

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра «Механіка і проектування машин»

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

Розділи

«СТАТИКА» та «КІНЕМАТИКА»

Харків – 2013

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування машин”

20 листопада 2011 р., протокол № 6.

Укладачі:

доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський,
старш. викл. Л.В. Астахова

Рецензент

проф. О.В. Братченко

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни
«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

Розділи «СТАТИКА» та «КІНЕМАТИКА»

Відповідальний за випуск Оробінський О.В..

Редактор Еткало О.О.

Підписано до друку 14.04.11 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 4,75. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейєрбаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра “Механіка і проектування машин”

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання розрахунково-графічних робіт з дисципліни
«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»
Розділи «СТАТИКА» та «КІНЕМАТИКА»

Харків 2013 р

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри “Механіка і проектування машин” 20 листопада 2011 р., протокол № 6.

Укладачі:

доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський,
старш. викл. Л.В. Астахова

Рецензент

проф. О.В. Братченко

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	Методичні вказівки	5
2	Розділ «Статика»	6
2.1	Завдання С-1	6
2.2	Завдання С-2	12
2.3	Завдання С-3	26
2.4	Завдання С-4	33
2.5	Завдання С-5	44
2.6	Завдання С-6	52
2.7	Завдання С-7	58
3	Розділ «Кінематика»	65
3.1	Завдання К-1	65
3.2	Завдання К-1	69
	Список літератури	76

ВСТУП

Під час підготовки спеціалістів для залізничного транспорту навчальними планами передбачено вивчення студентами механічного та будівельного факультетів на 1-3 курсах дисципліни “Теоретична механіка”. При формуванні теоретичної бази з цієї дисципліни провідна роль відводиться лекційним курсам, які висвітлюють основні питання розділів “Статика”, “Кінематика”, “Динаміка”. У ході вивчення курсу теоретичної механіки важливим аспектом є проведення практичних занять та виконання індивідуальних розрахунково-графічних робіт (РГР).

Вищесказане зумовило необхідність розроблення і введення до навчального процесу методичних вказівок з розділів «Статика» та «Кінематика», які дають комплексне уявлення про обсяг і структуру курсу, про специфіку виконання і оформлення індивідуальних самостійних завдань з розділів, ознайомлюють з прикладами, наводять належні рекомендації та надають варіанти для виконання РГР, а також пропонують рекомендовану літературу.

Методичні вказівки призначені для студентів будівельного та механічного факультетів денної скороченої форми навчання всіх спеціальностей.

1 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Програмою дисципліни «Теоретична механіка» передбачено виконання розрахунково-графічних робіт (РГР) з розділів «Статика» та «Кінематика».

Зміст РГР, а саме номер варіанта, уточнюється викладачем під час аудиторних занять.

Кожне завдання супроводжується рисунками й таблицею (номер схеми збігається з номером умови завдання в таблиці).

РГР виконуються на аркушах формату А4. Типові звіти до РГР оформляються у відповідності до встановлених вимог, а саме: на титульному аркуші обов'язково вказуються назви кафедри й дисципліни, номер роботи, рік, прізвище та ініціали студента.

Розв'язання завдань повинно супроводжуватись коротким текстовим поясненням (які формули або теореми застосовуються, звідки отримуються ті чи інші результати та ін.), а також детальним викладом усіх розрахунків, що виконуються.

Рисунки до розв'язання завдань повинні бути виконані акуратно, із застосуванням креслярського приладдя. На них наносять позначення всіх використовуваних величин: розміри, координатні осі, вектори сил, швидкостей, прискорень та ін.

Слід звернути увагу на те, що розрахункова схема виконується строго, згідно з вихідними даними свого варіанта завдання, і тоді в більшості випадків вона має бути простішою, ніж на загальному рисунку.

Розрахунково-графічні роботи, що не відповідають усім переліченим вимогам, рецензуватися не будуть і повертатимуться для переоформлення.

2 РОЗДІЛ «СТАТИКА»

2.1 Завдання С-1

Довільна плоска система сил

Визначення реакцій опор твердого тіла.

Визначити реакції опор конструкції. Схеми конструкцій наведені на рисунку 1 (розміри - в метрах), навантаження вказане в таблиці 1.

Таблиця 1

Варіант	G	P	M, кНм	q, кН/м	α , град
	кН				
1	10	5	20	1	30
2	12	8	10	4	60
3	8	4	5	2	60
4	14	-	8	3	30
5	-	6	7	1	45
6	-	10	4	2	60
7	-	6	5	1	45
8	16	7	6	2	60
9	6	6	4	2	30
10	10	8	9	1	30
11	-	4	7	0,5	45
12	10	6	8	-	45
13	12	10	6	2	30
14	10	6	10	1	45
15	4	4	4	2	60
16	20	10	-	2	45
17	25	5	-	0,5	45
18	20	10	10	-	30
19	-	4	8	1	45
20	-	10	6	0,5	45
21	-	8	7	0,5	30
22	-	10	8	1	30
23	-	7	10	2	30
24	-	6	7	1,5	30
25	-	14	20	0,5	45
26	-	16	14	1	30
27	5	4	8	2,5	45
28	-	10	7	3	30
29	-	6	8	1	15

30	15	10	14	-	30
----	----	----	----	---	----

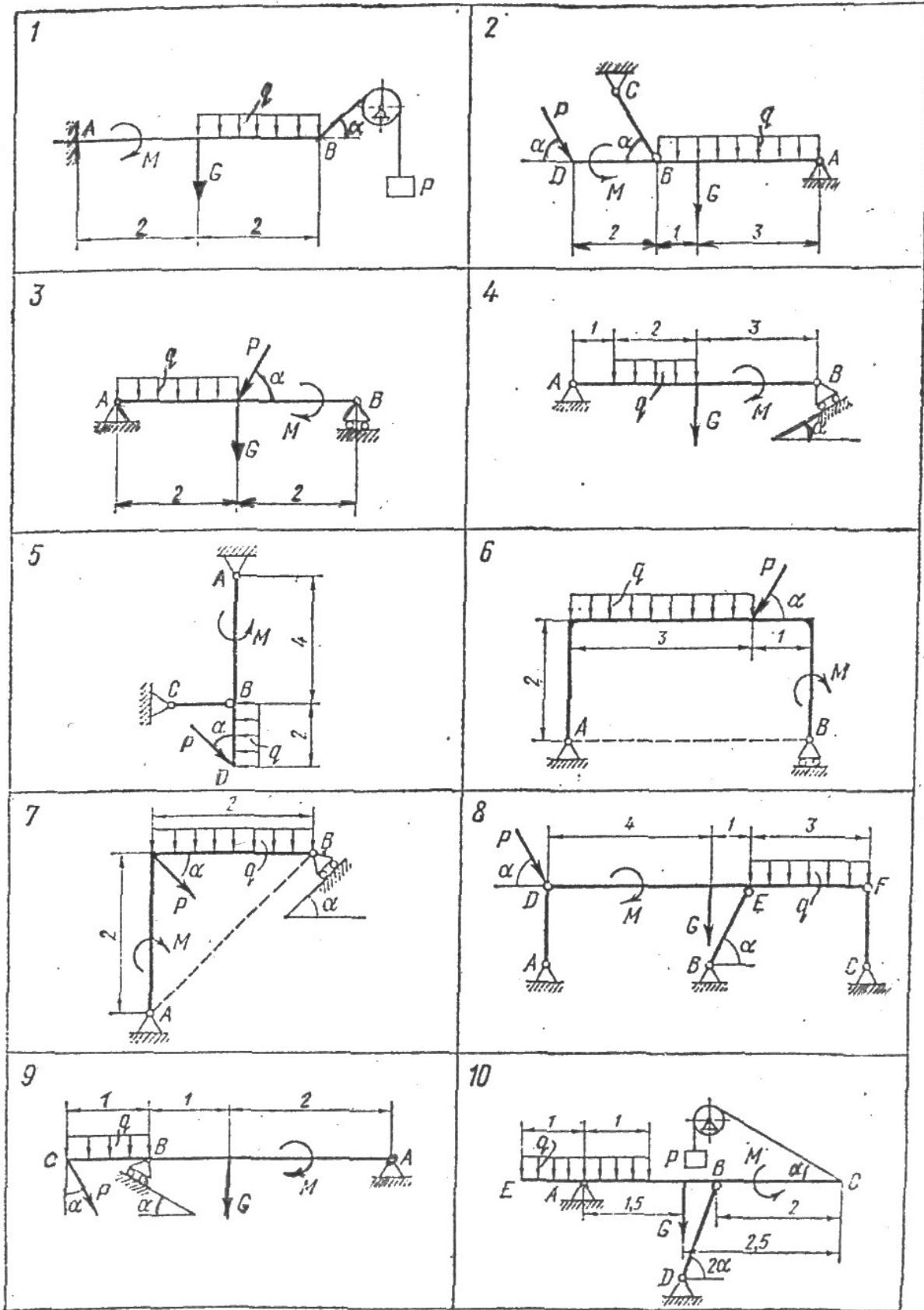


Рисунок 1, аркуш 1

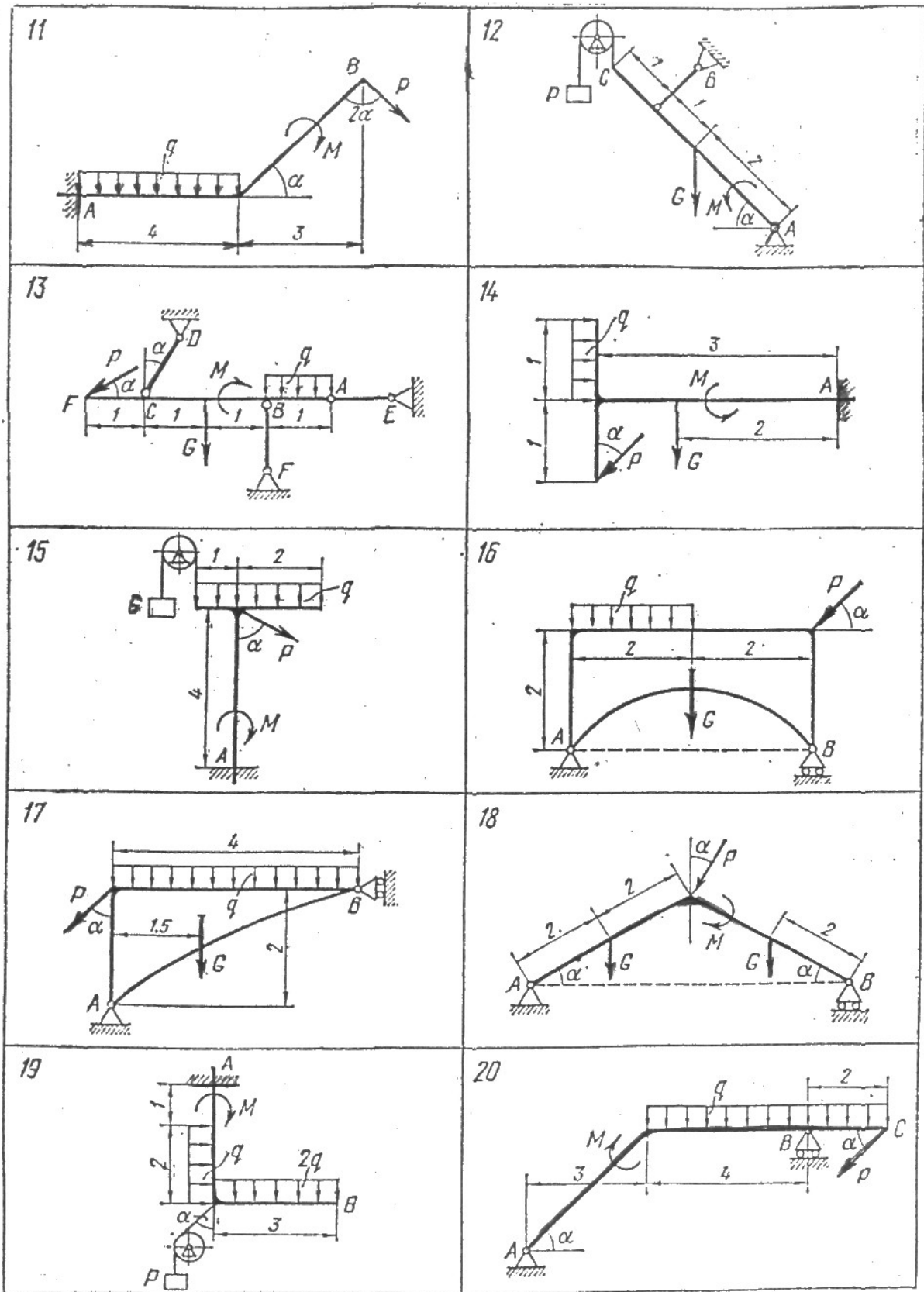


Рисунок 1, аркуш 2

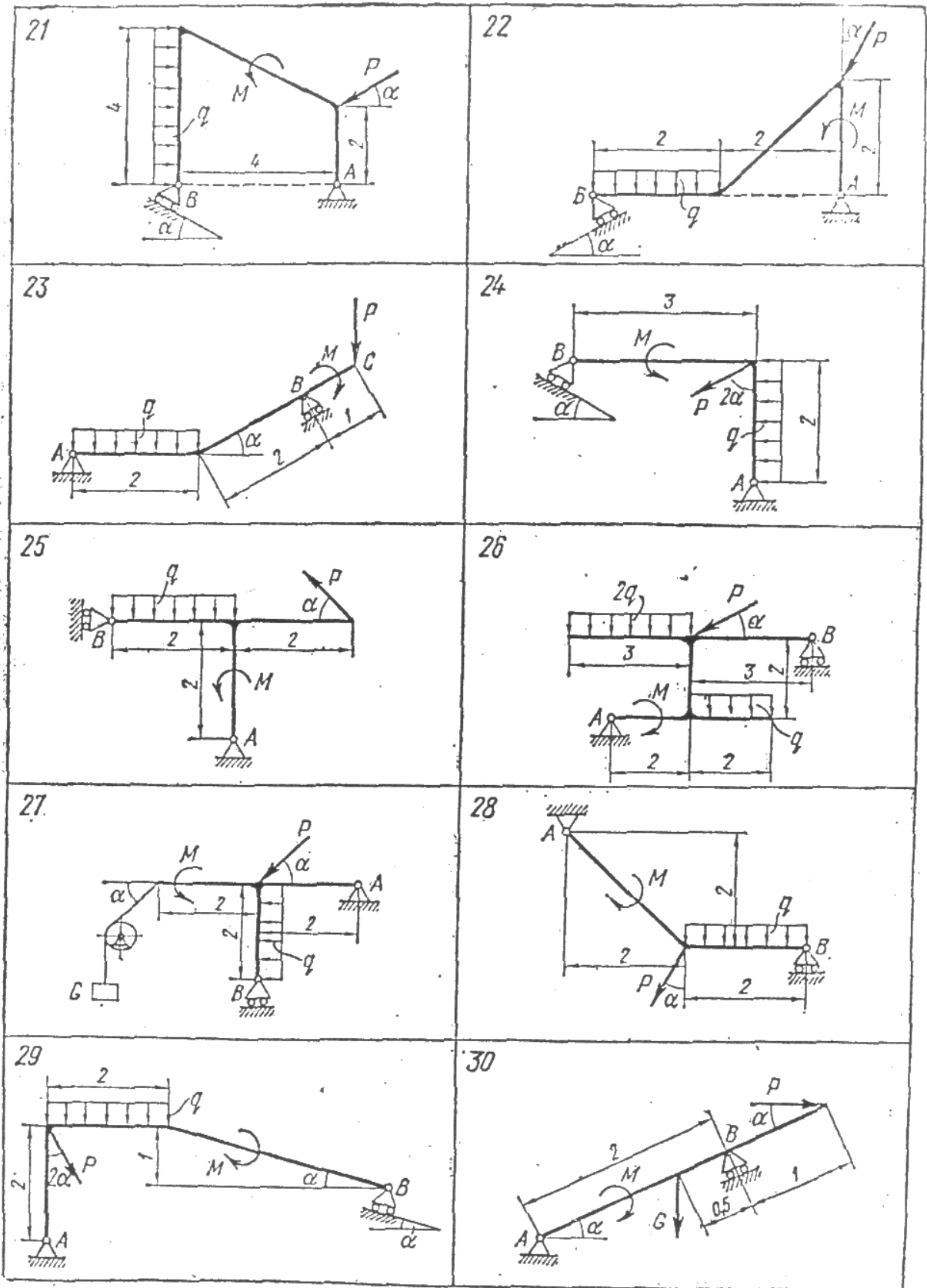


Рисунок 1, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання С-1

Дано:

схему конструкції (рисунок 2), $G=10$ кН, $P=5$ кН, $M=8$ кНм, $q=0,5$ кН/м, $\alpha=30^\circ$, розміри - в метрах.

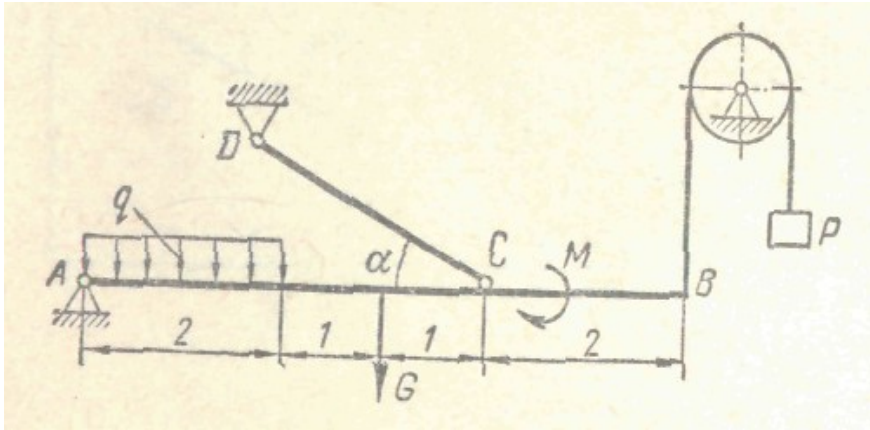


Рисунок 2

Визначити:

реакцію опори А і реакцію стержня CD.

Розв'язання

Розглянемо систему сил, що зрівноважуються, прикладених до балки АВ. Відкинемо зв'язки: шарнірно-нерухому опору А, стержень CD та нитку. Дію зв'язків на балку замінимо їх реакціями (рисунок 3).

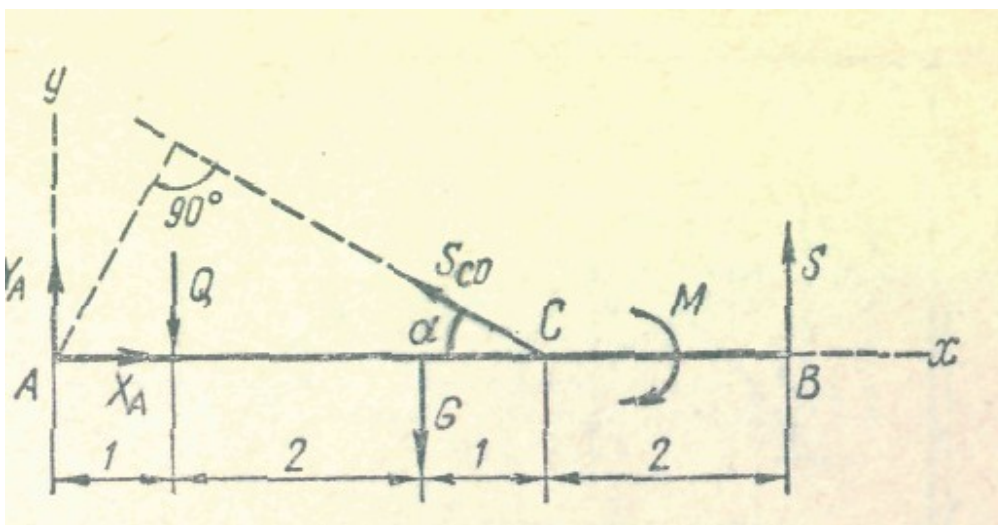


Рисунок 3

Тому що напрямок реакції шарнірно-нерухомої опори А невідомий, визначимо її складові $\overline{X_A}$ та $\overline{Y_A}$. Вкажемо також реакцію $\overline{S_{CD}}$ стержня CD і реакцію \overline{S} нитки, модуль якої дорівнює Р. Рівномірно-розподілене навантаження q замінимо зосередженою силою Q , яка дорівнює $Q = 2 \cdot q = 2 \cdot 0,5 = 1$ кН і прикладається в центрі ваги епюри цього навантаження.

Для плоскої системи сил, прикладених до балки, складаємо три рівняння рівноваги:

$$\sum X_i = 0; \quad X_A - S_{CD} \cos 30^\circ = 0; \quad (1)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A - Q - G + S_{CD} \cos 60^\circ + S = 0; \quad (2)$$

$$\sum M_{iA} = 0; \quad -Q \cdot 1 - G \cdot 3 + S_{CD} \cdot 4 \sin 30^\circ - M + S \cdot 6 = 0. \quad (3)$$

З рівняння (1)

$$X_A = S_{CD} \cos 30^\circ = 4,5 \cdot 0,866 = 3,90 \text{ кН.}$$

З рівняння (2)

$$Y_A = Q + G - S_{CD} \cos 60^\circ - S = 1 + 10 - 4,5 \cdot 0,5 - 5 = 3,75 \text{ кН.}$$

З рівняння (3)

$$S_{CD} = \frac{Q \cdot 1 + G \cdot 3 + M - S \cdot 6}{4 \sin 30^\circ} = \frac{1 \cdot 1 + 10 \cdot 3 + 8 - 5 \cdot 6}{4 \cdot 0,5} = 4,5 \text{ кН.}$$

Значення X_A , Y_A та S_{CD} отримано додатними. Це вказує на те, що прийняті напрямки цих сил збігаються з їх дійсними напрямками.

2.2 Завдання С-2

Визначення зусиль у стержнях плоскої ферми

Знайти методом вирізання вузлів та методом Ріттера зусилля в стержнях 1, 2, 3, 4, 5 ферми. Схеми ферм наведені на рисунку 4, а навантаження вказані в таблиці 2.

Таблиця 2

Варіант	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	a, м	h, м	α, град
	кН							
1	5	5	5	20	30	-	-	-
2	5	10	20	30	-	-	-	30
3	10	5	20	20	-	2	6,0	-
4	10	30	50	-	-	-	-	-
5	5	5	20	20	-	-	-	30
6	10	20	10	10	20	-	-	30
7	5	10	20	-	-	-	-	30
8	10	20	30	-	-	2	5,0	-
9	10	20	30	-	-	-	-	-
10	20	10	10	20	-	-	-	45
11	10	20	40	-	-	-	-	45
12	10	20	30	30	-	2	6,0	-
13	10	10	10	20	20	-	-	45
14	10	10	10	10	20	-	-	-
15	10	20	10	-	-	2	1,5	-
16	10	20	20	30	-	-	-	-
17	10	20	20	-	-	3	5,0	-
18	10	40	20	20	-	3	3,5	-
19	10	10	40	20	-	3	3,5	-
20	10	40	20	-	-	-	-	-
21	10	20	10	40	-	3	4,0	-
22	10	10	20	30	-	-	-	-
23	5	10	10	40	20	-	-	-
24	10	20	20	20	-	2	2,4	-
25	10	20	20	-	-	2	2,4	-
26	10	20	20	-	-	2	2,3	-
27	10	20	10	-	-	2	3,0	-
28	20	20	10	-	-	-	-	-
29	10	20	20	40	-	2	2,2	-
30	10	10	20	30	30	-	-	-

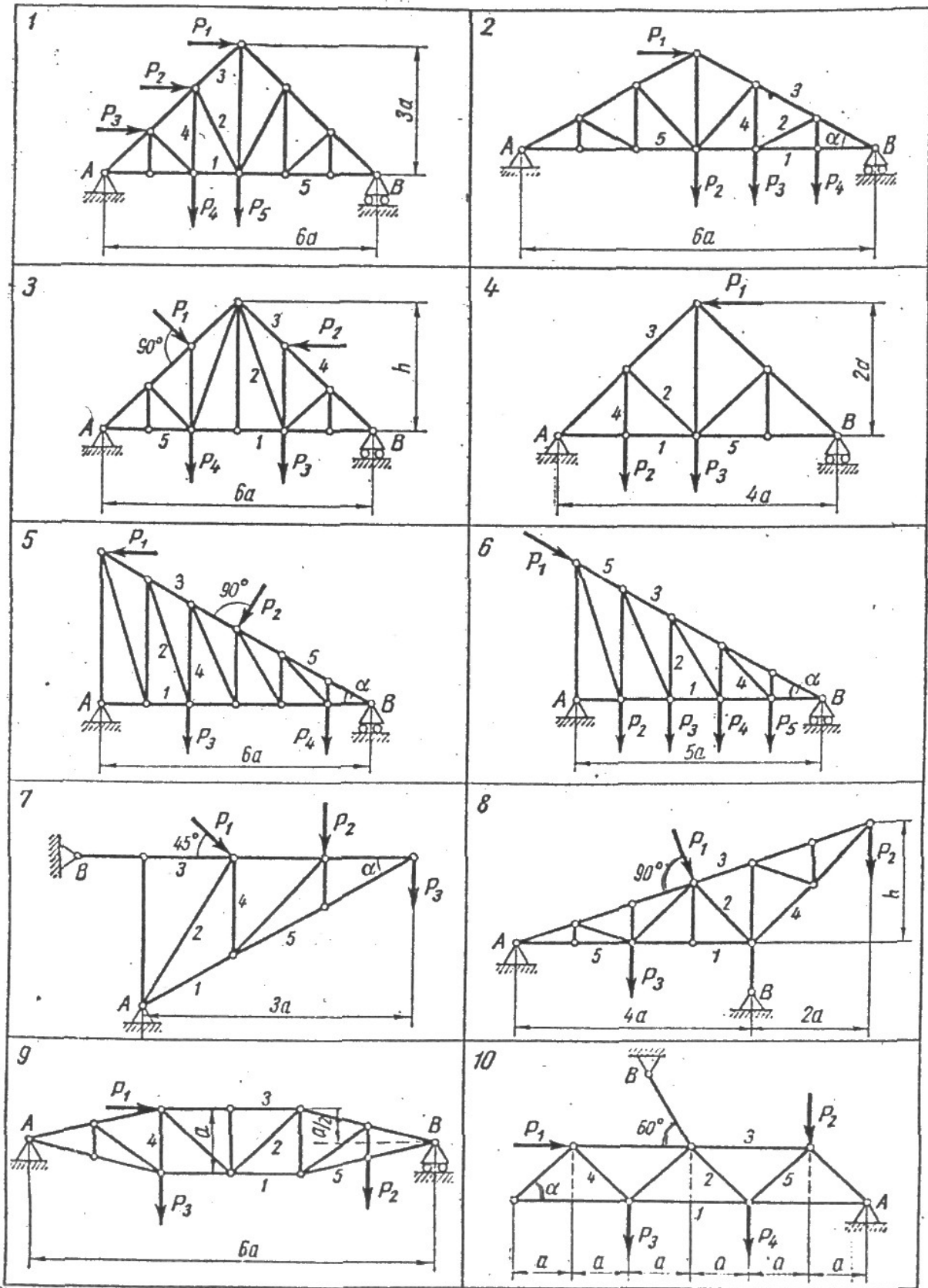


Рисунок 4, аркуш 1

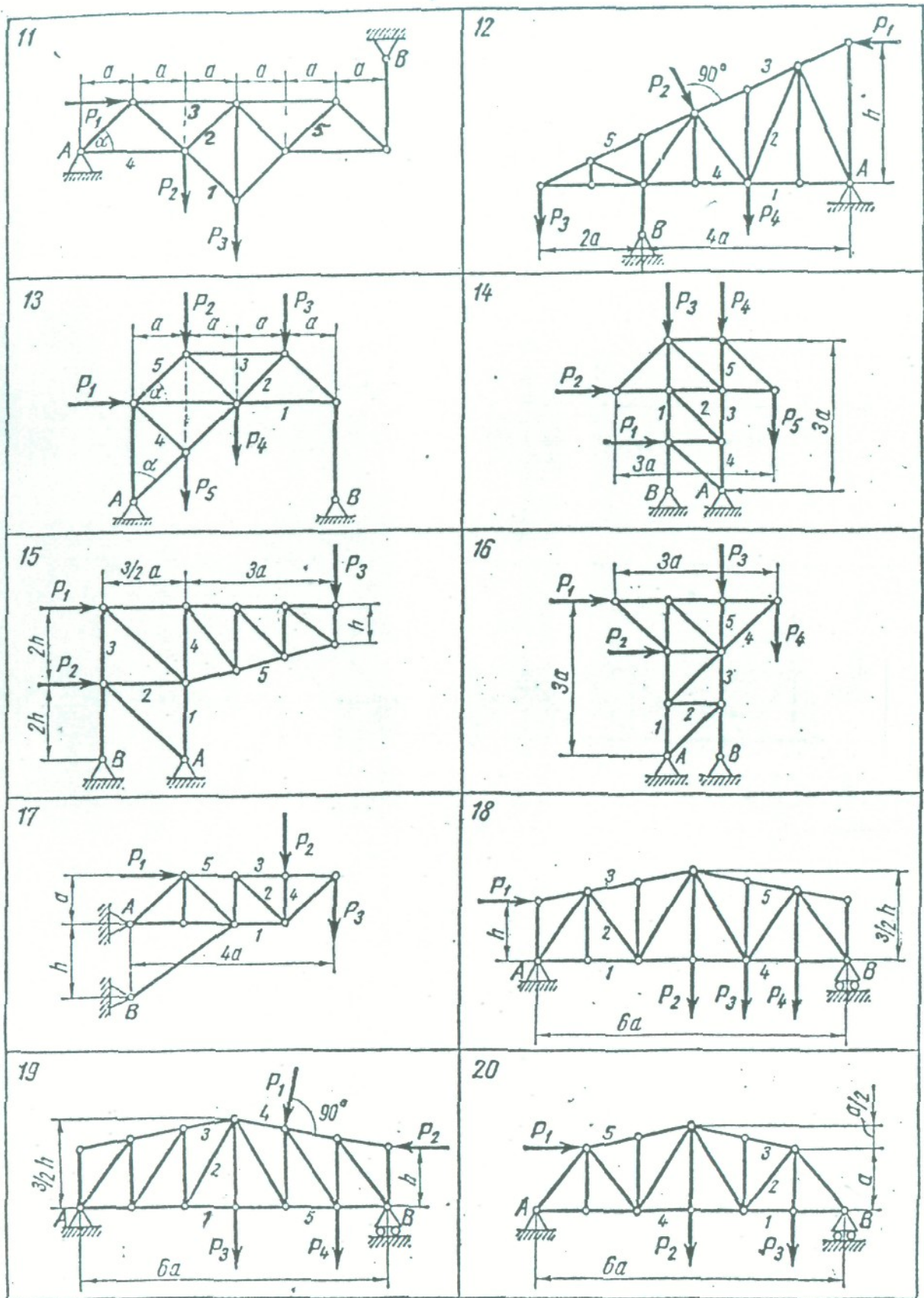


Рисунок 4, аркуш 2

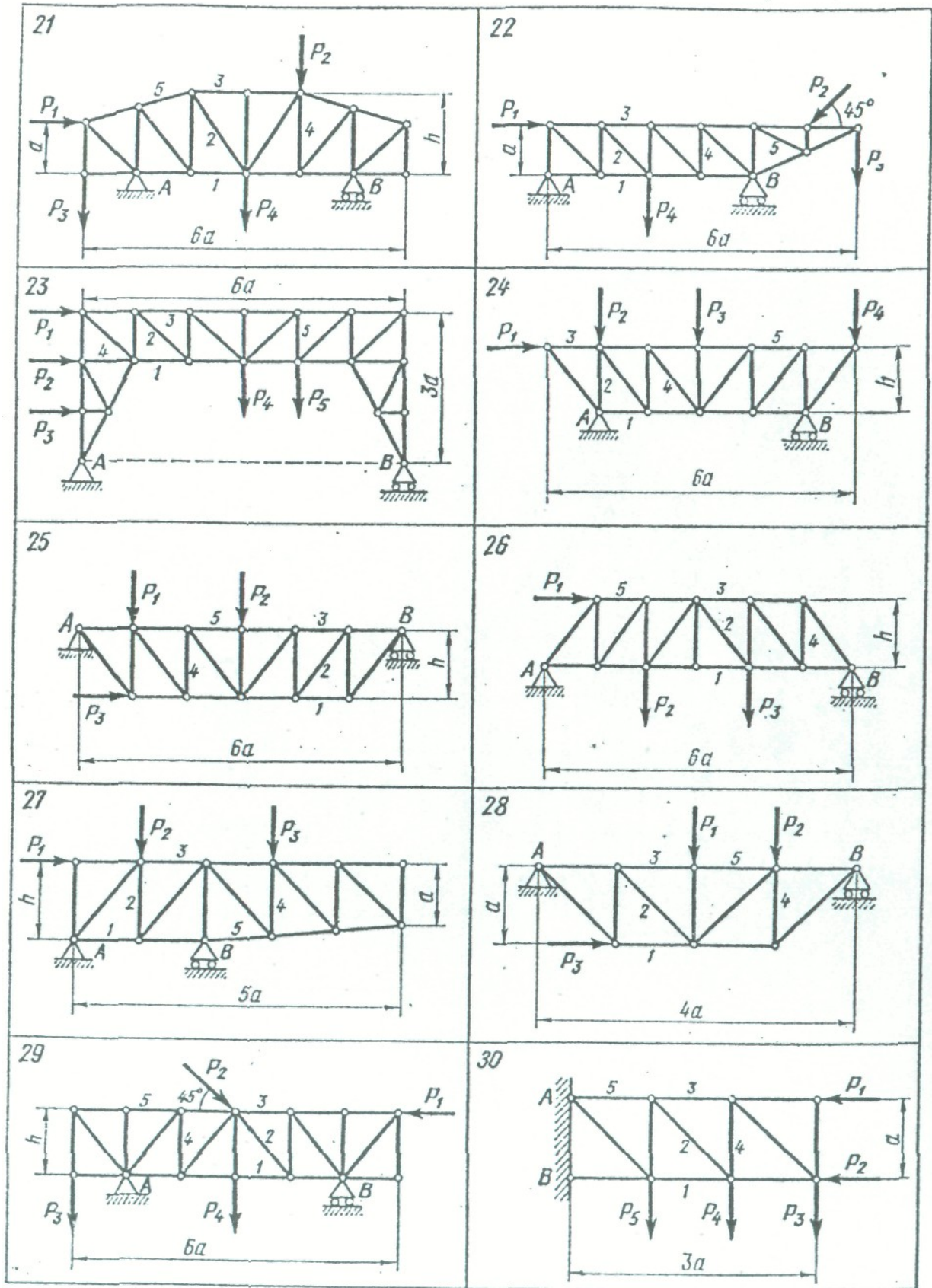


Рисунок 4, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання С-2

Визначення реакцій опор та зусиль у стержнях плоскої ферми методом вирізання вузлів

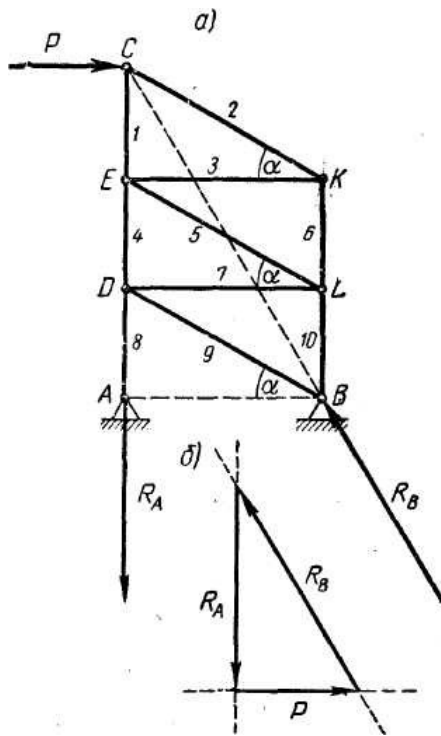


Рисунок 5

Дано:
схему ферми (рисунок 5),
 $P = 11 \text{ кН}$, $\alpha = 30^\circ$.

Визначити:
реакції R_A , R_B та зусилля в стержнях.

Розв'язання

Визначення реакцій опор

Розглянемо зовнішні сили, прикладені до ферми: задану силу \bar{P} та реакцій опор \bar{R}_A , \bar{R}_B (рисунок 5,а). Тому, що опора А є стержневою, лінія дії реакції \bar{R}_A відома: вона спрямована вздовж осі стержня AD. Лінію дії реакції \bar{R}_B визначають з використанням теореми про рівновагу трьох непаралельних сил.

Три сили \bar{P} , \bar{R}_A і \bar{R}_B взаємно зрівноважуються, отже, лінії їх дії перетинаються в одній точці. Знаходимо точку перетину сил \bar{P} і \bar{R}_A . Лінія дії реакції \bar{R}_B проходить через цю точку (точку С) і центр шарніра В. Побудуємо замкнений силовий багатокутник (рисунок 5,б). Його побудову починають з сили \bar{P} . Через початок вектора \bar{P} проводимо пряму, паралельну лінії дії однієї реакції, наприклад \bar{R}_A , а через кінець – пряму, паралельну лінії дії \bar{R}_B до

їх взаємного перетину.

Сторони отриманого замкненого силового багатокутника визначають модулі і напрямки опорних реакцій \overline{R}_A і \overline{R}_B . Із подібності силового трикутника і трикутника АВС знаходимо \overline{R}_A і \overline{R}_B

$$R_A/AC = P/AB = R_B/BC.$$

Прийнявши $AB = a$, отримаємо

$$AC = 3 CE = 3 a \operatorname{tg} \alpha = 3 a \sqrt{3} / 3 = a \sqrt{3};$$

$$BC = \sqrt{(AC)^2 + (AB)^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2 a.$$

Тоді

$$\overline{R}_A / a \sqrt{3} = P/a = \overline{R}_B / 2a,$$

звідси $\overline{R}_A = P\sqrt{3} = 11\sqrt{3} = 19.05$ кН; $\overline{R}_B = 2P = 2 * 11 = 22$ кН.

Визначення зусиль в стержнях ферми

Окрім зовнішніх сил, які можуть бути прикладені до вузлів ферми, на кожний її вузол діють реакції стержнів, що збігаються в ньому.

Розглянемо рівновагу сил, прикладених до кожного вузла ферми, обираючи вузли в такій послідовності, щоб кількість невідомих сил у вузлі не перебільшувала двох.

Умовно вважаємо всі стержні розтягнутими, тобто реакції стержнів спрямовані від вузлів (рисунок 6). Від'ємні знаки знайдених реакцій вказують, що відповідні стержні не розтягнуті, а стиснуті, тобто реакції цих стержнів спрямовані до вузлів.

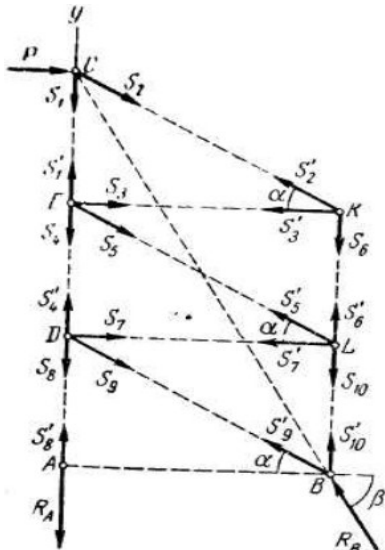
Реакції кожного стержня визначаємо \overline{s} та \overline{s}' , при цьому $\overline{s} = - \overline{s}'$.

Розрахунок починають з вузла С.

Складемо два рівняння рівноваги сил, прикладених до цього вузла:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0 ; \quad P + S_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0 ; \quad -S_1 - S_2 \cos 60^\circ = 0.$$

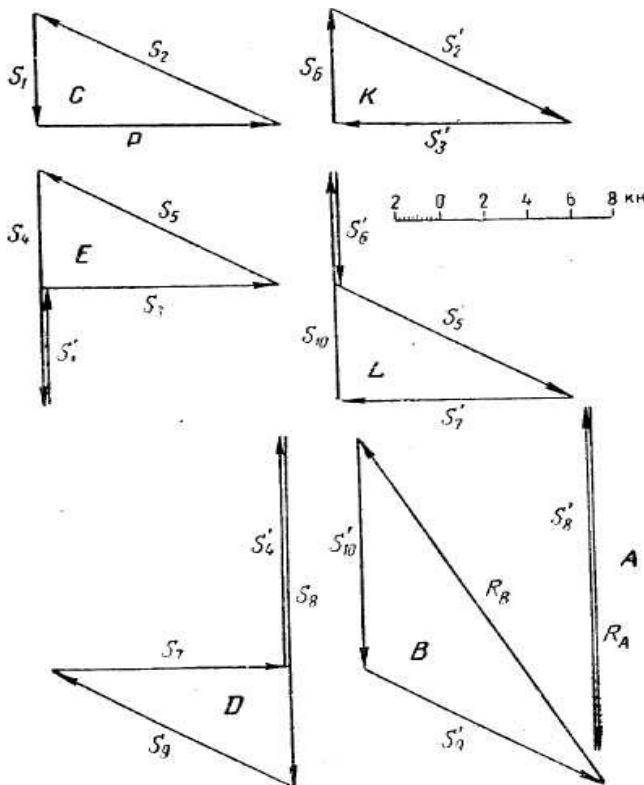


Тоді $S_2 = -P / \cos 30^\circ = -12,7$ кН;

$S_1 = -S_2 \cos 60^\circ = -(-12,7) 0,5 = 6,35$ кН.

Значення S_2 отримано із знаком мінус, S_1 – плюс, тобто стержень 1 розтягнутий, а 2 – стиснутий.

Рисунок 6



Для перевірки розрахунків складають у масштабі трикутник сил \bar{P} , \bar{S}_1 і \bar{S}_2 , враховуючи при цьому, що напрямок \bar{S}_2 у трикутнику повинен бути протилежним напрямку \bar{S}_2 , який указано на рисунку 6, а стержень 2 стиснуто (рисунок 7).

Рисунок 7

Трикутник сил отримано замкненим, тобто реакції S_1 і S_2

визначені правильно. Реакції інших стержнів ферми визначаються аналогічно. Замкнені багатокутники сил, прикладені до кожного з вузлів ферми, вказані на рисунку 7.

Вузол К:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -S'_2 \cos 30^\circ - S'_3 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad -S_6 - S'_2 \cos 60^\circ = 0.$$

Ураховуючи, що $S'_2 = S_2 = -12,7$ кН, отримаємо $S'_3 = 11$ кН, $S_6 = -6,35$ кН.

Вузол Е:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad S_3 + S_5 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad S'_1 - S_4 - S_5 \cos 60^\circ = 0,$$

тоді $S_5 = -12,7$ кН, $S_4 = 12,7$ кН.

Вузол L:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -S'_7 + S'_5 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad S'_6 + S'_5 \cos 60^\circ - S_{10} = 0,$$

знаходимо $S'_7 = 11$ кН, $S_{10} = -12,7$ кН.

Вузол D:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad S_7 + S_9 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad S'_4 - S_8 - S_9 \cos 60^\circ = 0,$$

тоді $S_9 = -12,7$ кН, $S_8 = 19,05$ кН.

Таким чином, реакції всіх стержнів ферми визначено. Зазначимо, що реакції опор ферми можна визначити

складаючи рівняння рівноваги сил, прикладених до вузлів А та В (рисунок 8).

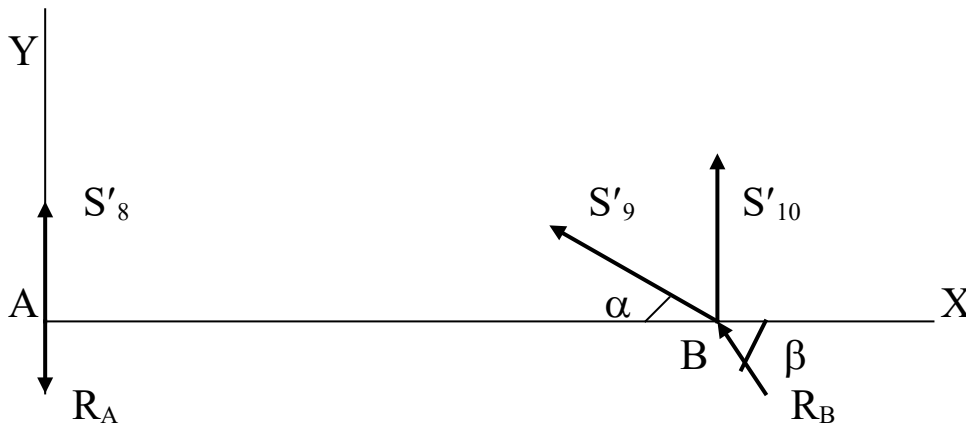


Рисунок 8

Вузол А:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad S'_8 - R_A = 0, \quad R_A = 19,05 \text{ кН.}$$

Вузол В:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; \quad -S'_9 \cos 30^\circ - R_B \cos \beta = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; \quad S'_{10} + S'_9 \cos 60^\circ + R_B \sin \beta = 0.$$

Розв'язуючи одночасно ці рівняння, отримаємо:

$$R_B = 22 \text{ кН}, \quad \beta = \arctg 1,73 = 60^\circ.$$

Значення реакцій $\overline{R_A}$ і $\overline{R_B}$, отримані різними способами, збігаються.

Замкнені багатокутники сил, прикладених до опорних вузлів ферми, показано на рисунку 7.

Складання таблиці зусиль у стержнях ферми та побудова схеми ферми з дійсними напрямками цих зусиль

Таблиця 3 складається за результатами розрахунків.

Таблиця 3

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Знак зусилля	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-
Зусилля (кН)	6,35	12,7	11,0	12,7	12,7	6,35	11,0	19,05	12,7	12,7

Схему ферми з дійсними значеннями зусиль у стержнях подано на рисунку 9.

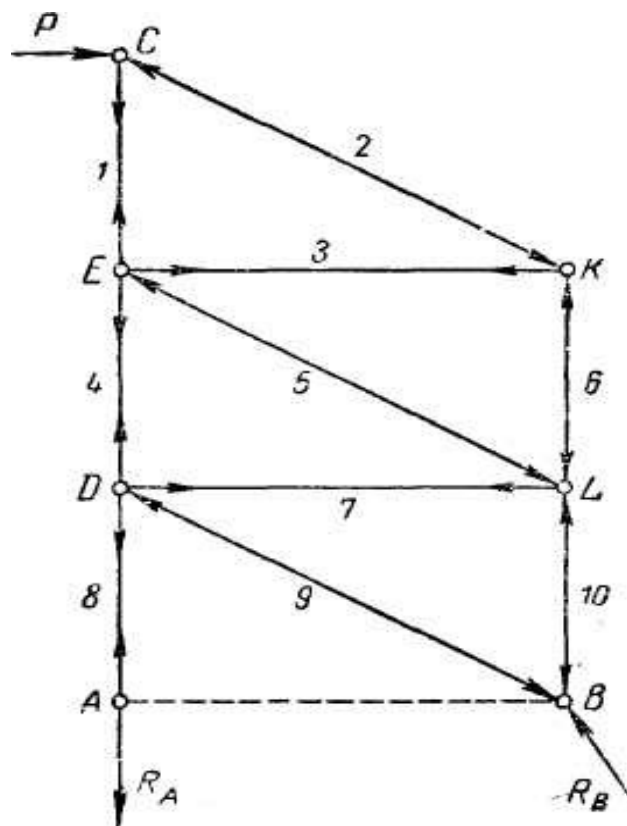


Рисунок 9

Визначення зусилля в стержнях 1, способом Ріттера

Дано:
схему ферми
(рисунок 10),

$$P = 58 \text{ кН},$$

$$P_2 = 50 \text{ кН},$$

$$P_3 = 85 \text{ кН}.$$

Визначити:
зусилля стержнів
 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 .

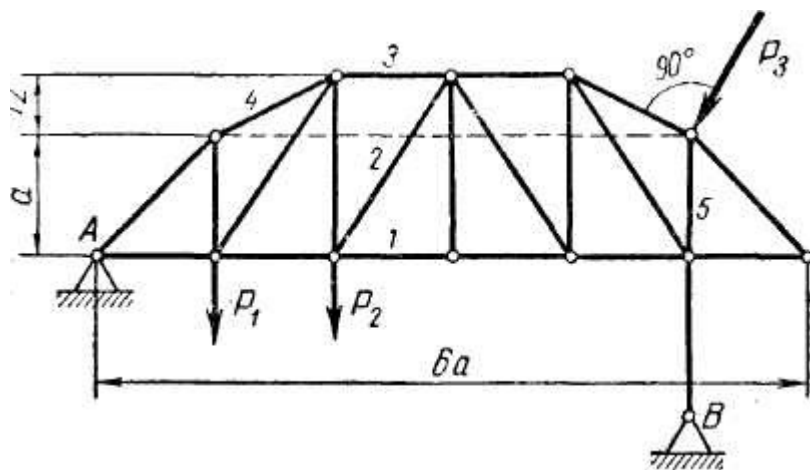


Рисунок 10

Аналітичне визначення реакцій опор

Розглянемо систему зрівноважених сил, прикладених до ферми. Відкинемо зв'язки (опори А, В), замінюючи їх дію на ферму реакціями. Реакцію опори А розкладемо на складові \bar{X}_A і \bar{Y}_A , спрямовані уздовж осей координат. Реакцію шарніра В спрямовуємо вниз вздовж осі опорного стержня ВN.

Силу \bar{P}_3 розкладаємо на дві складові \bar{P}'_3 і \bar{P}''_3 , які за модулями дорівнюють $P'_3 = P_3 \cos \alpha$, $P''_3 = P_3 \sin \alpha$ (рисунок 11).

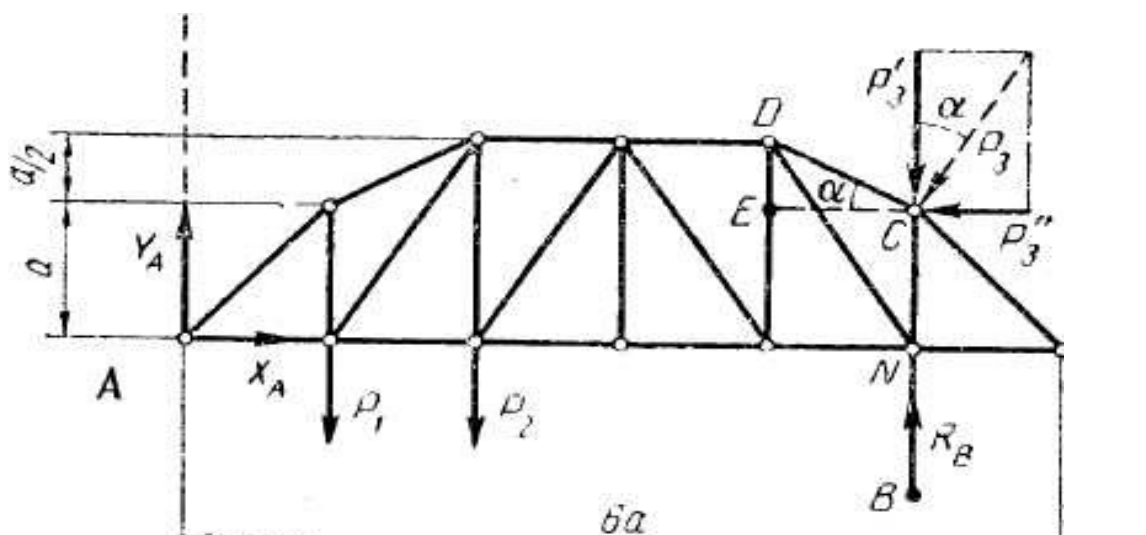


Рисунок 11

Знаходимо $\cos \alpha$ і $\sin \alpha$:

$$\sin \alpha = DE/CD = \frac{a}{2\sqrt{a^2 + (a/2)^2}} = 0,447;$$

$$\cos \alpha = CE/CD = \frac{a}{\sqrt{a^2 + (a/2)^2}} = 0,894.$$

Визначаємо модулі сил $\overline{P'_3} = 76,0$ кН і $\overline{P''_3} = 38,0$ кН.

Для плоскої системи сил, прикладених до ферми, складаємо три рівняння рівноваги:

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0; -P_1 a - P_2 2a - P'_3 5a + P''_3 a + R_B 5a = 0; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0; -P'_3 + X_A = 0; \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; Y_A - P_1 - P_2 - P'_3 + R_B = 0 \quad (6)$$

Із рівняння (4)

$$R_B = (P_1 + P_2 + P'_3 5 - P''_3) / 5 = 100 \text{ кН.}$$

Із рівняння (5)

$$X_A = P'_3 = 38 \text{ кН.}$$

Із рівняння (6)

$$Y_A = P_1 + P_2 + P'_3 - R_B = 84 \text{ кН.}$$

Визначення зусиль у стержнях ферм

Знайдемо зусилля в п'яти стержнях ферми способом Ріттера. Для визначення зусиль у стержнях 1, 2, 3 (рисунок 12,а) робимо переріз I-I та розглядаємо рівновагу сил, прикладених до однієї

частини ферми (рисунок 12,б)).

Доцільно розглянути рівновагу тієї частини ферми, для якої обсяг обчислювальної роботи менший. Потрібно скласти такі рівняння рівноваги, кожне з яких вміщувало б тільки одне невідоме – шукане зусилля. Це дозволяє визначити кожне зусилля незалежно від зусиль в інших стержнях.

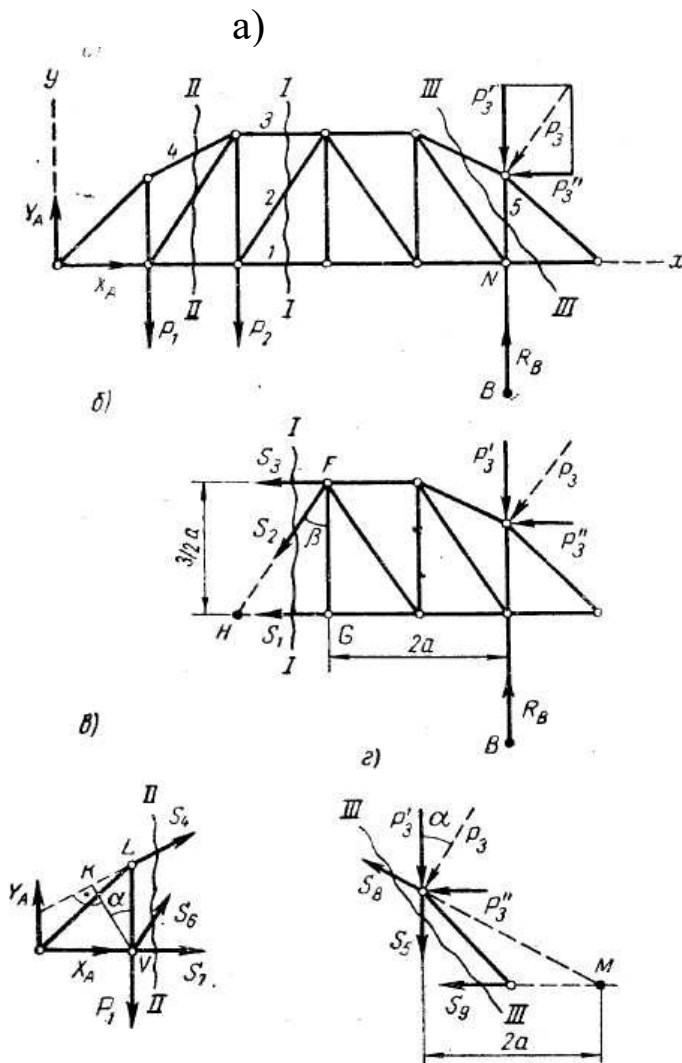


Рисунок 12

Як і раніш, умовно вважаємо, що всі стержні розтягнуті. Знак мінус у відповіді свідчить про те, що стержень стиснутий.

Для визначення S_1 складаємо рівняння моментів відносно точки перетину ліній дії $\overline{S_2}$ і $\overline{S_3}$ (точка має назву точка Ріттера):

$$\sum_{i=1}^n M_{iF} = 0;$$

$$-S_1 1,5a - P'_3 2a - P''_3 0,5a + R_B 2a = 0,$$

звідки

$$S_1 = (R_B 2 - P'_3 2 - P''_3 0,5) / 1,5 = 19,3 \text{ кН.}$$

Для визначення S_2 складемо рівняння проекції сил на вісь Ay :

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0; -S_2 \cos \beta - P'_3 + R_B = 0,$$

$$\text{де } \cos \beta = \frac{FG}{FH} = \frac{1,5a}{\sqrt{a^2 + (1,5a)^2}} = 0,832,$$

$$\text{тоді } S_2 = (R_B - P'_3) / \cos \beta = 28,8 \text{ кН.}$$

Для визначення S_3 складаємо рівняння моментів відносно точки перетину ліній дії $\overline{S_1}$ і $\overline{S_2}$ (відносно точки Ріттера):

$$\sum_{i=1}^n M_{iH} = 0; \quad S_3 \cdot 1,5a - P'_3 \cdot 3a + P''_3 \cdot a + R_B \cdot 3a = 0,$$

$$\text{тоді } S_3 = (P'_3 \cdot 3 - P''_3 - R_B \cdot 3) / 1,5 = -73,3 \text{ кН.}$$

Для визначення зусилля в стержні 4 робимо переріз II-II та розглядаємо рівновагу сил, прикладених до лівої частини ферми (рисунок 12,в)).

Складаємо рівняння:

$$\sum_{i=1}^n M_{iV} = 0; \quad -Y_A \cdot a - S_4 \cdot VK = 0, \text{ де } VK = VL \cos \alpha = 0,894 a.$$

$$\text{Тоді } S_4 = -Y_A \cdot a / 0,894 a = -94 \text{ кН.}$$

Для визначення зусилля S_5 робимо переріз III – III та розглядаємо рівновагу сил, прикладених до правої частини ферми (рисунок 12,г)).

Складаємо рівняння

$$\sum_{i=1}^n M_{iM} = 0; \quad P'_3 \cdot 2a + S_5 \cdot 2a + P''_3 \cdot a = 0.$$

$$\text{Тоді } S_5 = -(P'_3 \cdot 2 + P''_3) / 2 = -95 \text{ кН.}$$

2.3 Завдання С-3

Визначення реакцій опор складеної конструкції (система двох тіл)

Визначити реакції опор і тиск у проміжному шарнірі

складеної конструкції. Схеми конструкцій наведені на рисунку 13 (розміри - в метрах), навантаження вказані в таблиці 4.

Таблиця 4

Варіант	P ₁	P ₂	M, кНм	q, кН/м	Варіант	P ₁	P ₂	M, кНм	q, кН/м
	кН					кН			
1	6,0	-	25,0	0,8	16	8,0	11,0	31,0	0,8
2	5,0	8,0	26,0	-	17	9,0	15,0	26,0	1,1
3	8,0	10,0	33,0	1,1	18	7,0	16,0	27,0	0,8
4	10,0	-	25,0	1,3	19	6,0	18,0	35,0	1,4
5	12,0	-	27,0	1,0	20	7,0	16,0	32,0	0,8
6	14,0	12,0	-	0,9	21	8,0	17,0	30,0	1,2
7	16,0	8,0	18,0	1,4	22	5,0	6,0	34,0	1,5
8	12,0	6,0	20,0	1,0	23	14,0	10,0	36,0	1,2
9	14,0	-	28,0	1,4	24	10,0	13,0	28,0	1,3
10	8,0	-	26,0	0,9	25	11,0	10,0	33,0	1,0
11	15,0	10,0	29,0	1,0	26	15,0	15,0	18,0	1,4
12	15,0	8,0	28,0	1,5	27	11,0	14,0	36,0	1,5
13	7,0	6,0	15,0	1,1	28	12,0	12,0	30,0	1,1
14	5,0	-	30,0	0,9	29	10,0	9,0	35,0	1,3
15	6,0	10,0	24,0	1,5	30	9,0	10,0	29,0	1,5

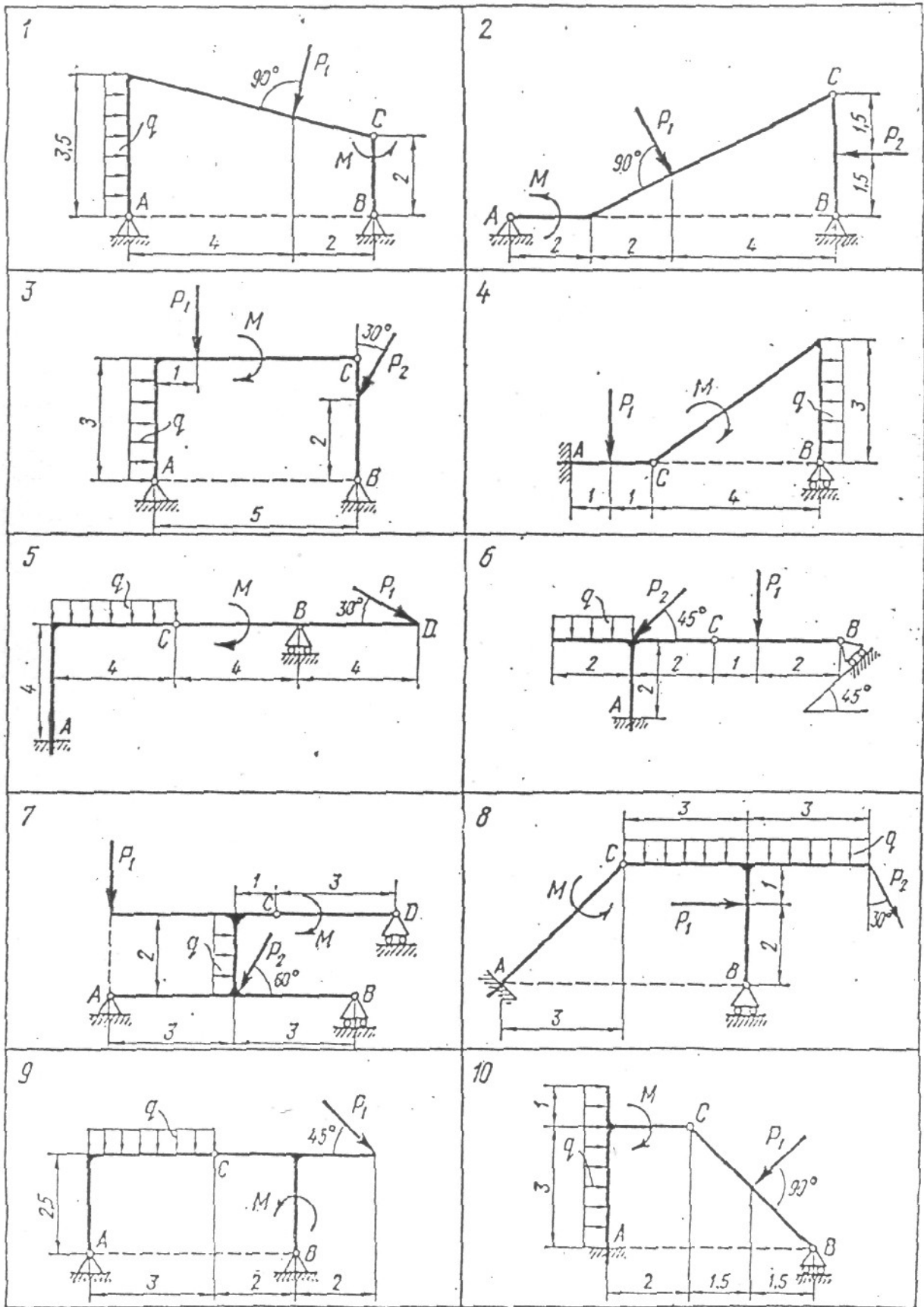


Рисунок 13, аркуш 1

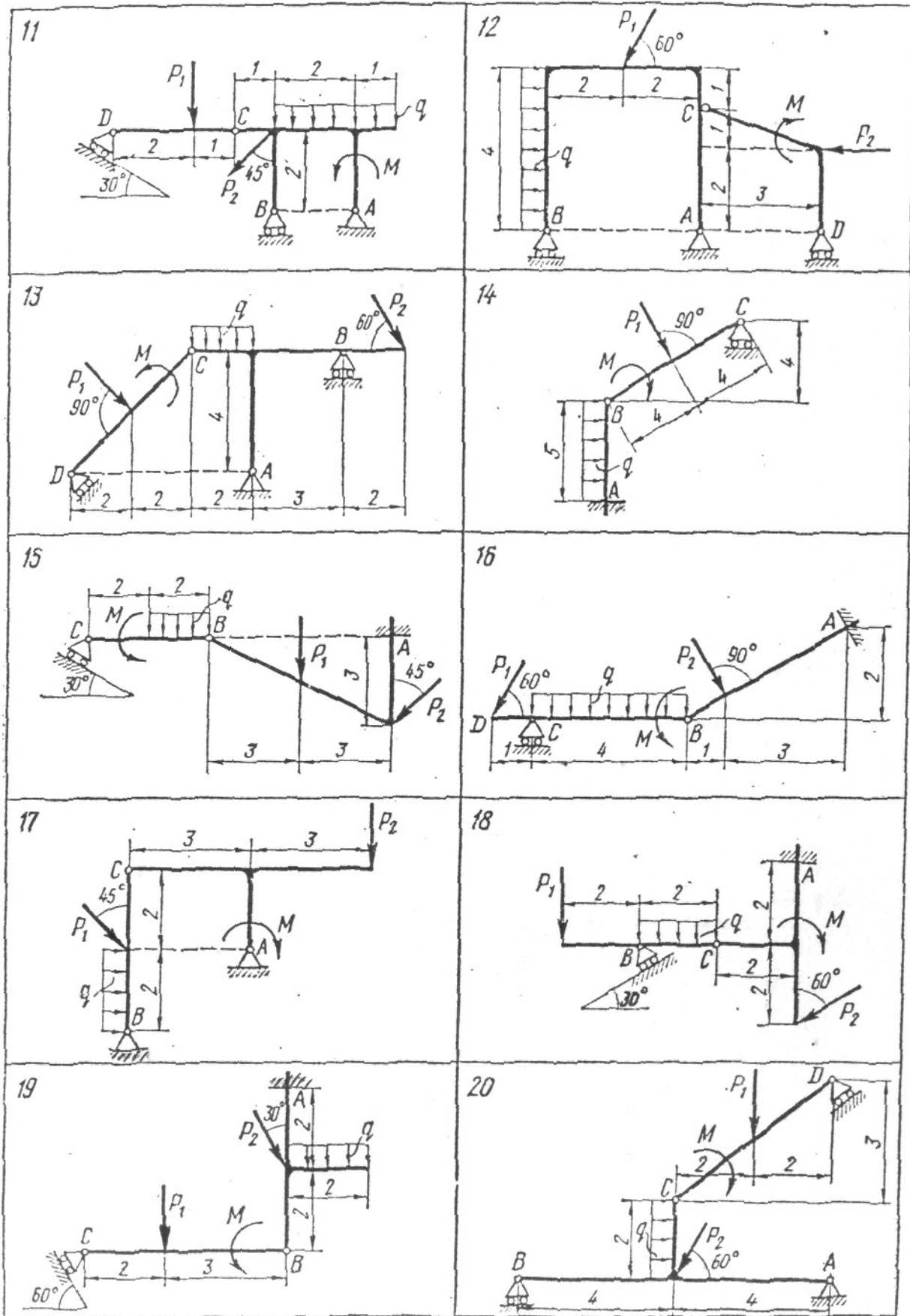


Рисунок 13, аркуш 2

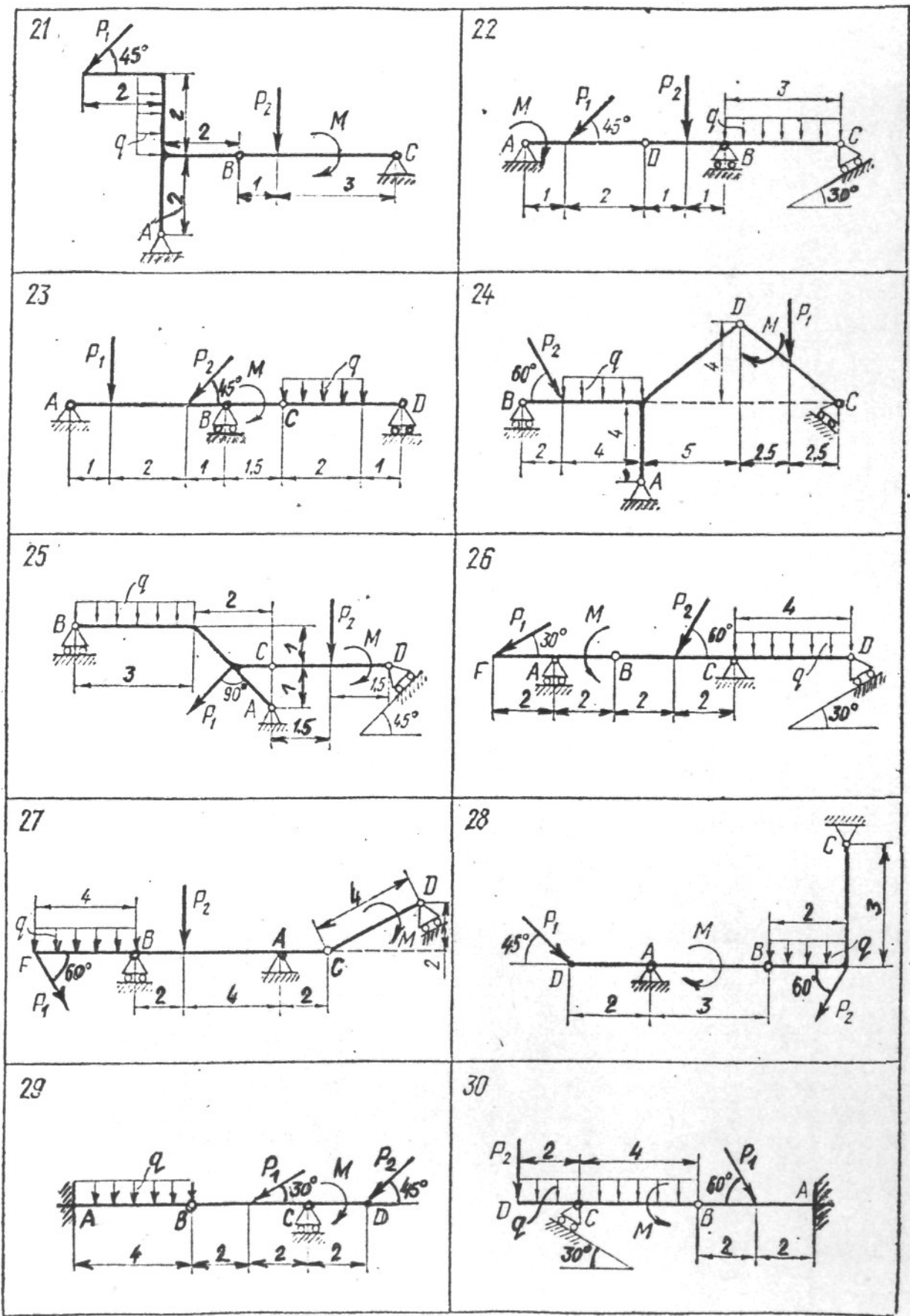


Рисунок 13, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання С-3

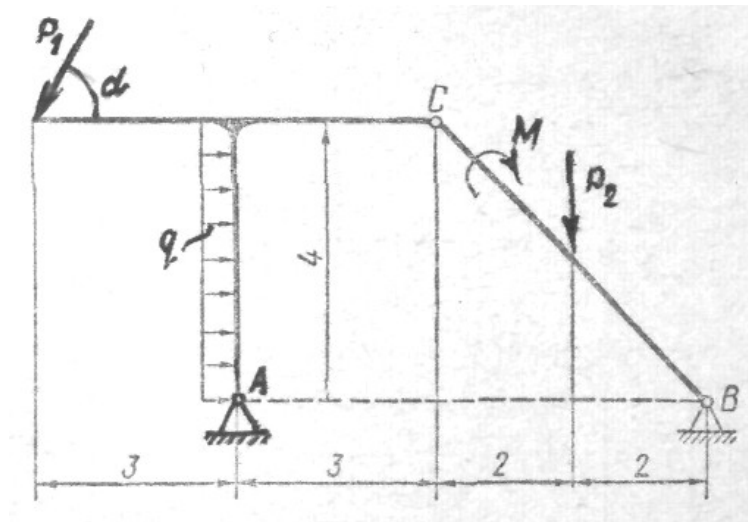


Рисунок 14

Дано:
схему конструкції
(рисунок 14),
 $P_1 = 10$ кН, $P_2 = 12$ кН,
 $M = 25$ кНм, $q = 2$ кН/
м, $\alpha = 60^\circ$.

Визначити:
реакції опор і тиск у
проміжному шарнірі.

Розв'язання

Розглянемо систему сил, що зрівноважуються, і прикладені до всієї конструкції (рисунок 15), що дозволить визначити вертикальні складові реакцій опор А і В.

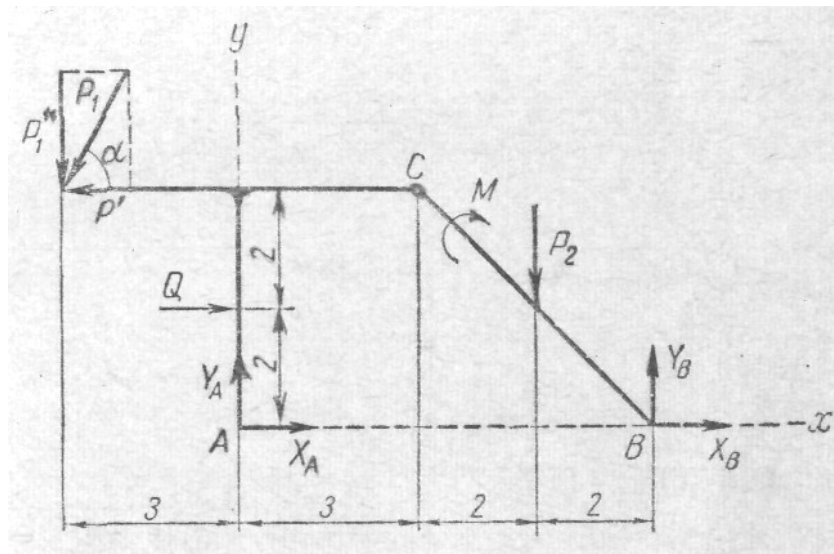


Рисунок 15

Для спрощення визначення моменту сили $\overline{P_1}$ розкладаємо її на складові $\overline{P_1'}$ та $\overline{P_1''}$:

$$P'_1 = P_1 \cos \alpha = 10 \cdot 0,5 = 5 \text{ кН},$$

$$P''_1 = P_1 \sin \alpha = 10 \cdot 0,866 = 8,66 \text{ кН}.$$

Рівняння рівноваги мають вигляд:

$$\sum X_i = 0; \quad X_A + X_B - P'_1 + Q = 0; \quad (7)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad Y_A + Y_B - P''_1 - P_2 = 0; \quad (8)$$

$$\sum M_{iA} = 0; \quad Y_B \cdot 7 + P'_1 \cdot 4 + P''_1 \cdot 3 - Q \cdot 2 - M - P_2 \cdot 5 = 0, \quad (9)$$

де $Q = 4 \cdot q = 4 \cdot 2 = 8 \text{ кН}$.

Із рівняння (8)

$$Y_B = \frac{-P'_1 \cdot 4 - P''_1 \cdot 3 + Q \cdot 2 + M + P_2 \cdot 5}{7} = \frac{-5 \cdot 4 - 8,66 \cdot 3 + 8 \cdot 2 + 25 + 12 \cdot 5}{7} = 7,86 \text{ кН}.$$

Із рівняння (9)

$$Y_A = -Y_B + P''_1 + P_2 = -7,86 + 8,66 + 12 = 12,8 \text{ кН}.$$

Рівняння (7), що має два невідомих, не дозволяє визначити їх числові значення та встановлює лише залежність між ними.

Розглянемо тепер системи сил, що зрівноважуються, прикладених до правої частини конструкції (рисунок 16).

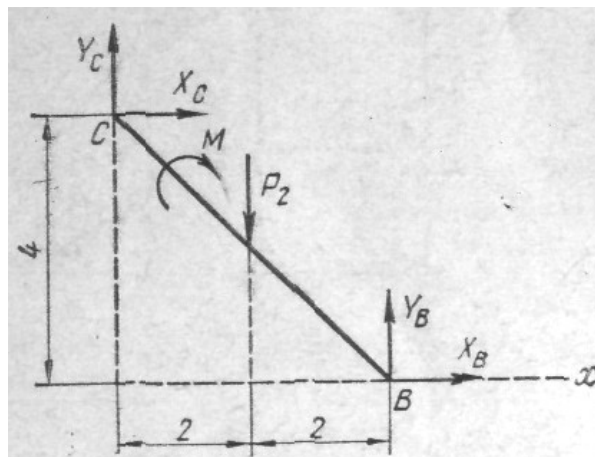


Рисунок 16

$$\sum X_i = 0, \quad X_C + X_B = 0; \quad (10)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_C + Y_B - P_2 = 0; \quad (11)$$

$$\sum M_{iA} = 0, \quad X_B \cdot 4 + Y_B \cdot 4 - M - P_2 \cdot 2 = 0 \quad (12)$$

Із рівняння (10)

$$X_C = -X_B = -4,39 \text{ кН.}$$

Із рівняння (11)

$$Y_C = -Y_B + P_2 = 12 - 7,86 = 4,14 \text{ кН.}$$

Із рівняння (12)

$$X_B = \frac{M + P_2 \cdot 2 - Y_B \cdot 4}{4} = \frac{25 + 12 \cdot 2 - 7,86 \cdot 4}{4} = 4,39 \text{ кН.}$$

Із рівняння (7)

$$X_A = -X_B + P_1' - Q = -4,39 + 5 - 8 = -7,39 \text{ кН.}$$

Для перевірки достовірності розрахунків впевнимся в тому, що виконується будь-яке із рівнянь рівноваги для сил, що прикладені до всієї конструкції (рисунок 15), наприклад,

$$\begin{aligned} \sum M_{iB} &= 0; \\ -Y_A \cdot 7 + P_1' \cdot 4 + P_1'' \cdot 10 - Q \cdot 2 - M + P_2 \cdot 2 &= \\ = -12,8 \cdot 7 + 5 \cdot 4 + 8,66 \cdot 10 - 8 \cdot 2 - 25 + 12 \cdot 2 &= 130,6 - 130,6 = 0. \end{aligned}$$

Результати розрахунків наведені в таблиці 5.

Таблиця 5

Сили, кН					
X_A	Y_A	X_B	Y_B	X_C	Y_C
-7,39	12,8	4,39	7,86	-4,39	4,14

2.4 Завдання С-4

Рівновага сил з урахуванням зчеплення (тертя спокою)

Визначити мінімальне (в варіантах 1 - 20, 25, 26, 29, 30) або максимальне (в варіантах 21 - 24, 27, 28) значення сили P та реакції опор системи (точки вказані в таблиці), яка знаходиться в стані спокою. Схеми варіантів надані на рисунках 23 - 25, а необхідні для розрахунків дані - в таблиці 6.

Терттям в опорних пристроях знехтувати. Вагу стержнів, колодок та ниток не враховувати.

Таблиця 6.

Варіант	G	Q	a	b	c	α , град .	Коефіцієнт зчеплення (коефіцієнт тертя спокою)	Точки, в яких визначаються реакції
	кН		М					
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1,0	10	0,20	0,10	0,04	30	0,10	О, А
2	1,1	-	0,10	0,15	-	30	0,15	О, А, В
3	1,3	14	0,45	0,40	0,05	45	0,20	О, А
4	1,8	15	0,10	0,40	0,06	-	0,25	О, А
5	1,5	16	0,20	0,30	0,04	45	0,30	О, А
6	1,6	18	0,15	0,10	-	45	0,35	О, А, В
7	2,0	20	0,20	0,50	0,05	30	0,40	О, А
8	2,2	18	0,20	0,10	-	30	0,35	О, А, В
9	2,1	20	0,10	0,20	-	30	0,30	О, А, В
10	1,8	22	0,30	0,30	0,04	45	0,25	О, А
11	1,9	24	0,40	0,50	0,06	-	0,20	О, А
12	2,0	25	0,10	0,25	-	30	0,15	О, А, В

Продовження таблиці 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

13	1,6	20	0,10	0,10	-	45	0,10	O, A, B
14	1,7	24	0,10	0,25	0,04	60	0,15	O, A
15	1,8	20	0,10	0,15	-	45	0,20	O, A, B
16	1,2	15	0,20	0,45	0,04	45	0,25	O, A
17	1,3	12	0,15	0,15	-	45	0,30	O, A, B, C
18	1,4	14	0,20	0,30	0,05	60	0,35	O, A
19	1,7	16	0,50	0,20	0,06	30	0,40	A, C, D
20	1,6	18	0,10	0,15	-	-	0,45	O, A, B
21	1,0	-	2	0,5	-	45	0,45	A, B, C, D
22	1,5	-	3	0,8	-	30	0,35	A, B, C, D
23	2,0	-	5	1,4	-	-	0,40	A, B, C
24	3,0	-	4	0,8	-	-	0,30	A, B, C, D
25	1,0	-	0,8	0,4	-	30	0,25	A, B, C, D
26	2,0	-	0,4	-	-	-	0,25	A, B, C
27	4,0	-	4	1,0	-	45	0,35	A, B, C, D
28	5,0	-	5	0,8	-	30	0,40	A, B, C, D
29	2,0	-	2	0,3	-	30	0,20	A, B, C
30	1,0	-	2	8,0	-	30	0,20	A, B, C, D

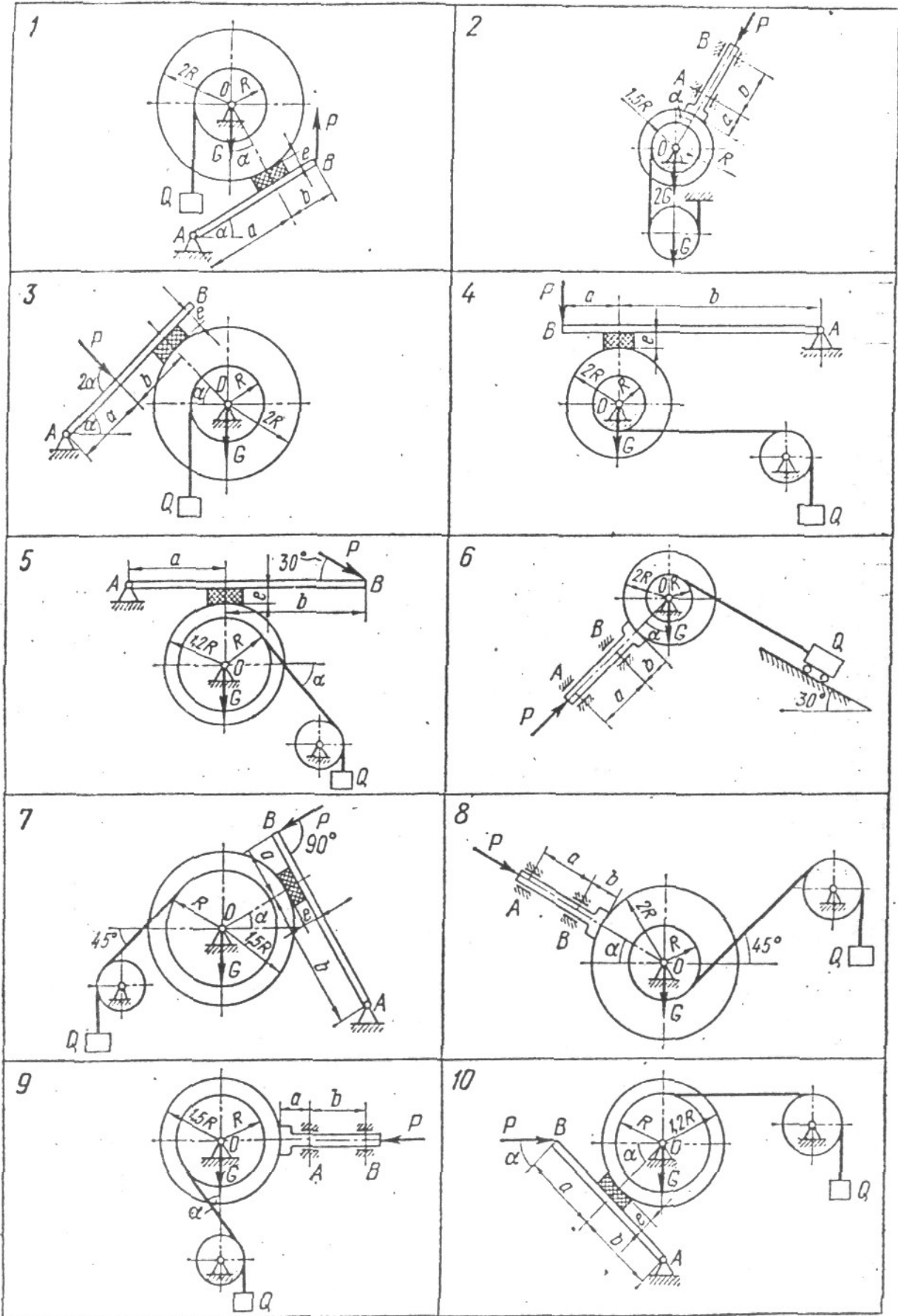


Рисунок 17, аркуш 1

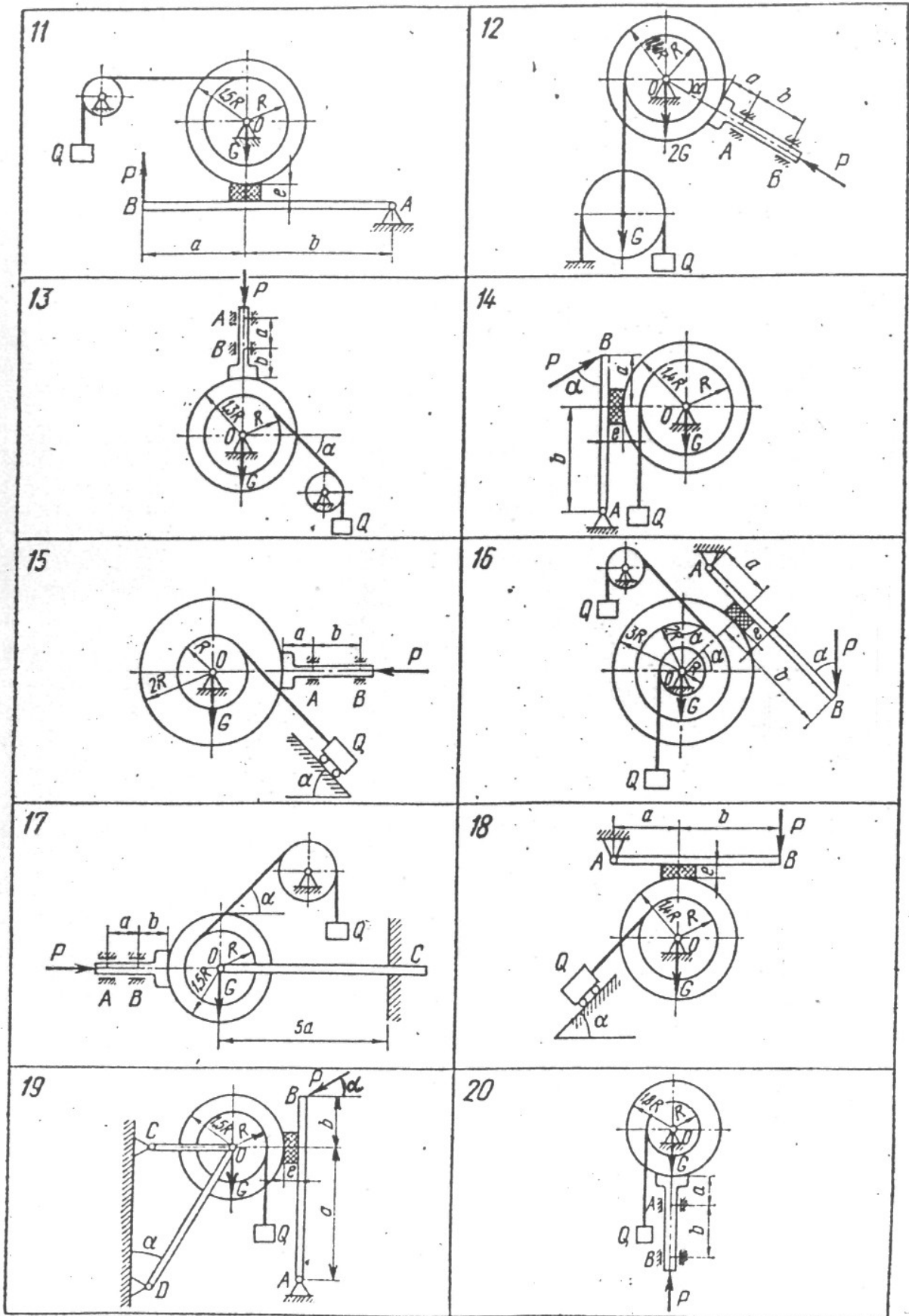


Рисунок 17, аркуш 2

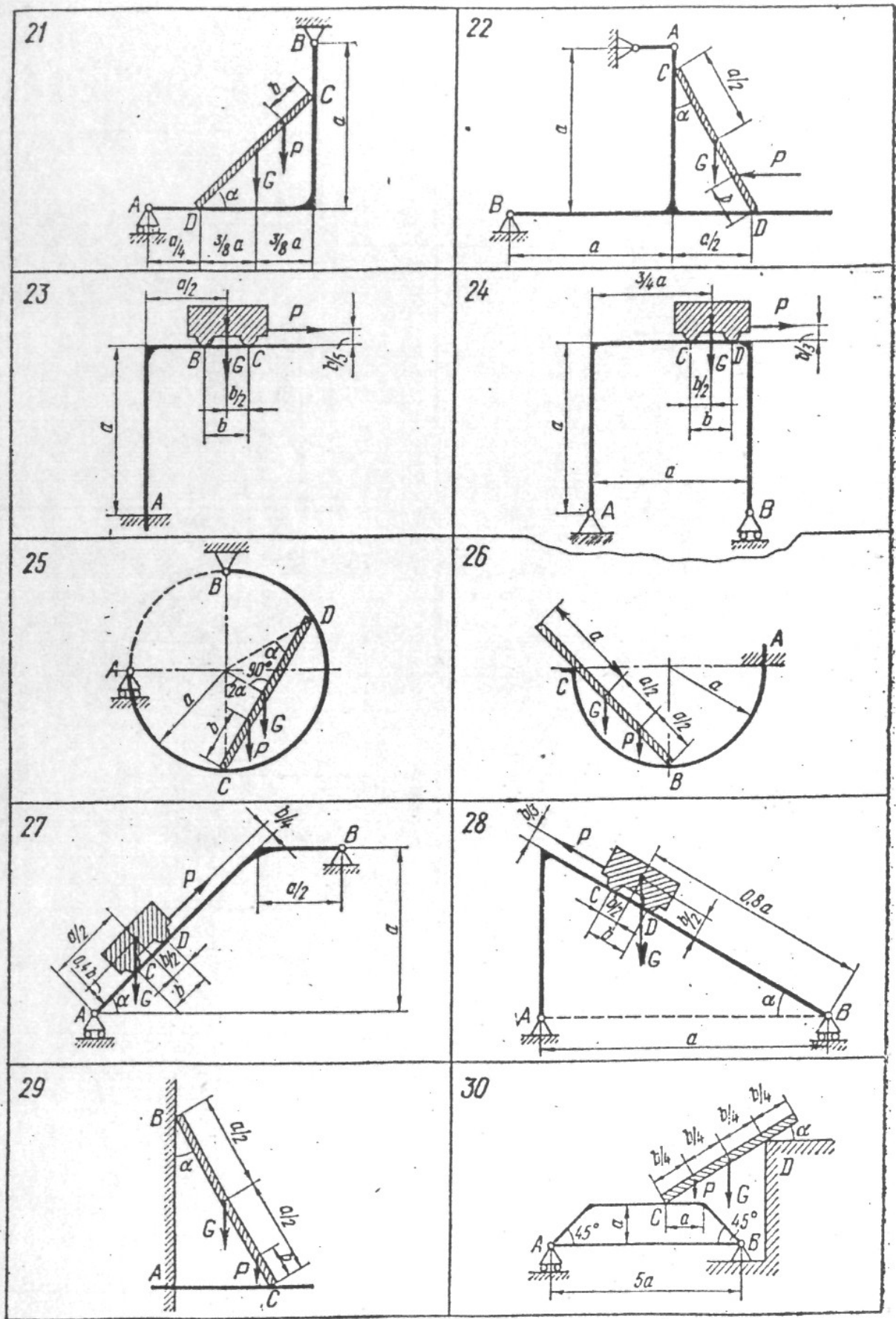
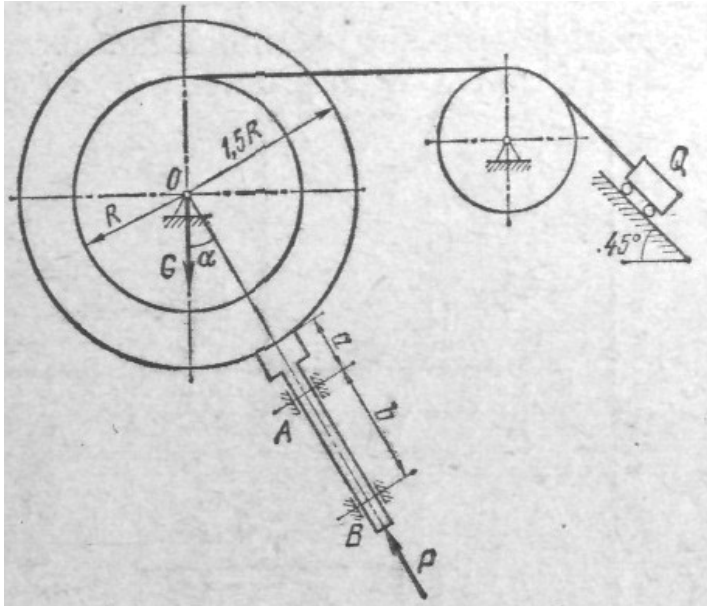


Рисунок 17, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання С-4

Приклад виконання завдання до варіантів 1-20



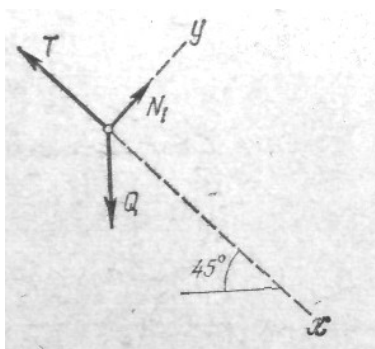
Дано:
 $G = 2$ кН, $Q = 20$ кН,
 $\alpha = 20^\circ$,
 $f = 0,1$ - коефіцієнт зчеплення (тертя спокою),
 $a = 10$ см, $b = 20$ см
 (рисунок 18).

Визначити:
 мінімальне значення сили P і реакції опор O , A та B .

Рисунок 26

Розв'язання

Розглянемо спочатку зрівноважену систему сил прикладених до тіла Q (рисунок 19).



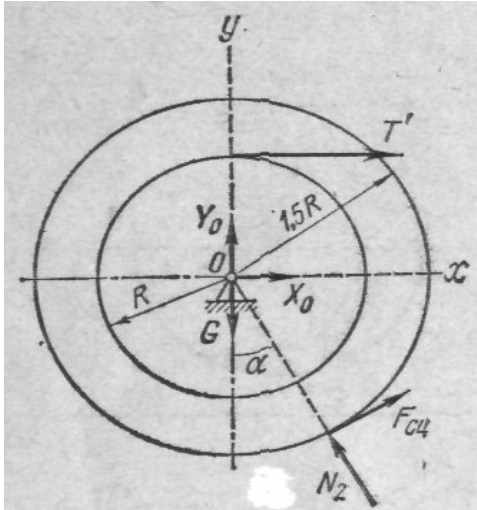
На тіло діють: сила ваги \bar{Q} , реакції нитки \bar{T} та нормальна реакція \bar{N}_1 .

Розглядаючи тіло Q як матеріальну точку, складемо рівняння рівноваги вказаних сил:

$$\sum X_i = 0; \quad Q \cos 45^\circ - T = 0,$$

звідки $T = Q \cos 45^\circ = 20 \cdot 0,707 = 14,1$ кН.

Рисунок 19



Далі розглянемо рівновагу сил, які прикладені до барабану (рисунок 20):

Рисунок 20

$$\sum M_{iO} = 0, \quad -T' \cdot R + F_{зч} \cdot 1,5R = 0 \quad (13)$$

де $F_{зч}$ - сила зчеплення (сила тертя спокою),

$$\sum X_i = 0, \quad T' + F_{зч} \cdot \cos \alpha - N_2 \sin \alpha + X_O = 0, \quad (14)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad -G + F_{зч} \cdot \sin \alpha + N_2 \cos \alpha + Y_O = 0. \quad (15)$$

Для випадку крайньої рівноваги система рівнянь (13) - (15) доповнюється рівнянням

$$F_{зч} = f \cdot N_2. \quad (16)$$

Із рівняння (13)

$$F_{зч} = \frac{T' \cdot R}{1,5R} = \frac{14,1}{1,5} = 9,4 \text{ кН.}$$

Із рівняння (16)

$$N_2 = \frac{F_{зч}}{f} = \frac{9,4}{0,1} = 94 \text{ кН.}$$

Із рівняння (14)

$$X_O = -T' - F_{зч} \cdot \cos \alpha + N_2 \sin \alpha = -14,1 - 9,4 \cdot 0,94 + 94 \cdot 0,342 = 9,2 \text{ кН.}$$

Із рівняння (15)

$$Y_O = G - F_{3y} \cdot \sin \alpha - N_2 \cos \alpha = 2 - 9,4 \cdot 0,342 - 94 \cdot 0,94 = -89,6 \text{ кН.}$$

Для визначення мінімального значення сили P і реакцій опор A і B (ці реакції перпендикулярні до напрямних A і B) розглянемо рівновагу сил, що прикладені до гальмуючого пристрою (рисунок 21).

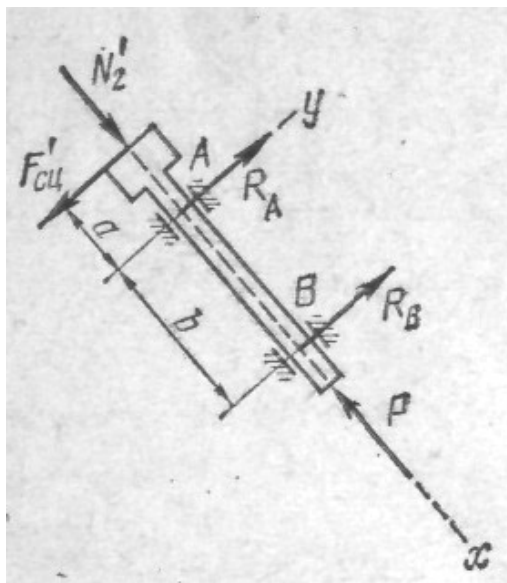


Рисунок 21

$$\sum M_{iA} = 0, \quad F'_{3y} \cdot a + R_B \cdot b = 0, \quad (17)$$

$$\sum X_i = 0, \quad N'_2 - P_{\min} = 0, \quad (18)$$

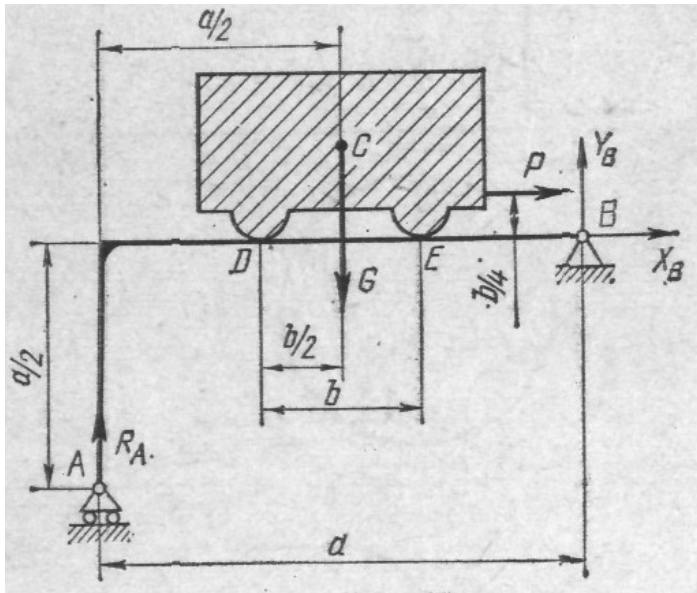
$$\sum Y_i = 0, \quad R_A + R_B - F'_{3y} = 0. \quad (19)$$

Розв'язуючи ці рівняння, отримаємо:

$$R_B = -(F'_{3y} \cdot a) / b = -(9,4 \cdot 0,1) / 0,22 = -4,7 \text{ кН}, \quad P_{\min} = N'_2 = 94 \text{ кН},$$

$$R_A = -R_B + F'_{3y} = -(-4,7) + 9,4 = 14,1 \text{ кН.}$$

Приклад виконання завдання до варіантів 21-30



Дано:
 $G = 1$ кН, $f = 0,4$ - коефіцієнт зчеплення (тертя спокою),
 $a = 6$ м, $b = 2$ м (рисунок 22).

Визначити:
 максимальне значення сили P і реакції опор A , B , D і E .

Рисунок 30.

Розв'язання

Розглянемо спочатку зрівноважену систему сил, прикладених до тіла вагою G (рисунок 23).

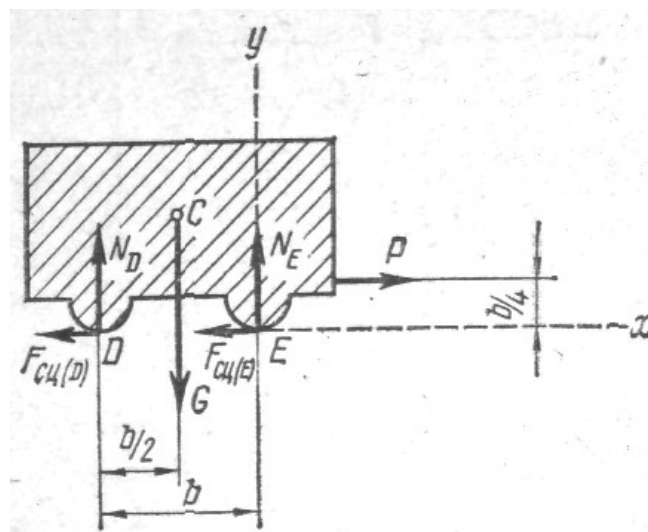


Рисунок 23

До тіла прикладені сили:
 сила ваги \bar{G} , сила \bar{P} , нормальні реакції \bar{N}_D та \bar{N}_E , а також сили зчеплення $\bar{F}_{зч_D}$ та $\bar{F}_{зч_E}$ (сили тертя спокою).

Складемо рівняння рівноваги вказаних сил:

$$\sum X_i = 0, \quad -F_{34D} - F_{34E} + P = 0, \quad (20)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_D + N_E - G = 0, \quad (21)$$

$$\sum M_{iD} = 0,$$

$$-G \cdot \frac{b}{2} + N_E \cdot b - P \cdot \frac{b}{4} = 0. \quad (22)$$

У випадку крайньої рівноваги $P = P_{\max}$ система рівнянь (20) - (22) доповнюється рівняннями

$$F_{34D} = f \cdot N_D, \quad (23)$$

$$F_{34E} = f \cdot N_E. \quad (24)$$

Підставляючи (23) та (24) у рівняння (20), отримаємо

$$-f \cdot N_D - f \cdot N_E + P_{\max} = 0. \quad (20')$$

Із рівняння (21)

$$N_D + N_E = G. \quad (21')$$

Із рівнянь (20') та (21')

$$P_{\max} = f \cdot (N_D + N_E) = f \cdot G = 0,4 \cdot 1 = 0,4 \text{ кН.}$$

Із рівняння (22)

$$N_E = \frac{P_{\max} \cdot \frac{b}{4} + G \cdot \frac{b}{2}}{b} = \frac{f \cdot G \cdot \frac{b}{4} + G \cdot \frac{b}{2}}{b} = \frac{0,4 \cdot 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot \frac{2}{2}}{2} = 0,6 \text{ кН.}$$

Із рівняння (21)

$$N_D = G - N_E = 1 - 0,6 = 0,4 \text{ кН.}$$

Із рівнянь (4) і (5)

$$F_{зчD} = f \cdot N_D = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16 \text{ кН},$$

$$F_{зчE} = f \cdot N_E = 0,4 \cdot 0,6 = 0,24 \text{ кН}.$$

Сукупності сил \overline{N}_D та $\overline{F}_{зчD}$, \overline{N}_E та $\overline{F}_{зчE}$ складають відповідно опорні реакції в точках D і E.

Розглянемо тепер рівновагу системи сил \overline{R}_A , \overline{X}_B , \overline{Y}_B , \overline{G} і $\overline{P} = \overline{P}_{\max}$, які прикладені до всієї системи (рисунок 22):

$$\sum X_i = 0, \quad X_B + P_{\max} = 0, \quad (25)$$

$$\sum Y_i = 0, \quad R_A - G + Y_B = 0, \quad (26)$$

$$\sum M_{iD} = 0, \quad G \cdot \frac{a}{2} - R_A \cdot a - P_{\max} \cdot \frac{b}{4} = 0. \quad (27)$$

Розв'язуючи ці рівняння, отримаємо:

$$X_B = -P_{\max} = -0,4 \text{ кН},$$

$$R_A = \frac{-P_{\max} \cdot \frac{b}{4} + G \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{-0,4 \cdot 0,5 + 1 \cdot 3}{6} = 0,467 \text{ кН},$$

$$Y_B = G - R_A = 1 - 0,467 = 0,533 \text{ кН}.$$

2.5 Завдання С-5

**Система сил, які не лежать в одній площині.
Система довільних сил**

Зведення системи сил до простішого вигляду

Визначити головний вектор \overline{R}^* та головний момент \overline{M}_O заданої системи сил відносно центра O та встановити, до якого найпростішого вигляду зводиться надана система сил.

Розміри паралелепіпеда (рисунок 24), а також модулі і напрямки діючих сил надано в таблиці 7.

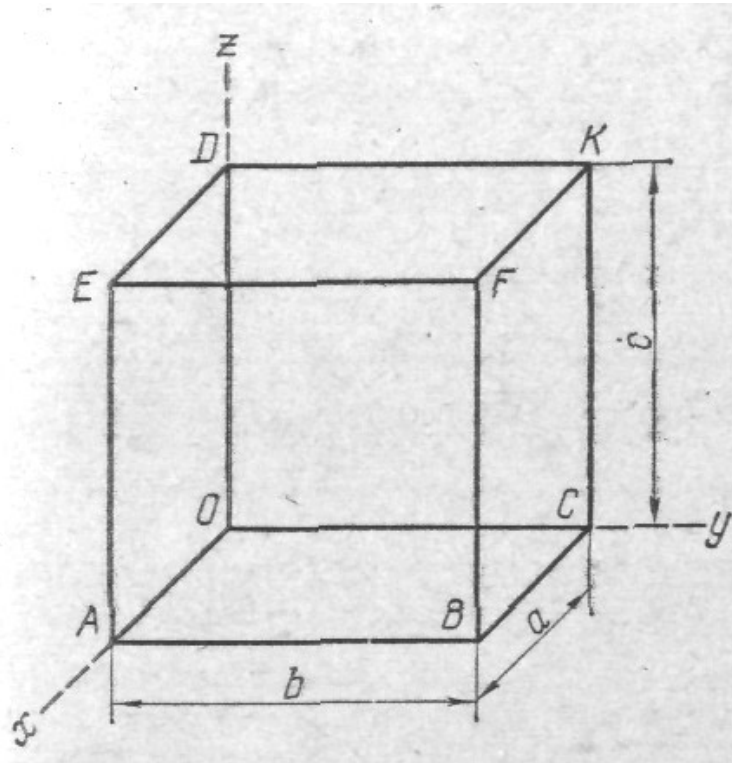


Рисунок 24

При виконанні завдання необхідно зробити таке:

1 Зобразити надану систему сил після побудови паралелепіпеда у масштабі. Кут $\angle xOy$ показати на рисунку рівним 135° . Скорочення розмірів уздовж осі Ox прийняти рівним 1:2.

2 Обравши систему координатних осей, визначити модуль і

напрямок головного вектора заданої системи сил за його проєкціями на координатні вісі та зобразити \overline{R}^* на рисунку.

3 Визначити головний момент заданої системи відносно центра О за його проєкціями на координатні осі та зобразити \overline{M}_O на рисунку.

4 Визначити найменший головний момент заданої системи сил.

5 На базі отриманих результатів значень головного вектора та найменшого головного моменту системи \overline{M}^* встановити, до якого найпростішого вигляду зводиться надана система сил. При цьому необхідно зробити таке:

а) якщо надана система сил зводиться до пари сил, то показати момент цієї пари, прикладаючи його до точки О;

б) якщо задана система сил зводиться до рівнодійної сили, то знайти рівняння лінії дії рівнодійної, визначити точки перетину цією лінією координатних площин та зобразити \overline{R} на рисунку;

в) якщо задана система сил зводиться до динами (силового гвинта), то знайти рівняння центральної осі, визначити точки перетину цією віссю координатних площин та зобразити \overline{R}^* та \overline{M}^* на рисунку.

Рекомендації та приклад виконання завдання С-5

Дано:

систему сил $\overline{P}_1, \overline{P}_2, \overline{P}_3, \overline{P}_4$. Модулі, точки прикладання та напрямки цих сил указані в таблиці 8.

Таблиця 8

Розміри паралелепіпеда, См	Сили системи			
	\overline{P}_1	\overline{P}_2		\overline{P}_4

a	b	c	4	Модуль, Н прикладання Точка	Напрямок FK	6	Модуль, Н прикладання Точка	А	Напрямок АЕ	8	Модуль, Н прикладання Точка	В	Напрямок ВА	10	Модуль, Н прикладання Точка	D	Напрямок DK
60	30	20	4	F	FK	6	A	АЕ	8	В	ВА	10	D	DK			

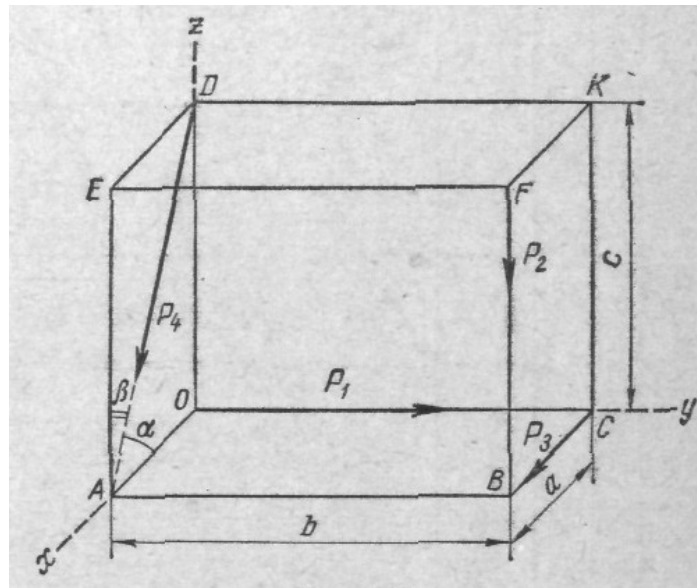


Рисунок 25

Розв'язання

1 Визначення модуля та напрямку головного вектора заданої системи сил за його проєкціями на координатні осі.

Задана система сил показана на рисунку 25. Тому що,
 $AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ см}$,

тоді

$$\cos \alpha = \frac{AO}{AD} = \frac{30}{50} = 0,6,$$

$$\cos \beta = \frac{AE}{AD} = \frac{40}{50} = 0,8.$$

Проєкції головного вектора на осі координат

$$R_x = P_3 + P_4 \cos \alpha = 4 + 11 \cdot 0,6 = 10,6 \text{ Н},$$

$$R_y = P_1 = 10 \text{ Н},$$

$$R_z = -P_2 - P_4 \cos \beta = -4 - 11 \cdot 0,8 = -12,8 \text{ Н}.$$

Модуль головного вектора

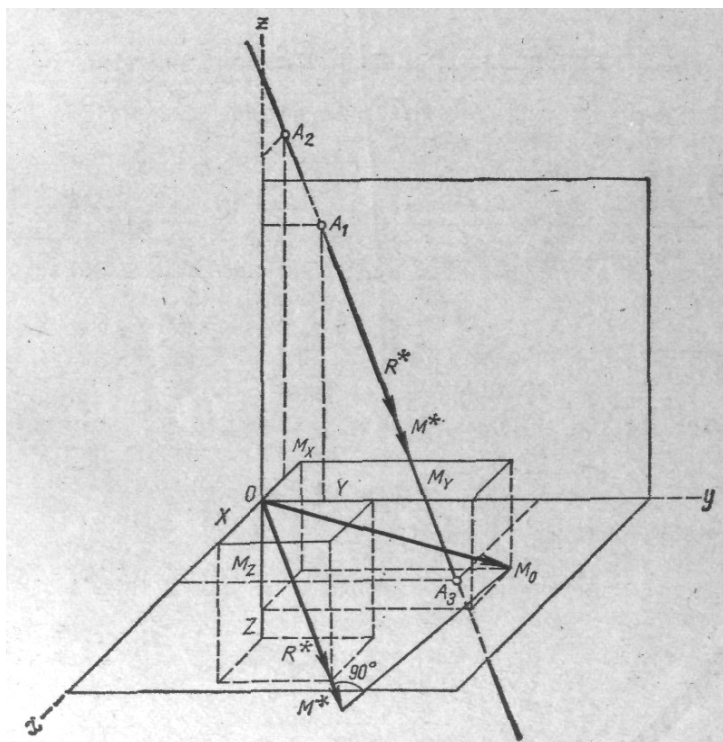
$$R^* = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \sqrt{10,6^2 + 10^2 + (-12,8)^2} = \sqrt{376,2} = 19,4 \text{ Н}.$$

Напрямні косинуси

$$\cos(\overline{R^*}, \overline{i}) = R_x / R^* = 10,6 / 19,4 = 0,547,$$

$$\cos(\overline{R^*}, \overline{j}) = R_y / R^* = 10 / 19,4 = 0,515,$$

$$\cos(\overline{R^*}, \overline{k}) = R_z / R^* = -12,8 / 19,4 = -0,660.$$



Головний вектор показаний на рисунку 26.

Рисунок 26

2 Визначення головного моменту заданої системи сил відносно центра О.

Головні моменти заданої системи сил відносно координатних осей:

$$M_x = -P_2 \cdot b = -4 \cdot 50 = -200 \text{ Н см,}$$

$$M_y = P_2 \cdot a + P_4 \cos \beta \cdot a = 4 \cdot 30 + 11 \cdot 0,8 \cdot 30 = 384 \text{ Н см,}$$

$$M_z = -P_3 \cdot b = -4 \cdot 50 = -200 \text{ Н см.}$$

Модуль головного моменту

$$M_o = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{(-200)^2 + 384^2 + (-200)^2} = 476,9 \text{ Н см.}$$

Напрявні косинуси

$$\cos(\overline{M_o}, \overline{i}) = M_x / M_o = -200 / 476,9 = -0,419,$$

$$\cos(\overline{M_o}, \overline{j}) = M_y / M_o = 384 / 476,9 = 0,805,$$

$$\cos(\overline{M_o}, \overline{k}) = M_z / M_o = -200 / 476,9 = -0,419.$$

Головний момент показаний на рисунку 26.

3 Визначення найменшого головного моменту заданої системи сил.

$$M^* = \frac{R_x M_x + R_y M_y + R_z M_z}{R^*} = \frac{10,6 \cdot (-200) + 10 \cdot 384 + (-12,8) \cdot (-200)}{19,4} = 220,6 \text{ Н см.}$$

4 Тому що $R^* \neq 0$, та $M^* \neq 0$, задана система сил приводиться до динами (силового гвинта).

Рівняння центральної осі:

$$\frac{Mx - (yRz - zRy)}{Rx} = \frac{My - (zRx - xRz)}{Ry} = \frac{Mz - (xRy - yRx)}{Rz} = \frac{M^*}{R^*}$$

Підставляючи в це рівняння знайдені величини, отримаємо:

$$\frac{Mx - (yRz - zRy)}{Rx} = \frac{M^*}{R^*}, \quad \frac{-200 - (y(-12,8) - z10)}{10,6} = \frac{220,6}{19,4},$$

$$6,4y + 5z = 160. \quad (28)$$

$$\frac{My - (zRx - xRz)}{Ry} = \frac{M^*}{R^*}, \quad \frac{384 - (z \cdot 10,6 - x \cdot (-12,8))}{10} = \frac{220,6}{19,4},$$

$$5,3z + 6,4x = 135. \quad (29)$$

Координати точок перетину центральною віссю координатних площин визначаємо за допомогою рівнянь центральної осі (28) та (29).

Примітка - Якщо сили системи призводяться до рівнодійної, тобто $M^* = 0$, а $R = R^* \neq 0$, то рівняння лінії дії рівнодійної:

$$Mx = yRz - zRy, \quad My = zRx - xRz, \quad Mz = xRy - yRx,$$

де Rx, Ry, Rz - проекції рівнодійної сили на координатні осі;
 Mx, My, Mz - головні моменти заданої системи сил відносно координатних осей.

Із цих трьох рівнянь незалежними є тільки два.

Центральна вісь системи сил показана на рисунку 26.
 Отримані значення координат надані в таблиці 9.

Таблиця 9

Точки	Координати, см		
	X	y	Z
A_1	0	5,1	25,5
A_2	-5,4	0	32,0

A_3	21,1	25,5	0
-------	------	------	---

2.6 Завдання С-6

Визначення реакцій опор твердого тіла

Знайти реакції опор конструкції. Схеми конструкцій показані на рисунку 27. Необхідні для розрахунку дані наведено в таблиці 10.

Таблиця 10

Варіант	Сили, кН			Розміри, см				
	Q	T	G	a	b	c	R	r
1	2	-	20	20	30	10	15	5
2	4	-	2	20	10	30	10	10
3	6	-	4	15	15	20	-	15
4	3	-	2	30	20	40	15	10
5	5	4	3	30	40	20	20	15
6	1	3	2	40	30	20	20	10
7	-	6	1	30	10	5	18	6
8	4	-	3	20	40	15	20	10
9	5	-	3	20	15	10	30	40
10	1	4	2	30	40	20	20	10
11	-	2	1	20	30	15	15	10
12	4	-	1	25	20	8	15	10
13	10	-	5	40	30	20	25	15
14	-	2	1	30	90	20	30	10
15	3	-	2	60	20	40	20	5
16	4	-	2	50	30	-	-	-
17	2	-	1	15	10	20	20	5
18	6	-	2	60	40	60	-	-
19	-	8	2	20	30	40	20	15
20	4	-	-	60	40	20	-	-
21	2	-	-	40	60	30	-	-
22	-	-	5	20	50	30	-	-
23	-	-	4	40	30	50	-	-
24	5	-	2	-	-	-	-	-
25	-	-	3	50	50	60	-	-
26	-	-	1	20	60	40	-	-
27	-	-	1	50	30	-	-	-
28	2	-	6	30	10	50	10	15
29	-	4	3	15	20	15	15	10
30	-	-	4	40	30	10	-	-

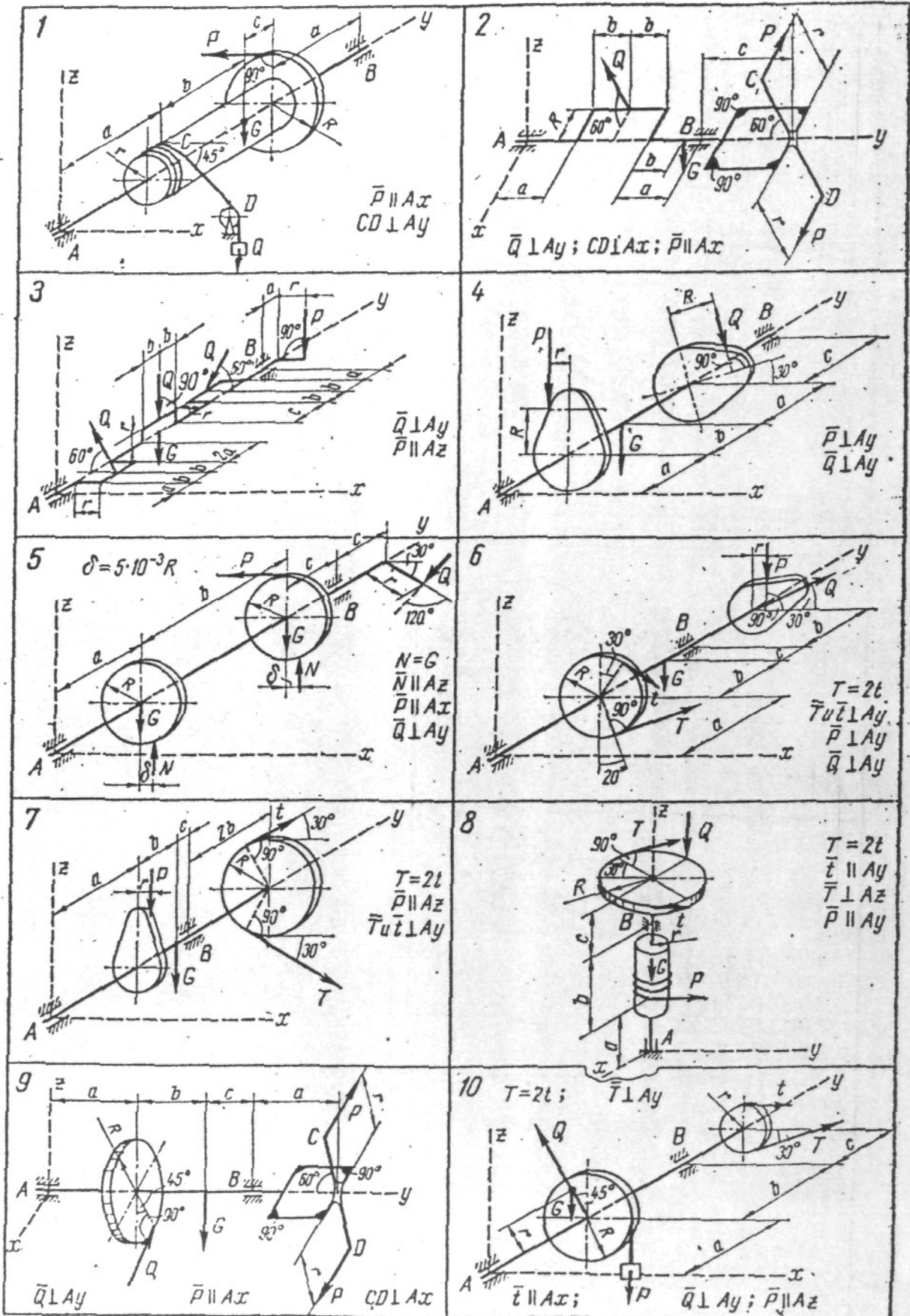


Рисунок 27, аркуш 1

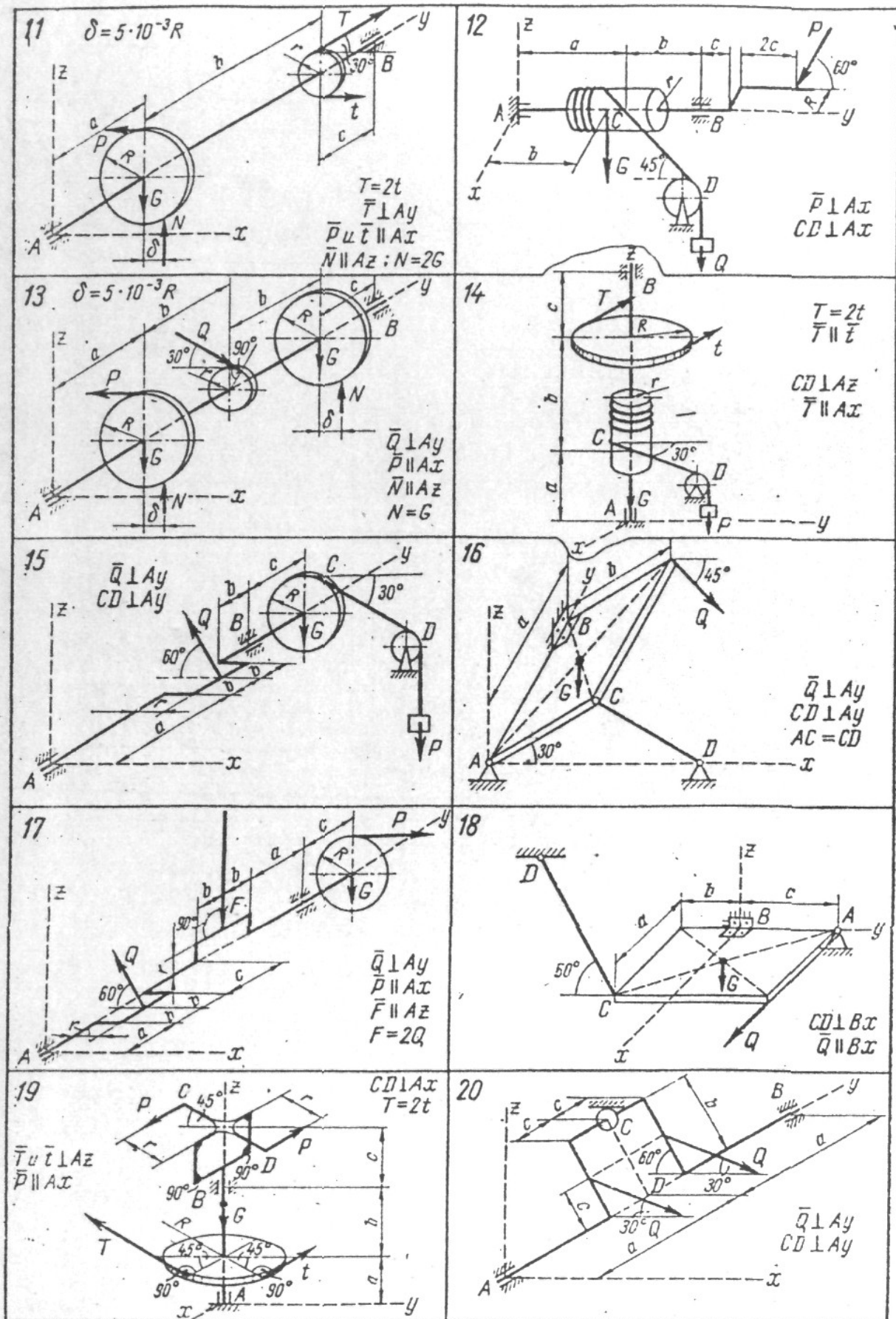


Рисунок 27, аркуш 2

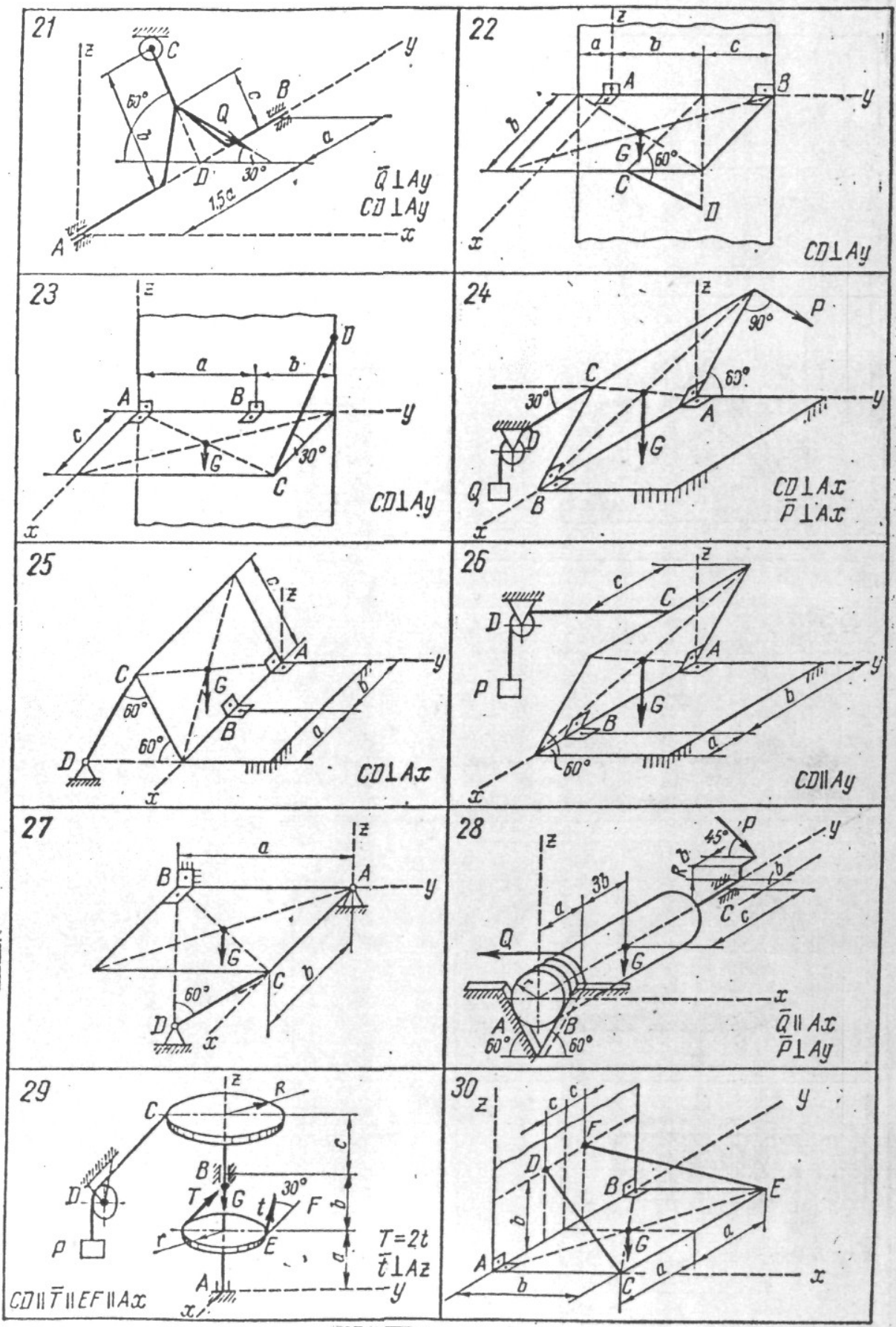


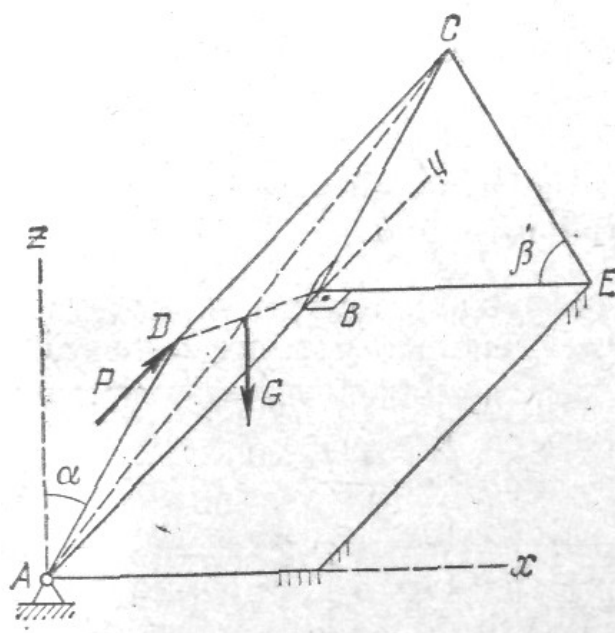
Рисунок 27, аркуш 3

Примітки.

1 Вважати, що у варіантах 16, 18, 22 - 27, 30 петлі не заважають переміщенню рами вздовж АВ.

2 У варіантах 20, 21 та 28 поверхні, що стикаються, є абсолютно гладенькими.

Рекомендації та приклад виконання завдання С-6



Дано:

раму ABCD вагою $G = 1$ кН,
 $P = 2$ кН, $\overline{P} \parallel \overline{Ay}$,
 $AD = CD = 100$ см, $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 60^\circ$
 (рисунок 28).

Визначити:

\overline{R}_A та \overline{R}_B (А - шаровий шарнір, В - петля).

Рисунок 28

Розв'язання

Розглянемо рівновагу сил, які прикладені до рами: сили ваги \overline{G} , сили \overline{P} , реакції \overline{S} стержня CE та складових реакцій опор А і В: \overline{X}_A , \overline{Y}_A , \overline{Z}_A , \overline{X}_B , \overline{Z}_B (рисунок 28).

По-перше складемо рівняння моментів сил відносно осі, що проходить через точки А і В:

$$\sum M_{iy} = 0,$$

$$G(BC/2)\sin 30^{\circ} - S \cdot BC \cdot \sin 60^{\circ} = 0,$$

Звідки

$$S = (G \sin 30^{\circ}) / (2 \cdot \sin 60^{\circ}) = (1 \cdot 0,5) / (2 \cdot 0,866) = 0,289 \text{ кН.}$$

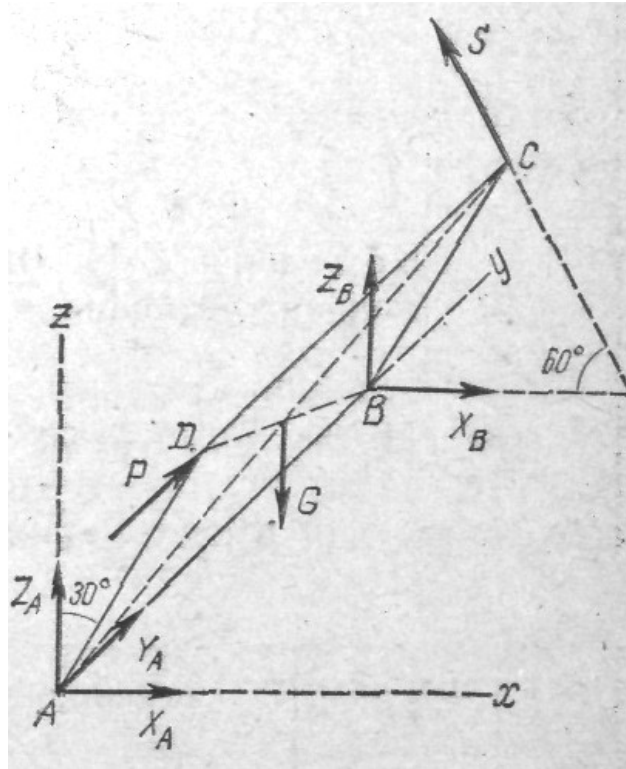


Рисунок 29

Далі складемо рівняння моментів сил відносно координатних осей Ax та Az:

$$\sum M_{ix} = 0, \quad -P \cdot AD \cdot \cos 30^{\circ} - G \cdot AB/2 + S \cdot \cos 30^{\circ} \cdot AB + Z_B \cdot AB = 0,$$

Звідки

$$Z_B = \frac{P \cdot AD \cos 30^{\circ} + G \cdot AB/2 - S \cos 30^{\circ} \cdot AB}{AB} =$$

$$\frac{2 \cdot 60 \cdot 0,866 + 1 \cdot 50 - 0,289 \cdot 0,866 \cdot 100}{100} = 1,29 \text{ кН.}$$

$$\sum M_{iz} = 0, \quad P \cdot AD \cdot \sin 30^{\circ} + S \cdot \cos 60^{\circ} \cdot AB + X_B \cdot AB = 0$$

$$X_B = \frac{P \cdot AD \sin 30^\circ + S \cos 60^\circ \cdot AB}{AB} = \frac{2 \cdot 60 \cdot 0,5 + 0,289 \cdot 0,5 \cdot 100}{100} = 0,744 \text{ кН.}$$

Наостанку складемо рівняння проєкцій сил на осі координат:

$$\sum X_i = 0, \quad X_A + X_B - S \cdot \cos 60^\circ = 0,$$

$$X_A = -X_B + S \cdot \cos 60^\circ = -0,744 + 0,289 \cdot 0,5 = -0,6 \text{ кН,}$$

$$\sum Y_i = 0, \quad Y_A + P = 0, \quad Y_A = -P = -2 \text{ кН,}$$

$$\sum Z_i = 0, \quad Z_A - G + Z_B + S \cdot \cos 30^\circ = 0$$

$$Z_A = G - Z_B - S \cdot \cos 30^\circ = 1 - 1,29 - 0,289 \cdot 0,866 = -0,54 \text{ кН.}$$

Таким чином, реакції всіх зв'язків конструкції знайдені.

2.7 Завдання С-7

Визначення положення центра ваги тіла

Знайти координати центра ваги плоскої ферми, складеної із тонких однорідних стержнів однакової погонної ваги (варіанти 1 - 6), плоскої фігури (варіанти 7 - 18 і 24 - 30) або об'єму (варіанти 19 - 23), які зображено на рисунку 30. У варіантах 1 - 6 розміри указано в метрах, а у варіантах 7 - 30 - в сантиметрах.

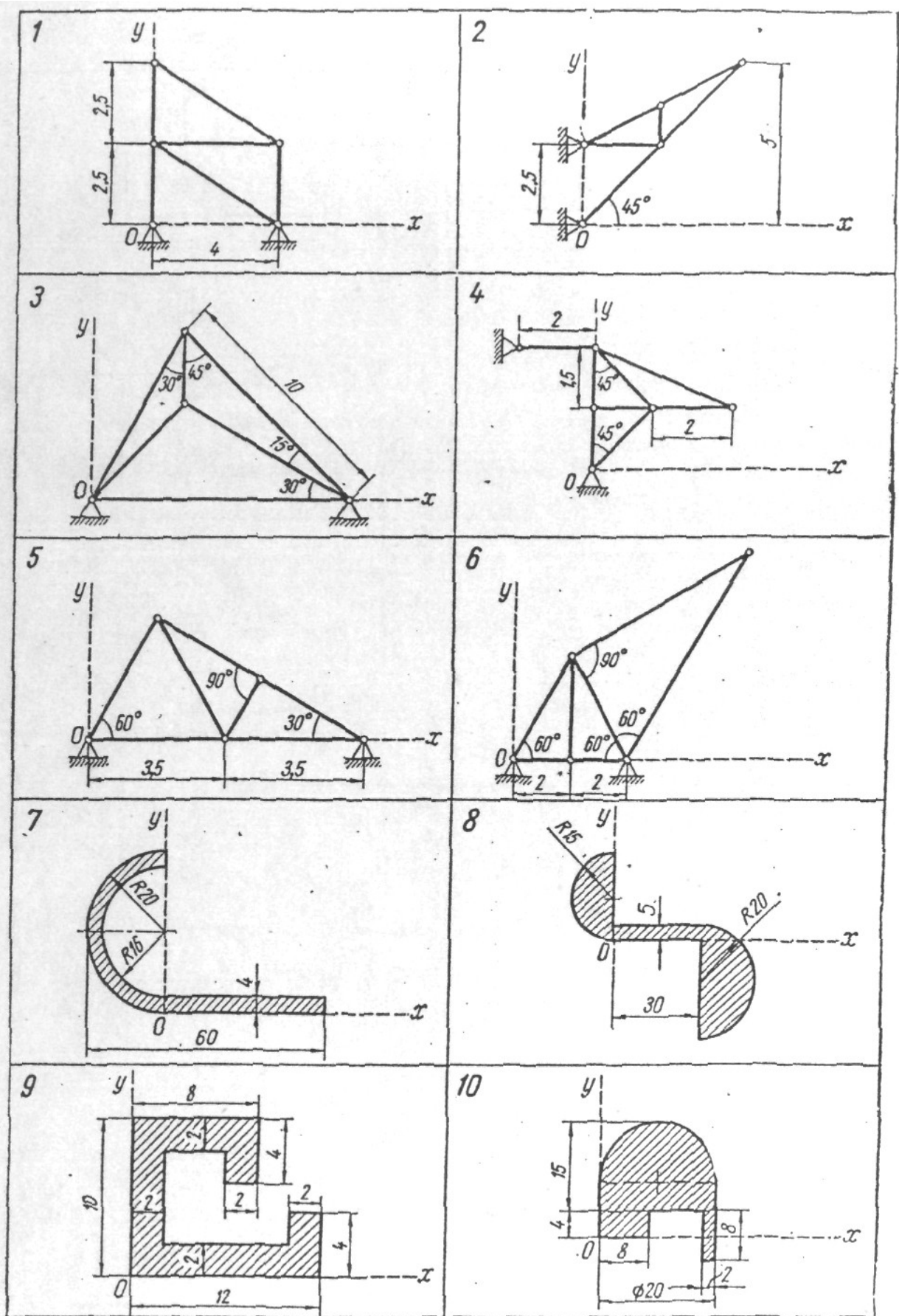


Рисунок 30, аркуш 1

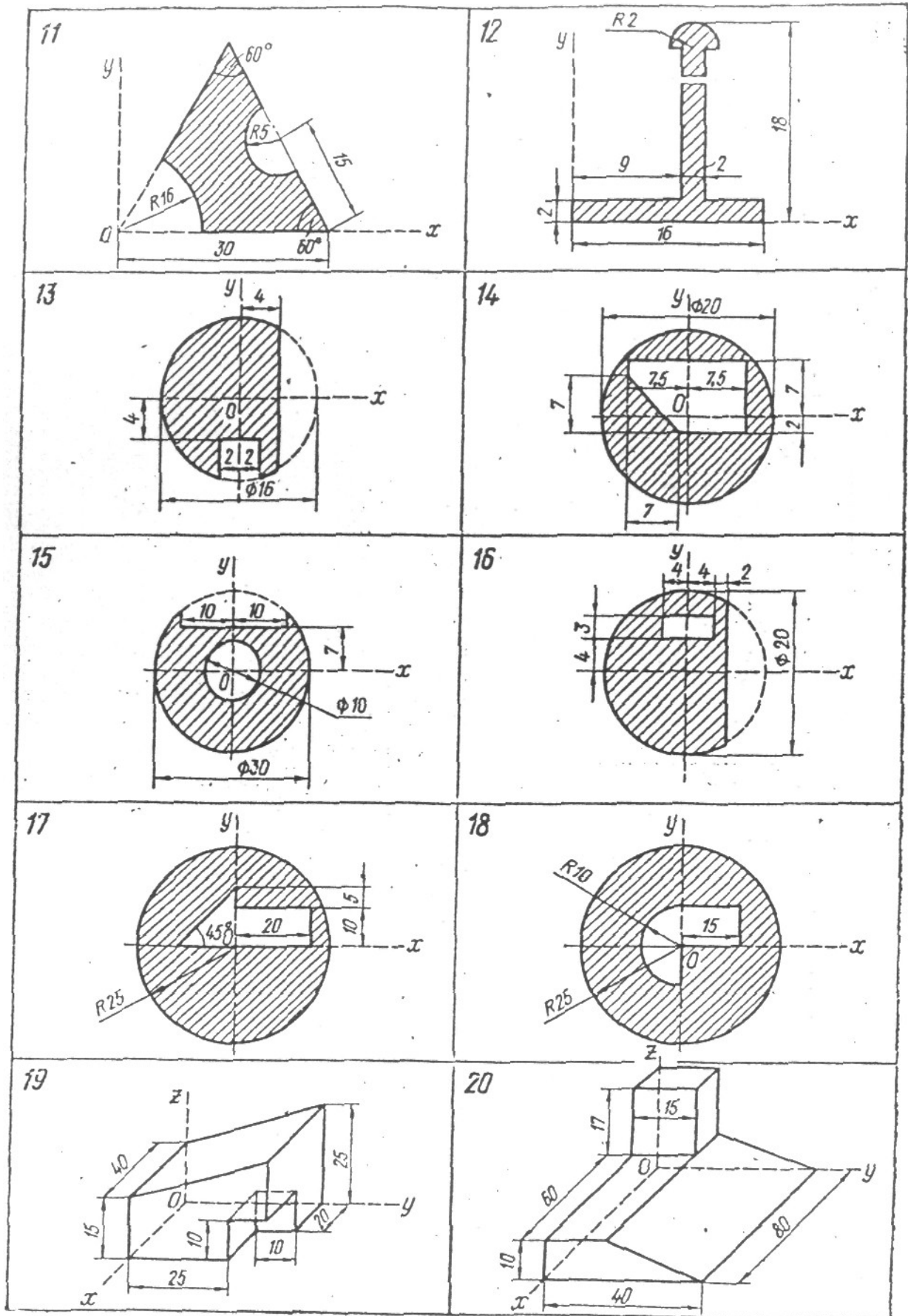


Рисунок 30, аркуш 2

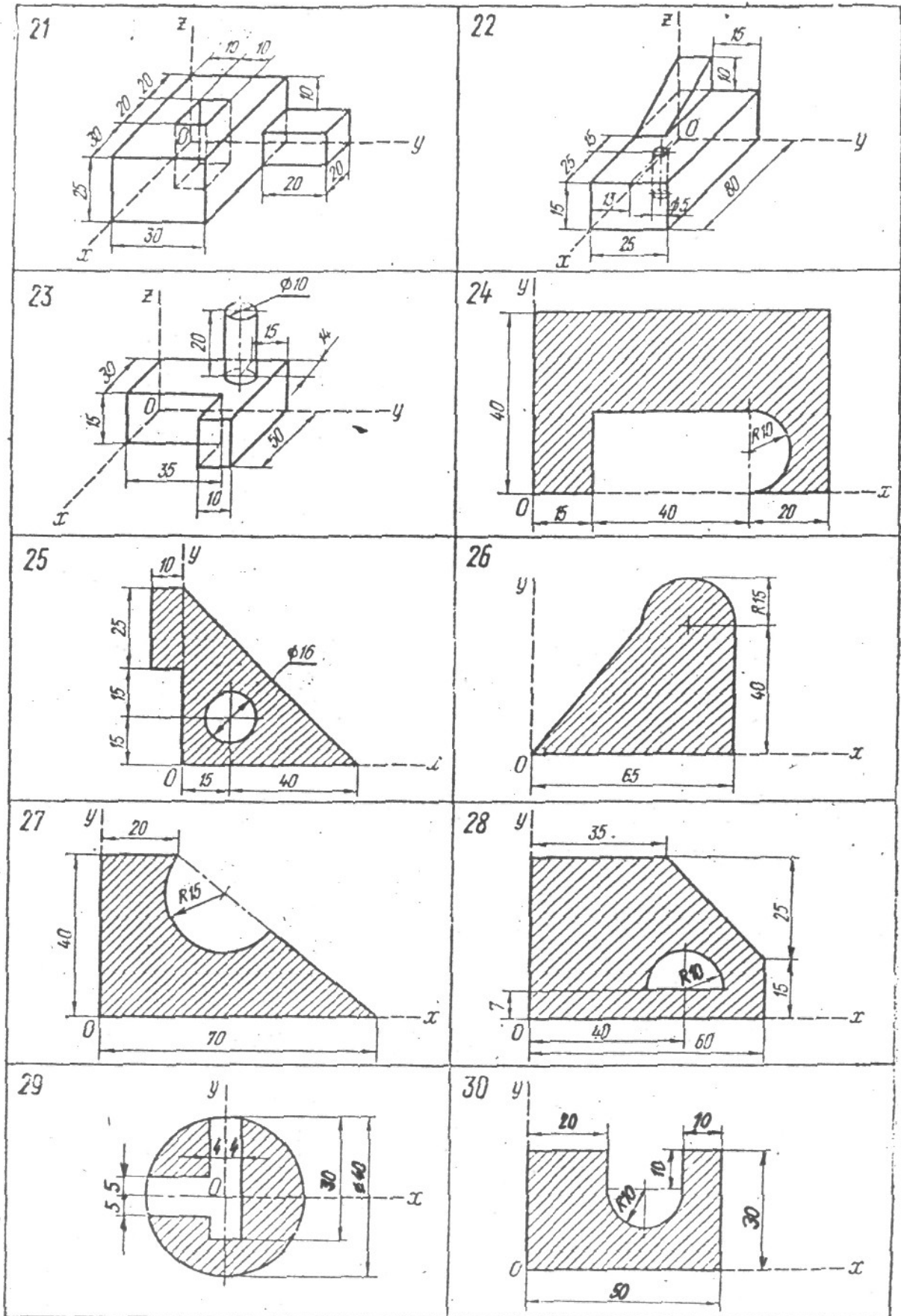


Рисунок 30, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання С-7

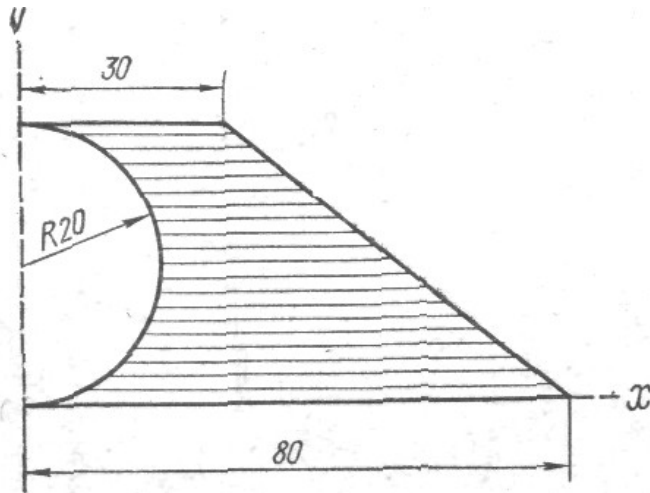


Рисунок 31

Визначити координати центра ваги плоскої фігури, яка показана на рисунку 31.

Розв'язання

Координати центра ваги площини визначають за формулами:

$$X_c = \frac{\sum S_i \cdot x_i}{F}, \quad Y_c = \frac{\sum S_i \cdot y_i}{F}. \quad (30)$$

Для того, щоб скористатися цими формулами, площу ділимо на окремі частини, положення центрів ваги яких відомі. У даному випадку такими частинами є: прямокутник, трикутник і півкола (рисунок 32). Площа половини кола, що вирізана з площини прямокутника, вважається від'ємною.

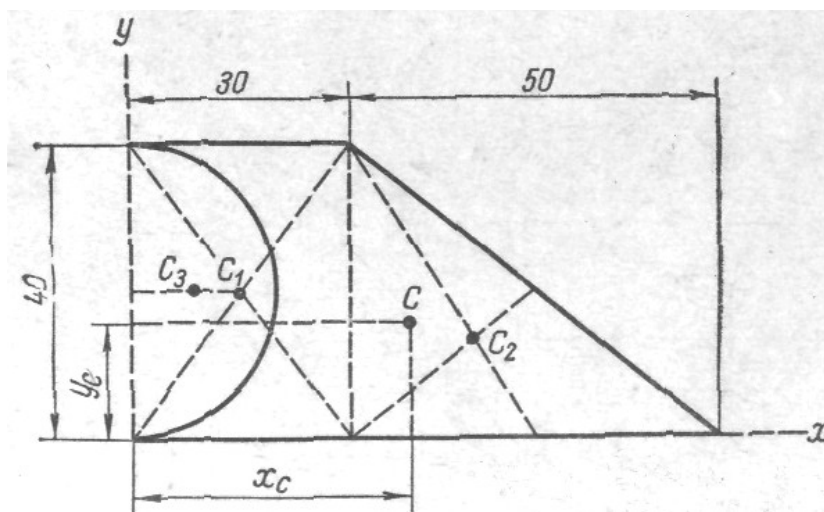


Рисунок 32

Таким чином:

площа прямокутника: $S_1 = 40 \cdot 30 = 1200 \text{ см}^2$,

площа трикутника: $S_2 = (40 \cdot 50) / 2 = 1000 \text{ см}^2$,

площа півкола: $S_3 = (\pi \cdot 20^2) / 2 = 200\pi = 628 \text{ см}^2$.

Центри ваги розглянутих частин фігури мають такі координати:

- для прямокутника: $X_1 = 15 \text{ см}$, $Y_1 = 20 \text{ см}$,

- для трикутника: $X_2 = 30 + 50/3 = 46,7 \text{ см}$, $Y_2 = 40/3 = 13,3 \text{ см}$,

- для півкола: $X_3 = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 20}{3\pi} = 8,5 \text{ см}$, $Y_3 = 20 \text{ см}$.

Для визначення координат центра ваги плоскої фігури складаємо таблицю 11.

Таблиця 11.

Номер елемента	$S_i, \text{ см}^2$	$X_i, \text{ см}$	$Y_i, \text{ см}$	$(S_i \cdot X_i), \text{ см}^2$	$(S_i \cdot Y_i), \text{ см}^2$
1	1200	15,0	20,0	18000	24000
2	1000	46,7	13,3	46700	13300
3	-628	8,5	20,0	-5338	-12560
Σ	1572	-	-	59362	24700

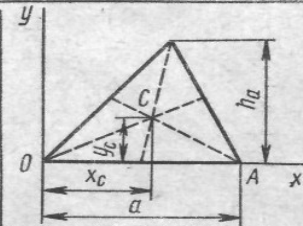
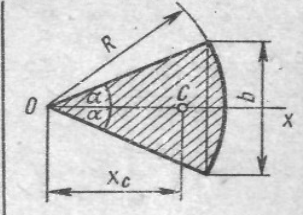
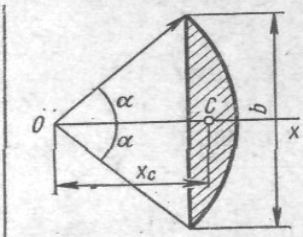
За формулами (30) знаходимо координати центра ваги плоскої фігури:

$$X_C = \frac{59362}{1572} = 37,8 \text{ см}, \quad Y_C = \frac{24700}{1572} = 15,7 \text{ см}.$$

Центр ваги площини указаний на рисунку 32.

Примітка - Площини та координати центрів ваги деяких плоских фігур, які потрібні при виконанні завдань, наведено в таблиці 12.

Таблиця 12

Плоска фігура	Площа	Координати центру ваги
Трикутник		$F = 1/2 \cdot a h_a$ $y_C = 1/3 \cdot h_a$ $x_C = 1/3 \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$, где x_1, x_2, x_3 — координаты вершин O, A, B
Круговой сектор		$F = \alpha R^2$ $x_C = \frac{2R \sin \alpha}{3\alpha} = \frac{R^2 b}{3F}$
	$\alpha = \pi/2$ (полукруг)	$F = \pi R^2/2$ $x_C = 4R/3\pi$
	$\alpha = \pi/6$	$F = \pi R^2/6$ $x_C = 2R/\pi$
Круговой сегмент		$F = 1/2 \cdot R^2 \times (2\alpha - \sin 2\alpha)$ $x_C = \frac{4R \sin^3 \alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)} = \frac{b^3}{12F}$

3 РОЗДІЛ «КІНЕМАТИКА»

3.1 Завдання К-1

Кінематика точки

Прямолінійний та криволінійний рух точки

Визначення швидкості та прискорення точки за заданими рівняннями її руху

За заданими рівняннями руху точки М установити вид її траєкторії і для моменту часу $t = t_1, c$ визначити положення точки на траєкторії, її швидкість, повне дотичне і нормальне прискорення, а також радіус кривизни траєкторії у відповідній точці.

Дані для розв'язання наведені в таблиці 13.

Таблиця 13

Варіант	Рівняння руху		t ₁ , с
	x = x (t), см	y = y (t), см	
1	2	3	4
1	$-2 t^2 + 3$	$-5 t$	1/2
2	$4 \cos^2 (\pi t/3) + 2$	$4 \sin^2 (\pi t/3)$	1
3	$-\cos (\pi t^2/3) + 3$	$\sin (\pi t^2/3) - 1$	1
4	$4t + 4$	$-4 / (t + 1)$	2
5	$2 \sin (\pi t/3)$	$-3 \cos (\pi t/3) + 4$	1
6	$3 t^2 + 2$	$-4 t$	1/2
7	$3 t^2 - t + 1$	$5t^2 - 5t/3 - 2$	1
8	$7 \sin (\pi t^2/6) + 3$	$2 - 7 \cos (\pi t^2/6)$	1
9	$-3 / (t + 2)$	$3t + 6$	2
10	$-4 \cos (\pi t/3)$	$-2 \sin (\pi t/3) - 3$	1
11	$-4 t^2 + 1$	$-3 t$	1/2
12	$5 \sin^2 (\pi t/6)$	$-5 \cos^2 (\pi t/6) - 3$	1
13	$5 \cos (\pi t^2/3)$	$-5 \sin (\pi t^2/3)$	1
14	$-2 t - 2$	$-2 / (t + 1)$	2

Продовження таблиці 13

1	2	3	4
15	$4 \cos (\pi t/3)$	$-3 \sin (\pi t/3)$	1
16	$3t$	$4t^2 + 1$	1/2

17	$7 \sin^2 (\pi t/6) - 5$	$-7 \cos^2 (\pi t/6)$	1
18	$1 + 3 \cos (\pi t^2/3)$	$3 \sin (\pi t^2/3) + 3$	1
19	$-5t^2 - 4$	$3t$	1
20	$2 - 3t - 6t^2$	$3 - 3t/2 - 3t^2$	0
21	$6 \sin (\pi t^2/6) - 2$	$6 \cos (\pi t^2/6) + 3$	1
22	$7 t^2 - 3$	$5t$	1/4
23	$3 - 3t^2 + t$	$4 - 5t^2 + 5t/3$	1
24	$-4 \cos (\pi t/3) - 1$	$-4 \sin (\pi t/3)$	1
25	$-6t$	$-2t^2 - 4$	1
26	$8 \cos^2 (\pi t/6) + 2$	$-8 \sin^2 (\pi t/6) - 7$	1
27	$-3 - 9 \sin (\pi t^2/6)$	$-9 \cos (\pi t^2/6) + 5$	1
28	$-4t^2 + 1$	$-3t$	1
29	$5t^2 + 5t/3 - 3$	$3t^2 + t + 3$	1
30	$2 \cos (\pi t^2/3) - 2$	$-2 \sin (\pi t^2/3) + 3$	1

Рекомендації та приклад виконання завдання К-1

Дано:

$$x = -2\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) + 3 \text{ (см)}, \quad y = 2\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) - 1 \text{ (см)}, \quad t_1 = 1 \text{ с.}$$

Визначити:

рівняння траєкторії точки; положення точки М для моменту часу t_1 ; її швидкість; повне, дотичне і нормальне прискорення; радіус кривизни у відповідній точці траєкторії.

Розв'язання

1 Для визначення рівняння траєкторії точки виключимо із заданих рівнянь руху час t . Застосуємо формулу $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$, тобто

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}t\right),$$

тоді $\cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) = \frac{3-x}{2}$, $\sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) = \frac{y+1}{2}$,

отже, $\frac{3-x}{2} = 1 - 2 \frac{(y+1)^2}{4}$.

Остаточно маємо рівняння траєкторії точки: $x = (y+1)^2 + 1$ — це парабола.

Положення точки M_1 при $t_1=1$ с буде:

$$x_1 = -2 \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 = 1,6 \text{ см}, \quad y_1 = 2 \sin\left(\frac{\pi}{8}\right) - 1 = -0,23 \text{ см}.$$

2 Швидкість точки визначимо за її проекціями на координатні осі:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) \quad \text{при} \quad t_1 = 1 \text{ с} \quad V_x = 1,11 \text{ см/с},$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi}{8}t\right) \quad \text{при} \quad t_1 = 1 \text{ с} \quad V_y = 0,73 \text{ см/с}.$$

Модуль швидкості $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1,11^2 + 0,73^2} = 1,33 \text{ см/с}$

3 Повне прискорення точки:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{\pi^2}{8} \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right) \quad \text{при} \quad t_1 = 1 \text{ с} \quad a_x = 0,87 \text{ см/с}^2,$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\pi^2}{32} \sin\left(\frac{\pi}{8}t\right) \quad \text{при} \quad t_1 = 1 \text{ с} \quad a_y = -0,12 \text{ см/с}^2.$$

Модуль прискорення $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0,87^2 + 0,12^2} = 0,88 \text{ см/с}^2$.

4 Дотичне прискорення знайдемо за формулою:

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{V_x \cdot a_x + V_y \cdot a_y}{V} = \frac{1,11 \cdot 0,87 + 0,73 \cdot (-0,12)}{1,33} = 0,66 \text{ см/с}^2.$$

5 Нормальне прискорення точки буде:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{0,88^2 - 0,66^2} = 0,58 \text{ см/с}^2.$$

6 Радіус кривизни траєкторії у точці M_1 знайдемо як:

$$R = \frac{V^2}{a_n} = \frac{1,33^2}{0,58} = 3,05 \text{ см.}$$

Відповідь: $x = (y+1)^2 + 1$, $V = 1,33 \text{ см/с}$, $a = 0,88 \text{ см/с}^2$,
 $a_\tau = 0,66 \text{ см/с}^2$, $a_n = 0,58 \text{ см/с}^2$, $R = 3,05 \text{ см}$ (рисунок 33).

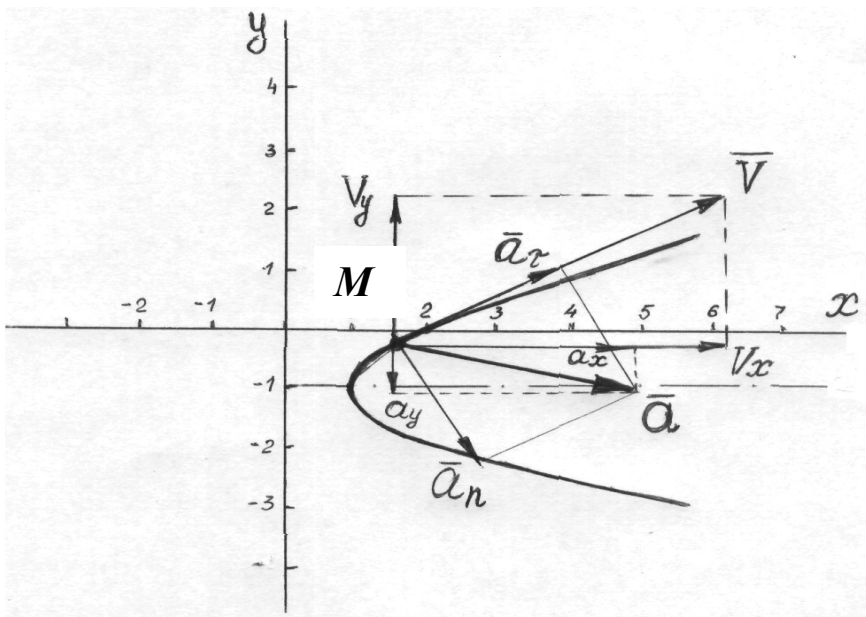


Рисунок 33

3.2 Завдання К-2

Поступальний та обертальний рух твердого тіла

Визначення швидкостей та прискорень точок твердого тіла при поступальному та обертальному рухах

За заданим рівнянням прямолінійного поступального руху вантажу 1 визначити швидкість, а також обертальне, доцентрове та повне прискорення точки М.

Схеми механізмів надані на рисунку 34, а дані - в таблиці 14.

Таблиця 14

Варіант	Радіуси, см				Рівняння руху вантажу 1 $x=x(t)$ (x , см, t , с)	S , м
	R_2	r_2	R_3	r_3		
1	2	3	4	5	6	7
1	60	45	36	-	$10 + 100 t^2$	0,5
2	80	-	60	45	$80 t^2$	0,1
3	100	60	75	-	$18 + 70 t^2$	0,2
4	58	45	60	-	$50 t^2$	0,5
5	80	-	45	30	$8 + 40 t^2$	0,1
6	100	60	30	-	$5 + 60 t^2$	0,5
7	45	35	105	-	$7 + 90 t^2$	0,2
8	35	10	10	-	$4 + 30 t^2$	0,5
9	40	30	15	-	$3 + 80 t^2$	0,2
10	15	-	40	35	$70 t^2$	0,4

Продовження таблиці 14

1	2	3	4	5	6	7
11	40	25	20	-	$5 + 40 t^2$	0,3
12	20	15	10	-	$2 + 50 t^2$	0,1
13	30	20	40	-	$60 t^2$	0,4
14	15	10	15	-	$6 + 20 t$	0,1
15	15	10	15	-	$8 + 40 t^2$	0,3

16	20	15	15	-	$3 + 40 t^2$	0,4
17	15	10	20	-	$80 t^2$	0,6
18	20	15	10	-	$4 + 20 t$	0,3
19	15	10	20	-	$5 + 80 t^2$	0,2
20	25	15	10	-	$50 t^2$	0,3
21	20	10	30	10	$4 + 90 t^2$	0,5
22	40	20	35	-	$10 + 40 t^2$	0,5
23	40	30	30	15	$7 + 40 t$	0,6
24	30	15	40	20	$90 t^2$	0,2
25	50	20	60	-	$2 + 50 t$	0,5
26	32	16	32	16	$5 + 60 t^2$	0,1
27	40	18	40	18	$6 + 30 t^2$	0,3
28	40	20	40	15	$50 t^2$	0,4
29	25	20	50	25	$3 + 30 t$	0,6
30	30	15	20	-	$5 + 60 t^2$	0,2

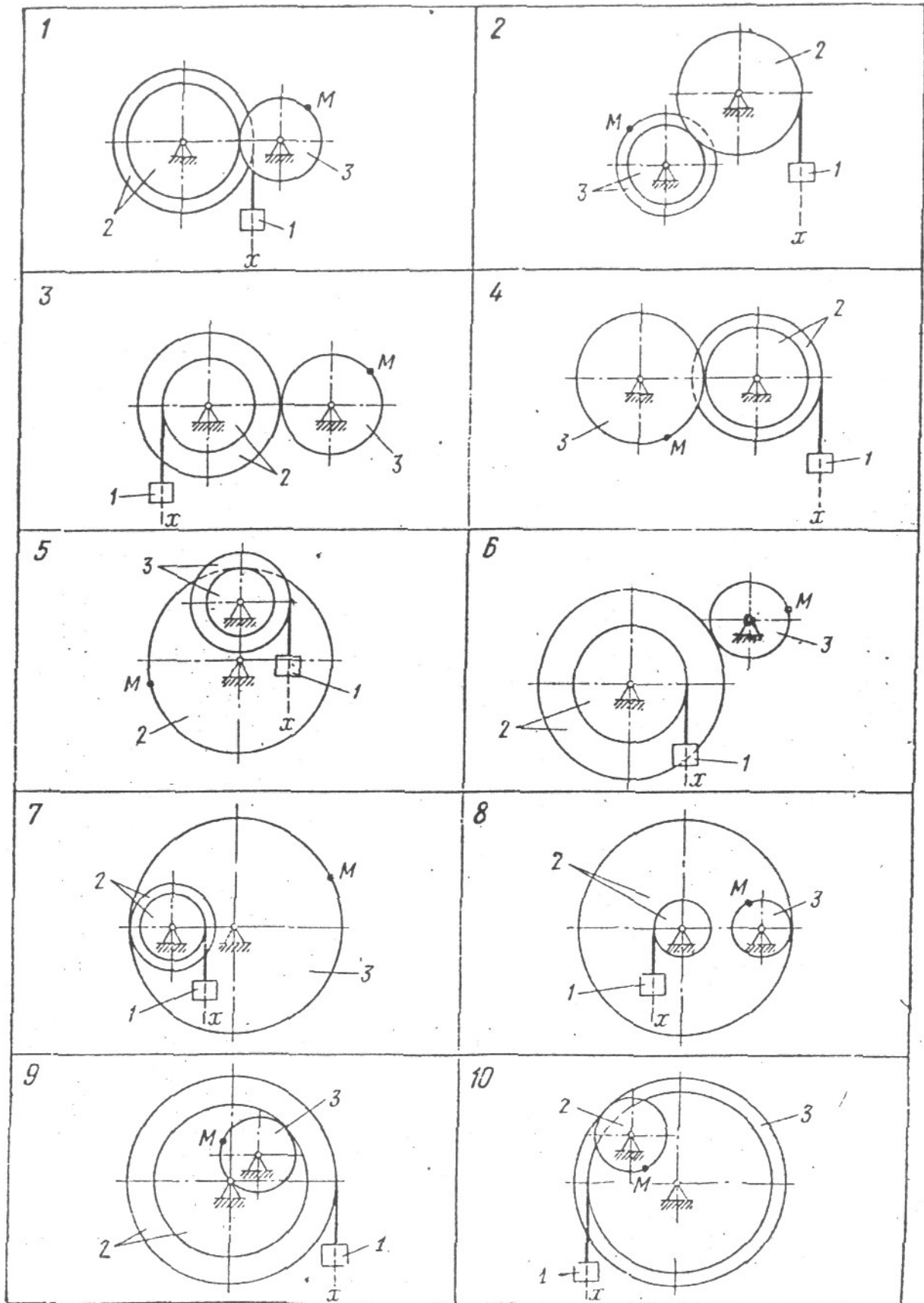


Рисунок 34, аркуш 1

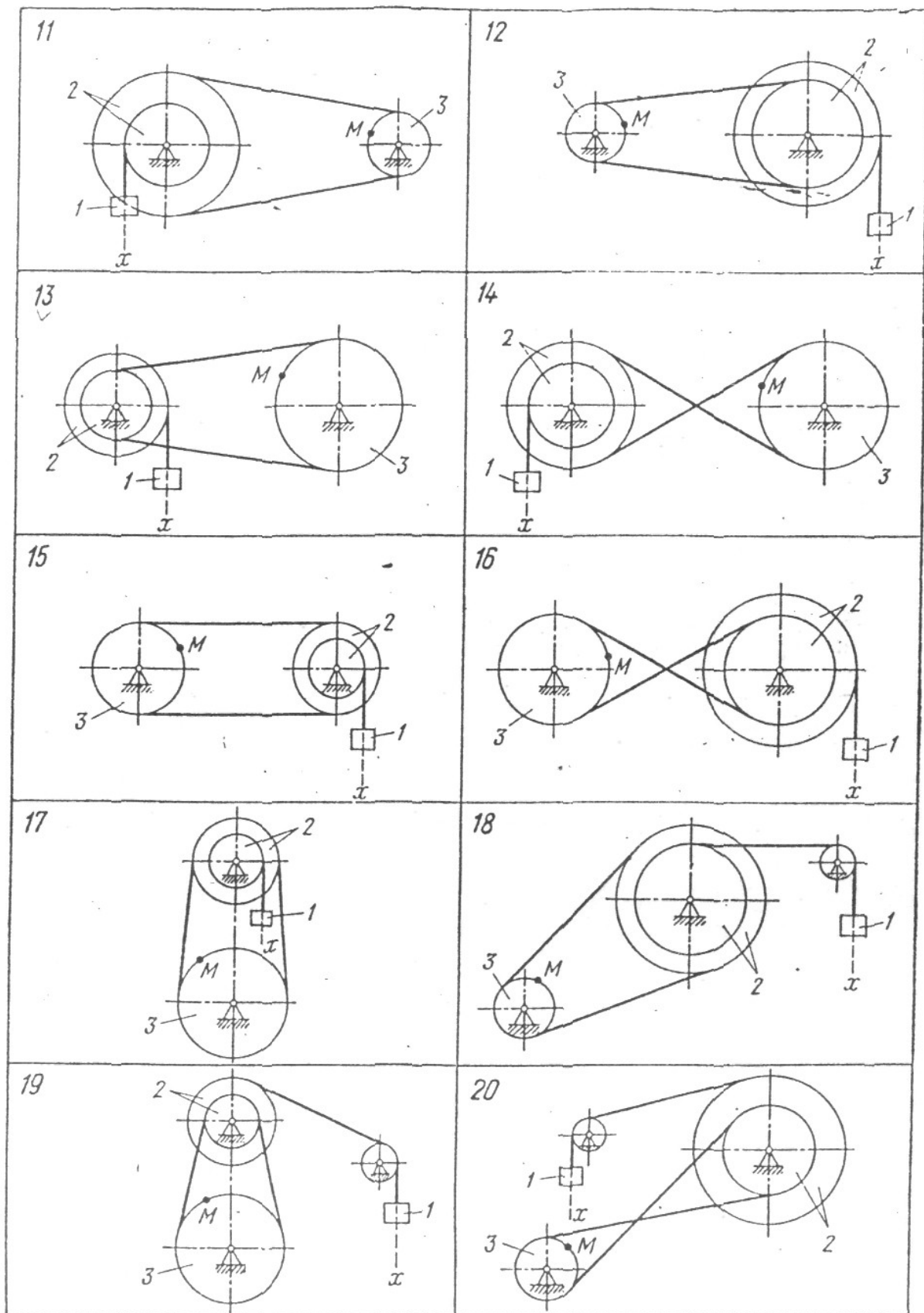


Рисунок 34, аркуш 2

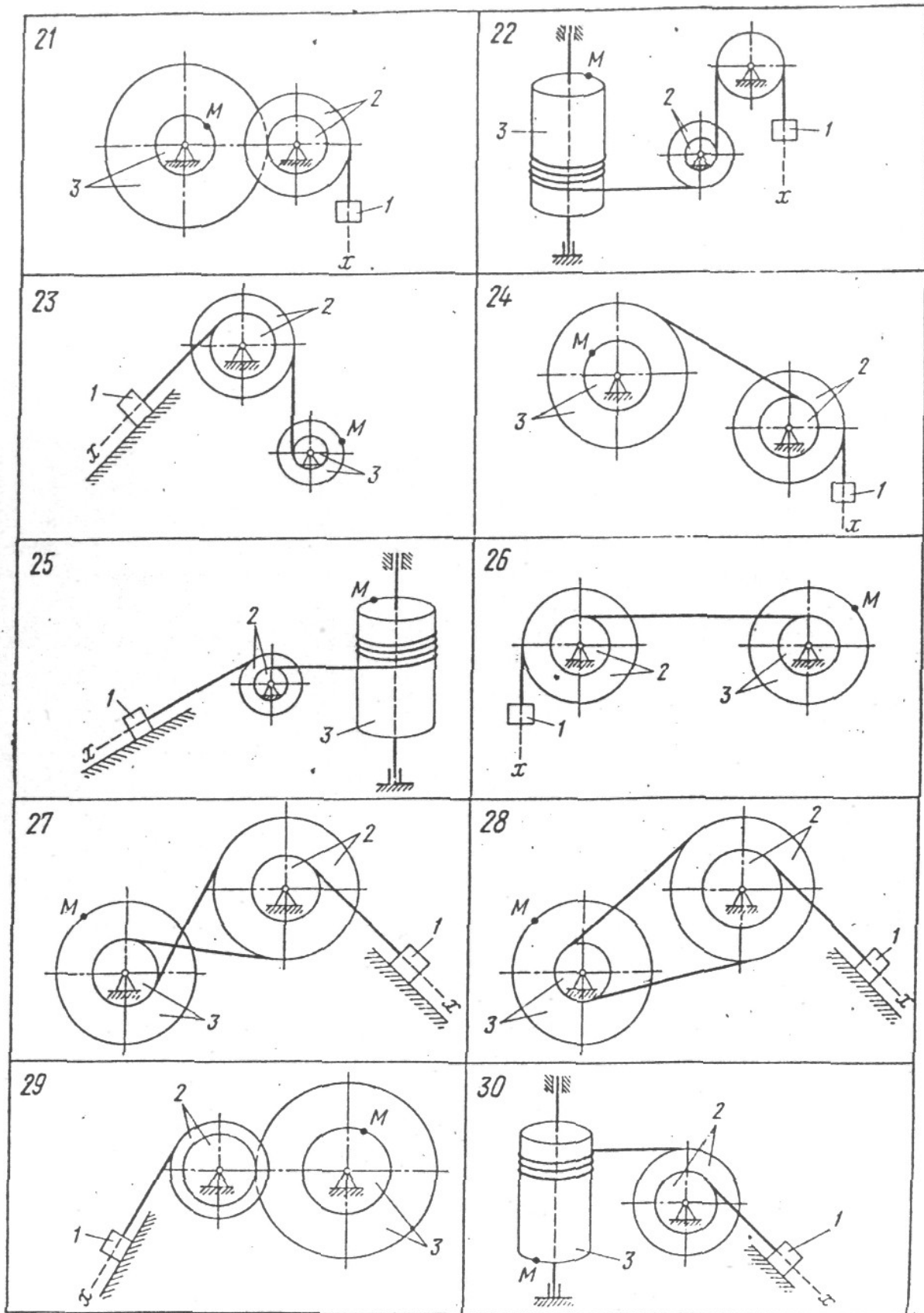


Рисунок 34, аркуш 3

Рекомендації та приклад виконання завдання К-2

Дано:

$$x = 2 + 70t^2 \text{ см,}$$

$$R_2 = 50 \text{ см, } r_2 = 30 \text{ см, } R_3 = 60 \text{ см, } r_3 = 40 \text{ см,}$$

$$s = 40 \text{ см.}$$

Схема механізму подана на рисунку 35.

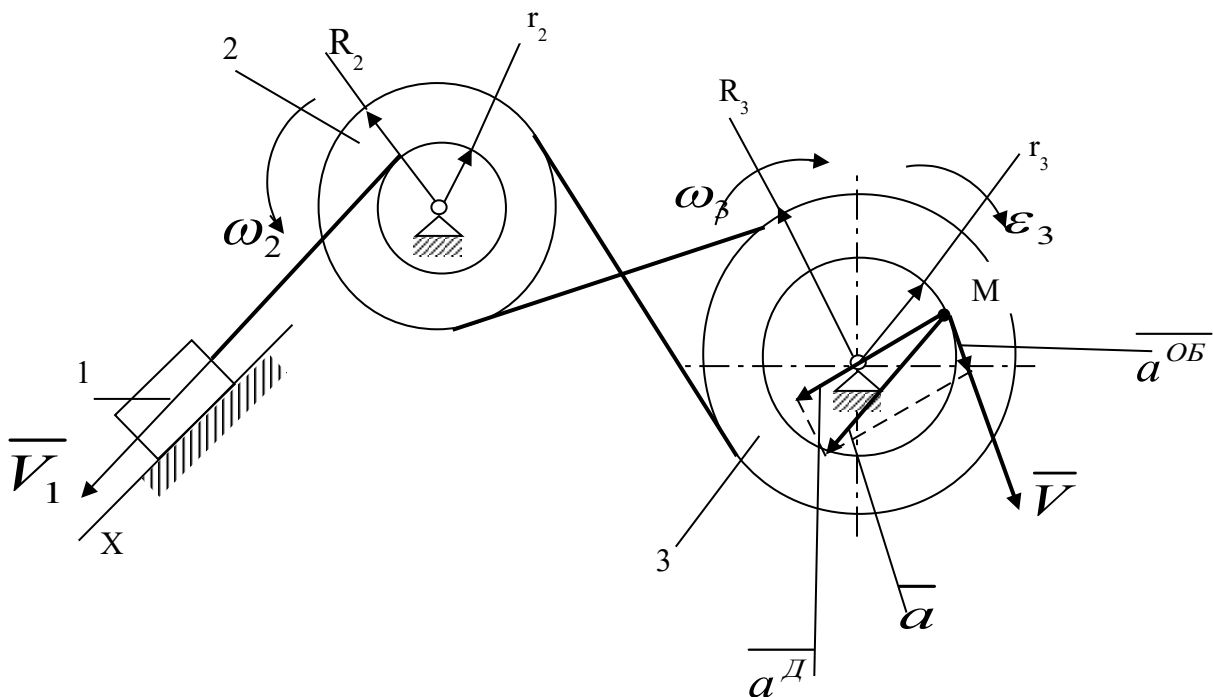


Рисунок 35

Визначити:

швидкість, обертальне, доцентрове та повне прискорення точки М механізму в момент часу, коли шлях вантажу 1 дорівнює s .

Розв'язання

Момент часу τ , при якому шлях s , що пройдений вантажем, дорівнює 40 см:

$$s = x(t = \tau) - x(t = 0) = 70\tau^2,$$

звідки

$$\tau = \sqrt{s/70} = \sqrt{40/70} = 0,76 \text{ с.}$$

Швидкість вантажу $V_1 = |x'| = 140t \text{ см/с.}$

Кутова швидкість барабану 2 $\omega_2 = \frac{V_1}{r_2} = \frac{140t}{30} = \frac{14}{3} \cdot t \text{ с}^{-1}.$

Кутові швидкості 2-го та 3-го барабанів обернено пропорційні радіусам передавальних коліс $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2},$

тоді $\omega_3 = \frac{R_2}{R_3} \cdot \omega_2 = \left(\frac{50}{60}\right) \cdot \left(\frac{14}{3}\right) \cdot t = \frac{35}{9}t = 2,94 \text{ с}^{-1}.$

Кутове прискорення $\varepsilon_3 = \omega_3' = \frac{35}{9} = 3,89 \text{ с}^{-2} = \text{const}.$

Швидкість точки М $V_M = r_3 \cdot \omega_3 = 40 \cdot \omega_3 = 118 \text{ см/с.}$

Вектор $\overline{V_M}$ спрямований перпендикулярно радіусу в бік обертання колеса 3.

Обертальне прискорення точки М

$$a_M^{OB} = r_3 \cdot \varepsilon_3 = 40 \cdot \varepsilon_3 = 156 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_M^{OB}}$ має однаковий напрямок із швидкістю $\overline{V_M}$, тому що обертання коліс прискорене.

Доцентрове прискорення точки М

$$a_M^D = r_3 \cdot \omega_3^2 = 40 \cdot \omega_3^2 = 346 \text{ см/с}^2.$$

Вектор $\overline{a_M^D}$ спрямований за радіусом до центра колеса.

Повне прискорення

$$a_M = \sqrt{(a_M^{OB})^2 + (a_M^D)^2} = 379 \text{ см/с}^2$$

Швидкість та прискорення точки М наведені на рисунку 35.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М., 1986.


2 Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. - М., 1984. - Ч. 1, 2.

3 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике /Под ред. А.А. Яблонского. - М., 1985.

4 Иванова З.О., Аксьонова Н.А. Комплексне методичне забезпечення до вивчення дисципліни „Теоретична механіка” - Харків: УкрДАЗТ, 2004.

5 Аксьонова Н.А. Робочий конспект лекцій з дисципліни "Теоретична механіка". - Харків: УкрДАЗТ, 2005.

Таблиця 7

Варіант	Розміри паралелепіпеда, см			Сили системи											
				$\overline{F_1}$			$\overline{F_2}$						$\overline{F_4}$		
	a	b	c	Модуль, Н	прикладання Точка	Напрямок	Модуль, Н	прикладання Точка	Напрямок	Модуль, Н	прикладання Точка	Напрямок	Модуль, Н	прикладання Точка	Напрямок
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	60	30	20	4	F	FK	6	A	AE	8	B	BA	10	D	DK
2	30	40	40	20	A	AC	24	O	OD	10	K	KB	-	-	-
3	20	10	10	4	B	BA	2	C	CK	8	E	ED	-	-	-
4	30	40	20	15	A	AB	20	K	KC	-	-	-	-	-	-
5	20	20	20	8	O	OD	10	D	DF	8	K	KC	10	B	BO
6	30	40	20	8	A	AO	4	E	EF	6	F	FB	20	D	DF
7	30	40	40	10	B	BK	16	C	CO	20	D	DF	-	-	-
8	20	30	10	10	O	OA	10	B	BF	10	D	DK	-	-	-
9	30	40	30	10	A	AC	20	K	KB	-	-	-	-	-	-
10	10	10	20	20	A	AC	30	O	OD	20	K	KE	30	E	EA
11	10	40	30	8	A	AE	12	C	CB	20	O	OK	16	K	KD
12	4	8	6	6	A	AE	20	F	FA	10	C	CK	8	D	DK

Продовження таблиці 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
13	20	20	20	8	O	OB	8	C	CD	8	E	EK	-	-	-
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
14	20	5	8	40	B	BA	30	O	OD	-	-	-	-	-	-
15	40	20	40	15	E	EA	10	F	FE	15	B	BF	10	D	DK
16	30	30	30	6	O	OC	10	B	BK	20	K	KO	-	-	-
17	15	15	20	30	E	EB	40	B	BK	10	O	OC	32	D	DO
18	10	15	20	40	A	AB	20	K	KC	16	D	DE	-	-	-
19	20	15	15	40	C	CA	20	D	DF	-	-	-	-	-	-
20	20	20	10	10	A	AD	20	B	BO	10	K	KB	20	D	DF
21	20	20	20	10	O	OD	8	B	BA	6	K	KF	8	D	DK
22	40	20	30	30	O	OA	50	E	EB	50	C	CD	25	D	DK
23	50	20	40	10	O	OA	5	F	FB	8	K	KD	-	-	-
24	30	40	30	40	A	AD	20	K	KE	-	-	-	-	-	-
25	30	20	40	25	A	AC	20	B	BA	25	K	KE	20	D	DK
26	30	40	20	10	E	EA	12	O	OC	10	C	CK	8	K	KF
27	30	20	40	8	O	OD	6	C	CB	4	D	DK	-	-	-
28	10	14	40	4	O	OA	10	F	FE	16	C	CK	-	-	-
29	30	30	40	80	B	BK	100	D	DC	-	-	-	-	-	-
30	40	20	30	10	A	AD	5	B	BO	10	K	KB	5	D	DF