МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра експлуатації та ремонту рухомого складу

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичного заняття з дисципліни

«ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ, ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ І МОНІТОРИНГУ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ТЯГОВОГО РУХОМОГО СКЛАДУ»

Харків – 2013

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри експлуатації та ремонту рухомого складу 27 лютого 2012 р., протокол № 26.

Призначено для студентів академії всіх форм навчання та відповідає робочій програмі з курсу «Основи надійності, технічної діагностики і моніторингу технічного стану тягового рухомого складу».

Укладачі:

проф. Е.Д. Тартаковський,
доц. О.С. Крашенінін,
асист. О.В. Клименко,
асп. К.О. Зізюлін

Рецензент

проф. О.Б. Бабанін

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичного заняття з дисципліни

«ОСНОВИ НАДІЙНОСТІ, ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ І МОНІТОРИНГУ ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ТЯГОВОГО РУХОМОГО СКЛАДУ»

Відповідальний за випуск Клименко О.В.

Редактор Решетилова В.В.

Підписано до друку 22.03.12 р.

Формат паперу 60х84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 0,5. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

Зміст

Вступ

Сучасний стан тягового рухомого складу залізниць України потребує вирішення комплексу наукових та практичних задач щодо його відновлення, утримання та ремонту. Напружена економічна ситуація в Україні не дозволяє в повній мірі оновлювати парк локомотивів. Це викликає необхідність проведення комплексу робіт з подовження терміну його експлуатації і передбачає розробки науково-обґрунтованих підходів і методичних основ, що повинні забезпечити на належному рівні їх експлуатаційну надійність.

Навчальним планом та програмою підготовки інженерів-механіків локомотивного господарства передбачено проведення практичних занять з дисципліни «Основи надійності, технічної діагностики і моніторингу технічного стану тягового рухомого складу».

В методичних вказівках наведені методи розрахунку показників надійності складних систем та виконана оцінка надійності складних систем за даними надійності підсистем, незалежних за відновленням, з відповідними прикладами.

1 Методи розрахунку показників надійності складних систем

При аналізі надійності складних систем виникають труднощі, часто непереборні. Їх основними причинами є:

- відсутність достовірних даних про надійність елементів;
- занадто великі розмірності рівнянь, що описують функціонування складної системи в сенсі її надійності;
- недостатні математичні знання розробника складних високонадійних технічних та інформаційних систем.

Складні системи складаються з великої кількості простих елементів, з яких конструюються вузли і блоки. З вузлів і блоків утворюються підсистеми, з яких потім створюється складна система. Закони розподілу часу до відмови елементів часто бувають відомими, але створені з них вузли, блоки і, тим більше, підсистеми мають довільні закони розподілу часу до відмови, параметри яких досліднику невідомі. Знання лише показників надійності вузлів, блоків і підсистем недостатньо для визначення показників надійності складної системи.

Складні відновлювані технічні та інформаційні системи часто бувають надлишковими з різними видами резервування і дисциплінами обслуговування. Число станів таких систем настільки велике, що визначити їх показники надійності точними методами практично неможливо.

У таких випадках доводиться застосовувати наближені методи, робити обґрунтовані припущення, вибирати необхідний математичний апарат. Крім того, необхідно глибоко розуміти фізичну сутність завдання. Фахівець, який веде аналіз надійності складної системи, повинен мати великі знання в різних галузях науки. Він повинен також володіти комп'ютерною технологією розв'язання математичних задач. Ось чому аналіз надійності складної системи в більшості випадків вимагає наукових досліджень.

2 Оцінка надійності складних систем за даними надійності підсистем, незалежних за відновленням

Розглянемо деякі розподіли випадкових величин, які достатньо часто використовуються.

2.1 Експоненціальний розподіл

Розглянемо складну відновлювану технічну систему, структурна схема якої являє собою основне з'єднання r підсистем типових структур. Під типовою структурою розуміється технічний пристрій, що обслуговується незалежно від інших підсистем, тобто має свої ремонтні органи і свою дисципліну відновлення. Будемо вважати, що при відмові системи через відмову будь-якої типової структури інші підсистеми не працюють і тому не можуть відмовити протягом періоду ремонту системи. Однак у підсистемах можуть відновлюватися елементи, які відмовили раніше. Такими системами є автоматизовані системи управління технологічними процесами та різноманітні інформаційні системи.

Якщо система складається з великої кількості підсистем, то застосування відомих методик викликає обчислювальні труднощі, обумовлені надзвичайно великою кількістю станів системи. Але для стаціонарних показників надійності можна навести досить близькі між собою нижню та верхню оцінки.

Для отримання таких оцінок аналізуються дві інші системи, показники надійності однієї з яких вище, а другої - нижче аналогічних характеристик надійності вихідної системи, причому ці характеристики порівняно легко можуть бути обчислені. Такі системи утворюються з вихідної, якщо зробити такі припущення щодо її функціонування:

а) після відмови будь-якої підсистеми інші підсистеми повністю відключаються, тобто навіть при наявності вільних ремонтних бригад елементи цих підсистем не можуть відновлюватися і до моменту закінчення ремонту даної підсистеми зберігають всі свої імовірнісні характеристики такими ж, як і на початку ремонту;

б) якщо будь-яка підсистема прийшла в передвідмовний стан, з якого обов'язково буде здійснений перехід у відмовний стан, то всі інші підсистеми відключаються і зберігають свої імовірнісні характеристики на час перебування системи у відповідному перед відмовному стані. При цьому передвідмовний стан вважається станом працездатності всієї системи.

Якщо система задовольняє перше припущення, то отримавши для неї коефіцієнт готовності і напрацювання на відмову, маємо нижні оцінки $K_r^{(H)}$ і $T^{(H)}$ для відповідних показників надійності вихідної системи. Друге припущення дозволяє знайти верхні оцінки $K_r^{(H)}$ і $T^{(H)}$ для коефіцієнта готовності і середнього напрацювання на відмову вихідної системи. Для кожної 1-ї типової структури ($i = 1,2,...,r$) повинні бути попередньо отримані такі показники надійності: коефіцієнт готовності K_{ri}, напрацювання на відмову T_i і ймовірність P_{0i}.

Ймовірність P_{0i} обчислюється за формулою

$$P_{0i} = K_{ri} - \sum_j p_j \frac{\lambda_j}{\lambda_j + \mu_j}, \qquad (1)$$

де p_j - стаціонарна ймовірність j-го передвідмовного стану;

λ_j - сумарна інтенсивність переходів з j-го передвідмовного стану в усі стани відмов;

μ_j - сумарна інтенсивність переходів з j-го передвідмовного стану в усі справні стани. Додавання в формулі (1) проводиться за всіма передвідмовними станами, за винятком початкового.

Нижня і верхня оцінки коефіцієнта готовності розраховуються за формулами:

$$K_r^{(H)} = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{r}\frac{1-K_{ri}}{K_{ri}}}, \quad K_r^{(B)} = \frac{1+\sum_{i=1}^{r}\frac{K_{ri}-p_{0i}}{p_{0i}}}{1+\sum_{i=1}^{r}\frac{1-p_{0i}}{p_{0i}}}. \qquad (2)$$

За дійсне значення коефіцієнта готовності приймається середнє арифметичне нижньої і верхньої оцінок

$$K_r = \frac{K_{ri}^{(H)} + K_{ri}^{(B)}}{2}. \qquad (3)$$

Відносна похибка розрахунку визначається за коефіцієнтом простою системи. Ця похибка (для високонадійних систем) більш наочно порівняно з похибкою по K_r відображає фізичну сутність розрахунків. Відносна похибка обчислюється за формулою

$$\delta_{Kn} = \frac{K_r^{(B)} - K_r^{(H)}}{2-(K_r^{(B)} + K_r^{(H)})}\cdot 100\%. \qquad (4)$$

Нижня і верхня оцінки напрацювання на відмову розраховуються за формулами:

$$T^{(H)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{r}\frac{1}{T_i}}, \quad T^{(B)} = \frac{1+\sum_{i=1}^{r}\frac{K_{ri}-p_{0i}}{p_{0i}}}{1+\sum_{i=1}^{r}\frac{K_{ri}}{T_i\ p_{0i}}}. \qquad (5)$$

За дійсне значення напрацювання на відмову приймається середнє арифметичне нижньої і верхньої оцінок

$$T = \frac{T^{(H)} + T^{(B)}}{2}. \qquad (6)$$

Відносна похибка розрахунку не перевищує

$$\delta_T = \frac{T^{(B)} - T^{(H)}}{T^{(B)} + T^{(H)}} \cdot 100\,\%. \qquad (7)$$

Середній час відновлення системи обчислюється за відомими коефіцієнтами готовності та напрацювання на відмову

$$T_B = \frac{1 - K_r}{K_r} \cdot T. \qquad (8)$$

2.2 Довільні розподіли

Описаний раніше метод можна застосовувати і в тому випадку, коли система являє собою послідовно-паралельне з'єднання типових структур (резерв навантажений). Для цього резервовані вузли слід розглядати як самостійні типові структури.

Припустимо, що резервований вузол має кратність резервування m, тобто він складається з $m+1$ типової структури, причому і-та типова структура має коефіцієнт готовності K_{ri}, напрацювання на відмову T_i, середній час відновлення T_{Bi}, $i = 0,1,2,\ldots,m$. Тоді коефіцієнт готовності та напрацювання на відмову всього вузла визначаються за формулами:

$$K_r = 1 - \prod_{i=0}^{\mathrm{m}} (1 - K_{ri}), \quad T = \frac{K_r}{(1 - K_r)\sum_{i=0}^{m} \frac{1}{T_{Bi}}}. \qquad (9)$$

Тепер для вузла в цілому обчислимо імовірність P_0. Вузол опиниться в j-му передвідмовному стані $(j = 0,1,2,\ldots,m)$, якщо всі його типові структури, крім j-ї, відмовлять і будуть відновлюватися, а j-та структура буде справна. Отже, ймовірність j-го передвідмовного стану дорівнює

$$P_j = \prod_{i=0, i \neq j}^{m} (1 - K_{ri}) K_{rj} \; . \tag{10}$$

Сумарна інтенсивність переходів зі стану j у відмовний стан дорівнює $\lambda_j = \frac{1}{T_j}$, а сумарна інтенсивність переходів зі стану j в усі справні стани дорівнює $\mu_j = \sum_{i \neq j} \frac{1}{T_{Bi}}$. Підставивши знайдені вирази у формулу для ймовірності P_0, отримаємо

$$P_0 = 1 - \prod_{i=0}^{m} (1 - K_{ri}) - \sum_{j=0}^{m} \prod_{i=0, i \neq j}^{m} (1 - K_{ri}) K_{rj} \frac{\frac{1}{T_j}}{\frac{1}{T_j} + \sum_{i \neq j} \frac{1}{T_{Bi}}} \; . \tag{11}$$

За формулами (9) і (11) знаходяться необхідні показники K_r, T і P_0 для кожного резервованого вузла. Після цього визначаються нижні і верхні оцінки коефіцієнта готовності і напрацювання на відмову всієї досліджуваної системи.

ПРИКЛАД 1. Структурна схема системи складається з двох пристроїв (рисунок 1). Перший пристрій являє собою дубльовану систему, а другий - один елемент. Інтенсивності відмов і відновлень всіх елементів однакові і рівні λ і μ відповідно. Кожен пристрій обслуговується однією ремонтною бригадою. Потрібно визначити нижні і верхні оцінки коефіцієнта готовності і напрацювання на відмову.

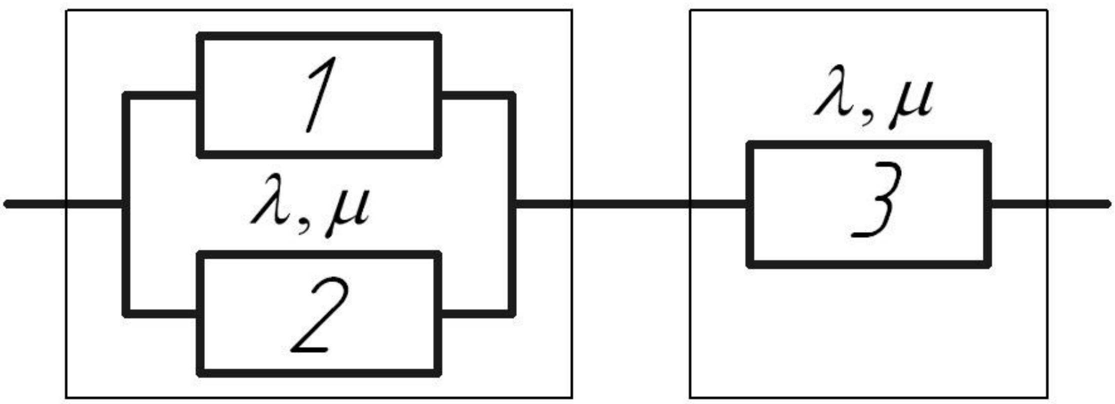

Рисунок 1 – Схема розрахунку надійності

Розв’язання. Граф станів системи подано на рисунку 2.

За графом складаємо систему рівнянь для визначення стаціонарних значень ймовірностей станів системи

$$\begin{cases} -3\lambda p_0 + \mu p_1 + \mu p_2 = 0; \\ 2\lambda p_0 - (\mu + 2\lambda) p_1 + \mu p_3 + \mu p_4 = 0; \\ \lambda p_0 - \mu p_2 + \mu p_4 = 0; \\ \lambda p_1 - \mu p_3 = 0; \\ \lambda p_1 - 2\mu p_4 = 0. \end{cases}$$

З розв’язання цієї системи знайдемо

$$p_0 = \frac{2+\rho}{2+7\rho+9\rho^2}, \quad p_1 = \frac{4\rho}{2+7\rho+9\rho^2},$$

де $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$.

Отже, коефіцієнт готовності буде дорівнювати

$$K_{\Gamma} = p_0 + p_1 = \frac{2+5\rho}{2+7\rho+9\rho^2}.$$

Так як параметр потоку відмов

$$\omega = \lambda p_0 + 2\lambda p_1 = \frac{\lambda(2+9\rho)}{2+7\rho+9\rho^2},$$

то напрацювання на відмову дорівнює

$$T = \frac{K_{\Gamma}}{\omega} = \frac{2+5\rho}{\lambda(2+9\rho)}.$$

Для отримання нижніх і верхніх оцінок розглянемо обидва пристрої окремо і обчислимо для кожного з них коефіцієнт готовності $K_{\Gamma j}$, суму ймовірностей всіх справних станів, за винятком ймовірностей останніх передвідмовних станів p_{0i} і напрацювання на відмову T_i .Ці характеристики визначаються за графами станів кожного з пристроїв, як подано на рисунку 3, а і б відповідно.

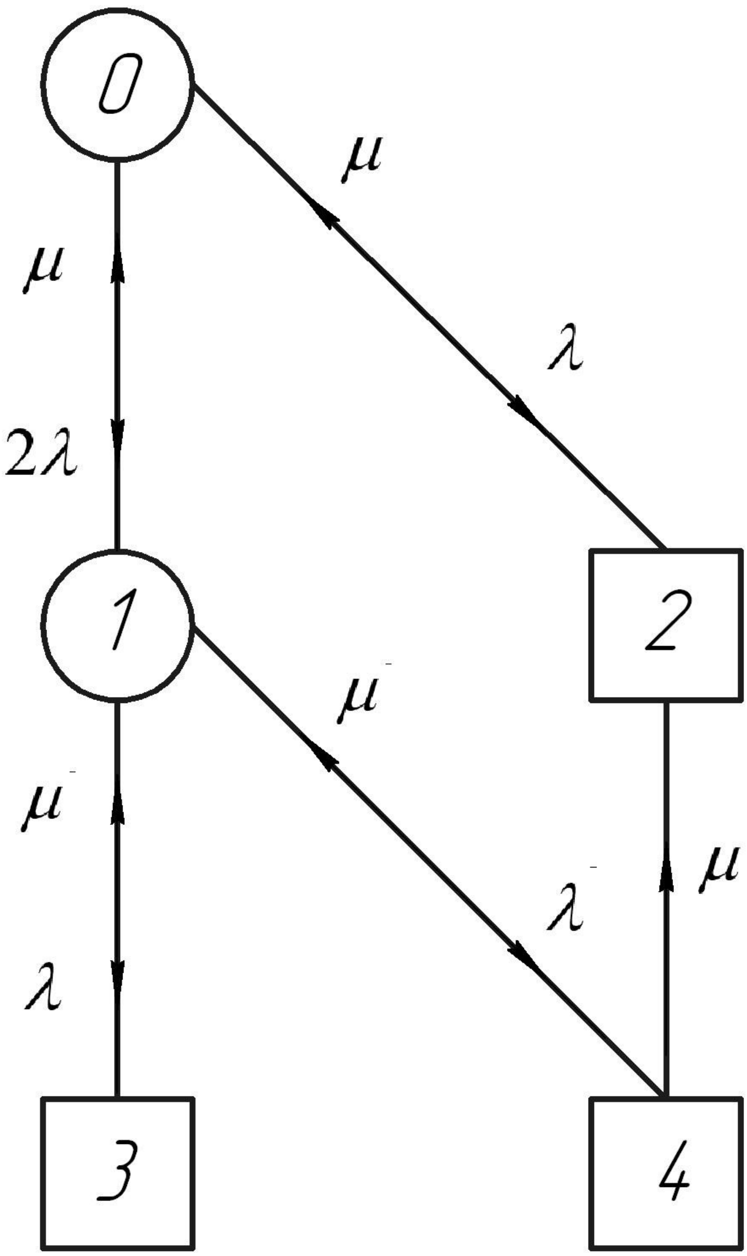

Рисунок 2 – Граф станів системи

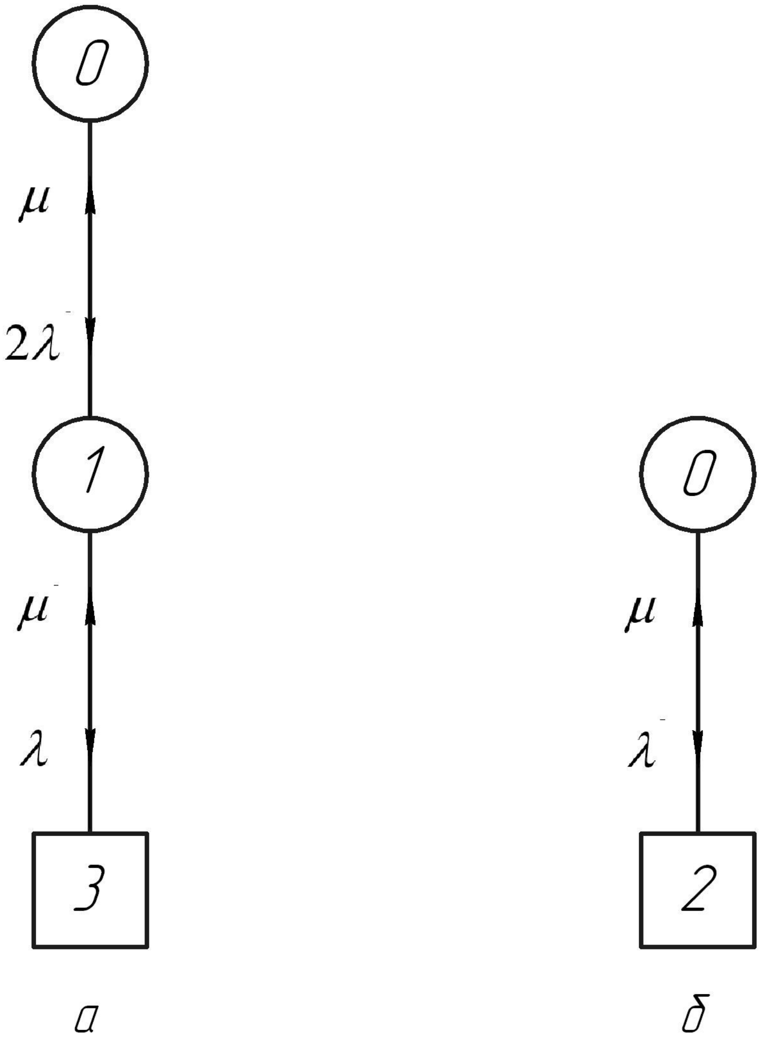

Рисунок 3 – Графи станів підсистем

З першого графа знаходимо показники надійності першого пристрою

$$K_{\Gamma 1} = \frac{1+2\rho}{1+2\rho+2\rho^2}, \; P_{01} = K_{\Gamma 1} - \frac{\lambda}{\lambda+\mu} p_0 = \frac{1+3\rho}{(1+\rho)(1+2\rho+2\rho^2)},$$

$$T_1 = \frac{1+2\rho}{2\lambda\rho}.$$

Для другого пристрою ці характеристики дорівнюють

$$K_{\Gamma 2} = p_{02} = \frac{1}{1+\rho}, \; T_2 = \frac{1}{\lambda}.$$

Нижні і верхні оцінки знаходимо за формулами 2 та 5:

$$K_\Gamma^{(\text{Н})} = \frac{1+2\rho}{1+3\rho+4\rho^2}, \quad K_\Gamma^{(\text{В})} = \frac{1+3\rho+2\rho^2}{1+4\rho+7\rho^2+2\rho^3},$$

$$T^{(H)} = \frac{1+2\rho}{\lambda(1+4\rho)}, \quad T^{(B)} = \frac{1+3\rho+2\rho^2}{\lambda(1+5\rho+2\rho^2)}.$$

Неважко перевірити, що $K_\Gamma^{(\text{Н})} \prec K_\Gamma \prec K_\Gamma^{(\text{В})}$. Чисельні значення показників для $\rho = 0{,}01$ наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Значення показників при $\rho = 0{,}01$

Показник надійності	Оцінки			Відносна похибка
	Нижня	Верхня	Точне	
K_Γ	0,9899068	0,9899087	0,9899077	0,00019
T	$0{,}980769/\lambda$	$0{,}980956/\lambda$	$0{,}980861/\lambda$	0,00019

ПРИКЛАД 2. Потрібно визначити коефіцієнт готовності, напрацювання на відмову і середній час відновлення системи, структурна схема якої наведена на рисунку 4. Система являє собою основне з'єднання чотирьох незалежно обслуговуваних технічних пристроїв (ТП).Закони розподілу часу безвідмовної роботи і часу відновлення кожного елемента експоненціальні.

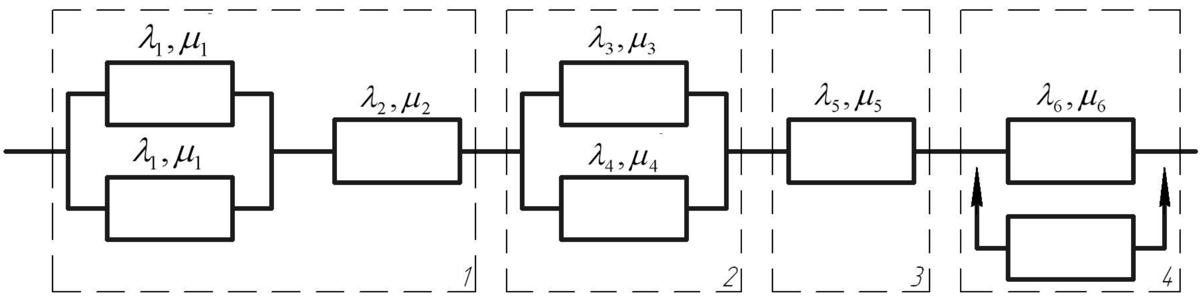

Рисунок 4 – Схема розрахунку надійності

Інтенсивності відмов і відновлень елементів, а також дисципліна обслуговування кожного пристрою різні:

- структура 1: $\lambda_1 = 0{,}02\, год^{-1}$, $\mu_1 = 0{,}5\, год^{-1}$, $\lambda_2 = 0{,}01\, год^{-1}$, $\mu_2 = 1\, год^{-1}$, одна ремонтна бригада, прямий пріоритет обслуговування;

- структура 2: $\lambda_3 = 0{,}03\,год^{-1}$, $\mu_3 = 0{,}6\,год^{-1}$, $\lambda_4 = 0{,}04\,год^{-1}$, $\mu_4 = 0{,}8\,год^{-1}$, одна ремонтна бригада, зворотний пріоритет обслуговування;
- структура 3: $\lambda_5 = 0{,}01\,год^{-1}$, $\mu_5 = 1\,год^{-1}$, одна ремонтна бригада;
- структура 4: $\lambda_6 = 0{,}02\,год^{-1}$, $\mu_6 = 1\,год^{-1}$, одна ремонтна бригада, прямий пріоритет обслуговування.

Розв'язання. Визначимо характеристики $K_{Гi}$, T_i, P_{0i} для кожної типової структури. Як слідує з прикладу 1, необхідні характеристики для типової структури 1 мають такі значення:

$$K_{Г1} = 0{,}986,\ T_1 = 87{,}26\,год,\ P_{01} = K_{Г1} - p_1 \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_1} = 0{,}982.$$

Для інших підсистем ці характеристики обчислюються аналогічно. Результати розрахунків подано в таблиці 2.

Таблиця 2 – Показники надійності типових структур

Номер типової структури	$K_{Гi}$	$T_i, год$	P_{0i}
1	0,986	87,26	0,982
2	0,995	314,28	0,991
3	0,990	100	0,990
4	0,991	550	0,983

Відповідно до формул (2) - (8) і з урахуванням характеристик, поміщених в таблицю 2, отримаємо:

- оцінки коефіцієнта готовності: $K_Г^{(Н)} = 0{,}9630$, $K_Г^{(В)} = 0{,}9634$, $K_Г = 0{,}9632$;
- оцінки середнього напрацювання на відмову: $T^{(Н)} = 37{,}79\,год$, $T^{(В)} = 38{,}30\,год$, $T = 38{,}04\,год$;
- оцінка середнього часу відновлення: $T_В = 1{,}45\,год$.

Відносні похибки розрахунків складають: $\delta_{К_Г} = 0{,}54\%$, $\delta_T = 0{,}67\%$.

ПРИКЛАД 3. Розглянемо складну систему, структурна схема якої зображена на рисунку 5.

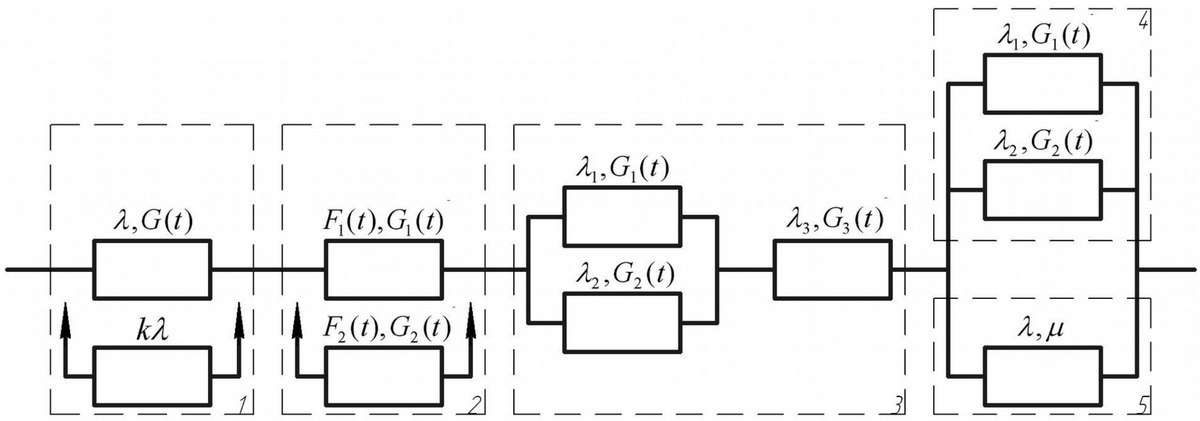

Рисунок 5 – Структурна схема розрахунку надійності

Система складається з п'яти типових структур, причому структури 1, 2, 3 нерезервовані, а типові структури 4 та 5 утворюють дубльовану систему (резерв навантажений).

Структура 1 являє собою дубльовану систему з полегшеним резервом. Час безвідмовної роботи обох елементів має експоненціальний розподіл з параметрами $\lambda = 0{,}01\,год^{-1}$ для основного і $0{,}5\lambda$ для резервного елемента. Час відновлення кожного елемента має розподіл Ерланга 2-го порядку з параметром $\mu = 0{,}5\,год^{-1}$. Обслуговування структури здійснює одна ремонтна бригада.

Структура 2 являє собою дубльовану систему з ненавантаженим резервом. Час безвідмовної роботи основного і резервного елементів має розподіл Ерланга третього порядку з параметрами $\lambda_1 = 0{,}05\,год^{-1}$ і $\lambda_2 = 0{,}08\,год^{-1}$ відповідно. Час відновлення кожного елемента підпорядкований розподілу Ерланга другого порядку з параметрами $\mu_1 = 0{,}2\,год^{-1}$ і $\mu_2 = 0{,}25\,год^{-1}$ відповідно. Ремонт елементів, що відмовили, здійснює одна ремонтна бригада з прямим пріоритетом.

Структура 3 складається з трьох елементів. Закони розподілу часу безвідмовної роботи експоненціальні з параметрами $\lambda_1 = 0{,}005\,год^{-1}$, $\lambda_2 = 0{,}0025\,год^{-1}$, $\lambda_3 = 0{,}0004\,год^{-1}$. Час відновлення кожного елемента має розподіл Ерланга другого порядку з параметрами $\mu_1 = 0{,}2\,год^{-1}$, $\mu_2 = 0{,}25\,год^{-1}$, $\mu_3 = 4\,год^{-1}$. Обслуговування структури здійснює одна ремонтна бригада із зворотним пріоритетом.

Структура 4 являє собою дубльовану систему з навантаженим резервом. Час безвідмовної роботи обох елементів експоненціальний з параметрами $\lambda_1 = 0{,}02\,год^{-1}$, $\lambda_2 = 0{,}04\,год^{-1}$ відповідно. Часи відновлення мають розподіл Ерланга 2-го порядку з параметрами $\mu_1 = 0{,}2\,год^{-1}$, $\mu_2 = 0{,}25\,год^{-1}$ відповідно. Відновлює структуру одна ремонтна бригада з прямим пріоритетом.

Структура 5 складається з одного елемента. Час безвідмовної роботи і час відновлення має експоненціальний розподіл з параметрами $\lambda = 0{,}01\,год^{-1}$, $\mu = 0{,}25\,год^{-1}$ відповідно.

Потрібно визначити коефіцієнт готовності, напрацювання на відмову і середній час відновлення всієї системи.

Рішення. Показники надійності типових структур розраховуються звичайними методами шляхом графічного зображення станів і переходів між ними, складання та розв'язання системи інтегральних рівнянь і визначення необхідних показників.

Обчислимо показники надійності $K_г$, T і P_0 для типових структур 1, 2, 3. Для типової структури 1 маємо

$$K_Г = \frac{k+1-k\overline{g}(\lambda)}{(k+1)\lambda T_B + \overline{g}(\lambda)},\quad T = \frac{k+1-k\overline{g}(\lambda)}{(k+1)\lambda(1-\overline{g}(\lambda))},$$

$$P_0 = K_Г - p_1\frac{\lambda}{\lambda+\mu_1} = K_Г - \frac{\dfrac{(k+1)\lambda}{\mu_1}}{1+\dfrac{(k+1)\lambda}{\mu_1}+\dfrac{(k+1)\lambda^2}{\mu_1\mu_2}}\cdot\frac{\lambda}{\lambda+\mu_1} = K_Г - \frac{(k+1)(1-\overline{g}(\lambda))^2}{(k+1)\lambda T_B + \overline{g}(\lambda)},$$

де $k = 0{,}5$. Для структури 2 маємо

$$K_Г = \frac{T_1+T_2}{\int\limits_0^\infty (1-F_1(t)G_2(t))dt + \int\limits_0^\infty (1-F_2(t)G_1(t))dt},$$

$$T = \frac{T_1+T_2}{\int\limits_0^\infty F_1(t)g_2(t)dt + \int\limits_0^\infty F_2(t)g_1(t)dt},$$

$$P_0 = K_Г - \left(p_3 \frac{\lambda_3}{\lambda_3+\mu_1} + p_4 \frac{\lambda_4}{\lambda_4+\mu_2} \right) =$$

$$= K_Г - \frac{\int\limits_0^\infty F_1(t) g_2(t) dt \int\limits_0^\infty \overline{F_1}(t)\overline{G_2}(t) dt + \int\limits_0^\infty F_2(t) g_1(t) dt \int\limits_0^\infty \overline{F_2}(t)\overline{G_1}(t) dt}{\int\limits_0^\infty (1 - F_1(t) G_2(t)) dt + \int\limits_0^\infty (1 - F_2(t) G_1(t)) dt}.$$

Розглянемо структуру 3. Її дисципліна обслуговування така, що стаціонарні характеристики не залежать від законів розподілу, тому

$$K_Г = p_0 + p_1 + p_2, \; T = \frac{p_0 + p_1 + p_2}{\lambda_3 p_0 + (\lambda_2+\lambda_3) p_1 + (\lambda_1+\lambda_3) p_2},$$

$$P_0 = K_Г - \left(p_1 \frac{\lambda_2+\lambda_3}{\lambda_2+\lambda_3+\frac{1}{T_{B1}}} + p_2 \frac{\lambda_1+\lambda_3}{\lambda_1+\lambda_3+\frac{1}{T_{B2}}} \right).$$

Для структури 4 визначимо значення інтенсивностей переходів в графі станів:

$$\mu_1 = \frac{\lambda_2 \overline{g_1}(\lambda_2)}{1-\overline{g_1}(\lambda_2)}, \; \mu_2 = \frac{\lambda_1 \overline{g_2}(\lambda_1)}{1-\overline{g_2}(\lambda_1)}, \; \mu_3 = \frac{\lambda_2 (1-\overline{g_1}(\lambda_2))}{\lambda_2 T_{B1} - (1-\overline{g_1}(\lambda_2))},$$

$$\mu_4 = \frac{\lambda_1 (1-\overline{g_2}(\lambda_1))}{\lambda_1 T_{B2} - (1-\overline{g_2}(\lambda_1))},$$

а потім звичайним способом, наприклад шляхом розв’язання системи лінійних рівнянь або безпосередньо за графом, визначити необхідні характеристики T, T_B і $K_Г$. Для структури 5 ці характеристики знаходяться безпосередньо за вихідними даними.

Потрібні показники $K_Г$, T, P_0 для вузла, що об'єднує типові структури 4 і 5, визначаються за формулами (9) і (10).

Необхідні для подальших розрахунків показники зведені в таблицю 3.

Таблиця 3 – Показники надійності типових структур

Номер типової структури	$K_{Гi}$	$T_i, год$	P_{0i}
1	0,9982	1751,55	0,9960
2	0,9942	1089,38	0,9858
3	0,9979	1638,59	0,9958
4 та 5	0,9976	1055,85	0,9922

Відповідно до формул (2) - (5) визначаються нижні і верхні оцінки коефіцієнта готовності і напрацювання на відмову всієї системи. Вони мають значення:

$$K_Г^{(Н)} = 0{,}9880,\ T^{(Н)} = 328{,}29\,год,$$
$$K_Г^{(В)} = 0{,}9881,\ T^{(В)} = 332{,}61\,год.$$

Тому приймаємо $K_Г = 0{,}988$, $T = 330{,}45\,год$. При цьому відносна похибка не перевищує $\delta_{K_Г} = 0{,}0042$ за коефіцієнтом простою і $\delta_T = 0{,}0065$ з напрацювання на відмову. Середній час відновлення дорівнює $T_В = 4{,}01\,год$.

ПРИКЛАД 4. Відновлювана система являє собою систему з роздільним (поелементним) резервуванням і прямим пріоритетом обслуговування. Структурна схема (схема розрахунку надійності) системи наведена на рисунку 6.

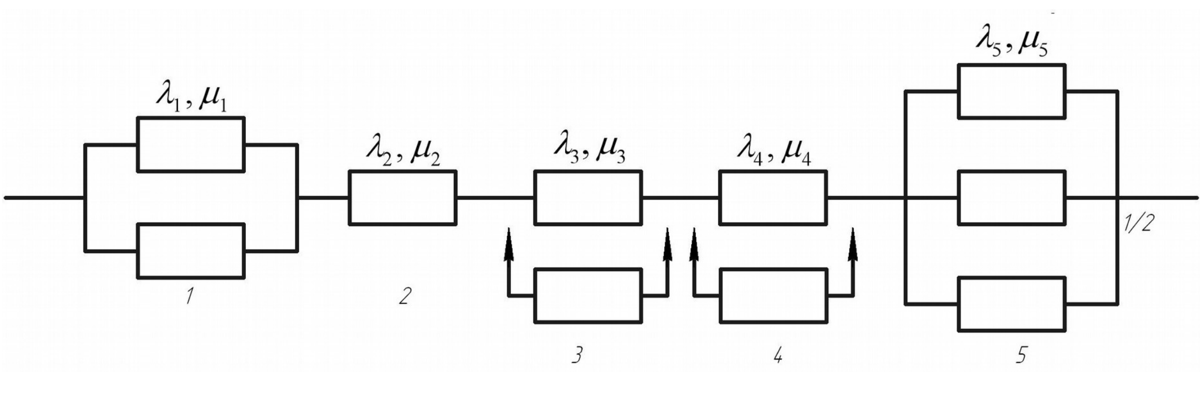

Рисунок 6 – Структурна схема системи

Значення інтенсивності відмов і відновлення елементів наведені в таблиці 4.

Таблиця 4 – Інтенсивності відмов і відновлення елементів

Номер елемента	1	2	3	4	5
$\lambda,\ 10^{-2}\ год^{-1}$	6	0,1	7	7,5	1
$\mu, год^{-1}$	1,5	1	3,5	1	2
ρ	0,04	0,001	0,02	0,075	0,005
$K_Г$	0,997	0,999	0,9996	0,99975	0,99479

За технічними умовами система повинна відповідати таким вимогам надійності: коефіцієнт готовності $K_Г \geq 0{,}97$.

Необхідно визначити, чи задовольняє система ці вимоги.

Розв’язання. Число станів системи більше 100. Скласти і розв’язати систему рівнянь такої розмірності дуже важко, хоча і можливо при використовуванні комп'ютерних технологій.

Однак звернемося до теорії. Відомо, що нижня оцінка коефіцієнта придатності $K_{ГС}$ системи може бути обчислена за такою формулою:

$$K_{ГС} = \prod_{i=1}^{n} K_{Гi},$$

де $K_{Гi}$ – коефіцієнт готовності i-го елемента; n - число елементів системи.

Під елементом розуміється будь-яка частина системи, що має показник надійності, який самостійно враховується при розрахунках. У нашому прикладі це резервовані елементи.

Таким чином, перевірити умову $K_Г \geq 0{,}97$ можна шляхом обчислення коефіцієнтів готовності елементів системи з подальшим їх перемножуванням. Якщо виявиться, що отримане значення більше 0,97, то система задовольняє вимоги.

Вирази для $K_{Гi}$ елементів нашої системи прості і мають вигляд

$$K_{Г1} = \frac{1+2\rho_1}{1+2\rho_1+\rho_1^2},\ K_{Г2} = \frac{1}{1+2\rho_2},\ K_{Г1} = \frac{1+\rho_3}{1+\rho_3+\rho_3^2},$$

$$K_{Г4} = \frac{1+\rho_4}{1+\rho_4+\rho_4^2}, \; K_{Г1} = \frac{1+3\rho_5}{1+3\rho_5+6\rho_5^2}.$$

Значення ρ_i та коефіцієнтів готовності елементів наведені в таблиці 4.

Коефіцієнт готовності системи, обчислений як добуток коефіцієнтів готовності елементів, має значення $K_{ГС} = 0{,}9865$. Результат розрахунку показує, що система задовольняє вимоги надійності.

3 Завдання для самостійного розв'язання

ЗАВДАННЯ 1. Структурна схема відновлюваної системи складається з п'яти елементів, кожен з яких дубльований ідентичним елементом. Використано резервування з постійно включеним резервом. Наслідки відмов відсутні. Варіанти інтенсивностей відмов і відновлення елементів наведені в таблиці 6.

Необхідно встановити, чи задовольняє система вимоги надійності, критеріями надійності можуть бути: ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$, середній час безвідмовної роботи T_1, коефіцієнт готовності $K_Г$, напрацювання на відмову T. Значення цих показників наведено в таблиці 5.

Таблиця 5 – Інтенсивності відмов і відновлення елементів та вимоги на надійність системи

Вихідні дані	Номер варіанта						
	1	2	3	4	5	6	7
λ_1, $год^{-1}$	0,002	0,008	0,01	0,005	0,007	0,005	0,006
λ_2, $год^{-1}$	0,001	0,003	0,003	0,004	0,006	0,002	0,005
λ_3, $год^{-1}$	0,007	0,004	0,003	0,006	0,002	0,007	0,002

λ_4, $год^{-1}$	0,005	0,002	0,006	0,005	0,003	0,004	0,007
λ_5, $год^{-1}$	0,003	0,007	0,005	0,002	0,003	0,003	0,004
μ_1, $год^{-1}$	0,1	0,4	0,3	0,2	0,4	0,3	0,5
μ_2, $год^{-1}$	0,5	0,4	0,3	0,3	0,1	0,2	0,3
μ_3, $год^{-1}$	0,4	0,3	0,2	0,5	0,1	0,3	0,4
μ_4, $год^{-1}$	0,2	0,4	0,3	0,5	0,3	0,2	0,5
μ_5, $год^{-1}$	0,4	0,2	0,3	0,1	0,5	0,3	0,2
$P(t)$	0,95	0,97	0,94	0,97	0,96	0,9	0,95
T_i	450	570	780	520	1200	630	580
$K_Г$	0,95	0,97	0,9	0,98	0,97	0,98	0,97
T	860	790	1000	970	760	680	920

Вказівки: зробіть припущення про рівну надійність елементів системи, складіть граф станів і визначте всі показники надійності, використовуючи топологічний метод.

ЗАВДАННЯ 2. Структурна схема відновлюваної системи подана на рисунку 7.

Ці вимоги до інтенсивності відмов і відновлень елементів наведені в таблиці 6.

Визначити ймовірність і середній час безвідмовної роботи системи в припущенні, що відмови елементів є подіями незалежними.

Розв'язання подати у вигляді формул, графіків і таблиць. Визначити ймовірність і середній час безвідмовної роботи системи, що складається з 20 таких підсистем, з'єднаних послідовно в сенсі надійності.

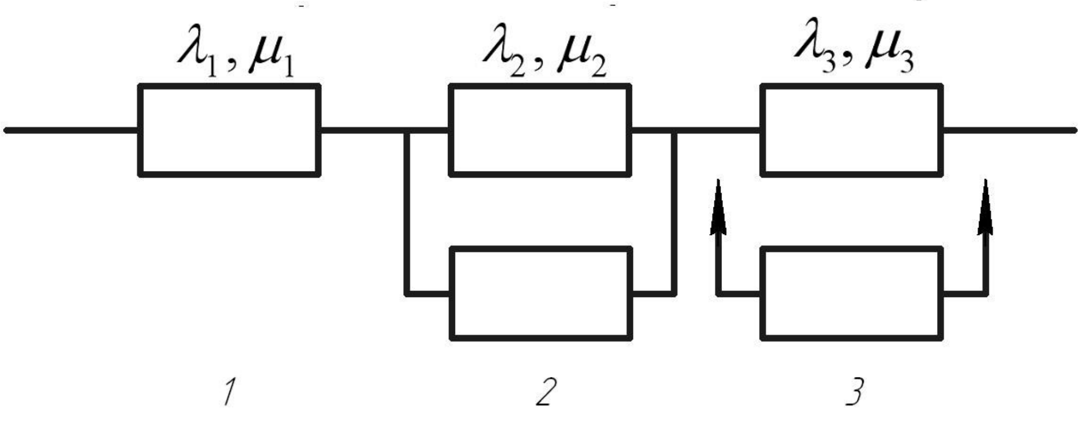

Рисунок 7 – Структурна схема системи

Таблиця 6 – Інтенсивності відмов і відновлень елементів

Номер елемента	1	2	3
$\lambda \cdot 10^{-3}$, $год^{-1}$	1,5	1	2
$\mu \cdot 10^{-3}$, $год^{-1}$	0,2	0,3	0,5

ЗАВДАННЯ 3. Структурна схема відновлюваної системи та дані про надійність її елементів наведені в задачі 2.

Необхідно встановити, чи задовольняє система вимоги надійності, якщо за технічними умовами коефіцієнт готовності повинен бути не нижче 0,98.

ЗАВДАННЯ 4. Структурні схеми п'яти відновлюваних систем наведені на рисунку 8. Для кожних двох схем необхідно визначити, яка з них має більш високий показник надійності. Показниками надійності є: $P(t)$, T_1, $K_Г$, T.

Вихідні дані задачі наведені в таблиці 7.

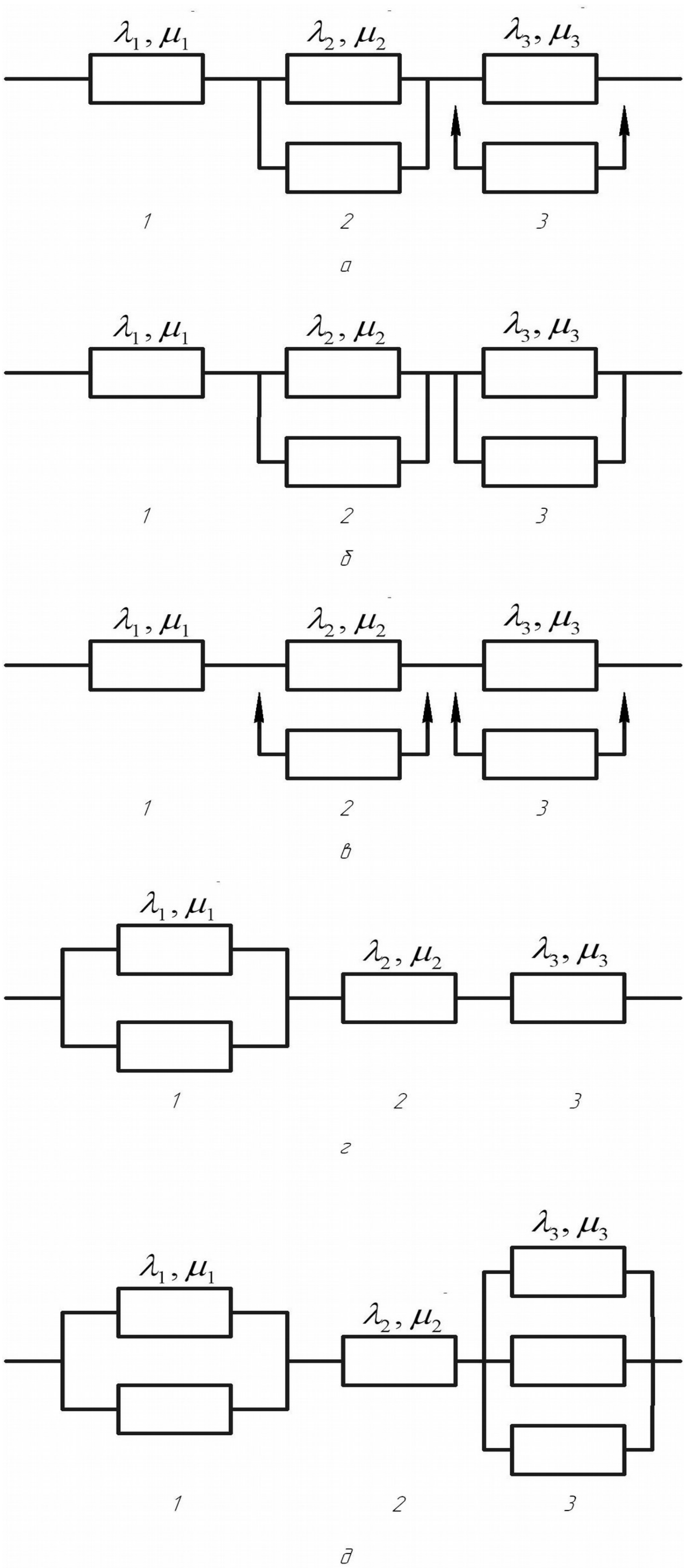

Рисунок 8 – Структурні схеми технічних систем

Таблиця 7 – Вихідні дані для розв’язання задач

Вихідні дані	Номер варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_1 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,1	0,07	0,15	0,1	0,2	0,6	0,5	0,3	0,2	0,6
$\lambda_2 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,2	0,15	0,25	0,15	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2
$\lambda_3 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,8	0,5	0,7	0,15	0,3	0,2	0,4	0,6	0,1	0,2
$\mu_1 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,5	0,5	0,8	0,2	0,3	0,3	0,5	0,4	0,3	0,7
$\mu_2 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,8	0,8	0,2	0,5	0,5	0,5	0,3	0,2	0,2	0,3
$\mu_3 \cdot 10^{-2}$, $год^{-1}$	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,7	0,4	0,6	0,3	0,4
Номер схеми	*а, б*	*а, в*	*а, г*	*а, д*	*б, в*	*б, г*	*б, д*	*в, г*	*в, д*	*г, д*