

УДК 621.43

*Канд. техн. наук П.І. Лоцман,
М.О. Пятигорець*

**РОЗРОБЛЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ВАГ
НАПРЯМКІВ У РЕПЕРНИХ МЕРЕЖАХ ЗАЛІЗНИЦІ**

Представив д-р техн. наук, професор А.А. Плуґін

Постановка проблеми та аналіз літератури. За сучасною класифікацією реперні системи належать до геодезичної мережі спеціального призначення, що

розвиваються згідно з технічними вимогами державної адміністрації залізничного транспорту України.

Реперні системи за окремими напрямками повинні урівнюватися як вільні, щоб не вносити додаткових спотворень у результати вимірювань. Мірою відносної точності або мірою порівняння результатів вимірювань між собою є вага результату вимірювання. У вітчизняній літературі ваги результатів вимірювань визначаються виходячи з характеристик виміряних фізичних величин [1]. Проблемам вагів вимірювань були присвячені роботи С.У. Ливсева, В.П. Савиних, С.П. Войтенка, В.Я. Цветкова і багатьох інших.

Метою роботи є розроблення математичної моделі розподілу ваг напрямків у реперних мережах залізниці.

Викладення основного матеріалу.

При постановці кутових вимірювань у реперній мережі ми прагнемо отримати вихідну сторону з найбільшою точністю, зберігаючи заздалегідь заданий обсяг вимірювальних робіт. Ця задача здійснюється шляхом вигідного розподілу ваг вимірювань.

Із загальної теорії цього питання відомо, що ваги визначаються в результаті розв'язання методом послідовних наближень таких рівнянь:

$$R = \lambda L, \tag{1}$$

$$\lambda = \frac{\sigma}{[L]}, \tag{2}$$

$$L = \sum_{i=1}^n l_i \tag{3}$$

$$\frac{1}{P} \left[\frac{L^2}{P} \right] \frac{\sigma^2}{\sigma} \tag{4}$$

Такий спосіб розв'язання поставленої задачі є дуже громіздким і незручним для застосування в польових умовах. У цій роботі ми розробили можливі спрощення при розв'язанні задачі вигідного розподілу ваг напрямків у простих реперних мережах. Необхідні для цього викладки ми зробимо на прикладі реперної мережі, що являє собою ромб. При наявності в простій реперній мережі зазвичай вимірюваних 12 напрямків ми будемо мати три умови фігур і одну умову полюса. Перші три умови складені для фігур ABC, ACD і ABD (рис. 1). Бічну умову складено з розрахунку, що полюс знаходиться в точці перетину діагоналей. Вагова функція складена за формулою (4).

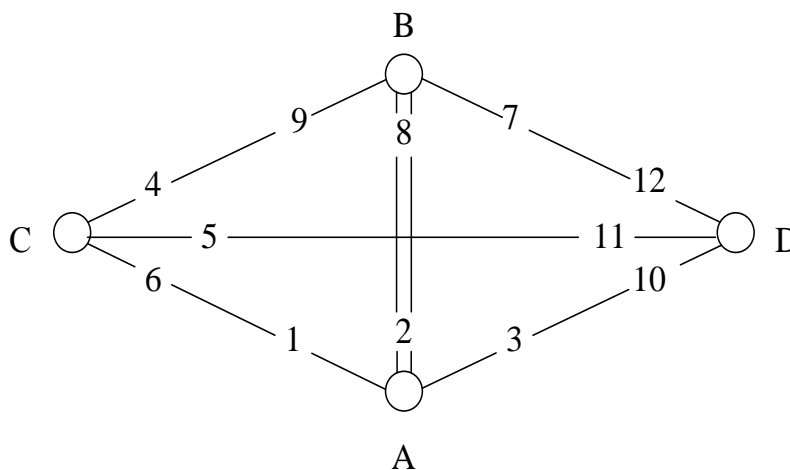


Рис. 1

Нехай ваги виміряних напрямків мають значення:

$$\left. \begin{aligned} r_1 = r_2 = r_3 = r_4 \\ r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \\ r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Складаємо перехідні рівняння:

$$\left. \begin{aligned} 1. \quad r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \\ 2. \quad r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \\ 3. \quad r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \\ 4. \quad r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

У цих рівняннях величини q і r є невідомими. Легко здогадатися, що в числі можливих випадків, коли рівняння (6) перетворюються в тотожності, є такі два варіанти:

$$\left. \begin{aligned} r_1 = r_2 = R \\ r_3 = r_4 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0 \\ q_1 = q_2 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Звертаючись до формул, приходимо до висновку, що якщо ваги напрямків прийняти пропорційними, то обидва варіанти розподілу ваг будуть однаково вигідні, а напрямки мережі, що підлягають вимірюванню, утворюють умовне рівняння фігури в чотирикутнику ACBD.

Зауважимо ще раз, що все це стосується реперної мережі правильної ромбічної форми. На ряді прикладів ми

переконалися, що аналогічні висновки можна зробити і для реперної мережі у вигляді неправильного витягнутого геодезичного чотирикутника з тією лише різницею, що в ромбі вимірюванню підлягають вісім напрямків, у той час як у загальному випадку потрібно вимірювати дев'ять напрямків.

Вкажемо на найраціональніший спосіб складання вагової функції, що дозволяє значною мірою скоротити час, потрібний для обчислення ваг напрямків у простих реперних мережах.

Вихідну сторону $CD = H$ (рис. 2) можна отримати за такою формулою:

$$H = a \sin \alpha + b \sin \beta$$

де

$$a = \frac{AB \sin \varphi}{\sin \psi} \quad \text{і} \quad b = \frac{AD \sin \varphi}{\sin \psi}$$

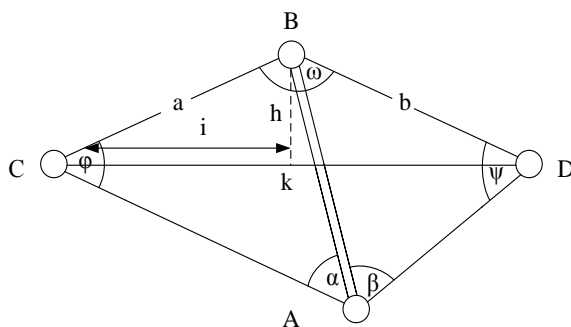


Рис. 2

$$\left. \begin{aligned} H \cos \alpha &= a - b \cos \alpha \\ H \cos \gamma &= b - a \cos \gamma \\ a \sin \alpha &= H h \\ H &= b \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

І далі

$$\left(\begin{array}{c} a \cos \alpha \\ b \cos \gamma \end{array} \right) = H \left(\begin{array}{c} \sin \alpha \\ \sin \gamma \end{array} \right) \quad (10)$$

Тепер вагова функція набуде вигляду

$$W(x, y) = \dots \quad (11)$$

Величини, що входять до формули, можуть бути визначені як аналітично, так і графічно за кресленням мережі.

Для графічного визначення зазначених елементів достатньо побудувати креслення, взявши вихідну сторону CD = 21 см.

Легко здогадатися, що на такому кресленні відрізки СК, ДК і ВК (рис. 3 і 4), виражені в дециметрах, будуть являти собою ваги.

Для вихідної сторони простої реперної мережі можуть бути складені два варіанти вагових коефіцієнтів. Перший варіант (рис. 3), коли коефіцієнти обчислюються за кутами:

$$\left[\frac{af}{p} \right] = 0$$

і другий варіант (рис. 4), коли ці коефіцієнти обчислюються за кутами:

$$\left[\frac{af}{p} \right] = 0$$

Вище ми вказали, що для найвигіднішого розподілу ваг у простих реперних мережах вимірюванню підлягають 9 напрямів, за наявності яких виникає умова фігури в чотирикутнику АСВД (рис. 3). Отже, ми будемо мати одне перехідне рівняння для визначення невизначених множників, а саме:

$$\left[\frac{aa}{p} \right] + \left[\frac{af}{p} \right] = \epsilon \quad (12)$$

Якщо ми скористаємося нижченаведеною ваговою функцією і приймемо ваги напрямків пропорційними абсолютним значенням коефіцієнтів вагової функції, тобто припустимо, що

$$P = \lambda |f_i|, \quad (13)$$

то при наявності зазначеної умови матимемо:

$$\left[\frac{af}{p} \right] = 0$$

$$r = 0.$$

Це означає, що за формулою (13) ми отримуємо такі значення ваг напрямків, які відповідають їхньому вигідному розподілу.

Наведені висновки дозволяють застосувати дуже простий метод для вигідного розподілу ваг напрямків у простих реперних мережах, а саме:

- 1) складаємо креслення реперної мережі за її відомими кутами, прийнявши довжину вихідної сторони рівною 21 см;
- 2) за кресленням визначаємо відрізки базисів;
- 3) за формулою обчислених коефіцієнтів вагової функції можна прийняти будь-який з двох зазначених вище варіантів;
- 4) обчислюємо значення ваг напрямків за формулою (5).

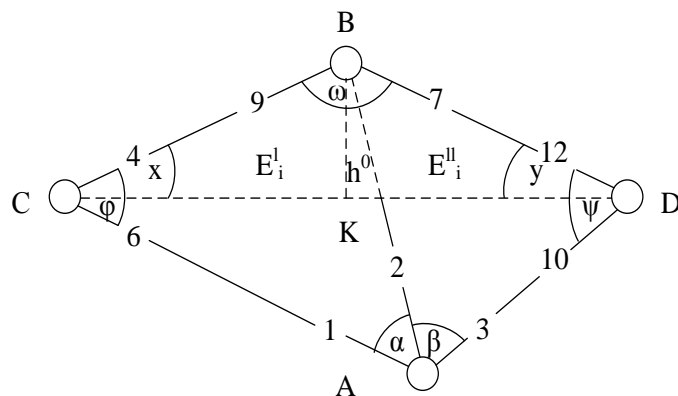


Рис. 3 (1-й варіант)

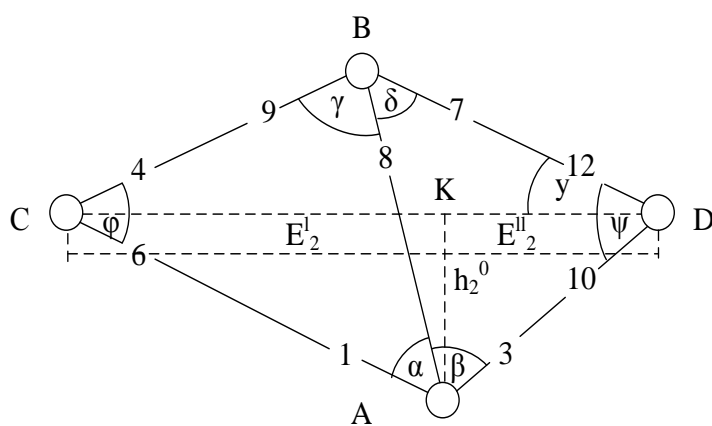


Рис. 4 (2-й варіант)

Усі необхідні обчислення можна проводити за методом, що пропонується.

Висновки. Проведений аналіз можливих варіантів показав, що на

сучасному етапі необхідно поступово створювати мережу реперів на основі оптимального розподілу ваги вимірювань.

Список літератури

1. Справочник геодезиста [Текст]: в 2 кн. / под ред. В.Д. Большакова и Г.П. Левчука. – М.: Недра, 1975. – 1039 с.
2. Саяпін, О.С., Геодезичний контроль геометрії залізничної колії [Текст] / О.С. Саяпін, Ю.В. Щербіна, П.І. Лоцман // Інженерна геодезія: наук.-техн. зб. – К.: КНУБА, 2006. – Вип.52. – С.172-176.
3. Ратушняк, Г.С. Інженерна геодезія. Практикум [Текст]: навч. посібник. – К.: Вища шк., 1992. – 262 с.: іл.

Ключові слова: моделі математичні, моделювання інформаційне, середньоквадратична похибка, вага результату вимірювання.

Анотації

Розроблена математична модель розподілу ваг напрямків у реперних мережах, що належать до геодезичної мережі спеціального призначення залізниці.

Мірою відносної точності або мірою порівняння результатів вимірювань між собою є вага результату вимірювання.

Разработанная математическая модель распределения весов направлений в реперных сетях, принадлежащих геодезической сети специального назначения железной дороги.

Мерой относительной точности или мерой сравнения результатов измерений между собой есть вес результата измерения.

Conducted analysis of basic principles technology and basic types modulation, which possible in this technology.