

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра механіки і проектування машин

ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до розв'язання окремих задач з дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»

РОЗДІЛ «КІНЕМАТИКА»

Харків – 2014

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри механіки і проектування машин 26 грудня 2012 р., протокол № 7.

Укладачі:
доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Оробінський

Рецензент
проф. О.В. Братченко

ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до розв'язання окремих задач з дисципліни

«ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»
РОЗДІЛ «КІНЕМАТИКА»

Відповідальний за випуск Аксьонова Н.А.

Редактор Ібрагімова Н.В.

Підписано до друку 17.04.13 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 1,5. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

УКРАЇНСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ЗАЛІЗНИЧНОГО ТРАНСПОРТУ

Кафедра “Механіка і проектування машин”

Плоскопаралельний рух твердого тіла

Методичні вказівки до розв’язання окремих задач з

дисципліни

“ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА”.

Розділ «КІНЕМАТИКА»

Харків 2013 р.

Методичні вказівки розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри механіки і проектування машин 26 грудня 2012 р., протокол № 7.

Укладачі:

доценти Н.А. Аксьонова,
О.В. Орбінський

Рецензент

проф. Братченко О. В.

З М І С Т

Вступ.....	4
1 Методичні поради.....	4
2 Плоскопаралельний рух твердого тіла.....	5
2.1 Основні визначення.....	5
2.2 Визначення швидкостей точок	7
2.3 Миттєвий центр швидкостей (МЦШ).....	10
2.4 Визначення прискорень.....	14
3 Визначення швидкостей і прискорень точок твердого тіла при плоскому русі.....	16
3.1 Умови завдання.....	16
3.2 Рекомендації та приклад виконання.....	21
Список літератури.....	24

ВСТУП

Під час підготовки спеціалістів для залізничного транспорту навчальними планами передбачено вивчення студентами механічного та будівельного факультетів на I, II і III курсах дисципліни “Теоретична механіка”. При формуванні теоретичної бази з цієї дисципліни головна роль відводиться лекційним курсам, які висвітлюють основні питання розділу “Кінематика”. У ході вивчення курсу теоретичної механіки важливим аспектом є проведення практичних занять і виконання індивідуальних розрахунково-графічних робіт (РГР). Основою РГР є розв’язання задач, пов’язаних з тематикою розділу. Багато важливих питань стосовно руху твердих тіл розглядається при вивченні плоскопаралельного (плоского) руху. Вважаючи складність і різноманітність підходів до даної теми, доцільним є використання методичних вказівок.

Сказане вище зумовило необхідність розроблення і введення до навчального процесу методичних вказівок з розділу «Кінематика», які дають комплексне уявлення про обсяг і структуру питань, що виникають при вивченні певного виду руху (плоского в даному випадку), про специфіку виконання і оформлення індивідуальних самостійних завдань, знайомлять з прикладами, наводять належні рекомендації та надають варіанти для виконання РГР, а також пропонують рекомендовану літературу.

Методичні вказівки призначені для студентів будівельного, механічного та АТЗ факультетів денної форми навчання усіх спеціальностей.

1 МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ

Програмою дисципліни „Теоретична механіка” передбачено виконання розрахунково-графічних робіт (РГР) з розділу «Кінематика».

Зміст РГР, а саме номери варіанта уточнюються викладачем під час аудиторних занять.

Кожне завдання супроводжується рисунками і таблицею (номери схем співпадають з тим самим номером, що і умова завдання в таблиці).

РГР виконуються на форматі А4. Типові звіти до РГР здійснюються відповідно до встановлених вимог, а саме обов'язково вказуються назва кафедри, назва дисципліни, номер роботи, рік, прізвище та ініціали студента.

Розв'язання завдань повинно супроводжуватись коротким текстовим поясненням (які формули або теореми застосовуються, звідки отримуються ті чи інші результати та ін.), а також детальним викладом усіх розрахунків, що виконуються.

Рисунки до розв'язання завдань повинні бути виконані акуратно із застосуванням креслярського приладдя. На них наносять позначення всіх використовуваних величин: розміри, координатні осі, вектори сил, швидкостей, прискорень та ін.

Слід звернути увагу на те, що розрахункова схема виконується строго, згідно з вихідними даними свого варіанта завдання, і тоді в більшості випадків вона має бути простішою, ніж на загальному рисунку.

Розрахунково-графічні роботи, що не відповідають всім переліченим вимогам, рецензуватися не будуть і повертатимуться для переоформлення.

2 ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА

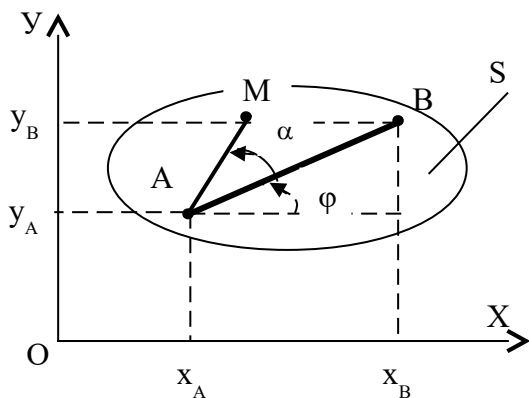
2.1 Основні визначення

Плоскопаралельним, або **плоским**, рухом твердого тіла називається такий рух, при якому всі точки тіла рухаються в площинах, паралельних деякій нерухомій площині, що називається базовою.

Плоский рух здійснюють більшість механізмів і машин, наприклад колесо, що котиться на прямолінійній ланці шляху, шатун у кривошипно-шатунному механізмі, колесо в планетарному механізмі.

Для вивчення плоского руху абсолютно твердого тіла достатньо розглянути рух однієї **плоскої фігури** S (перерізу) у

нерухомій (базовій) площині (Oxy). Площину (Oxy) поєднують з площиною рисунка, тоді тверде тіло зображують тільки плоскою фігурою S . Положення плоскої фігури S в площині Oxy визначається положенням будь-якого, проведеного в ній, прямолінійного відрізка AB . У свою чергу положення відрізка можна визначити координатами однієї точки, наприклад, точки A , x_A та y_A , а також кутом φ , який створює відрізок AB з віссю Ox . Точку A , обрану для визначення положення плоскої фігури S , називають **полюсом** (рисунок 1).



S – плоска фігура;
 $AB = \text{const}$ – відрізок абсолютно твердого тіла;
 x_A, y_A, x_B, y_B – координати точок A і B ,
 φ – кут обертання відрізка;
 α – кут обертання відрізка AM ;
 точка A – **полюс**.

Рисунок 1

Під час руху тіла величини x_A , y_A та φ будуть змінюватись. Для визначення закону плоского руху, тобто для визначення положення тіла в просторі в будь-який момент часу треба знати залежності x_A , y_A та φ від часу t .

Закон плоскопаралельного руху:

$$x_A = f_1(t), \quad y_A = f_2(t), \quad \varphi = f_3(t). \quad (1)$$

Рівняння $x_A = f_1(t)$ та $y_A = f_2(t)$ є рівняннями **поступального руху полюса A** , а рівняння $\varphi = f_3(t)$ описує закон **обертального руху** плоскої фігури навколо полюса.

Плоскопаралельний рух твердого тіла складається з поступального, при якому всі точки тіла рухаються як полюс, та обертального руху навколо полюса. (Обертальний рух тіла створюється навколо осі, що перпендикулярна до базової площини та проходить через полюс A , для скорочення рух вважають обертанням навколо полюса A .)

Обертальна частина руху не залежить від обрання полюса, а поступальна залежить.

Основні кінематичні характеристики плоского руху тіла:

- швидкість \overline{V}_A та прискорення \overline{a}_A поступального руху полюса;
- кутова швидкість ω та кутове прискорення ε обертального руху навколо полюса.

Траєкторія довільної точки М (рисунок 1) плоскої фігури визначається відстанню від точки М до полюса А та кутом обертання α навколо полюса:

$$x = x_A + AM \cdot \cos(\varphi + \alpha), \quad y = y_A + AM \cdot \sin(\varphi + \alpha), \quad (2)$$

де x_A , y_A та φ – відомі за рівняннями (1) функції часу.

Рівняння (2) одночасно визначають закон руху довільної точки М в площині Oxy і рівняння її траєкторії в параметричному вигляді. Звичне рівняння траєкторії можна отримати, виключивши з системи (2) час t .

2.2 Визначення швидкостей точок

Теорема про швидкості точок і її наслідки

Плоскопаралельний рух твердого тіла складається з поступального, при якому всі точки тіла рухаються зі швидкістю полюса \overline{V}_A , та обертального руху навколо цього полюса. Швидкість будь-якої точки М тіла складається геометрично зі швидкостей, які вона отримує в кожному з цих рухів.

Теорема про швидкості точок

Швидкість будь-якої точки М тіла дорівнює геометричній сумі швидкості точки А, прийнятої за полюс, і швидкості точки М в її обертанні разом з тілом навколо цього полюса А.

$$\overline{V}_M = \overline{V}_A + \overline{V}_{MA}. \quad (3)$$

Швидкість точки М в її обертанні навколо полюса А дорівнює

$$V_{MA} = \omega \cdot MA, \quad (4)$$

де ω – кутова швидкість обертального руху тіла навколо полюса.

Вектор $\overline{V_{MA}}$ спрямований по дотичній до кола радіуса МА, за яким обертається точка М навколо полюса А, тобто $\overline{V_{MA}} \perp MA$ в напрямку обертання (за ω) (рисунок 2).

Швидкість точки М ($\overline{V_M}$) визначається діагоналлю паралелограма, побудованого при точці М на швидкості полюса А, перенесеної в точку М, і швидкості точки М при обертанні навколо полюса А (рисунок 2).

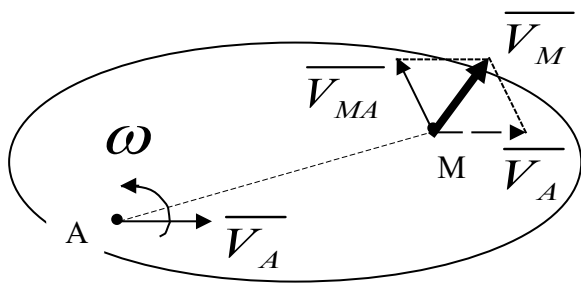


Рисунок 2

Точка А – полюс;
 $\overline{V_A}$ – швидкість
 поступального руху
 полюса;
 ω – кутова швидкість тіла,
 $V_{MA} = \omega \cdot MA$, $\overline{V_{MA}} \perp MA$,
 $\overline{V_M} = \overline{V_A} + \overline{V_{MA}}$.

Наслідок 1. Проекції швидкостей точок плоскої фігури (твердого тіла) на вісь, що проходить через ці точки, однакові (рисунок 3).

Якщо в даний момент часу відома швидкість $\overline{V_A}$ точки А плоскої фігури, напрямок її обертання та модуль кутової швидкості фігури ω (рисунок 3), швидкість точки В визначається як $\overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}}$, де швидкість обертання В навколо А дорівнює $V_{BA} = \omega \cdot BA$ і спрямовується $\overline{V_{BA}} \perp BA$ (рисунок 3). Проекція швидкості $\overline{V_{BA}}$ на ось Ox : $V_{BAx} = 0$, тому що $\overline{V_{BA}} \perp Ox$. Тоді проекція швидкості точки В знайдена як $V_{Bx} = V_{Ax} + V_{BAx}$, тобто проекції швидкостей однакові.

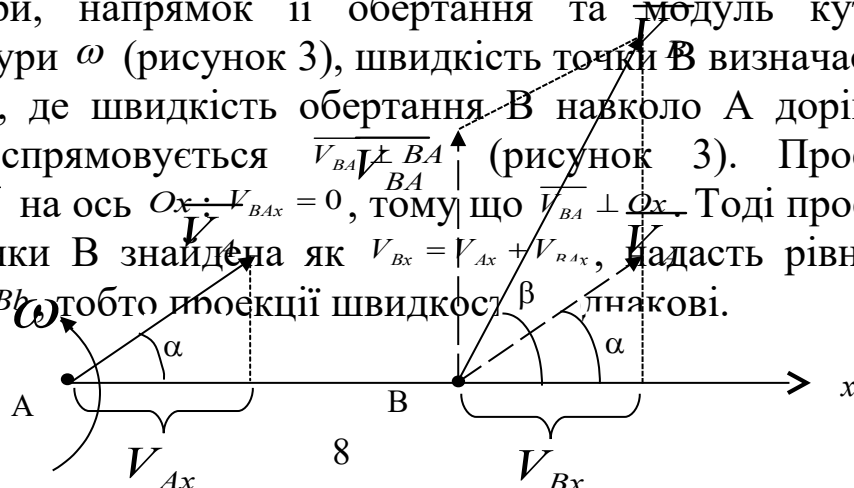


Рисунок 3

Наслідок 2. Кінці швидкостей точок незмінного відрізка лежать на одній прямій та розділяють цю пряму на частини, пропорційні відстаням між відповідними точками відрізка (рисунок 4).

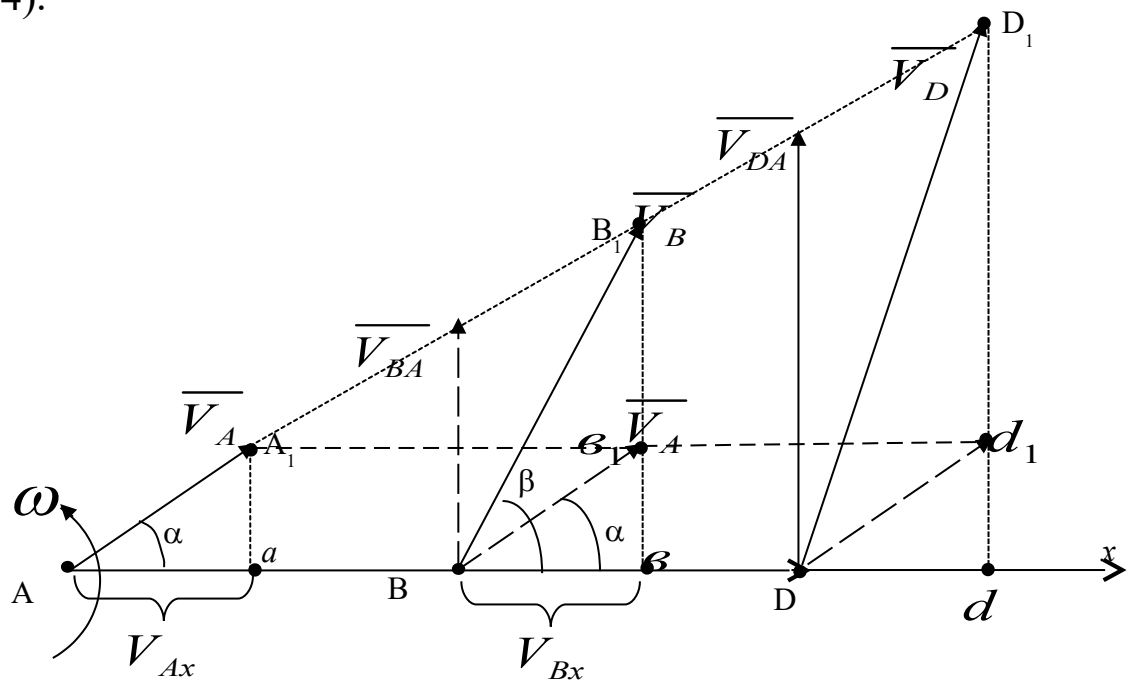


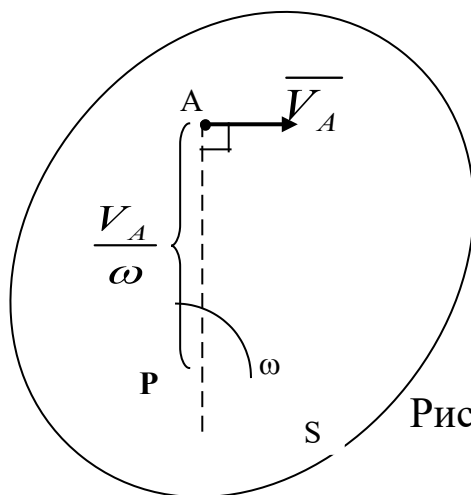
Рисунок 4

Розглядаючи рисунок 4, можна встановити, що $v_{B_1} = V_{AB} = AB \cdot \omega$, $d_1 D_1 = V_{AD} = AD \cdot \omega$, звідки $\frac{d_1 D_1}{v_{B_1} B_1} = \frac{AD}{AB}$. Враховуючи, що $A_1 d_1 = AD$ і $A_1 v_{B_1} = AB$ як протилежні сторони паралелограмів, $\frac{d_1 D_1}{v_{B_1} B_1} = \frac{A_1 d_1}{A_1 v_{B_1}}$. Ці співвідношення показують, що $A_1 B_1 D_1$ – відрізок прямої. Із подібності трикутників $A_1 v_{B_1} B_1$ та $A_1 d_1 D_1$ видно, що

$\frac{A_1 D_1}{A_1 B_1} = \frac{A_1 d_1}{A_1 b_1}$ або $\frac{A_1 D_1}{A_1 B_1} = \frac{AD}{AB}$ та $\frac{A_1 D_1}{D_1 B_1} = \frac{AD}{AB}$, тобто відстані між кінцями швидкостей пропорційні відстаням між відповідними точками.

2.3 Миттєвий центр швидкостей (МЦШ)

Миттєвий центр швидкостей (МЦШ – точка Р) – геометрична точка плоскої фігури, швидкість якої в даний момент часу дорівнює нулю: $\overline{V_P} = 0$.



МЦШ (Р) плоскої фігури (S) знаходиться на перпендикулярі до напрямку швидкості полюса $\overline{V_A}$ на відстані, що дорівнює $\frac{V_A}{\omega}$ (рисунок 5).

Рисунок 5

Якщо **МЦШ** розглядається в якості полюса, тоді за теоремою у виразі $\overline{V_A} = \overline{V_P} + \overline{V_{AP}} = \overline{V_{AP}}$, враховуючи, що $\overline{V_P} = 0$. Таким чином, швидкість довільної точки тіла, що належить плоскій фігурі, дорівнює швидкості її обертання навколо миттєвого центра швидкостей:

$$\overline{V_A} = \overline{V_{AP}}, \quad \overline{V_B} = \overline{V_{BP}}, \quad \overline{V_C} = \overline{V_{CP}}. \quad (5)$$

Швидкість будь-якої точки плоскої фігури (тіла) у кожний момент часу має модуль, що дорівнює добутку кутової швидкості фігури на довжину відрізка від точки до **МЦШ** і спрямована (рисунок 6) перпендикулярно до цього відрізка в напрямку обертання фігури:

$$\begin{aligned} V_A &= \omega \cdot AP & \overline{V_A} &\perp AP, \\ V_B &= \omega \cdot BP & \overline{V_B} &\perp BP, \\ V_C &= \omega \cdot CP & \overline{V_C} &\perp CP. \end{aligned} \quad (6)$$

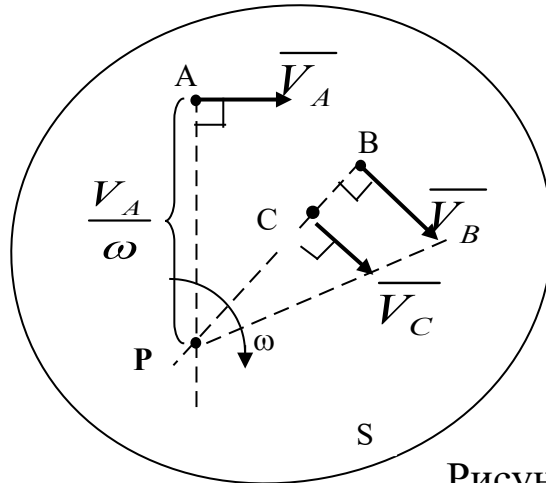


Рисунок 6

Модулі швидкостей точок плоскої фігури (тіла) у кожний момент часу пропорційні відстаням від цих точок до миттєвого центра швидкостей:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP}, \quad \frac{V_A}{V_C} = \frac{AP}{CP}, \quad \frac{V_B}{V_C} = \frac{BP}{CP},$$

$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_C}{CP}. \quad (7)$$

Випадки визначення положення миттєвого центра швидкостей

1 Якщо відома швидкість однієї точки тіла $\overline{V_A}$ за величиною та напрямком і кутова швидкість обертання тіла ω , МЦШ (P) знаходиться на перпендикулярі до $\overline{V_A}$ (рисунок 7) на відстані $AP = \frac{V_A}{\omega}$.

Швидкість точки B при цьому визначається як $V_B = \omega \cdot BP$ ($\overline{V_B} \perp BP$) та спрямовується в напрямку обертання тіла (за ω).

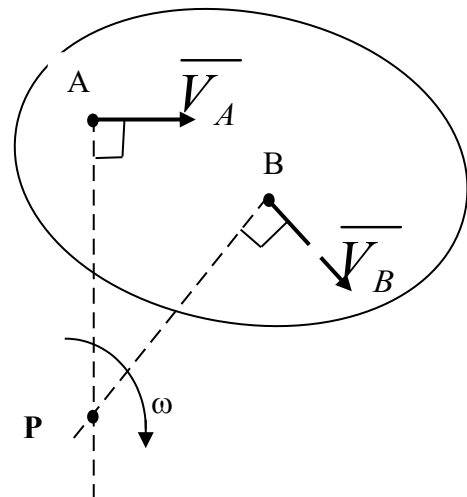


Рисунок 7

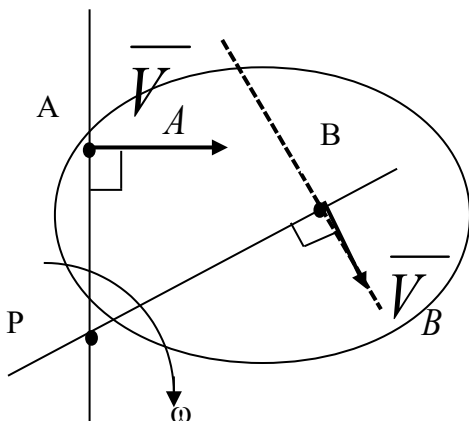


Рисунок 8

2 Якщо відома швидкість одної точки тіла \vec{V}_A за величиною та напрямком і швидкість \vec{V}_B другої точки В тільки за напрямком, МЦШ (Р) знаходиться в точці перетину перпендикулярів до векторів \vec{V}_A і \vec{V}_B , а кутова швидкість $\omega = \frac{V_A}{AP}$.

Напрямок обертання визначається з вектором відомої швидкості \vec{V}_A . Модуль швидкості точки В дорівнює $V_B = \omega \cdot BP$ (рисунок 8).

3 Якщо відомі швидкості двох точок тіла \vec{V}_A та \vec{V}_B за величиною та напрямком, $\vec{V}_A \parallel \vec{V}_B$, $AB \perp \vec{V}_A$, \vec{V}_B ;

а) \vec{V}_A та \vec{V}_B різні за модулем ($V_A \neq V_B$) та співпадають за напрямком (рисунок 9).

Миттєвий центр швидкостей знаходиться на лінії АВ за точкою з меншою швидкістю.

Кутова швидкість $\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}$.

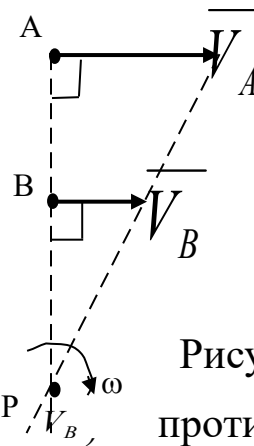


Рисунок 9

б) \vec{V}_A та \vec{V}_B різні за модулем ($V_A \neq V_B$) та протилежні за напрямком (рисунок 10).

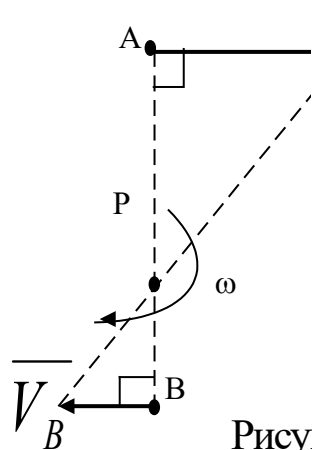


Рисунок 10

Миттєвий центр швидкостей знаходиться на лінії АВ між точками ближче до точки з меншою швидкістю.

Кутова швидкість $\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}$.

2.4 Визначення прискорень

Теорема про прискорення точок

Прискорення довільної точки М тіла дорівнює геометричній сумі прискорення будь-якої іншої точки А, обраної в якості полюса, і прискорення цієї точки М в її обертанні разом з тілом навколо полюса:

$$\overline{a_M} = \overline{a_A} + \overline{a_{MA}}. \quad (8)$$

Прискорення точки М в обертальному русі разом з тілом навколо полюса А складається з дотичного $\overline{a_{MA}^{\tau}}$ та нормального $\overline{a_{MA}^n}$, тобто

$$\overline{a_{MA}} = \overline{a_{MA}^{\tau}} + \overline{a_{MA}^n}. \quad (9)$$

Дотичне прискорення точки М в обертанні навколо полюса А дорівнює

$$a_{MA}^{\tau} = \varepsilon \cdot MA. \quad (10)$$

Вектор $\overline{a_{MA}^{\tau}}$ спрямований перпендикулярно до відстані від точки М до полюса А ($\overline{a_{MA}^{\tau}} \perp MA$) за напрямком кутового прискорення ε . При прискореному обертанні дотичне прискорення $\overline{a_{MA}^{\tau}}$ спрямоване відносно полюса в бік обертання плоскої фігури, при сповільненому обертанні – протилежно, тобто напрямок $\overline{a_{MA}^{\tau}}$ відносно полюса завжди відповідає напрямку кутового прискорення ε (рисунок 14).

Нормальне прискорення точки М в обертанні навколо полюса А дорівнює

$$a_{MA}^n = \omega^2 \cdot MA. \quad (11)$$

Вектор $\overline{a_{MA}^n}$ спрямований з точки М до полюса А ($M \rightarrow A$) (рисунок 14).

Модуль прискорення точки М в обертанні разом з тілом навколо полюса А дорівнює

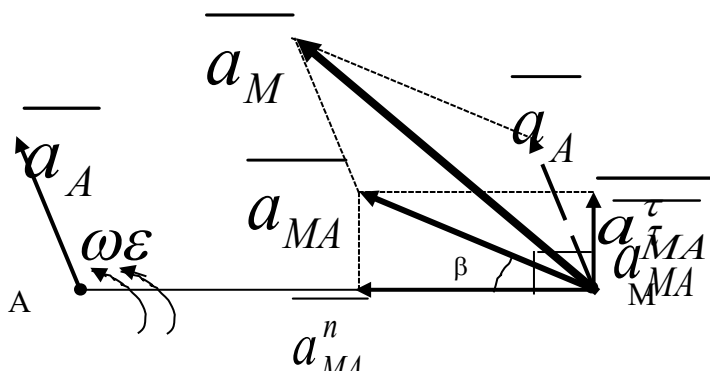
$$a_{MA} = \sqrt{(a_{MA}^{\tau})^2 + (a_{MA}^n)^2} = MA \cdot \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (12)$$

Напрямок вектора $\overline{a_{MA}}$ знаходиться побудовою діагоналі прямокутника, складеного векторами $\overline{a_{MA}^{\tau}}$ та $\overline{a_{MA}^n}$ (рисунок 14).

Таким чином, поєднуючи теорему (7) та рівняння (8), отримуємо прискорення точки М:

$$\overline{a_M} = \overline{a_A} + \overline{a_{MA}^{\tau}} + \overline{a_{MA}^n}. \quad (13)$$

Прискорення точки М $\overline{a_M}$ визначається як діагональ паралелограма прискорень, сторонами якого є прискорення полюса $\overline{a_A}$ та прискорення точки М $\overline{a_{MA}}$ в її обертанні разом з тілом навколо полюса А (рисунок 14).



$$\overline{a_M} = \overline{a_A} + \overline{a_{MA}},$$

$$\overline{a_{MA}} = \overline{a_{MA}^{\tau}} + \overline{a_{MA}^n},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a_{MA}^{\tau}}{a_{MA}^n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}.$$

Рисунок 14
3838

3 ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТЕЙ І ПРИСКОРЕНЬ ТОЧОК ТВЕРДОГО ТІЛА ПРИ ПЛОСКОМУ РУСІ

3.1 Умови завдання

Знайти для даного положення механізму швидкості та прискорення точок В та С, а також кутову швидкість і кутове прискорення ланки, якій ці точки належать.

Схеми механізмів надані на рисунках 15, 16, 17, дані для розрахунку – у таблиці 1.

Таблиця 1

Варіант	Розмір, см				$\omega_{OA},$ c^{-1}	$\omega_I,$ c^{-1}	$\varepsilon_{OA},$ c^{-2}	$v_A,$ см/с	$a_A,$ см/с ²
	OA	r	AB	AC					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	40	15	-	8	2	-	2	-	-
2	30	15	-	8	3	-	2	-	-
3	-	50	-	-	-	-	-	50	100
4	35	-	-	45	4	-	8	-	-
5	25	-	-	20	1	-	1	-	-
6	40	15	-	6	1	1	0	-	-
7	35	-	75	60	5	-	10	-	-
8	-	-	20	10	-	-	-	40	20
9	-	-	45	30	-	-	-	20	10
10	25	-	80	20	1	-	2	-	-
11	-	-	30	15	-	-	-	10	0
12	-	-	30	20	-	-	-	20	20

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	25	-	55	40	2	-	4	-	-
14	45	15	-	8	3	12	0	-	-
15	40	15	-	8	1	-	1	-	-
16	55	20	-	-	2	-	5	-	-
17	-	30	-	10	-	-	-	80	50
18	10	-	10	5	2	-	6	-	-
19	20	15	-	10	1	2,5	0	-	-
20	-	-	20	6	-	-	-	10	15
21	30	-	60	15	3	-	8	-	-
22	35	-	60	40	4	-	10	-	-
23	-	-	60	20	-	-	-	5	10
24	25	-	35	15	2	-	3	-	-
25	20	-	70	20	1	-	2	-	-
26	20	15	-	10	2	1,2	0	-	-
27	-	15	-	5	-	-	-	60	30

28	20	-	50	25	1	-	1	-	-
29	12	-	35	15	4	-	6	-	-
30	40	-	-	20	5	-	10	-	-

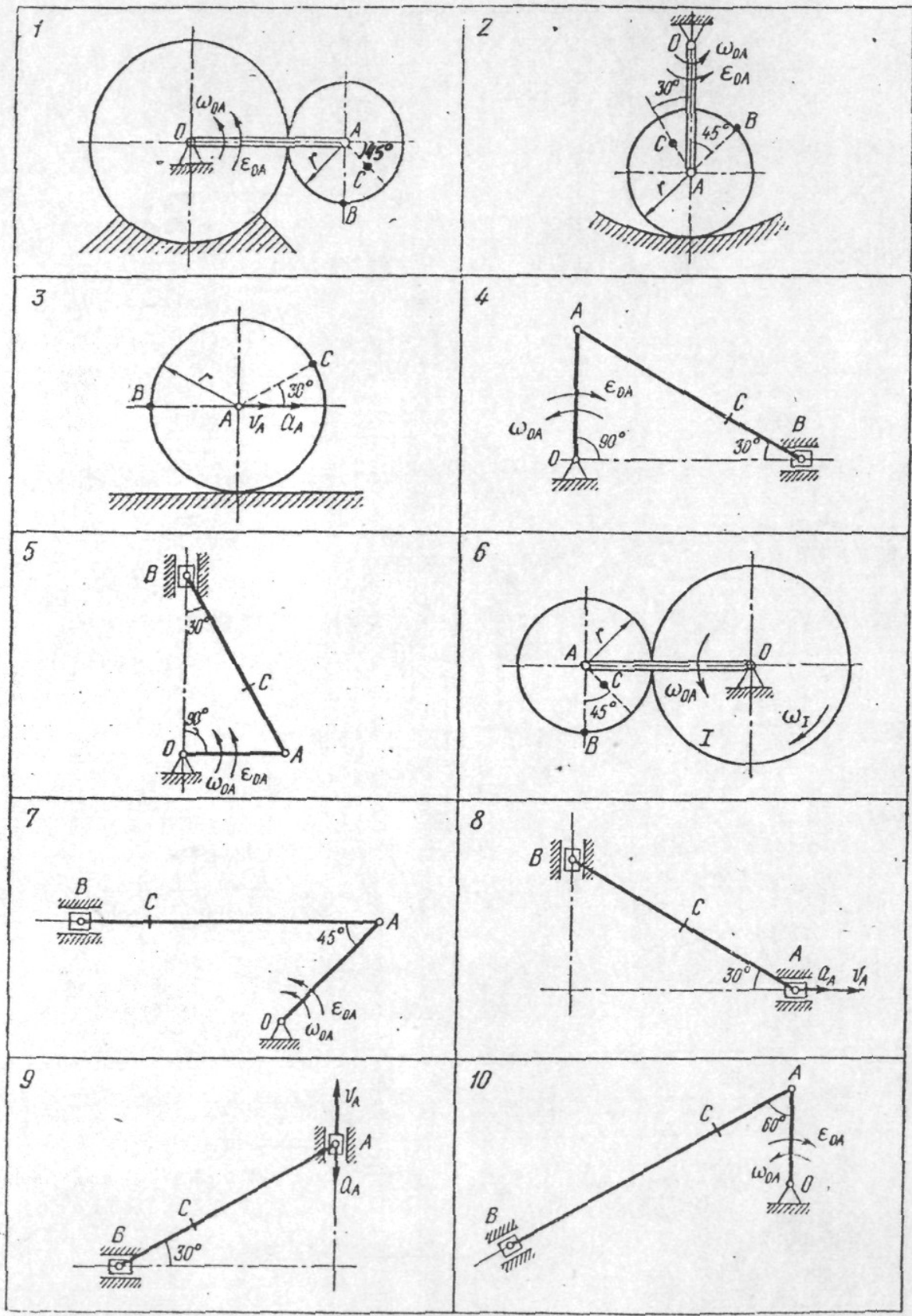


Рисунок 15

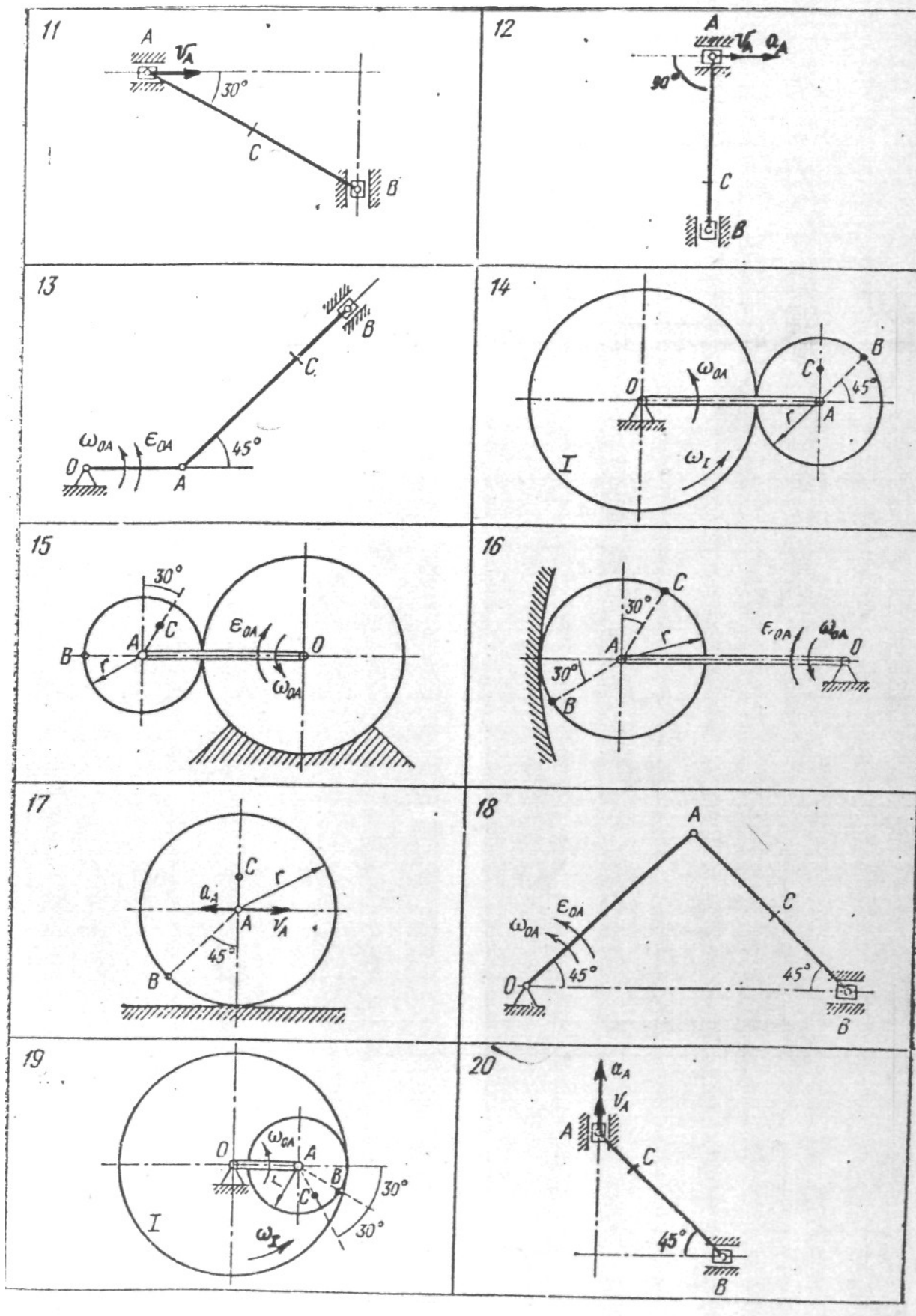


Рисунок 16

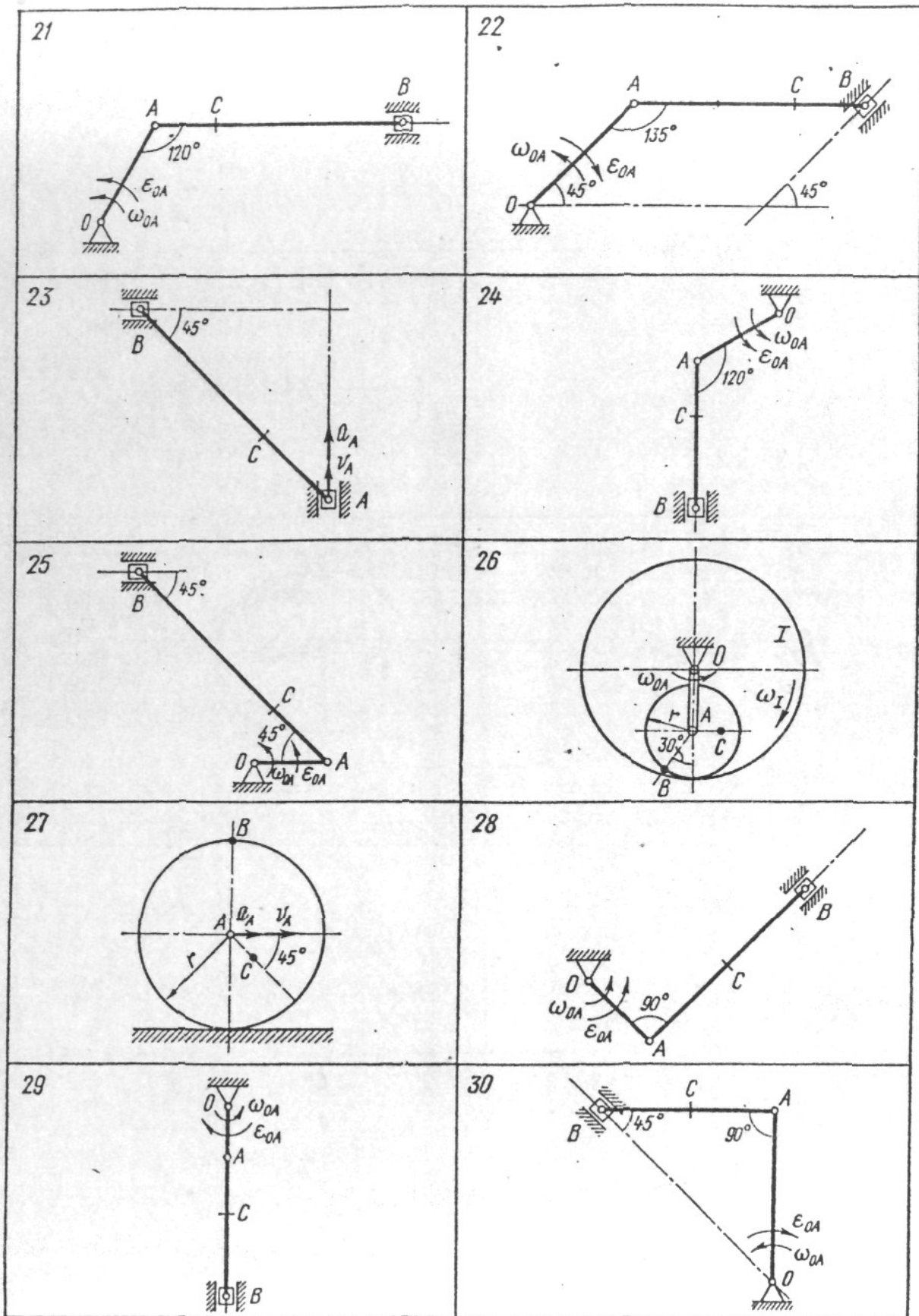


Рисунок 17

3.2 Рекомендації та приклад виконання

Дано:

$OA = 10 \text{ см}$, $AB = 60 \text{ см}$, $AC = 20 \text{ см}$, $\omega_{OA} = 1.5 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_{OA} = 2 \text{ с}^{-2}$.

Схема механізму надана на рисунку 18.

Визначити: \vec{V}_B , \vec{V}_C , \vec{a}_B , \vec{a}_C , ω_{AB} , ε_{AB} .

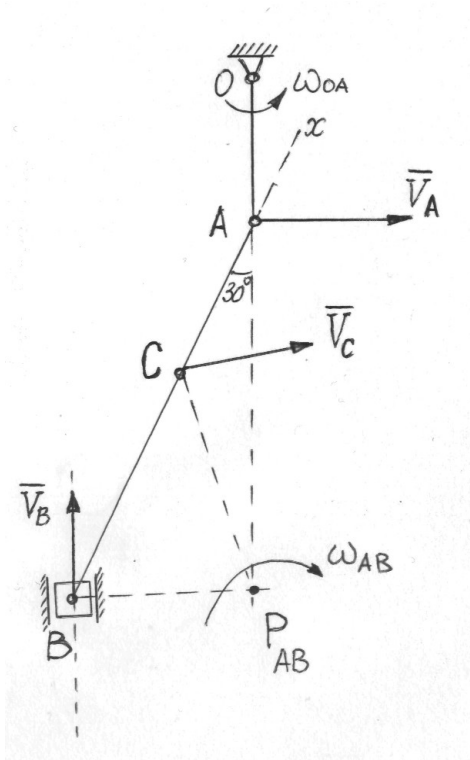


Рисунок 18

Розв'язання
1 *Визначення швидкостей точок*
(рисунок 18).

Швидкість точки А перпендикулярна до кривошипа ОА:

$$\vec{V}_A \perp OA, \quad V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1.5 \cdot 10 = 15 \text{ см/с.}$$

Швидкість повзуна В спрямована вертикально. Миттєвий центр швидкостей P_{AB} шатуна АВ знаходиться в точці перетину перпендикулярів, проведених з точок А і В до їх швидкостей.

Кутова швидкість ланки АВ

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP_{AB}} = \frac{15}{60 \cdot \cos 30^\circ} = 0.29 \text{ с}^{-1}.$$

Швидкості точок В і С:

$$\begin{aligned} \vec{V}_B \perp BP_{AB}, & \quad \vec{V}_C \perp CP_{AB}, \\ V_B = \omega_{AB} \cdot BP_{AB}, & \quad V_C = \omega_{AB} \cdot CP_{AB}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BP_{AB} &= AB \cdot \sin 30^\circ = 60 \cdot 0.5 = 30 \text{ см}, \\ CP_{AB} &= \sqrt{BC^2 + BP_{AB}^2 - 2BC \cdot BP_{AB} \cdot \cos 60^\circ} = 36.1 \text{ см}. \end{aligned}$$

Відповідно

$$V_B = 0.29 \cdot 30 = 8.7 \text{ см/с}, \quad V_C = 0.29 \cdot 36.1 = 10.5 \text{ см/с.}$$

Вектор швидкості \vec{V}_C спрямований у бік обертання ланки АВ.

2 Визначення прискорень точок (рисунок 19).

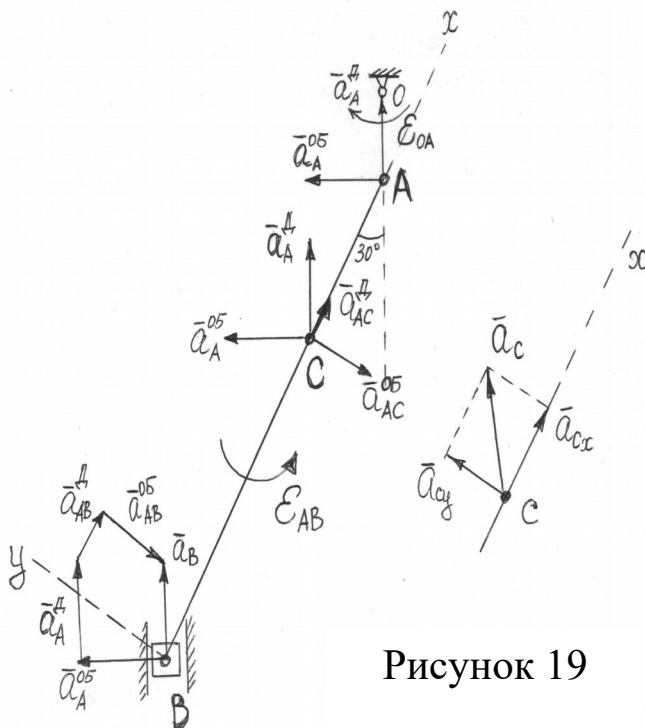


Рисунок 19

Прискорення точки А складається з обертального $\overline{a_A^{OB}}$ та доцентрового $\overline{a_A^{OA}}$ прискорень:

$$\begin{aligned} \overline{a_A} &= \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^{OA}}, \\ a_A^{OB} &= \varepsilon_{OA} \cdot OA = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см/с}^{-2}, \\ a_A^{OA} &= \omega_{OA}^2 \cdot OA = 1,5^2 \cdot 10 = 22,5 \text{ см/с}^{-2}. \end{aligned}$$

Вектор $\overline{a_A^{OA}}$ спрямований від А до О, а $\overline{a_A^{OB}} \perp \overline{a_A^{OA}}$ відносно напрямку кутового прискорення ε_{OA} .

За теоремою про прискорення точок плоскої фігури

$$\overline{a_B} = \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^{OA}} + \overline{a_{AB}^{OB}} + \overline{a_{AB}^{OA}}.$$

Доцентрове прискорення точки В в обертальному русі шатуна АВ навколо полюса А: $a_{AB}^{OA} = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \frac{1}{12} \cdot 60 = 5 \text{ см/с}^{-2}$, вектор $\overline{a_{AB}^{OA}}$ спрямований від В до А, а $\overline{a_{AB}^{OB}} \perp \overline{a_{AB}^{OA}}$.

Векторний багатокутник прискорень (рисунок 19) дає можливість скласти рівняння проєкцій векторного рівняння на осі x та y:

$$\begin{aligned} a_B \cdot \cos 30^\circ &= -a_A^{OB} \cdot \cos 60^\circ + a_A^{OA} \cdot \cos 30^\circ + a_{AB}^{OA}, \\ a_B \cdot \cos 60^\circ &= a_A^{OB} \cdot \cos 30^\circ + a_A^{OA} \cdot \cos 60^\circ - a_{AB}^{OB}. \end{aligned}$$

Тоді

$$a_B = \frac{-a_A^{OB} \cdot \cos 60^\circ + a_A^{OA} \cdot \cos 30^\circ + a_{AB}^{OA}}{\cos 30^\circ} = \frac{-20 \cdot 0,5 + 22,5 \cdot 0,866 + 5}{0,866} = 16,7 \text{ см/с}^{-2}.$$

Для визначення прискорення точки С необхідне кутове прискорення шатуна АВ:

$$a_{AB}^{OB} = -a_B \cdot \cos 60^0 + a_A^{OB} \cdot \cos 30^0 + a_A^D \cdot \cos 60^0 = -16,7 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 + 22,5 \cdot 0,5 = 20,2 \text{ см/с}^{-2}.$$

$a_{AB}^{OB} = \varepsilon_{AB} \cdot AB$, звідси $\varepsilon_{AB} = \frac{a_{AB}^{OB}}{AB} = \frac{20,2}{60} = 0,34 \text{ с}^{-2}$. Напрямок $\overline{a_{AB}^{OB}}$ відносно полюса А визначає напрямок кутового прискорення ε_{AB} . У даному випадку цей напрямок протилежний ω_{AB} .

Прискорення точки С:

$$\overline{a_C} = \overline{a_A^{OB}} + \overline{a_A^D} + \overline{a_{AC}^{OB}} + \overline{a_{AC}^D}.$$

Обертальне та доцентрове прискорення точки С в обертальному русі шатуна АВ навколо полюса А:

$$a_{AC}^{OB} = \varepsilon_{AB} \cdot AC = 0,34 \cdot 20 = 6,8 \text{ см/с}^{-2},$$

$$a_{AC}^D = \omega_{AB}^2 \cdot AC = \frac{1}{12} \cdot 20 = 1,7 \text{ см/с}^{-2}.$$

Вектор $\overline{a_{AC}^{OB}}$ спрямований відносно кутового прискорення ε_{AB} та $\overline{a_{AC}^{OB}} \perp \overline{a_{AC}^D}$.

Прискорення точки С знаходиться методом проєкцій:

$$a_{CX} = a_{AC}^D + a_A^D \cdot \cos 30^0 - a_A^{OB} \cdot \cos 60^0 = 1,7 + 22,5 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5 = 11,2 \text{ см/с}^{-2},$$

$$a_{CY} = a_A^D \cdot \cos 60^0 + a_A^{OB} \cdot \cos 30^0 - a_{AC}^{OB} = 22,5 \cdot 0,5 + 20 \cdot 0,866 - 6,8 = 21,8 \text{ см/с}^{-2}.$$

$$a_C = \sqrt{a_{CX}^2 + a_{CY}^2} = \sqrt{11,2^2 + 21,8^2} = 24,5 \text{ см/с}^{-2}.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1 Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М., 1986.

2 Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – М., 1984. – Ч. 1, 2.

3 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике /Под ред. А.А. Яблонского. – М., 1985.

4 Аксьонова Н.А. Робочий конспект лекцій з дисципліни "Теоретична механіка". – Харків: УкрДАЗТ, 2005.

