізоклін.

Зробити висновки про характер особливої точки та фазових траєкторій.

5.4 Зміст звіту

1 Рівняння (5.2), (5.12) та схема математичної моделі системи в пакеті SIMULINK.

2 Результати виконання завдань 1 – 6, графіки та висновки.

5.5 Контрольні запитання

1 Дайте визначення фазової площини, фазової траєкторії та фазового портрета.

2 Які точки називаються особливими? Поясніть їх фізичний зміст.

3 Викладіть загальні властивості поведінки фазових траєкторій.

4 Від чого залежить характер вільного руху лінійної системи?

5 Наведіть фазові траєкторії з особливими точками:

- центр;
- стійкий фокус;
- нестійкий фокус;
- стійкий вузол;
- нестійкий вузол;
- сідло.

6 Дослідження нелінійних моделей об'єктів методом фазової площини

Мета роботи: вивчити особливості процесів та види фазових траєкторій нелінійних систем.

6.1 Підготовка до виконання роботи

1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

- вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;
- повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

6.2 Короткі відомості з теорії

Основні властивості нелінійних систем випливають з того, що у них не виконується принцип суперпозиції. Внаслідок цього до нелінійних систем не можуть бути застосовані перетворення Лапласа і Фур'є. У зв'язку з цим втрачають свою силу всі прийоми дослідження лінійних систем керування, які ґрунтуються на використанні передаточних функцій та частотних характеристик.

До нелінійних систем не може бути застосована властивість комутативності. Властивості лінійної системи не змінюються при перестановці місцями динамічних блоків. У нелінійних системах не можна міняти місцями нелінійні елементи, а також нелінійні та лінійні елементи.

Нарешті, процеси в нелінійних системах набагато більш різноманітні та складніші, ніж процеси в лінійних системах. Більш того, в нелінійних системах виникають режими, що неможливі в лінійних системах.

В замкнених нелінійних системах можливо виникнення коливань певної амплітуди та частоти, що називаються **автоколиваннями**. Енергія, що необхідна для підтримання цих незгасаючих коливальних процесів, споживається системою із зовнішніх джерел живлення.

Реакція нелінійної системи не тільки кількісно, але й якісно залежить від величини вхідного сигналу, що прикладається до її

входу. Зміна величини вхідного сигналу, наприклад, ступінчатого, для деяких нелінійних систем може привести до перетворення стійкого перехідного процесу в нестійкий та навпаки.

На відміну від лінійних систем сам характер власних рухів (автоколивання, згасаючі коливання, розбіжні коливання, аперіодичний процес) залежить від початкових умов. Одна й та сама система при різних початкових умовах може здійснювати різні за своїм характером рухи.

Для лінійних систем характер особливої точки повністю визначає її фазовий портрет. Для нелінійних систем можливі рухи залежать від характеру *особливих траєкторій*.

Розрізняють три типи особливих траєкторій.

Перший тип особливих траєкторій – це власне *особливі точки*. Рух нелінійної системи поблизу особливої точки аналогічний руху лінійної системи. Однак при цьому мова йде лише про характер руху поблизу особливої точки, тобто про рух у "малому".

Другий тип особливих траєкторій – це ізольовані замкнені фазові траєкторії, що отримали назву *граничних циклів*.

Як відомо, замкненій траєкторії на фазовій площині відповідає періодичний рух системи.

Граничні цикли можуть бути стійкими, нестійкими та напівстійкими.

Стійкий граничний цикл характеризується тим, що всі фазові траєкторії з часом як зсередини, так і ззовні переходять на нього. В реальній системі стійкому граничному циклу відповідають стійкі періодичні рухи – автоколивання. Тут система нестійка ані в "малому", ані у "великому".

Нестійкий граничний цикл характеризується тим, що при русі зображуючої точки граничним циклом достатньо якому завгодно малому збуренню змістити зображуючу точку з граничного циклу, щоб вона, зійшовши з нього, більше вже не поверталася до нього, а рухалась по відповідній траєкторії до початку координат або у нескінченність. Тому рух по нестійкому граничному циклу фізично не може бути реалізований. Тут граничний цикл розділяє всю фазову площину на область нестійких рухів. При цьому стійкість або нестійкість залежить від

розмірів збурень (початкових умов). У даному випадку система стійка в "малому" та нестійка у "великому".

Напівстійкий граничний цикл характеризується тим, що при відхиленні зображуючої точки від траєкторії граничного циклу в один бік вона знову повертається до граничного циклу; при відхиленні в інший бік зображуюча точка більше до нього не повертається.

Можливі два варіанти напівстійкого граничного циклу:

– фазові траєкторії для початкових станів, що знаходяться всередині циклу, переходять з часом на траєкторію граничного циклу, а з неї в нескінченність. Така система нестійка ані в "малому", ані у "великому";

– фазові траєкторії для початкових станів, розміщених поза циклом, переходять з часом на траєкторію граничного циклу, а з неї ідуть до початку координат. Тут система стійка в "малому" та нестійка у "великому".

Третій тип особливих траєкторій – **сепаратриса**. Сепаратрисами називаються "вуса" сідел. Вони розділяють фазову площину на області з різними типами рухів.

6.3 Дослідження фазових траєкторій нелінійних систем

6.3.1 Опис моделі

Дослідження проводиться в середовищі **MATLAB** на моделі системи в пакеті **SIMULINK**. Модель системи в пакеті **SIMULINK** наведена на рисунку 6.1.

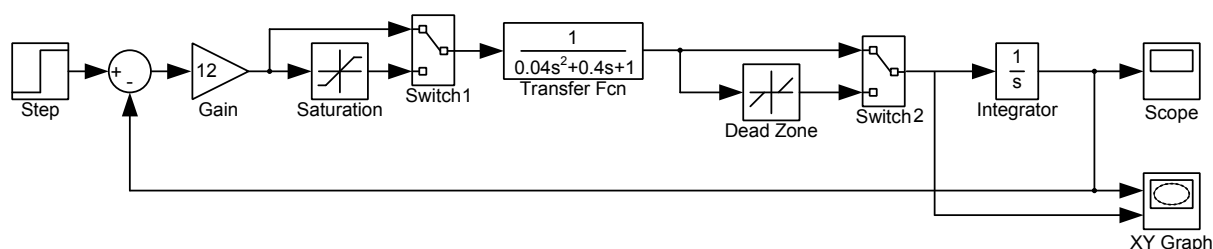


Рисунок 6.1 – Модель системи в пакеті SIMULINK
Склад системи:

Step – датчик ступінчатого вхідного діяння;
 +/- – вузол віднімання;
 Gain – підсилювач з коефіцієнтом підсилення k_1 ;
 Transfer Fcn – блок другого порядку з передаточною функцією

$$K(p) = \frac{k_2}{a_2 p^2 + a_1 p + 1},$$

Integrator – інтегратор;
 Saturation – обмежувач;
 Dead Zone – зона нечутливості;
 Switch 1, Switch 2 – перемикачі;
 Scope, XY Graph – осцилограф і графопобудовник.

При встановленні перемикачів Switch 1, Switch 2 у верхнє положення нелінійні блоки виключаються зі схеми, і отримана схема є класичною лінійною САК з передаточною функцією розімкненої системи

$$R(p) = k_1 \cdot K(p) \cdot \frac{1}{p} = \frac{K}{p(a_2 p^2 + a_1 p + 1)}, \quad (6.1)$$

де $K = k_1 \cdot k_2$ – коефіцієнт підсилення розімкненої системи.

Характеристичний многочлен замкненої лінійної системи

$$C(p) = K + p + a_1 p^2 + a_2 p^3. \quad (6.2)$$

З критерію стійкості Гурвіца випливає, що лінійна система стійка, якщо коефіцієнт підсилення задовольняє умову $K < a_1 / a_2$.

В роботі дослідження проводиться для параметрів: $K = 12$, $a_2 = 0.04$, $a_1 = 0.4$. Оскільки $a_1 / a_2 = 10$, то лінійна система буде нестійкою.

Спостереження графіка $x(t)$ вихідної величини проводиться за допомогою віртуального осцилографа Scope. Спостереження

фазової траєкторії проводиться за допомогою блока XY Graph (по осі X відкладається вихідна величина x , а по осі Y – її похідна $y = x'$).

Початкову умову x_0 інтегратора задають у рядку Initial Condition вікна Function Block Parameters, що відкривається двійним натисненням лівою кнопкою миші на інтегратор.

Примітки

1 Для підвищення точності моделювання у командному рядку натиснути кнопку Simulation, відкрити вікно Configuration Parameters та встановити відносну точність Relative Tolerance рівною $1e^{-6}$.

2 У випадках, коли вихідна величина $x(t)$ необмежено зростає, необхідно зменшити час моделювання так, щоб її кінцеве значення $|x_k|$ не перевищувало значень 2...3.

3 Блок XY Graph не має опції "Бінокль". Тому для забезпечення спостереження у максимальному масштабі необхідно відкрити блок XY Graph, вибрати опцію Mask parameters, після чого вручну встановити межі відображення фазової площини $x_{\min}, y_{\min}, x_{\max}, y_{\max}$ відповідно до початкового x_0 та кінцевого x_k станів об'єкта та результатів спостереження графіка вихідної величини $x(t)$ на екрані віртуального осцилографа Scope.

6.3.2 Завдання та порядок його виконання

Завдання 1. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини лінійної системи для таких умов:

$$k_1 = 1, k_2 = 12, x_0 = 0.$$

Встановити перемикачі Switch 1, Switch 2 у верхнє положення (нелінійності відключені).

Задати величину задавального діяння Step: Final value: 0.5.

Для спостереження повного фазового портрета натиснути правою кнопкою миші на блок XY Graph, у вікні, що відкрилося, вибрати опцію Mask parameters, після чого задати границі відображення.

Виконати моделювання. Підібрати вручну межі відображення фазової площини x_{\min} , y_{\min} , x_{\max} , y_{\max} для спостереження фазової траєкторії у максимальному масштабі (підказка: у цьому експерименті $x_{\min} = -3$, $x_{\max} = 3$, $y_{\min} = -10$, $y_{\max} = 10$).

Накреслити графіки фазових траєкторій та вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрям руху точки по траєкторії.

Зробити висновки про стійкість лінійної системи, характер особливої точки та фазових траєкторій.

Завдання 2. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням для таких умов:

1) $k_1 = 1$, $k_2 = 12$, $x_0 = 0$;

2) $k_1 = 1$, $k_2 = 12$, $x_0 = -3$.

Встановити перемикач Switch 1 у нижнє положення (нелінійність "обмеження"), а Switch 2 в верхнє положення. Відкрити блок Saturation та задати границі обмеження рівними ± 1 .

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій та вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрям руху точки по траєкторії.

Виміряти амплітуду автоколивань. Зіставити отриманий результат з результатом для лінійної системи.

Зробити висновок про характер особливої траєкторії.

Завдання 3. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням для таких умов:

1) $k_1 = 12$, $k_2 = 1$, $x_0 = 0$;

2) $k_1 = 12$, $k_2 = 1$, $x_0 = 0.55$.

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій та вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрям руху точки по траєкторії.

Виміряти амплітуду автоколивань. Зіставити отриманий результат з результатом завдання 2, пояснити причину зменшення амплітуди.

Завдання 4. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи із зоною нечутливості для таких умов:

1) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 1.145$;

2) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 1.17$.

Встановити перемикач Switch 1 у верхнє положення, а Switch 2 в нижнє положення (нелінійність "зона нечутливості"). Відкрити блок Dead Zone, задати границі зони нечутливості рівними ± 0.5 .

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій та вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрям руху точки по траєкторії.

Зіставити результати, отримані для різних початкових умов x_0 , між собою. Зробити висновок про залежність характеру процесів у нелінійній системі від початкових умов.

Зробити висновок про характер особливої траєкторії.

Завдання 5. Дослідити фазові траєкторії та графіки вихідної величини нелінійної системи з обмеженням та зоною нечутливості для таких умов:

1) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 0$;

2) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 1$;

3) $k_1 = 12, k_2 = 1, x_0 = 2$.

Встановити перемикачі Switch 1, Switch 2 в нижнє положення. Відкрити блок Saturation та задати границі обмеження рівними ± 1 . Відкрити блок Dead Zone, задати границі зони нечутливості рівними ± 0.5 .

Виконати моделювання, після чого накреслити графіки фазових траєкторій та вихідної величини системи.

Вказати на фазових портретах:

– координати початкового та кінцевого значень вихідної величини;

– напрям руху точки по траєкторії.

Зіставити отримані результати з усіма попередніми. Зробити висновки про стійкість нелінійної системи та характер фазових траєкторій.

Виміряти тривалість перехідного режиму t_p (час регулювання).

Виміряти стале значення вихідної величини x_k після завершення перехідного процесу. Розрахувати величину сталої помилки

$$\varepsilon = g - x_k,$$

якщо задавальне діяння $g = 0.5$.

Зробити висновок про можливість використання нелінійної системи з метою досягнення максимальної швидкодії без коливань у перехідному режимі.

6.4 Зміст звіту

1 Рівняння (6.1), (6.2) та схема математичної моделі системи в пакеті SIMULINK.

2 Результати виконань завдань 1 – 5, графіки та висновки.

6.5 Контрольні запитання

1 Чому для дослідження нелінійних систем не можуть бути застосовані перетворення Лапласа і Фур'є?

2 Вкажіть види особливих точок.

3 Наведіть фазовий портрет системи з граничними циклами:

– стійким;

– нестійким;

– напівстійким (два варіанти).

7 Ідентифікація об'єкта за часовими характеристиками

Мета роботи: закріпити знання методу Орманса ідентифікації об'єкта за його кривою розгону.

7.1 Підготовка до виконання роботи

1 За рекомендованою літературою та конспектом лекцій у позааудиторний час виконати такі завдання:

– вивчити мету, програму і вказівки щодо виконання роботи;

– повторити теоретичний матеріал за темою роботи.

2 Підготувати бланк звіту з лабораторної роботи.

3 Підготувати відповіді на контрольні запитання.

7.2 Короткі відомості з теорії

7.2.1 Крива розгону. Види типових передаточних функцій, що використовуються для ідентифікації лінійних об'єктів за кривою розгону

Кривою розгону називається графік зміни вихідної величини об'єкта при ступінчатій зміні вхідного діяння:

$$\Delta y(t) = y(t) - y_0 \Big|_{x(t) = x_0 + \Delta x \cdot 1(t - t_0)}.$$

Тут (x_0, y_0) – початкове положення робочої точки, що відповідає усталеному режиму роботи об'єкта в момент t_0 прикладання стрибка; Δx – величина стрибка вхідного діяння; $y(t)$ та $\Delta y(t)$ – вихідна величина та її прирощення.

Інформація про динамічні властивості об'єкта міститься у прирощенні $\Delta y(t)$.

Знявши криву розгону, спочатку підбирають приблизний вигляд передаточної функції об'єкта, після чого визначають її параметри. Далі оцінюється точність результату.

Крива розгону знімається для об'єктів, у яких реакція на ступінчате вхідне діяння обмежена за величиною. Такі об'єкти є стійкими і не містять у своєму складі інтегруючих ланок. Найбільш часто для ідентифікації лінійних об'єктів за кривою розгону як типові застосовують такі види передаточних функцій:

– інерційна ланка

$$K(p) = \frac{k}{Tp + 1}; \quad (7.1)$$

– інерційна ланка другого порядку

$$K(p) = \frac{k}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)}; \quad (7.2)$$

– коливальна ланка

$$K(p) = \frac{k}{T_0^2 p^2 + 2\xi T_0 p + 1}. \quad (7.3)$$

Тут k , T , T_1 , T_2 , T_0 – коефіцієнт підсилення та постійні часу, які мають бути визначені за результатами експерименту.

Інерційну ланку та інерційну ланку другого порядку обирають у тих випадках, коли графік перехідної характеристики є монотонно наростаючою функцією часу, що прямує до постійної величини.

Коливальну ланку обирають у тих випадках, коли графік перехідної характеристики є функцією часу, що прагне до постійної величини із згасаючими за амплітудою коливаннями.

7.2.2 Метод Орманса

Визначення виду та параметрів передаточної функції об'єкта за кривою розгону може проводитися різними методами. Розглянемо найбільш поширений метод Орманса.

Обробка результатів експерименту проводиться за нормованою кривою розгону

$$h(\tilde{t}) = \Delta y(t - t_0) / \Delta y_{уст}. \quad (7.4)$$

Усталене значення нормованої кривої розгону $h_{уст} = h(\infty) = 1$. Графік нормованої кривої розгону починається в момент часу $\tilde{t}_0 = t - t_0 = 0$, де t_0 – момент подачі вхідного стрибка, t – поточний час. У подальшому для спрощення позначень замість \tilde{t} будемо користуватися звичайним символом t .

Для оцінки точності ідентифікації за обраною передаточною функцією розраховується графік апроксимаційної кривої розгону $h_a(t)$. У декількох характерних точках t_i визначаються величини $h(t_i)$ та $h_a(t_i)$, після чого розраховуються відносні похибки

$$\delta_i = \frac{h(t_i) - h_a(t_i)}{h(t_i)} \cdot 100\%. \quad (7.5)$$

Якщо точність не відповідає встановленим вимогам, то проводиться повторне розв'язання задачі ідентифікації з використанням іншої моделі або більш точної апроксимації.

Розглянемо деякі варіанти ідентифікації, що часто зустрічаються в інженерній практиці.

Примітка – У зв'язку з тим, що за нормованою кривою розгону неможливо визначити фактичне значення коефіцієнта підсилення, надалі у виразах (7.1) – (7.3) вважати, що $k = 1$.

1 Крива розгону є монотонно наростаючою функцією часу

У цьому випадку передаточна функція блока, що досліджується, апроксимується виразом виду (7.1) або (7.2).

Для визначення постійних часу за нормованим графіком $h(t)$ визначають моменти часу t_1 і t_2 , у які $h(t_1) = 0.33$ та $h(t_2) = 0.7$.

Далі визначають момент часу $t_3 = t_2 / 3$ і за графіком знаходять значення $h_3 = h(t_3)$.

Якщо $h_3 \geq 0.33$, то для апроксимації береться передаточна функція (7.1). Постійну часу T розраховують за формулою

$$T = 1,25(t_2 - t_1).$$

У цьому випадку для перевірки точності апроксимації знаходять ординати $h(t_4)$ і $h(t_5)$ нормованої кривої розгону в точках $t_4 = 0.8T$, $t_5 = 2T$ та порівнюють їх значення з відповідними значеннями апроксимаційної кривої $h_{a4} = 0.551$, $h_{a5} = 0.865$. Якість апроксимації вважається задовільною, якщо похибка, розрахована за виразом (7.5), не перевищує 5 %.

Якщо $h_3 < 0.33$, то для апроксимації береться передаточна функція (7.2). Для знаходження постійних часу T_1 , T_2 за значенням h_3 , користуючись номограмою, що наведена на рисунку 7.1, знаходять допоміжний коефіцієнт z . Постійні часу розраховують за формулами:

$$T_1 = \frac{t_2}{2,4}(1 + \sqrt{z}); \quad T_2 = \frac{t_2}{2,4}(1 - \sqrt{z}). \quad (7.6)$$

Для перевірки точності апроксимації визначають моменти часу $t_4 = 2t_2 / 3$, $t_5 = 5t_2 / 3$, у яких визначають значення кривої розгону $h_4 = h(t_4)$, $h_5 = h(t_5)$. Ці значення порівнюють зі значеннями h_{a4} , h_{a5} апроксимаційної кривої, які отримують з рисунків 2.2, 2.3 в точці, що відповідає коефіцієнту z .

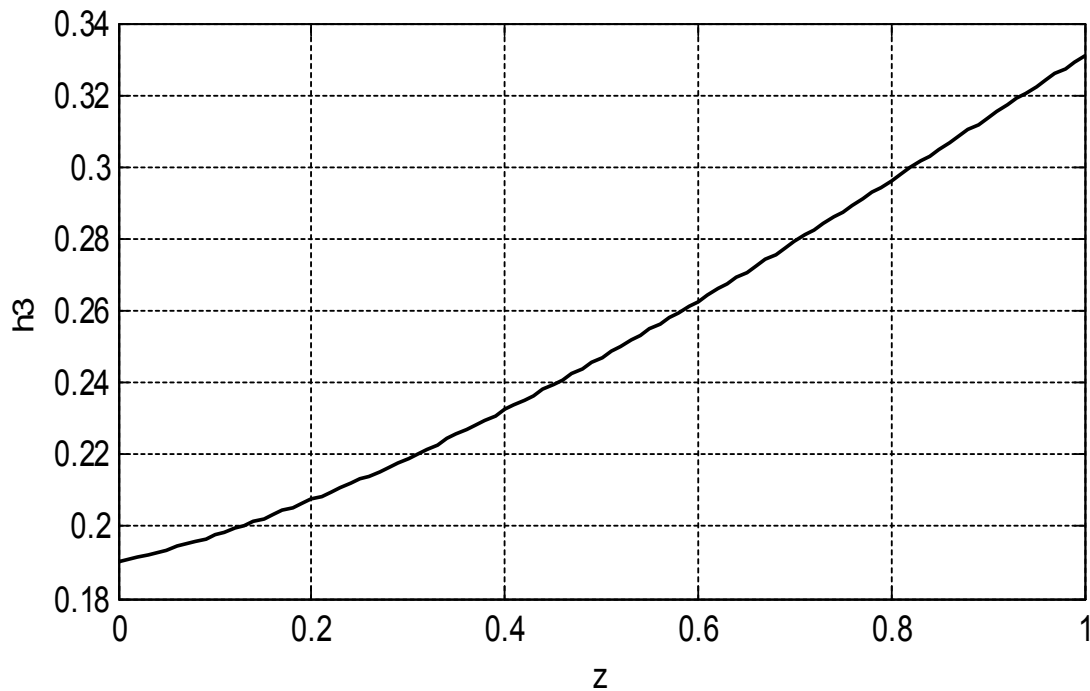


Рисунок 7.1 – Номограма для визначення коефіцієнта z

При застосуванні пакета MATLAB перевірку можна провести зіставленням графіка кривої розгону з перехідною характеристикою $h_a(t)$ для системи з розрахованими параметрами T_1 , T_2 у контрольних точках. Алгоритм розрахунку:

```
>> ka=tf([1],[T1*T2,T1+T2,1]);step(ka);grid
```

де T_1 , T_2 – постійні часу, знайдені за результатами ідентифікації.

Якість апроксимації вважається задовільною, якщо похибка, розрахована за виразом (7.5), не перевищує 5 %.

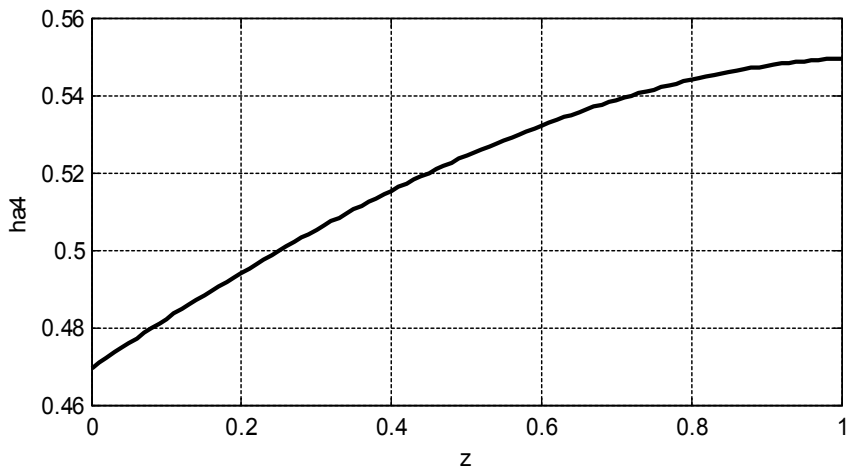


Рисунок 7.2 – Графік $h_{a4}(z)$

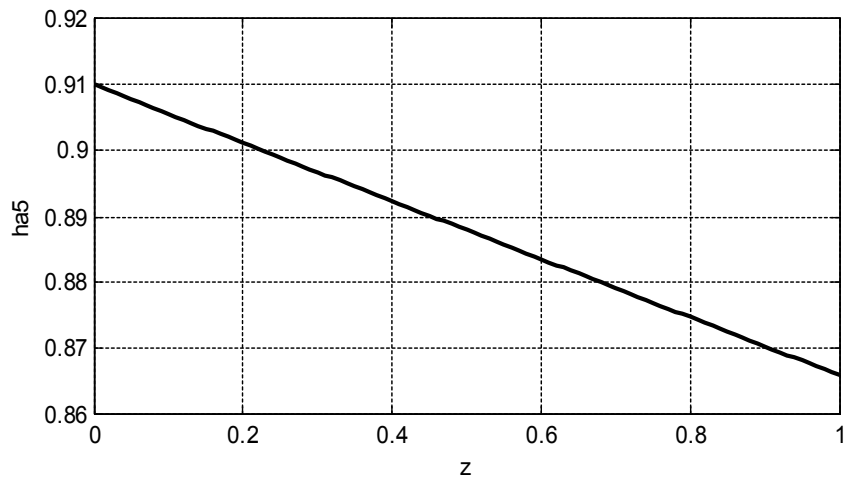


Рисунок 7.3 – Графік $h_{a5}(z)$

2 Крива розгону має коливання, що згасають з часом

У цьому випадку передаточна функція блока, що досліджується, апроксимується виразом вигляду (7.3)

$$K(p) = \frac{k}{T_0^2 p^2 + 2\zeta T_0 p + 1} = \frac{k\omega_0^2}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (7.7)$$

де $0 < \zeta < 1$ – відносний коефіцієнт згасання;

$\omega_0 = 1/T_0$ – частота власних незгасаючих коливань.

За нормованою кривою розгону визначаються моменти часу першого та другого погодження t_1 , t_2 , а також її максимальне значення h_{\max} (рисунок 7.4).

Користуючись максимальним значенням h_{\max} , підраховують максимальний відносний викид:

$$\sigma = (h_{\max} - 1) \times 100 \% . \quad (7.8)$$

Для розрахунку відносного коефіцієнта згасання ξ можна скористатися графіком залежності $\sigma = f(\xi)$, наведеним на рисунку 7.5.

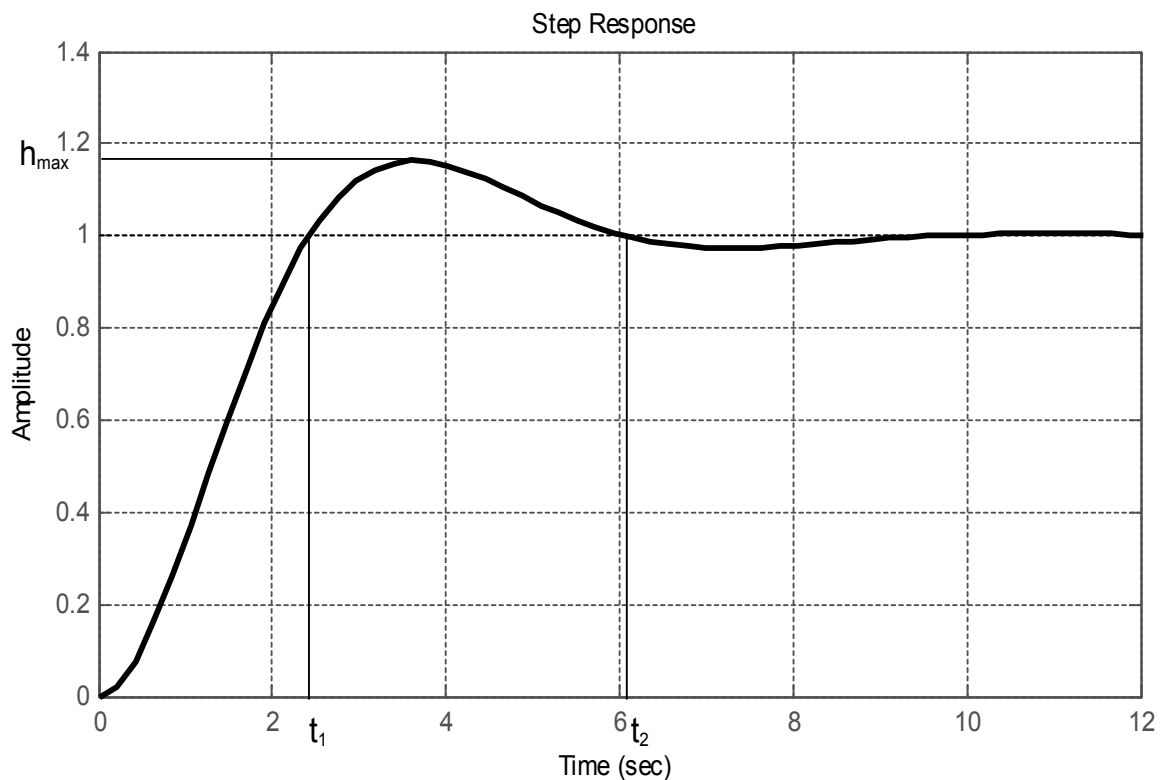


Рисунок 7.4 – Нормована крива розгону при наявності коливань

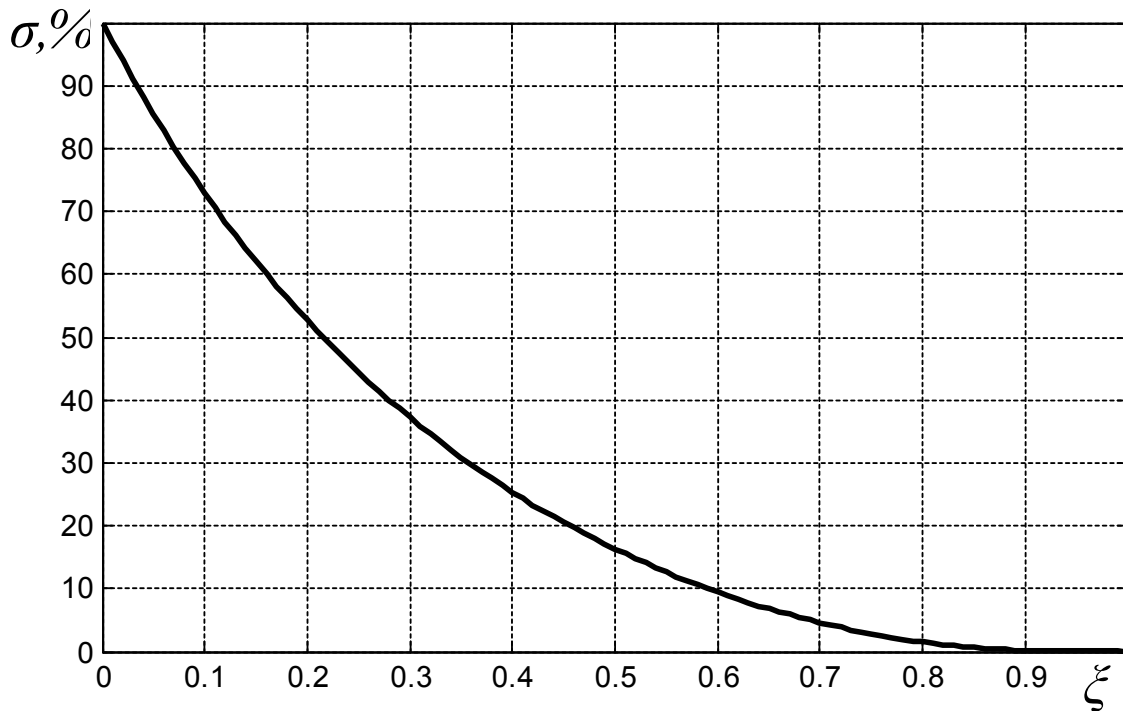


Рисунок 7.5 – Графік залежності $\sigma(\zeta)$

Частота власних незгасаючих коливань ω_0 визначається як

$$\omega_0 = \frac{\pi}{(t_2 - t_1) \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (7.9)$$

Якщо час другого погодження t_2 не спостерігається або важко зафіксувати його момент, що буває при значеннях $\zeta > 0,7$, то величина ω_0 може бути розрахована за формулою

$$\omega_0 = \frac{\pi - \arcsin \sqrt{1 - \zeta^2}}{t_1 \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (7.10)$$

Оцінка точності проводиться шляхом зіставлення кривої розгону з графіком перехідної характеристики коливальної ланки $h_a(t)$ для отриманих значень ζ , $T_0 = 1/\omega_0$. Цей графік може бути розрахований у пакеті MATLAB за стандартним алгоритмом.

За графіком перехідної характеристики коливальної ланки $h_a(t)$ визначаються величини $h_a(t_1)$, $h_a(t_2)$ в моменти часу t_1, t_2 , а також максимальне значення $h_{a \max}$, після чого за виразом (7.5) розраховуються похибки δ_i . Якість ідентифікації вважається задовільною, якщо похибки не перевищують 5 %.

Оцінка точності проводиться шляхом зіставлення кривої розгону з графіком апроксимаційної перехідної характеристики коливальної ланки $h_a(t)$ для отриманих значень ξ , $T_0 = 1/\omega_0$. Цей графік може бути розрахований у пакеті MATLAB за звичайним алгоритмом.

За цим графіком і за експериментальною нормованою кривою розгону визначаються похибки δ_i в моменти часу t_1, t_2 , а також у $t_3 = 0.5t_1$, $t_4 = 2t_1$ (моменти часу визначають за експериментальною кривою розгону).

7.3 Завдання

1 Провести ідентифікацію передаточних функцій об'єктів за нормованими кривими розгону.

2 Користуючись знайденими передаточними функціями, побудувати в пакеті MATLAB перехідні характеристики моделей.

3 Порівняти отримані результати з вихідними даними. Оцінити точність ідентифікації.

7.4 Зміст звіту

1 Методика та результати розрахунків моделей.

2 Перехідні характеристики моделей.

3 Результати оцінювання точності ідентифікації.

7.5 Контрольні запитання

1 Дайте визначення кривої розгону.

2 Які види передаточних функцій застосовують як типові для ідентифікації лінійних об'єктів за кривою розгону?

3 У яких випадках для ідентифікації обирають інерційну ланку та інерційну ланку другого порядку із запізненням?

4 У яких випадках для ідентифікації обирають коливальну ланку із запізненням?

5 Як проводиться нормування кривої розгону?

6 Запишіть програму розрахунку перехідної характеристики об'єкта за заданою передаточною функцією.

7 Як оцінюється точність ідентифікації?

8 Ідентифікація об'єкта за частотними характеристиками

Мета роботи: закріпити знання методики ідентифікації об'єкта за логарифмічними частотними характеристиками.

8.1 Короткі відомості з теорії

Для експериментального визначення частотних характеристик на вхід об'єкта подається гармонічний сигнал

$$x(t) = X_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0),$$

де X_m – амплітуда; ω – частота; φ_0 – початкова фаза сигналу.

Вихідний сигнал лінійного об'єкта також буде гармонічним коливанням, але з іншою амплітудою $Y_m(\omega)$ та фазою $\varphi_y(\omega)$:

$$y(t) = Y_m(\omega) \cdot \sin(\omega t + \varphi_y(\omega)).$$

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) є залежністю від частоти відношення амплітуди $Y_m(\omega)$ вихідного гармонічного сигналу до амплітуди вхідного:

$$K(\omega) = Y_m(\omega) / X_m.$$

Фазочастотна характеристика (ФЧХ) є залежністю від частоти величини фазового зсуву між вихідним та вхідним гармонічними сигналами:

$$\varphi(\omega) = \varphi_y(\omega) - \varphi_0.$$

Для ідентифікації користуються графіками частотних характеристик з частотним діапазоном від 2 до 5 декад, тому найбільш зручно користуватись логарифмічними частотними характеристиками – ЛАЧХ та ЛФЧХ.

Розглянемо це питання для задачі ідентифікації лінійних об'єктів із самовирівнюванням, моделі яких подані такими видами передаточних функцій:

– інерційна ланка

$$K(p) = \frac{k}{Tp + 1}; \quad (8.1)$$

– інерційна ланка другого порядку

$$K(p) = \frac{k}{(T_1p + 1)(T_2p + 1)}; \quad (8.2)$$

– коливальна ланка

$$K(p) = \frac{k}{T_0^2 p^2 + 2\zeta T_0 p + 1}. \quad (8.3)$$

Тут k , T , T_1 , T_2 , T_0 , ζ – коефіцієнт підсилення, постійні часу та відносний коефіцієнт згасання, що мають бути визначені за результатами експерименту.

Спочатку будують низькочастотну (НЧ) асимптоту ЛАЧХ:

$$L_{i \div}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} L(\omega) = L_0.$$

В розглянутих моделях вона йде паралельно осі абсцис на рівні $L_0 = 20 \lg k$. За результатами побудови визначають величину ординати L_0 в децибелах, після чого розраховують коефіцієнт підсилення об'єкта за формулою:

$$k = 10^{L_0/20}. \quad (8.4)$$

Далі будують високочастотну (ВЧ) асимптоту:

$$L_{\text{вч}}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L(\omega).$$

В розглянутих моделях вона має нахил -20 дБ/дек для інерційної ланки та -40 дБ/дек для інерційної ланки другого порядку та коливальної ланки.

Після побудови низькочастотної та високочастотної асимптот визначають частоту їх спряження ω_c . На частоті спряження вимірюють значення експериментальної ЛАЧХ об'єкта $L(\omega_c)$, після чого розраховують величину різниці

$$\Delta L(\omega_c) = L(\omega_c) - L_0. \quad (8.5)$$

Залежно від отриманих результатів інші параметри моделей визначають певним чином.

1 ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил -20 дБ/дек

В цьому випадку модель об'єкта визначається інерційною ланкою (8.1).

За значенням частоти спряження ω_c низькочастотної та високочастотної асимптот розраховують постійну часу T інерційної ланки:

$$T = 1/\omega_c. \quad (8.6)$$

Перевірку точності апроксимації виконують за величиною різниці між значеннями експериментальної ЛАЧХ об'єкта та побудованої асимптотичної ЛАЧХ на частоті спряження: якщо модель підібрана правильно, то $\Delta L(\omega_c) = -3$ дБ.

Більш точну перевірку можна провести за допомогою графіка залежності $\Delta L(\omega/\omega_c)$, наведеного на рисунку 8.1.

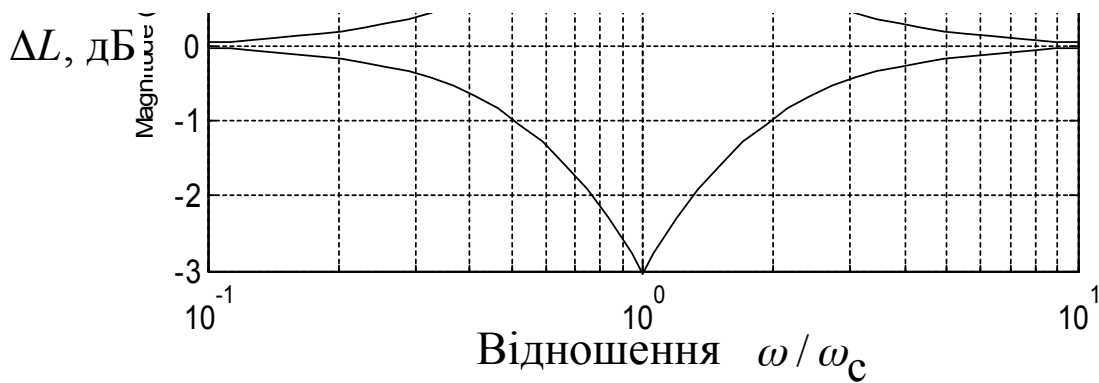


Рисунок 8.1 – Графік залежності $\Delta L(\omega/\omega_c)$ для інерційної ланки

2 ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил – 40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ менше –11 дБ

В цьому випадку модель об'єкта представляється інерційною ланкою другого порядку (8.2), причому постійні часу T_1, T_2 відрізняються більш ніж у 10 разів.

Між побудованими низькочастотною та високочастотною асимптотами ЛАЧХ будується ще одна – середньочастотна асимптота інерційної ланки другого порядку $L_{сч}(\omega)$, що має нахил –20 дБ/дек. Можливі два варіанти побудови середньочастотної асимптоти.

Перший варіант. На осі частот підбираються такі частоти ω_1, ω_2 , на яких відстань між дійсною ЛАЧХ $L(\omega)$ та її НЧ і ВЧ асимптотами дорівнює - 3 дБ:

$$\begin{aligned} \Delta L(\omega_1) &= L(\omega_1) - L_{1\div}(\omega_1) = -3 \text{ дБ}; \\ \Delta L(\omega_2) &= L(\omega_2) - L_{\text{в}\div}(\omega_2) = -3 \text{ дБ}. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Знайдені частоти ω_1, ω_2 є частотами спряження НЧ і ВЧ асимптот із середньочастотною асимптотою. Тому для її побудови точки $L_{1\div}(\omega_1), L_{\text{в}\div}(\omega_2)$ з'єднують відрізком прямої.

Постійні часу T_1, T_2 визначаються за значеннями частот спряження ω_1, ω_2 :

$$T_1 = 1/\omega_1; \quad T_2 = 1/\omega_2. \quad (8.8)$$

Правильність побудови перевіряють розрахунком нахилу побудованої середньочастотної асимптоти $L_{сч}(\omega)$, який має дорівнювати -20 дБ/дек.

Другий варіант. Через точку $L(\omega_c)$ на графіку експериментальної ЛАЧХ проводять лінію з нахилом -20 дБ/дек, яка і є шуканою середньочастотною асимптотою $L_{сч}(\omega)$.

За результатами побудови визначають частоти ω_1, ω_2 спряження побудованої середньочастотної асимптоти з НЧ і ВЧ асимптотами, після чого розраховують постійні часу T_1, T_2 за виразом (8.8).

Правильність побудови перевіряють визначенням відстаней між дійсною ЛАЧХ та її НЧ і ВЧ асимптотами в точках ω_1, ω_2 , які мають задовольняти умову (8.7).

Правильність визначення постійних часу T_1, T_2 перевіряється також розрахунком середньої геометричної частоти

$$\omega_{12} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}.$$

Вона має дорівнювати частоті спряження ω_c НЧ і ВЧ асимптот. Апроксимація вважається задовільною, якщо виконується умова

$$\delta\omega = \left| \frac{\omega_c - \omega_{12}}{\omega_c} \right| \leq 0.05.$$

3 ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил -40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ перебуває в межах від -6 дБ до -11 дБ

В даному випадку модель об'єкта представляється інерційною ланкою другого порядку (8.2), причому постійні часу T_1, T_2 відрізняються менш ніж у 10 разів.

За значенням $\Delta L(\omega_c)$ з рисунка 8.2 знаходять відношення $m = T_1 / T_2$. Далі, використовуючи формули

$$T_1 = \frac{\sqrt{m}}{\omega_c}; \quad T_2 = \frac{1}{\omega_c \sqrt{m}}, \quad (8.9)$$

розраховують постійні часу T_1 , T_2 , а також відповідні їм частоти спряження $\omega_1 = 1/T_1$, $\omega_2 = 1/T_2$.

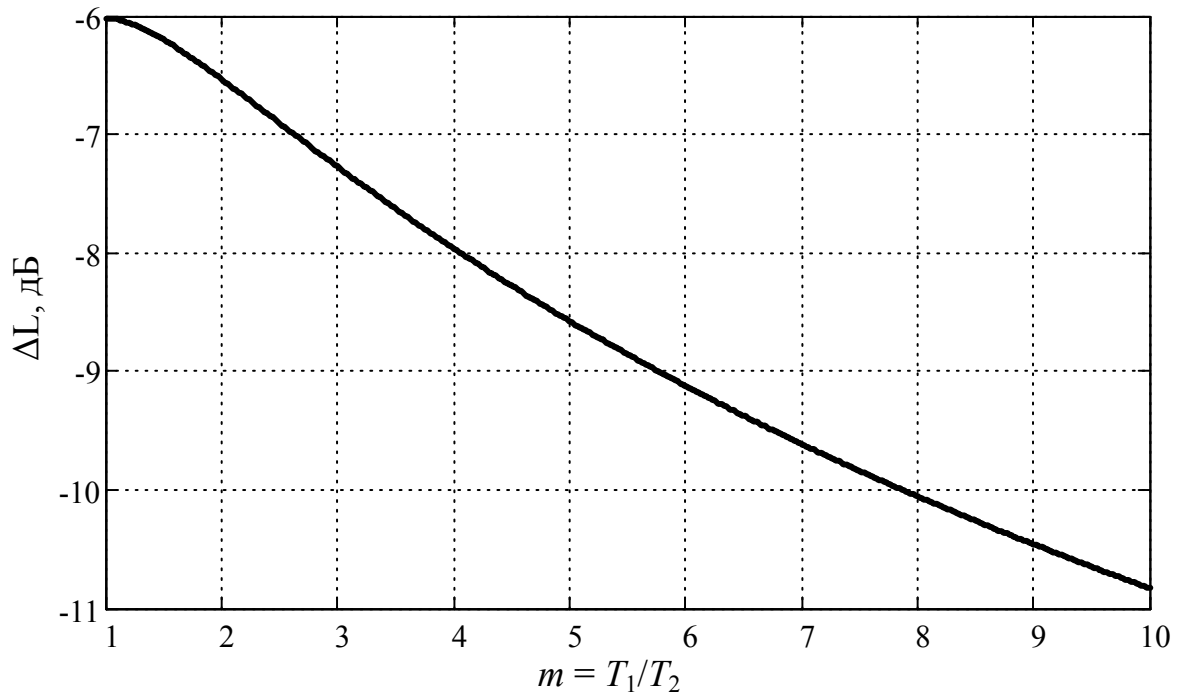


Рисунок 8.2 – Графік залежності $\Delta L(m)$

Для перевірки точності апроксимації на частотах ω_1, ω_2 знаходять точки $L_{1\div}(\omega_1)$, $L_{\hat{a}\div}(\omega_2)$ на НЧ та ВЧ асимптотах. Через точки $L_{1\div}(\omega_1)$, $L_{\hat{a}\div}(\omega_2)$ проводять пряму, яка є середньочастотною асимптотою $L_{сч}(\omega)$, та визначають її нахил. Коефіцієнт нахилу середньочастотної асимптоти має дорівнювати -20 дБ/дек.

4 ВЧ асимптота ЛАЧХ має нахил -40 дБ/дек, а величина $\Delta L(\omega_c)$ більше -6 дБ

В цьому випадку модель об'єкта представляється коливальною ланкою (8.3).

За значенням частоти спряження ω_c розраховують постійну часу T_0 коливальної ланки:

$$T_0 = 1/\omega_c. \quad (8.10)$$

Величина відносного коефіцієнта згасання ξ визначається з рисунка 8.3 за різницею $\Delta L(\omega_c)$ між дійсною та асимптотичною ЛАЧХ на частоті спряження.

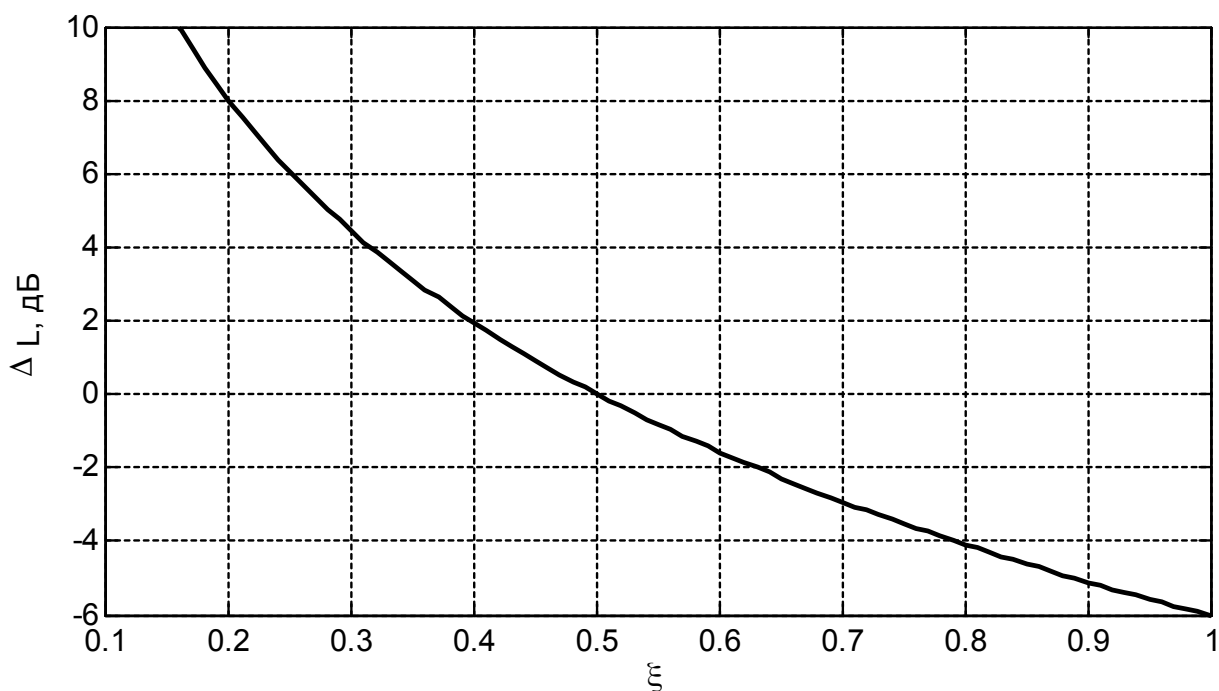


Рисунок 8.3 – Графік залежності $\Delta L(\xi)$

При $\xi < 0.707$ спостерігаються резонансні властивості коливальної ланки: на графіку ЛАЧХ є область частот, в якій коефіцієнт підсилення перевищує номінальний (область резонансу). Параметри точки резонансу – резонансна частота ω_p та максимальне перевищення ЛАЧХ над низькочастотною асимптотою $\Delta L_{\max} = L_{\max} - L_0$. Ці параметри можуть бути використані для ідентифікації об'єкта з вираженими резонансними властивостями або для перевірки точності отриманих результатів.

Вимірявши величину ΔL_{\max} , спочатку визначають величину відносного коефіцієнта згасання ξ за графіком, що поданий на

рисунку 8.4. Далі за значеннями ω_p та ξ розраховують частоту ω_0 за формулою:

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - 2 \cdot \xi^2}}. \quad (8.11)$$

Рисунок 8.4 – Графік залежності $\Delta L_{\max}(\xi)$

Апроксимація вважається вдалою, якщо отримані обома способами значення відносного коефіцієнта згасання ξ , а також частоти ω_0 відрізняються не більше ніж на 5 %.

8.2 Завдання

1 За експериментальними графіками ЛАЧХ визначити передаточні функції досліджуваних об'єктів.

2 Користуючись знайденими передаточними функціями, побудувати в пакеті MATLAB ЛАЧХ моделей об'єктів.

3 Порівняти отримані результати з вихідними даними. Оцінити точність ідентифікації.

8.3 Зміст звіту

1 Методика та результати розрахунків моделей.

2 ЛАЧХ моделей.

3 Результати оцінювання точності ідентифікації.

8.4 Контрольні запитання

1 Дайте визначення амплітудно-частотної та фазочастотної характеристик об'єкта.

2 Які види передаточних функцій застосовують як типові для ідентифікації лінійних об'єктів за графіком ЛАЧХ?

3 У яких випадках для ідентифікації обирають інерційну ланку?

4 У яких випадках для ідентифікації обирають інерційну ланку другого порядку?

5 У яких випадках для ідентифікації обирають коливальну ланку?

6 Як проводиться побудова НЧ та ВЧ асимптот?

7 Як розраховується коефіцієнт підсилення об'єкта?

8 Наведіть алгоритм розрахунку логарифмічних частотних характеристик за заданою передаточною функцією.

Список літератури

1 Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в MATLAB. Учебный курс. – С.Пб.: Питер; К.: Изд. группа ВHV, 2005. – 512 с.

2 Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем: Специальный справочник. – С.Пб.: Питер, 2002. – 554 с.

3 Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя: Пер. с англ. / Под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.

4 Гроп Д. Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979. – 362 с.

5 Хісматулін В.Ш., Панченко С.В. Теорія автоматичного керування. Ч. I. Теорія лінійних неперервних систем автоматичного керування: Підруч. для вузів. – Харків: УкрДАЗТ, 2008. – 239 с.

Додаток А

Паспортні дані двигунів МСП

Таблиця А.1 – Електричні параметри двигуна МСП-0.1

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	100	160
Номінальна потужність, кВт	0.1	0.1	0.1
Споживаний струм, А, не більше	10.0	2.5	1.8
Номінальна частота обертання, об/хв	1300.0	1500.0	1500.0

Таблиця А.2 – Механічні параметри двигуна МСП-0.1

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	0.985 (10)
Маса двигуна, кг	20
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс)	3.92 – 5.88 (400 – 600)

Таблиця А.3 – Обмотувальні дані двигуна МСП-0.1

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	100	160
Опір секції обмотки якоря при температурі 20 °С, Ом	0.65±10%	6.6±10%	17.8±10%
Опір обмотки збудження при температурі 20 °С, Ом	0.47±10%	4.16±10%	10.5±10%

Таблиця А.4 – Електричні параметри двигуна МСП-0.15

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	110	160
Номінальна потужність, кВт	0.15	0.15	0.15
Споживаний струм, А, не більше	7.7	2.2	1.5
Номінальна частота обертання, об/хв	950±15%	950±15%	950±15%*

*До липня 1988 року 850±10 %

Таблиця А.5 – Механічні параметри двигуна МСП-0.15

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	1.67 (17)
Маса двигуна, кг	16
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс) При зносі щітки на 50 % натиснення має бути не менше, Н (гс)	2.45 – 2.94 (250 – 300) 1.96 (200)

Таблиця А.6 – Обмотувальні дані двигуна МСП-0.15

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	110	160
Опір секції обмотки якоря при температурі 20 °С, Ом	0.54 – 0.66	6.48 – 7.92	13.14 – 16
Опір обмотки збудження при температурі 20 °С, Ом	0.605±10%	4.52±10%	11.0±10%

Таблиця А.7 – Електричні параметри двигуна МСП-0.25

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	100	160
Номінальна потужність, кВт	0.25	0.25	0.25
Споживаний струм, А, не більше	12.5	3.6	2.5
Номінальна частота обертання, об/хв	1460±15%	1700±15%	1700±15%

Таблиця А.8 – Механічні параметри двигуна МСП-0.25

Обертальний момент на валу, Н·м (кгс·см)	1.47 (15)
Маса двигуна, кг	16
Радіус якоря, мм	35
Діаметр ламелі, мм	46
Натиснення кожної щітки на колектор, Н (гс)	2.45 – 2.94 (250 – 300)

Таблиця А.9 – Обмотувальні дані двигуна МСП-0.25

Параметри	Значення при номінальній напрузі, В		
	30	100	160
Опір секції обмотки якоря при температурі 20 °С, Ом	0.25±10%	2.7±10%	7.0±10%
Опір обмотки збудження при температурі 20°С, Ом	0.22±10%	1.4±10%	3.85±10%