

МЕХАНІЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра механіки і проектування машин

В.І. Мороз, О.В. Братченко, О.А. Логвіненко

**ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ І САПР:
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ
ПРОЕКТУВАННІ І КОНСТРУЮВАННІ
ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ**

Конспект лекцій

Харків - 2014

Мороз В.І., Братченко О.В., Логвіненко О.А. Основи конструювання і САПР: математичне моделювання при проектуванні і конструюванні технічних засобів: Конспект лекцій. – Харків: УкрДАЗТ, 2014. – 49 с.

У конспекті лекцій наведено основні вимоги до математичних моделей механічних систем технічних засобів і сучасні підходи до їхнього розроблення. Містяться матеріали, пов'язані з математичним моделюванням на різних етапах проектування і конструювання сучасних технічних засобів, які розглянуто на прикладах конструювання механізмів газорозподілу дизелів, моделювання вібраційних характеристик транспортних технічних засобів і конструювання систем їхнього віброзахисту. Наведено методику отримання узагальнених математичних моделей з використанням методів математичного планування експерименту.

Призначено для студентів спеціальності 7.05060101 “Теплоенергетика” денної і заочної форм навчання.

Іл. 16, табл. 2, бібліогр.: 4 назв.

Конспект лекцій розглянуто і рекомендовано до друку на засіданні кафедри механіки і проектування машин 26 грудня 2012 р., протокол № 7.

Рецензент

доц. В.В. Захарченко

В.І. Мороз, О.В. Братченко, О.А. Логвіненко

ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ І САПР:
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ
ПРОЕКТУВАННІ І КОНСТРУЮВАННІ
ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ

Конспект лекцій

Відповідальний за випуск Мороз В.І.

Редактор Ібрагімова Н.В.

Підписано до друку 17.06.13 р.

Формат паперу 60x84 1/16. Папір писальний.

Умовн.-друк.арк. 2,5. Тираж 50. Замовлення №

Видавець та виготовлювач Українська державна академія залізничного транспорту,
61050, Харків-50, майдан Фейербаха, 7.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 2874 від 12.06.2007 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
..	4
Перелік основних позначень і скорочень.....	5
1 Основні вимоги до математичних моделей технічних засобів.....	6
.....	6
2 Сучасні підходи до розроблення математичних моделей механічних систем технічних засобів.....	14
3 Математичне моделювання при конструюванні механізмів газорозподілу комбінованих двигунів внутрішнього згоряння.....	25
.....	25
4 Математичне моделювання вібраційних характеристик транспортних технічних засобів.....	32
.....	32
5 Розроблення узагальнених математичних моделей з використанням методів математичного планування експерименту.....	41
..	41
Список літератури.....	49
.....	49

Вступ

Однією з найважливіших завдань, що вирішуються вищою школою, є задоволення зростаючого попиту на висококваліфікованих фахівців для залізничного транспорту України, у тому числі з теплоенергетики та енергозбереження.

Відмінною рисою вирішення такого завдання є необхідність забезпечення багатопланової освіти, що включає не тільки фундаментальну, загальноінженерну та спеціальну підготовку, але й обґрунтовану методологічну підготовку зі створення сучасних теплотехнічних систем, відповідних технічних засобів (ТЗ) з високими техніко-економічними показниками.

Одним із базових елементів такої підготовки студентів в Українській державній академії залізничного транспорту є вивчення дисципліни "Основи конструювання і системи автоматизованого проектування" (ОК і САПР), спрямованої на формування у майбутніх фахівців знань і уявлень про сучасні методологію та методи економічно спрямованого оптимізаційного проектування типових (за фахом) ТЗ, про загальні підходи до розроблення і використання в проектно-конструкторських задачах математичних моделей об'єктів, про принципи, методи і засоби конструювання ТЗ з урахуванням особливостей їх виробництва.

Певні труднощі у вивченні зазначеної дисципліни пов'язані з відсутністю в даний час відповідних підручників, а розгляд окремих тем у численних підручниках з теорії механізмів і машин, деталей машин, основ конструювання, основ моделювання, систем автоматизованого проектування, як правило, орієнтовано на поглиблену підготовку фахівців машинобудівного профілю за спеціальними напрямками.

Даний конспект лекцій підготовлено з метою усунення зазначених труднощів. Він містить необхідні матеріали з передбачених нормативною програмою тем і є базовим для вивчення дисципліни ОК і САПР.

Перелік основних позначень і скорочень

ДМ – динамічна модель

ДМД – допоміжні механізми двигуна

ДСМ – динамічна структура механізмів

ЕОМ – електронно-обчислювальна машина

КДВЗ – комбінований двигун внутрішнього згорання

КМГР – кулачковий механізм газорозподілу

КШМ – кривошипно-шатунний механізм

ММ – математична модель

МПЕ – математичне планування експерименту

“ОК і САПР” – “Основи конструювання і САПР”

ПНВТ – паливний насос високого тиску

ТЗ – технічний засіб

УММ – узагальнена математична модель

1 Основні вимоги до математичних моделей технічних засобів

При розв'язанні проектно-конструкторських задач зі створення нових технічних засобів на основі сучасної методології проектування особлива роль приділяється **математичному моделюванню**, яке поєднує процеси створення і дослідження на електронних обчислювальних машинах (ЕОМ) математичних моделей з метою одержання необхідних відомостей про ТЗ (*характеристики його функціонування, протікання робочих і динамічних процесів, очікуваних техніко-економічних показників та ін.*). **Математичні моделі (ММ)** подаються у вигляді сукупності математичних об'єктів (*чисел, символів, множин*) і зв'язків між ними і відображають найважливіші властивості ТЗ, що проектуються.

Використання математичного моделювання при проектуванні ТЗ передбачає наявність відповідного **математичного забезпечення**, що включає математичні моделі об'єктів, а також методи й алгоритми виконання проектних процедур. При його розробленні необхідно урахувати вимоги до математичних моделей, які використовуються при проектуванні, їхні класифікаційні ознаки, загальні підходи до їх побудови і дослідження, методичні особливості математичного моделювання при розв'язанні найважливіших технічних і техніко-економічних оптимізаційних задач.

Математичні моделі, які розробляються і використовуються при проектуванні ТЗ, повинні відповідати багатьом вимогам, основними з яких є **універсальність, точність, адекватність і економічність**.

Універсальність ММ характеризує повноту відображення в моделі властивостей реального ТЗ. Виконання цієї вимоги тісно пов'язане з метою математичного моделювання на конкретних етапах проектування (*необхідністю моделювання відповідних властивостей об'єкта*). Наприклад, необхідний рівень універсальності ММ, застосованих при функціональному проектуванні ТЗ, буде визначатися потребами описання моделлю робочих процесів (*фізичних, інформаційних та ін.*), що протікають в об'єкті. Відповідно до задач структурного проектування (*конструювання*) ММ характеризуються більш високим рівнем універсальності, тому що повинні забезпечувати моделювання не тільки робочих процесів в основних елементах ТЗ, а й обумовлених конструкцією об'єкта динамічних характеристик, показників міцності, надійності та ін.

Прикладами універсальних ММ є комплексні математичні моделі комбінованих двигунів внутрішнього згоряння (КДВЗ), які містять математичні описання робочих і допоміжних процесів в усіх модулях конструкції (*циліндри, механізмах, колекторах, турбокомпресорі, паливній системі та ін.*) і забезпечують можливість проведення різноманітних досліджень з оптимізації їх конструкції на ЕОМ.

Точність ММ оцінюється ступенем збігу значень показників ТЗ, що моделюються, зі значеннями тих самих показників реального ТЗ. Найчастіше оцінюється за величиною відносної похибки ε_i моделювання, яка для кожного вихідного показника y_i може бути визначена за формулою

$$\varepsilon_i = (y_{im} - y_i) / y_i,$$

де y_{im}, y_i - відповідно отримане в результатах моделювання і справжнє значення розглянутого показника.

Якщо вихідні показники ТЗ характеризуються вектором $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$, то відносні похибки математичного моделювання усіх його складових визначають відповідну векторну оцінку точності ММ - $\varepsilon(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$. Її зведення до скалярної оцінки шляхом використання норми вектора ε дозволяє визначити максимальну похибку математичного моделювання

$$\varepsilon_M = \|\varepsilon\| = \max \varepsilon_j,$$

де $j \in [1:m]$.

Значення ε_M розглядається як характеристика точності ММ.

Адекватність ММ оцінюється здатністю ММ відображати досліджувані властивості ТЗ з похибкою не вище заданої (з заданою точністю).

У загальному плані ММ для проектування ТЗ забезпечує моделювання його вихідних показників $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$ залежно від зовнішніх (вхідних) параметрів – вектора $Q(q_1, q_2, \dots, q_i)$ і внутрішніх параметрів – вектора $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$. При цьому налагодження (доведення) ММ, як правило, здійснюється за умови мінімізації гранично припустимої похибки моделювання ε_M в деякій номінальній точці $Q_{ном}$ області зміни зовнішніх змінних, а при проектуванні об'єкта ММ використовується для різних значень вхідних параметрів Q . У зазначеній ситуації необхідно враховувати, що адекватність ММ буде забезпечуватися не по всій, а тільки по визначеній області зміни зовнішніх змінних – **області адекватності (ОА)** математичної моделі

$$OA = \{Q | \varepsilon_M \leq \delta\},$$

де $\delta > 0$ – задана константа.

Наприклад, ОА більшості математичних моделей робочого процесу транспортних КДВЗ обмежують режими номінальних і близьких до них потужностей. При моделюванні режимів малих навантажень і холостого ходу адекватність ММ не гарантується.

Економічність ММ характеризується витратами обчислювальних ресурсів (в основному машинного часу і пам'яті) при математичному моделюванні на відповідних етапах проектування. З урахуванням того, що витрати часу і пам'яті при моделюванні залежать не тільки від властивостей розробленої ММ, але і від особливостей застосовуваних ЕОМ (їхньої швидкодії, обсягів машинної пам'яті і пристроїв зовнішньої пам'яті), для оцінки економічності ММ використовують додаткові показники (наприклад середня кількість операцій,

виконаних при одному звертанні до ММ; розмірність використовуваної в ММ системи рівнянь; кількість внутрішніх параметрів ММ та ін.).

Слід зазначити, що умови досягнення високих рівнів універсальності, точності, адекватності ММ і її економічності суперечливі з точки зору одночасного забезпечення. Тому найкраще компромісне задоволення цих вимог у практиці автоматизованого проектування досягається шляхом розроблення і використання не однієї, а багатьох ММ, які забезпечують потреби в математичному моделюванні на різних етапах конструювання ТЗ. При цьому такі ММ можуть бути угрупованні за такими **класифікаційними ознаками**: характер властивостей об'єкта моделювання, що відображаються; належність до певного ієрархічного рівня описання; ступінь деталізації описання усередині одного ієрархічного рівня; спосіб представлення властивостей об'єкта; спосіб одержання (*побудови*) ММ.

Залежно від характеру властивостей об'єкта проектування, що відображаються, ММ поділяються на функціональні і структурні.

Функціональні ММ орієнтовані на застосування при функціональному проектуванні ТЗ, забезпечують моделювання фізичних, інформаційних та інших процесів, що протікають у ТЗ при його функціонуванні. Побудова таких моделей заснована на використанні систем рівнянь, що зв'язують фазові змінні, зовнішні, внутрішні і вихідні параметри об'єкта проектування. При цьому виділення різних аспектів в описі ТЗ обумовлює і різновиди ММ – теплові, механічні (*динамічні*), гідравлічні, електричні та ін. (*наприклад, механічна ММ – динамічна модель для дослідження законів руху КДВЗ; тепла – модель робочого процесу КДВЗ, газотурбінних двигунів та ін.*).

Структурні ММ орієнтовані на використання при структурному проектуванні ТЗ, їхньому конструюванні. Залежно від призначення поділяються на ***топологічні і геометричні ММ***.

Топологічні ММ відображають наявність і взаємозв'язки складових елементів ТЗ. Використовуються при розв'язанні важливих проектно-конструкторських задач: з пророблення компонування ТЗ (*раціонального розміщення його основних агрегатів і елементів конструкції*); розміщення обладнання на

заданих площях і в об'ємах; складання розкладів технологічних процесів та ін. Топологічні моделі можуть мати форму графів, таблиць (*матриць*), списків і т. п.

Геометричні ММ відображають геометричні властивості об'єктів, містять (*на додаток до відомостей про взаємне розташування елементів*) описи геометричних форм деталей і включають: системи рівнянь ліній і поверхонь, різні алгебраїчні співвідношення, що описують робочі і допоміжні поверхні деталей; опис у вигляді графів і списків типових елементів конструкцій, етапів розроблення й оформлення конструкторської документації.

Характерним для топологічних ММ є їхнє використання на вищих ієрархічних рівнях проектування ТЗ, а для геометричних ММ – на нижчих, більш деталізованих рівнях (*конструювання й оформлення конструкторської документації*).

У машинобудуванні для відображення геометричних властивостей деталей з порівняно нескладними поверхнями застосовують математичні моделі, подані в аналітичній або алгебологічній формі (*аналітичні, алгебологічні*). *Аналітичні ММ* – рівняння поверхонь або ліній. В *алгебологічних* моделях тіла описуються системами логічних виразів, які відображають умови належності точок внутрішнім областям тіл.

У зв'язку з тим, що для складних поверхонь аналітичні та алгебологічні моделі є громіздкими, а також їх складно отримувати та незручно використовувати, у машинобудуванні для відображення геометричних властивостей деталей зі складними поверхнями застосовують *каркасні та кінематичні* математичні моделі. *Каркасні ММ* являють собою каркаси – кінцеві множини елементів, наприклад точок або кривих, які належать поверхні, що моделюється. У *кінематичних ММ* поверхня представляється у параметричному вигляді $R(u, v)$, де $R = (x, y, z)$, а u та v – параметри. Таку поверхню можна отримати як результат переміщення у тримірному просторі кривої $R(u)$ (*твірної*) по деякій напрямній лінії.

За належністю до ієрархічного рівня розрізняють ММ на мікрорівні, макрорівні і метарівні.

Особливістю **ММ на мікрорівні** є опис процесів у ТЗ, що протікають у неперервному просторі і часі. Їхньою основою є

відповідні системи диференціальних рівнянь у часткових похідних, незалежними змінними в яких є просторові координати і час. Характеризуються високою складністю, обумовленою необхідністю опису процесів у суцільному середовищі з заданими крайовими умовами (*моделювання полів механічних напруг і деформацій деталей, температур і температурних напружень та ін.*).

Більшого поширення в розв'язанні проектно-конструкторських задач одержали **ММ на макрорівні**, засновані на використанні квазістатичних методів розрахунку і систем звичайних диференціальних рівнянь (*замість безупинного простору і часу – перехід до дискретних значень за функціональними ознаками*). Застосовуються при математичному моделюванні робочих, динамічних та інших процесів, що протікають у ТЗ (*у задачах, розв'язуваних на середніх і більш високих ієрархічних рівнях проектування*).

ММ на метарівні в основному розробляються для складних технічних систем, що поєднують об'єкти з різними принципами дії, орієнтовані на розв'язання задач управління такими системами (*наприклад, ММ локомотивного господарства, задачі автоматизування управління роботою локомотивів*).

Слід зазначити, що ММ на макро- і мікрорівнях можуть використовуватися як при структурному, так і при функціональному проектуванні ТЗ (*тобто належати до структурних чи функціональних ММ*).

За ступенем деталізації описання об'єкта проектування усередині одного ієрархічного рівня ММ підрозділяються на повні ММ і макромоделі (узагальнені ММ).

Повні ММ містять описання всіх елементів конструкції ТЗ і міжелементних зв'язків, найбільш повно відповідають вимогам універсальності, дозволяють проводити багатопланові дослідження. Відрізняються високою складністю і значними витратами на розроблення ММ і її використання.

Макромоделі – математичні моделі, у яких містяться описи тільки обмеженої кількості основних елементів і зв'язків (*укрупнений опис об'єкта, без розкриття внутрішніх процесів і особливостей конструкції*). Набули широкого застосування при проведенні початкового пошуку (*оцінки*) оптимального

проектного рішення, що потім підтверджується за допомогою повної ММ. Такий підхід дозволяє підвищити економічність математичного моделювання при проектуванні ТЗ.

За способом представлення властивостей об'єкта виділяють аналітичні, алгоритмічні та імітаційні ММ.

Основою **аналітичної ММ** є явні аналітичні вирази вигляду $Y = F(Q, X)$, які описують зміну вихідних показників ТЗ як функції вхідних і внутрішніх параметрів. Такі ММ найбільш повно задовольняють критерій економічності, однак можуть створюватися лише для обмеженого кола простих ТЗ (*наприклад, ММ синусних, косинусних, тангенсних механізмів для моделювання їхніх кінематичних характеристик – на основі наявних аналітичних залежностей для обчислення переміщень, швидкостей і прискорень виконавчих ланок*). Розроблення аналітичної моделі вузла ТЗ середньої складності вже пов'язано з необхідністю прийняття численних істотних припущень, обмежень, що обумовлює значне зниження точності і звуження області адекватності ММ.

Алгоритмічні ММ відображають зв'язок вихідних показників ТЗ із зовнішніми і внутрішніми параметрами у формі відповідних алгоритмів. Такі ММ одержали переважне використання при проектуванні ТЗ і проведенні науково-дослідних робіт у цілому.

Типова алгоритмічна ММ базується на системах рівнянь, у яких фігурує вектор фазових змінних. *Наприклад, така система має вигляд $LV(Z) = f(Z)$, де L – деякий оператор; Z – вектор незалежних змінних; $V(Z)$ – вектор фазових змінних; $f(Z)$ – задана функція незалежних змінних (вихідних показників).*

При цьому вектор $V(Z)$ характеризує фізичний або інформаційний стан об'єкта, а їх зміни у часі – перехідні процеси, що протікають в об'єкті. Така система рівнянь у ММ повинна доповнюватися алгоритмом обраного чисельного методу її розв'язання.

При проектуванні ТЗ широко застосовуються **імітаційні ММ** – алгоритмічні ММ, що описують поведінку досліджуваного об'єкта в часі при заданих зовнішніх впливах на нього (*імітують його роботу в заданих умовах*).

Важливою класифікаційною ознакою є спосіб одержання (розроблення, побудови) ММ. У загальному плані для одержання ММ використовуються **неформальні** або **формальні** методи.

Неформальні методи використовують на різних рівнях проектування для отримання ММ окремих елементів, модулів конструкції, ТЗ у цілому на основі вивчення закономірностей процесів і явищ, що в них відбуваються.

Формальні методи передбачають отримання загальної ММ на основі математичних описань, залежностей, моделей, що вже розроблені (*існують*).

Орієнтуючись на неформальні методи, **за способом одержання математичні моделі ТЗ** поділяються на **теоретичні** й **емпіричні ММ**.

Теоретичні ММ одержують на основі теоретичного дослідження внутрішньосистемних процесів і закономірностей, властивих розглянутому класу об'єктів ТЗ і явищ (*на теоретичній основі складається математичний опис всіх елементів ТЗ і зв'язків між ними*).

На відміну від теоретичних, **емпіричні ММ** одержують на основі вивчення (*спостереження*) зовнішніх проявів властивостей ТЗ за допомогою вимірювань вхідних параметрів Q і відповідних вихідних показників Y з наступною обробкою результатів і одержанням емпіричної моделі (*залежності*) вигляду $Y = f(Q)$. Такий підхід пов'язаний з використанням поняття "**чорної шухляди**", у якій не розкривається механізм внутрішньосистемних процесів, що протікають у ТЗ (див. розділ 5).

Слід зазначити, що описаний підхід забезпечує оперативне одержання достатньо точних емпіричних ММ за наявності експериментальних зразків або близьких до проєктованого ТЗ існуючих аналогів, а використання при розв'язанні таких задач сучасних методів планування експерименту забезпечує високу економічність як одержання, так і застосування ММ при проєктуванні.

2 Сучасні підходи до розроблення математичних моделей механічних систем технічних засобів

Техніко-економічні показники транспортних ТЗ поряд з рівнем досконалості робочих процесів, що протікають у них, значною мірою визначаються характеристиками функціонування їхніх механічних систем (*основних і допоміжних механізмів*). *Наприклад*, паливна економічність тепловоза, автомобіля та інших транспортних засобів визначається економічністю застосовуваних двигунів і механічною (*електромеханічною, гідромеханічною*) досконалістю передатних (*від двигуна – до коліс*) систем. У свою чергу паливна економічність, для конкретності, тепловозного дизеля залежить від характеристик функціонування механізму привода паливного насоса високого тиску, механізму газорозподілу та ін. Тобто техніко-економічні показники транспортного дизеля безпосередньо пов'язані з будовою і характеристиками механічної системи, забезпеченням виконання вимог з її працездатності, надійності, вібростійкості та ін.

Тому при проектуванні нових транспортних ТЗ особлива роль приділяється математичному моделюванню характеристик функціонування (*відповідних законів руху*) основних елементів їхніх механічних систем (*основних механізмів двигуна, передатних механізмів та ін.*), що обумовлює необхідність розроблення відповідних теоретичних математичних моделей.

Сучасний підхід до побудови таких ММ припускає виконання комплексу робіт, що відповідають трьом основним етапам.

На першому етапі складна механічна система (*механізм*), що включає велику кількість (*або декілька*) рухомих елементів (*ланок*) з різними масами і моментами інерції мас, на які діють чисельні сили і моменти сил, замінюється еквівалентною **динамічною моделлю (ДМ)** з такими самими інерційними і силовими характеристиками, як і заміна система. Причому ДМ повинна містити мінімальну кількість зв'язаних між собою

відповідними приведеними пружними і дисипативними параметрами рухомих зосереджених мас (*приведених мас, приведених моментів інерції мас*), які підлягають узагальненим силовим впливам з боку приведених сил і приведених моментів сил.

Перехід до ДМ дозволяє істотно спростити задачу з математичного описання закономірностей руху досліджуваної механічної системи, розв'язання якої визначає зміст робіт **на другому етапі**. Основу такого математичного опису складають рівняння (*системи рівнянь*) руху, які в загальному поданні погоджують інерційні, силові, пружно-дисипативні параметри ДМ із геометричними параметрами, що характеризують закон руху ДМ (*координатами, переміщеннями, швидкостями, прискореннями вихідних ланок*), закон руху відповідної механічної системи.

У практиці розв'язання описаної задачі найбільшого поширення набули підходи до складання рівнянь руху ДМ на основі використання другого закону механіки, диференціального рівняння Лагранжа другого роду, а також рівняння руху у формі інтеграла енергії (*отримується на основі теореми про зміну кінетичної енергії*).

На третьому етапі стосовно складених рівнянь руху і обраного чисельного методу їхнього розв'язання розробляється відповідна алгоритмічна ММ, що при задоволенні розглянутих раніше вимог може використовуватися для математичного моделювання законів функціонування механічної системи ТЗ, що проектується.

Як видно, вузловим питанням при створенні ММ є заміна розглядуваної механічної системи (*її складових механізмів*) відповідними ДМ.

Розглянемо сучасні підходи до розроблення ДМ на прикладі механізмів, що входять до механічної системи КДВЗ.

Як показано на рисунку 2.1, механічна система КДВЗ об'єднує основні (*кривошипно-шатунний механізм (КШМ), кулачковий механізм газорозподілу (КМГР), паливний насос високого тиску (ПНВТ)*), допоміжні (*допоміжні механізми двигуна (ДМД) – водяний і масляний насоси, вентилятор тощо загальною кількістю k*) і відповідні передавальні механізми

($ПМ_1, ПМ_2, ПМ_k$), що забезпечують їх привод від колінчатого вала дизеля.

Кривошипно-шатунний механізм забезпечує отримання крутного моменту T від дії сумарної сили $\sum_{i=1}^z F_{ni}$, що створюється при зворотно-поступальному русі поршнів при згорянні паливної суміші у циліндрах ($Ц$) двигуна.

Порівняно з моментом T ефективний крутний момент T_{KB} на фланці відбору потужності колінчатого вала зменшується на суму моментів ($T_1 + T_2 + T_k$), що витрачаються на привод кулачкового механізму газорозподілу, паливного насоса високого тиску та різних допоміжних механізмів.

З урахуванням визначеності особливостей зв'язків (виду $ПМ_1, ПМ_2, ПМ_k$) між $КШМ$ та $КМГР, ПНВТ$ і $ДМД$ для конструювання механічної системи КДВЗ достатньо мати ММ функціонування цих механізмів.

При розробленні ДМ необхідно урахувувати відмінності у геометричних характеристиках руху механізмів, що розглядаються.

До основних геометричних характеристик руху механізмів належать:

1 Геометрична передаточна функція положення Π_n (вихідної ланки).

Якщо q_n – координата, яка визначає положення вихідної ланки механізму, а q – його узагальнена координата, то $q_n = \Pi_n(q)$.

Вид Π_n для кожного механізму визначається геометричними зв'язками між його ланками.

2 Геометрична передаточна функція швидкості Π'_n (аналог швидкості).

$$\Pi'_n = \frac{d\Pi_n}{dq}$$

Тоді швидкість вихідної ланки

$$\dot{q}_n = \Pi'_n \cdot \dot{q}$$

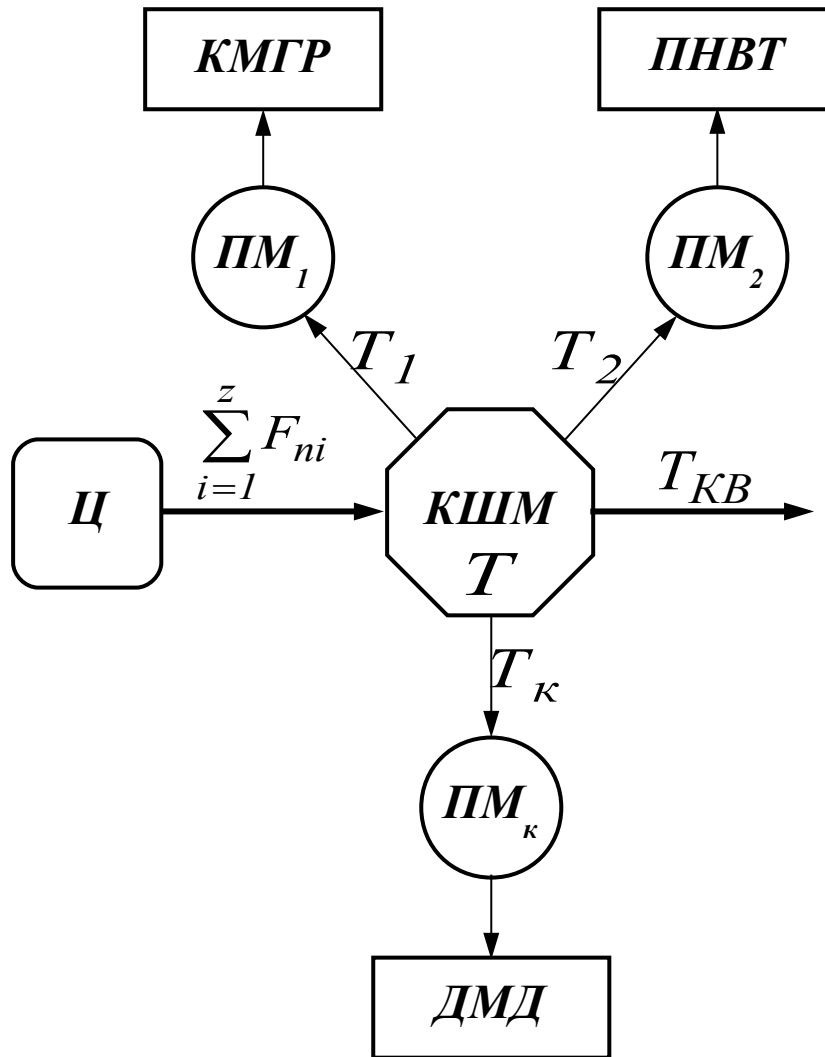


Рисунок 2.1 – Функціональна схема механічної системи КДВЗ

3 Геометрична передаточна функція прискорення Π_n'' (аналог прискорення)

$$\Pi_n'' = \frac{d^2 \Pi_n}{dq^2}.$$

Тоді $\ddot{q}_n = \Pi_n'' \cdot \dot{q} + \Pi_n' \cdot \ddot{q}$.

Слід зазначити, що при моделюванні процесів у високошвидкісних механізмах, як додаткову, розглядають геометричну передавальну функцію прискорення другого порядку Π_n''' (ривка, пульсу):

$$\Pi_n''' = \frac{d^3 \Pi_n}{dq^3}.$$

Залежно від виду Π_n механізми, що входять до механічної системи КДВЗ, поділяються:

1) на **циклові механізми** – мають нелінійну функцію Π_n ($\Pi_n' \neq \text{const}$).

До них відносять КШМ, КМГР, ПНВТ – усі основні механізми КДВЗ;

2) **передавальні механізми з постійними передаточними відношеннями** – мають лінійну функцію Π_n ($\Pi_n = \text{const}$).

Для них $\dot{q}_n = \Pi_n' \cdot \dot{q}$, $\ddot{q}_n = \Pi_n' \cdot \ddot{q}$, $\ddot{q}_n = \Pi_n' \cdot \ddot{q}$.

До них належать зубчаті механізми – $ПМ_1, ПМ_2, ПМ_k$.

Найбільшу складність має розроблення ДМ для циклових механізмів КДВЗ. Це визначається тим, що закони руху їх вихідних ланок (*поршнів, клапанів, плунжерів ПНВТ*) мають значний вплив на вихідні показники роботи двигуна в експлуатації. При цьому використання традиційних уявлень про структуру механізму, коли всі ланки розглядаються як абсолютно тверді і ураховуються тільки геометричні зв'язки кінематичних пар, дозволяє отримати тільки ДМ (*і відповідні ММ*) для моделювання **теоретичних законів їх руху**, яких у більшості випадків не дотримуються в експлуатації внаслідок проявів реальних пружно-дисипативних властивостей ланок і зв'язків. Тому при моделюванні реальних законів руху необхідно при побудові ДМ ураховувати наявність у структурі механізмів ланок, що деформуються, з відповідними пружно-дисипативними властивостями.

Наприклад, у КШМ двигуна (рисунок 2.2) як найбільш деформовану ланку (*порівнянно з колінчатим валом 1 і поршнем 3*) слід розглядати шатун 2. При цьому науковообґрунтованим є подання такої ланки у вигляді так званого пружно-в'язкого тіла Фойгта, що включає паралельне з'єднання пружного (*коефіцієнт жорсткості c_2*) і в'язкого (*коефіцієнт демпфірування k_2*) елементів. Це визначає появлення в роботі механізму (*особливості навантаження ураховуються приведеною силою F_n*) додаткової параметричної рухомості $q_{n2} = q_{n2}(c_2, k_2, F_n)$, яка

визначає динамічні відхилення в реальному законі руху поршня $S_n = f(\varphi_1, q_{n2})$ в порівняно з теоретичним $S_n = \Pi_n(\varphi_1)$.

Слід зазначити, що для визначення коефіцієнтів жорсткості c і демпфірування k використовуються відомі розрахункові і експериментальні методики. Крім того, наявність коефіцієнта k дозволяє при проведенні динамічних досліджень умовно замінювати сили в'язкого опору енергетично еквівалентними лінійними силами $F_{оп} = -k \cdot \dot{q} \cdot \text{sgn} \dot{q}$, де $\text{sgn} \dot{q}$ – сигнатура швидкості \dot{q} , що набуває значення 1 – при $\dot{q} > 0$; 0 при $\dot{q} = 0$ і -1 при $\dot{q} < 0$.

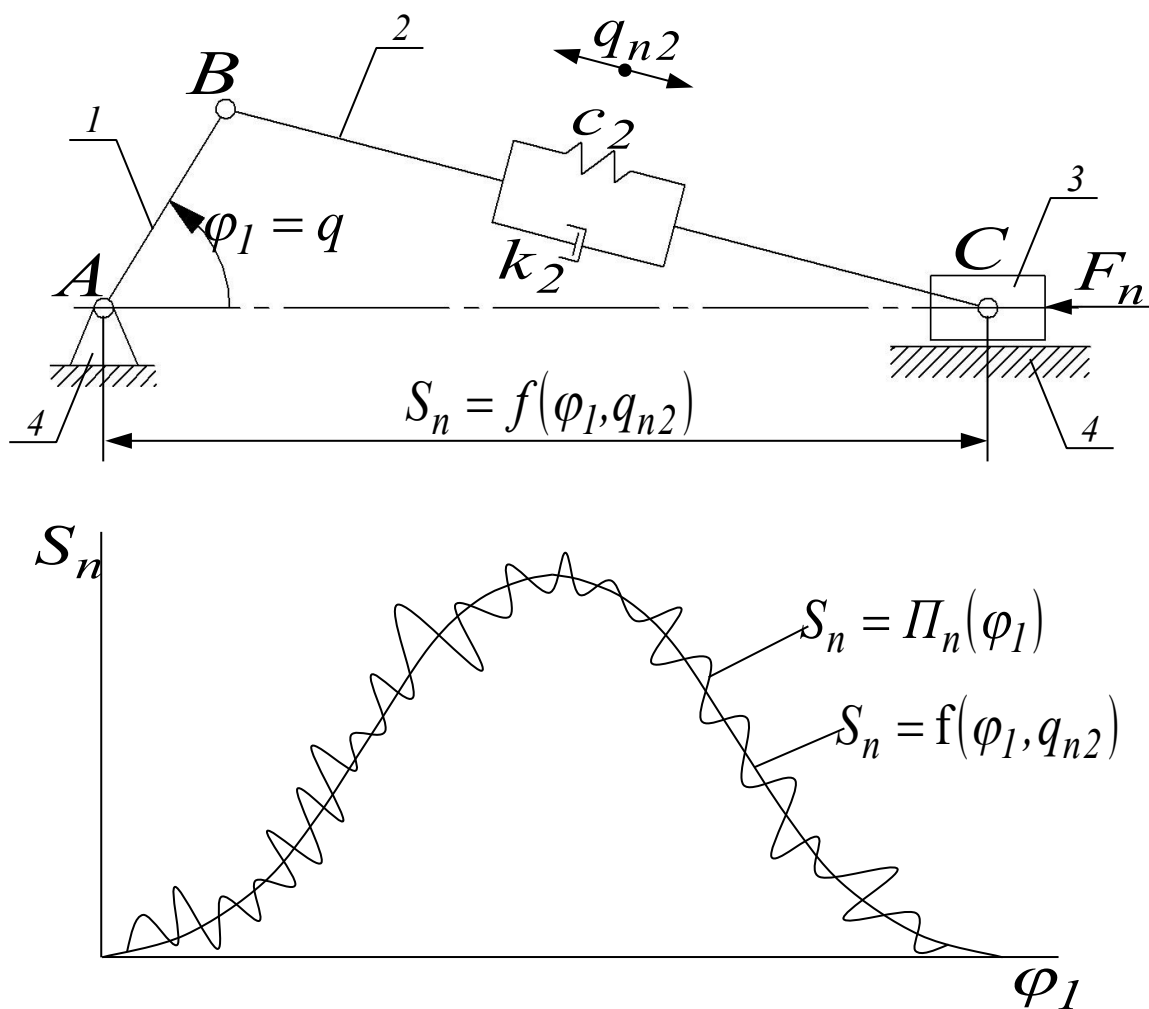


Рисунок 2.2 – До розглядання структури механізмів

При описаному підході у структурі механізмів повинні розглядатися тверді і пружні ланки, геометричні зв'язки кінематичних пар і динамічні зв'язки (як прояв пружно-дисипативних властивостей ланок, що деформуються, які зв'язують між собою умовно тверді ланки). При цьому залежно

від особливостей досліджень можуть використовуватися наведені на рисунку 2.3 характеристики динамічних зв'язків (залежності пружної відновлювальної сили F_i від параметричної рухомості q_{ni}).

Аналіз конструкції існуючих циклових механізмів КДВЗ показав, що в них ведучі (вхідні) і виконавчі (вихідні) ланки здійснюють обертальний або поступальний рух, мають значні маси і високу жорсткість (можуть розглядатися як умовно тверді). Тому для побудови їх ДМ може використовуватися наступний такий підхід:

1 Виділяються вхідні і вихідні ланки, до яких приводяться інерційні характеристики (маси, моменти інерції мас) усіх проміжних ланок механізму, а також діючі сили і моменти сил. У результаті ці ланки (відповідні елементи ДМ) еквівалентують інерційні і силові властивості усього механізму.

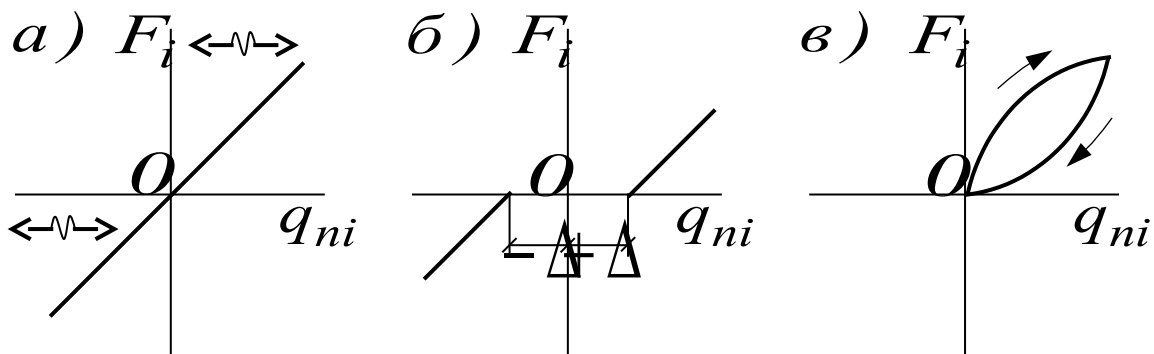


Рисунок 2.3. Характеристики динамічних зв'язків
 а – без урахування в'язкого гістерезису
 б – з урахуванням в'язкого гістерезису
 в – з урахуванням в'язкого гістерезису

2 Отримані інерційні елементи ДМ з'єднуються послідовним ланцюгом з двох безінерційних елементів, які ураховують особливості геометрії руху механізму (символізується передавальною функцією положень Π_n) і прояв динамічних зв'язків (символізується аналогом пружно-в'язкого тіла Фойгта з приведеними коефіцієнтами жорсткості c і демпфірування k).

При використанні описаного підходу в якості прикладу побудована ДМ одного відсіку КШМ, яка показана на рисунку 2.4. Слід звернути увагу на те, що з цієї ДМ можна (як частинний випадок) отримати модель, що відповідає традиційним уявленням про структуру механізмів. Для цього з неї необхідно усунути аналог пружно-в'язкого тіла Фойгта, після чого ДМ буде забезпечувати моделювання тільки теоретичного закону руху – $S_n = \Pi_n(\varphi_1)$.

Побудова ДМ є основою для розроблення ММ функціонування механізму, що конструюється. Для неї складається рівняння руху, яке пов'язує відповідні геометричні параметри з інерційними і силовими параметрами ДМ. Найбільше розповсюдження при розв'язанні задач, що розглядаються, отримали рівняння руху, які складаються на

основі другого закону динаміки $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = 0$.

З урахуванням того, що динамічні задачі динамічного дослідження можуть бути до першої або до другої задач динаміки, побудування до моделі ДМ можна виконувати з використанням відповідно I або II контурів динамічної структури механізмів (ДСМ) (рисунки 2.5, 2.6).

На основі розробленої ДМ складаються рівняння руху. При цьому найбільшого розповсюдження отримали підходи, засновані на використанні:

1) рівняння руху в енергійній формі (у формі «інтеграла енергії»): $\Delta T = T_1 - T_0 = A_{p.c.} + A_{c.o.}$ (де $A_{p.c.}$, $A_{c.o.}$ - відповідно роботи рушійних сил і сил опору); $T = dA$ (де A - робота); $S_n = \Pi_n(\varphi_1)$

2) рівняння руху, складеного на основі другого закону динаміки: $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = 0$;

3) рівняння руху у вигляді диференціального рівняння Лагранжа 2-го роду:

- приведена маса комплексу поршня і частини шатуна;
- приведений момент інерції мас колінчатого вала і шатуна;
- приведена сила поршня;
- приведений момент сил колінчатого вала;
- додаткова параметрична рухомість;
- основна рухомість () механізму

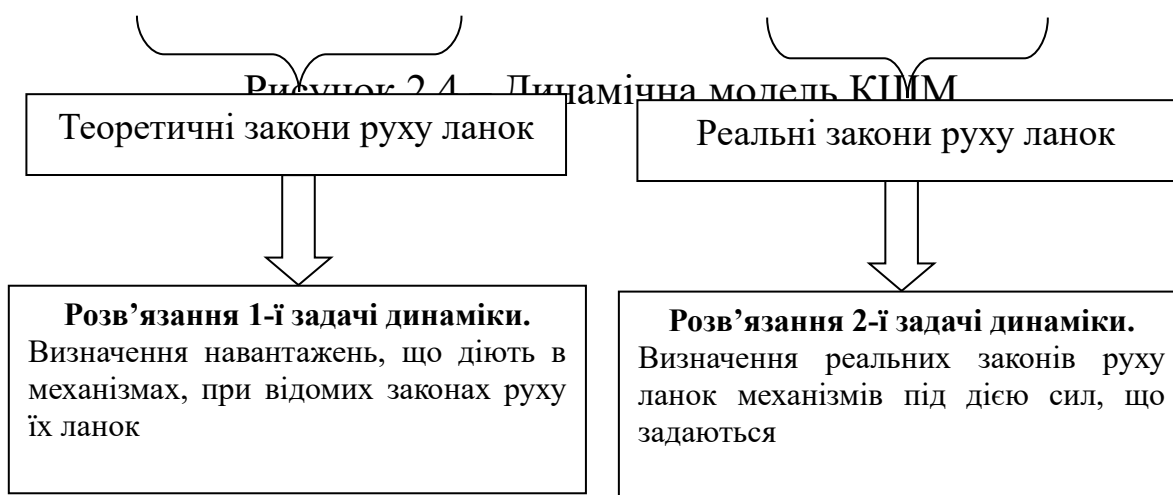
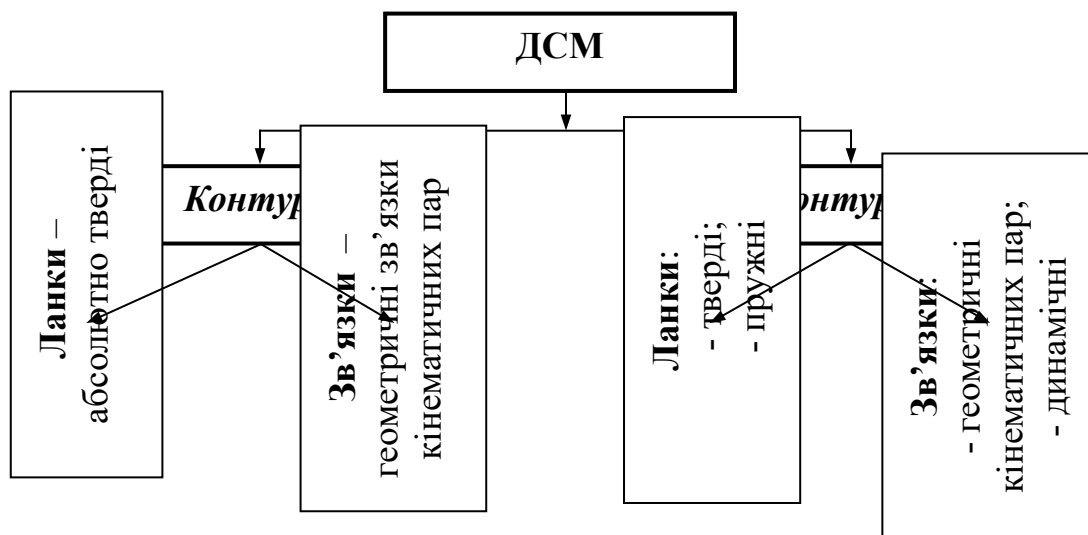


Рисунок 2.5 – До розглядання та контурів динамічної структури механізмів

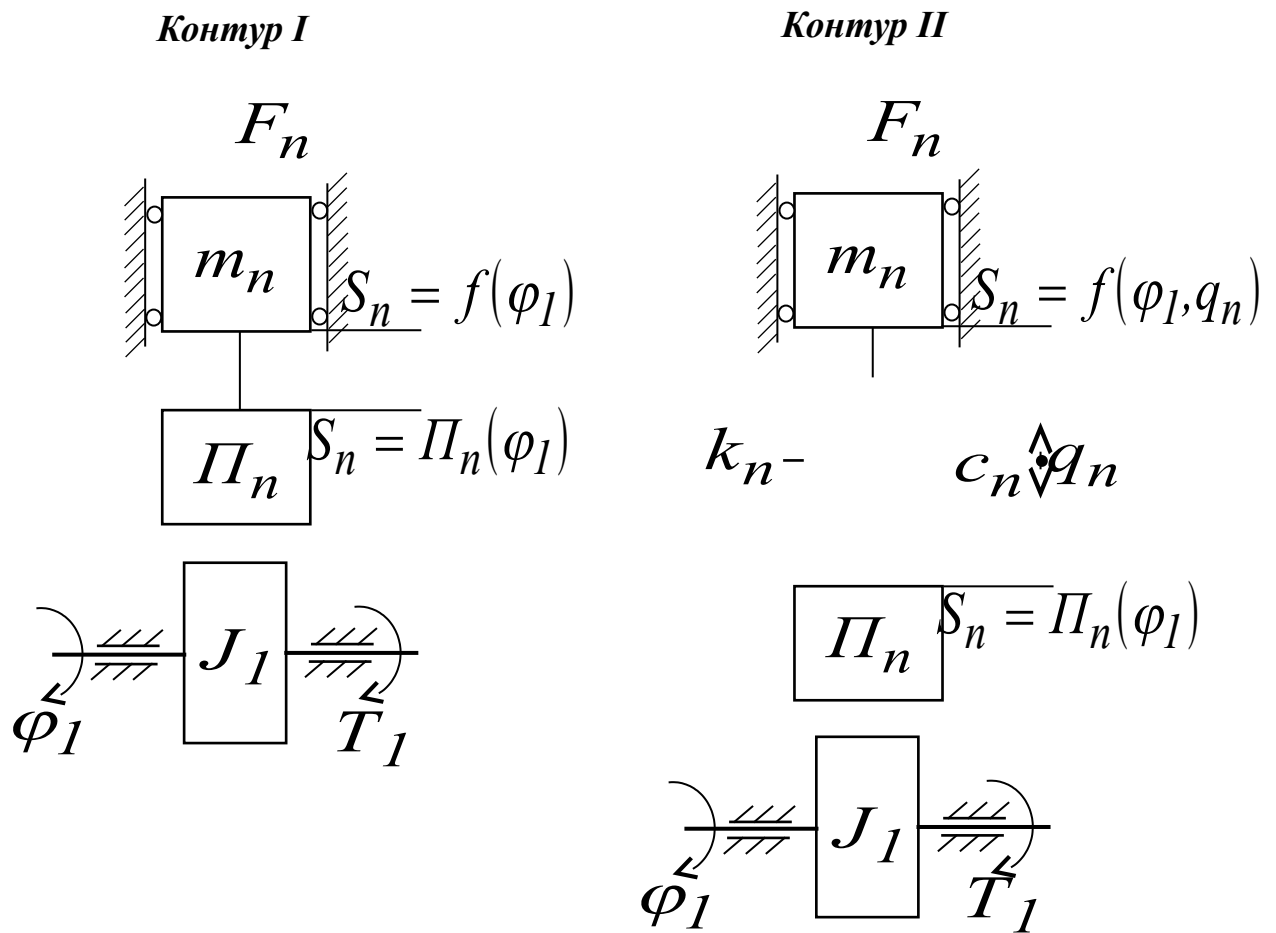


Рисунок 2.6 – Динамічні моделі механізмів, побудовані на основі I та II контурів ДСМ

3 Математичне моделювання при конструюванні механізмів газорозподілу комбінованих двигунів внутрішнього згоряння

Сучасний етап розвитку двигунобудівництва характеризується розширенням потужнісних рядів існуючих транспортних КДВЗ за рахунок їх форсування за середнім ефективним тиском газів у циліндрах. Ці обставини визначають підвищені вимоги до якості газообмінних процесів, які для

чотиритактних КДВЗ залежать від вдосконаленості конструкції КМГР.

Для забезпечення потрібних характеристик функціонування КМГР (фаз газорозподілу, часу-перерізу клапанів, безударності привода клапанів) їх конструювання повинно проводитися з урахуванням динамічних процесів, які відбуваються в кінематичному ланцюгу КМГР.

Успішність розв'язання цієї задачі головним чином визначається тим, наскільки вдало розроблена динамічна модель КМГР. При цьому до останнього часу найбільш поширеним у дослідженнях динаміки КМГР тепловозних дизелів було використання найпростішої одномасової ДМ. Але незважаючи на достатню точність моделювання узагальнених показників динаміки, використання такої ДМ не забезпечує описання процесів, які відбуваються у найважливіших елементах механізму привода клапанів. Наприклад, для КМГР дизеля Д80 (див. схему на рисунку 3.1) це описання динамічних процесів у кінематичних парах кулачок-роликівий-штовхач (ланки 1-2), штовхач-штанга (ланки 2-3), штанга-важіль (ланки 3-4), важіль-траверса (ланки 4-5) і траверса-клапани (ланки 5-6).

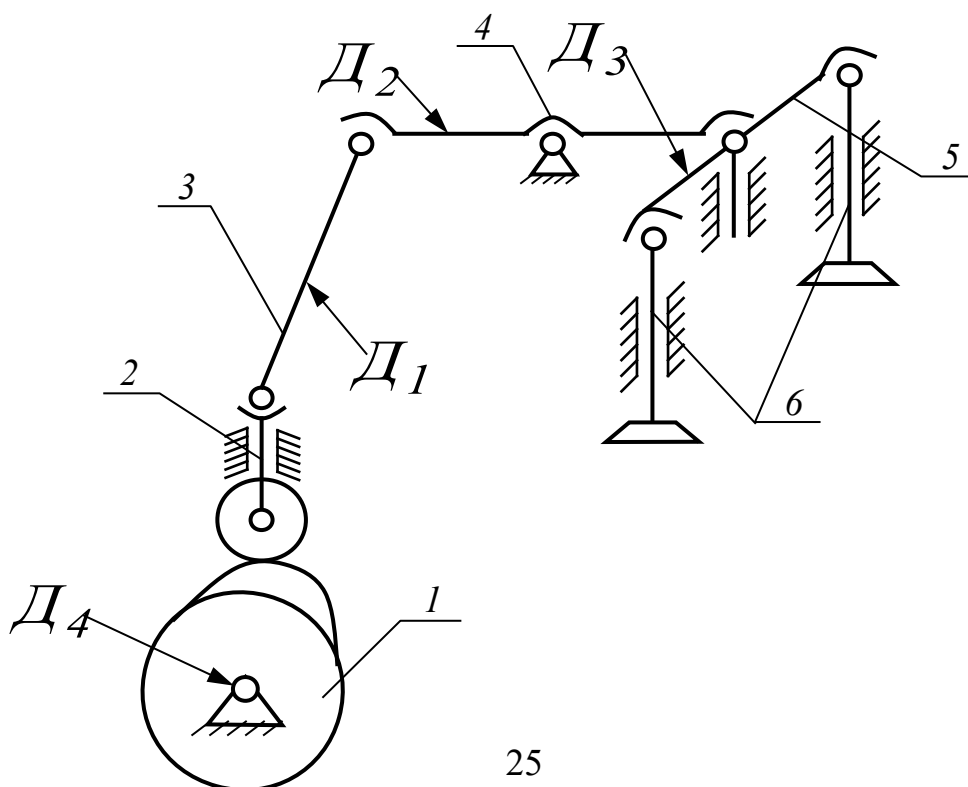


Рисунок 3.1 – Кінематична схема механізму газорозподілу дизеля типу Д80

Зазначене обґрунтовує необхідність використання для оцінки динаміки КМГР багатомасових ДМ, що суттєво ускладнює їхнє математичне описання і, особливо, визначення відповідних пружно-дисипативних параметрів. *Наприклад, проведені дослідження особливості конструкції КМГР дизелів типу Д80 дозволяють запропонувати для опису динамічних процесів тримасову ДМ, яка показана на рисунку 3.2.*

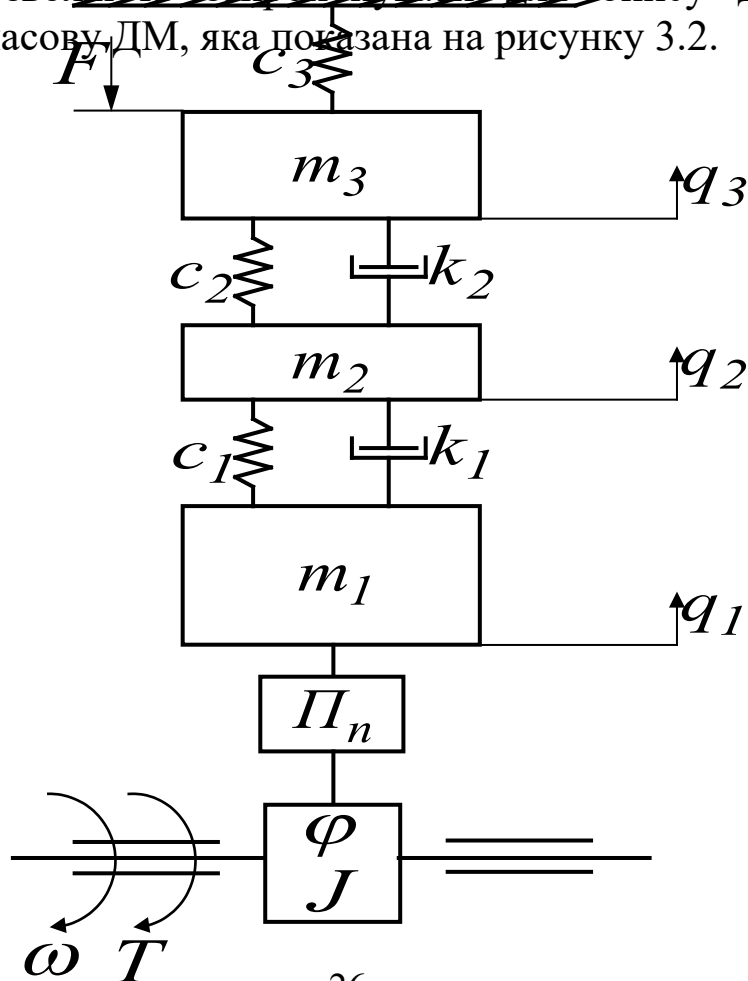


Рисунок 3.2 – Тримасова динамічна модель механізму газорозподілу дизеля типу Д80

Для багатомасової динамічної моделі рівняння руху кожної виділеної маси можуть бути складені на основі другого закону динаміки і подані у вигляді

$$m\ddot{q} + k\dot{q} + cq = F_{\Sigma},$$

де m – маса, рух якої розглядається. У нашому випадку – приведена маса відповідної частини ланок механізму;

k, c – приведені коефіцієнти демпфірування та жорсткості відповідної частини кінематичного ланцюга;

q, \dot{q}, \ddot{q} – відповідні переміщення (*рухомість*), швидкості та прискорення маси, що розглядається;

F_{Σ} – приведена сила, діюча на відповідну масу.

У сучасній постановці для узагальненого описання багатомасових динамічних моделей складаються аналогічні наведеному вище рівняння руху у матричній формі

$$M\{\ddot{q}\} + K\{\dot{q}\} + C\{q\} = \{F\},$$

де $\{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}$ – матриці-стовпці переміщень (*рухомостей*), швидкостей і прискорень відповідних мас;

$\{F\}$ – узагальнені сили, які відповідають координатам $\{q\}$;

M – матриця мас (*інерційна матриця*),

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix};$$

K – матриця коефіцієнтів демпфірування,

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix};$$

C – матриця коефіцієнтів жорсткості

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}.$$

Для розглядуваної тримасової ДМ маємо

$$\{q\} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}; \quad \{\dot{q}\} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}; \quad \{\ddot{q}\} = \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix}.$$

M – матриця мас (*інерційна матриця*):

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix};$$

K – матриця коефіцієнтів демпфірування

$$K = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix};$$

C – матриця коефіцієнтів жорсткості

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix}.$$

Для використання описаного рівняння при моделюванні динамічних процесів у КМГР необхідно визначити елементи наведених вище матриць. Визначення елементів матриць $M, \{F\}, \{q\}, \{\dot{q}\}, \{\ddot{q}\}$ при наявних параметрах конструкції КМГР виконується за допомогою загальновідомих методів і не викликає труднощів.

Для визначення елементів матриць C і K (коефіцієнтів c_1, c_2, c_3 та k_1, k_2, k_3) може використовуватися експериментально-розрахункова методика, яка передбачає створення ударних навантажень з певними характеристиками у визначених зонах механізму привода клапанів з одночасним записом динамічних процесів, які відбуваються в ланках КМГР, у вигляді тензограм загасальних коливань. Місця установлення необхідних тензодатчиків D_1, D_2, D_3, D_4 на деталях КМГР дизеля Д80 показані на рисунку 3.1.

У якості прикладу на рисунку 3.3 наведені фрагменти записів тензограм загасальних коливань вала, штанги, коромисла і траверси. Обробка отриманих тензограм дозволила визначити значення жорсткісних і демпфіруючих параметрів КМГР дизеля Д80:

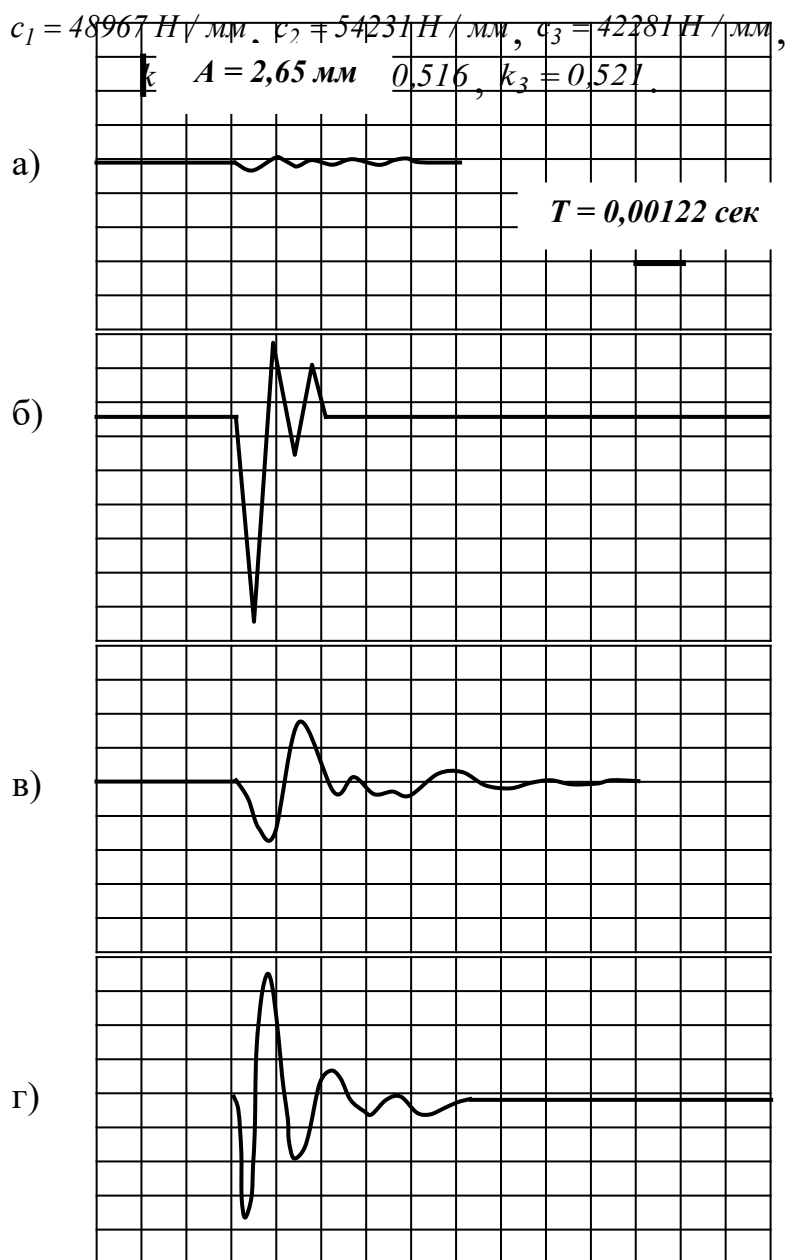


Рисунок 3.3 – Тензограми загасальних коливань

Отримані значення жорсткісних і демпфіруючих параметрів дозволили (на основі розв'язання рівняння руху) провести математичне моделювання динамічних характеристик привода клапанів дизеля Д80. Проведений аналіз отриманих законів руху, *наприклад* випускних клапанів (рисунок 3.4), показав, що динамічні відхилення в реальних законах їх руху (порівняно з теоретичними) до 15% у цілком підтверджує використання законів руху клапанів.

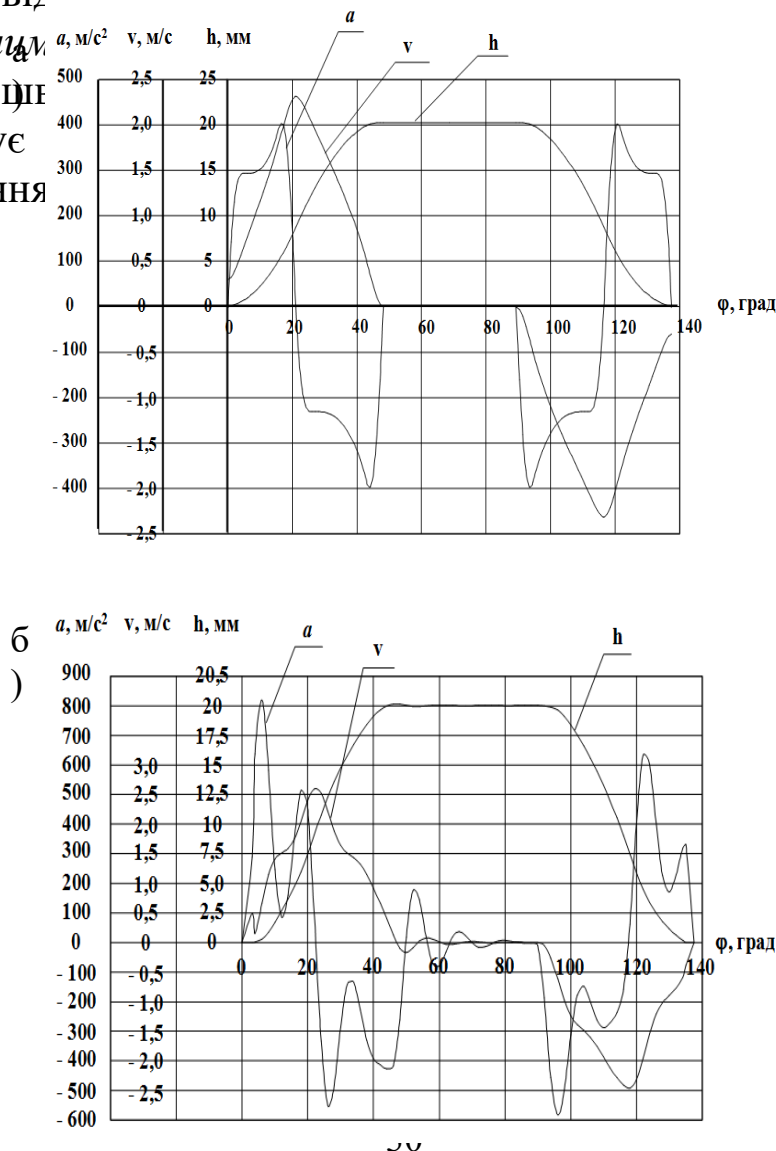


Рисунок 3.4 – Теоретичні (а) та реальні (б) закони руху випускних клапанів дизеля Д80

4 Математичне моделювання вібраційних характеристик транспортних технічних засобів

При розв'язанні проектно-конструкторських задач зі створення сучасних транспортних ТЗ значна увага приділяється математичному моделюванню їхніх вібраційних характеристик і, за необхідності, забезпеченню потрібного рівня віброзахисності за рахунок конструювання відповідної системи віброзахисту.

Актуальність таких досліджень визначається тим, що за винятком ТЗ спеціальної вібраційної техніки (*вібротранспортери, вібротрени, вібромішувачі, віброінструмент та ін.*) **вібрації** – прояви механічних коливань у рухливих технічних системах – шкідливо впливають як на роботу ТЗ (*порушення необхідних характеристик функціонування ТЗ, їх систем керування, поява додаткових інерційних навантажень, проблема відбудування від резонансу*), так і на обслуговуючий їх персонал, оточуючих людей (*порушення зору, слуху, анемія кінцівок, порушення біохімічного складу крові*).

Тому при проектуванні транспортних ТЗ повинна виконуватися оцінка їхньої віброзахисності, яка може бути зведена до контролю умови отримання коефіцієнта віброзахисності $\gamma < 1$. У найбільш простих випадках, коли досліджуються коливання ТЗ вздовж тільки однієї осі, наприклад вертикальної осі Z , коефіцієнт γ визначається за формулою

$$\gamma = \frac{|Z_{mз}|}{|Z_{осн}|},$$

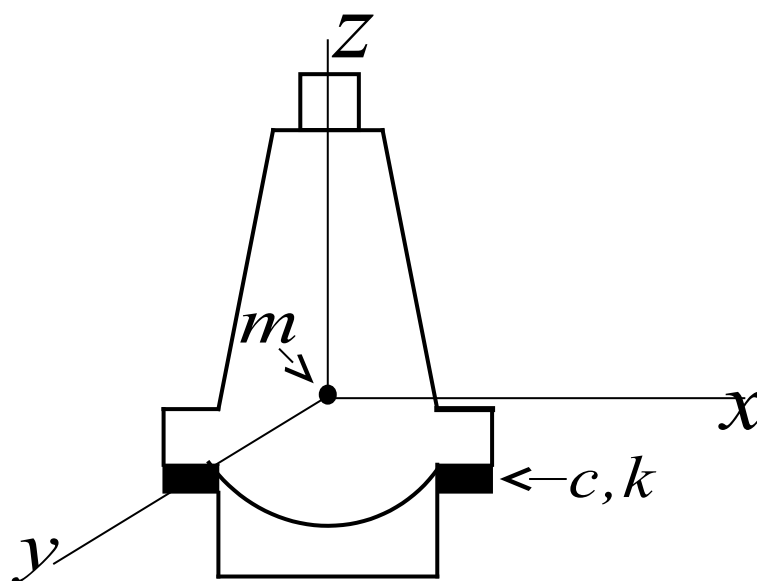
де $|Z_{mз}|$ – модуль найбільшої амплітуди коливань ТЗ на робочому режимі;

$|Z_{осн}|$ – модуль відповідної найбільшої амплітуди коливань основи, на якій встановлено ТЗ.

Видно, що для проведення такої оцінки необхідно ще при проектуванні ТЗ моделювати динамічні характеристики, які описують його вертикальні коливання (*вібрації, з яких слід вибрати $|Z_{mз}|$*), для чого потрібна відповідна ММ.

Розглянемо основні етапи побудови ММ для дослідження вимушених вертикальних коливань, наприклад тепловозного дизеля, схема установки якого на рамі тепловоза показана на рисунку 4.1.

При побудові відповідної ДМ (рисунк 4.2) прийнято: інерційні властивості дизеля будуть представлені величиною приведеної маси m ; силові – збурюючою коливання силою F_t , яка змінюється (для спрощення задачі) за гармонійним законом $F_t = P \cdot \sin \omega t$ (де - P – амплітуда сили; ω – частота збурюючої сили); пружні – приведеним коефіцієнтом жорсткості c (враховує жорсткість пружних елементів конструкції); дисипативні - приведеним коефіцієнтом демпфірування k (враховує в'язкі опори в коливальній системі).



- приведена маса дизеля; c – приведена жорсткість опори;
- приведений коефіцієнт демпфірування опори

Рисунок 4.1 – Схема до розрахунку вертикальних коливань дизеля тепловоза

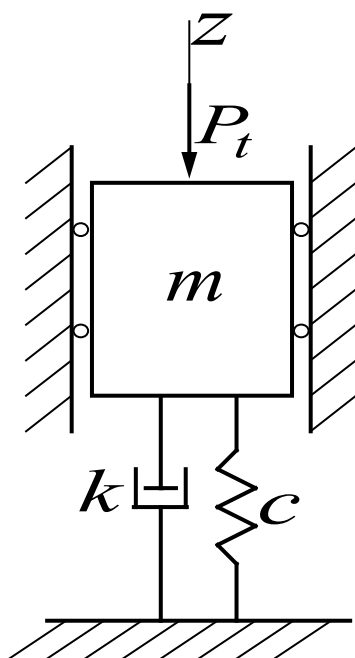


Рисунок 4.2 – Динамічна модель дизеля (для дослідження вертикальних коливань)

Вимушені коливання (вібрації) маси m будуть характеризуватися переміщеннями (вібропереміщеннями) z , швидкостями (віброшвидкостями) \dot{z} і прискореннями (віброприскореннями) \ddot{z} .

Для розглянутої ДМ рівняння руху подається у вигляді

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + cz = P \sin \omega t .$$

Як видно, записане рівняння включає суму (з урахуванням напрямку) сил $m\ddot{z}$, що виникають у відповідності з другим законом механіки, сил в'язкого опору в системі $k\dot{z}$, пружних відновлюючих сил cz і збурюючої сили P_t .

Розділивши обидві частини цього рівняння на величину маси m , маємо

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \omega_0^2 z = (P/m) \sin \omega t ,$$

де $n = k/2m$ – коефіцієнт, що характеризує загасання вільних (власних) коливань системи;

$\omega_0 = \sqrt{c/m}$ – колова частота власних коливань системи.

Розв'язок рівняння руху відомий і може бути поданий у вигляді

$$z(t) = z_0 e^{-nt} (\omega_0 t + \varepsilon) + \frac{P/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4n^2 \omega^2}} \sin \omega t .$$

Аналіз формули для розрахунків значень вібропереміщень у часі показує, що в початковий період коливальна система знаходиться в складному полігармонічному русі – виконує вільні коливання (з частотою ω_0 , амплітудою z_0 , початковою фазою ε) і вимушені коливання з частотою ω . Однак з часом (підтверджується експериментальними дослідженнями) через наявність в'язкого опору вільні коливання загасають (перший доданок формули пропаде) і система буде виконувати коливання з частотою збурюючої сили ω . З наведеної формули видно, що максимальна амплітуда таких коливань може бути визначена за формулою

$$z_{max} = \frac{P/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - 4n^2 \omega^2}} .$$

У більш складних випадках розв'язання рівняння руху, одержання формули для розрахунків z_{max} і організація обчислень здійснюється за допомогою відповідних методів і алгоритмів,

об'єднаних у ММ. Отримані значення $|z_{max}|$ дозволяють оцінити коефіцієнт віброзахисності ТЗ, що проектується.

Істотний вплив на величину $|z_{max}|$ має конструктивне введення тертя (збільшення в'язких опорів) у коливальну систему. З метою ілюстрації відзначеного з попередньої формули для розрахунку z_{max} одержана залежність для обчислення максимальних амплітуд коливань у системі без тертя ($n_0 = 0$)

$$z_{max n_0} = \frac{z_{cm}}{1 - (\omega / \omega_0)^2},$$

де $z_{cm} = \frac{P}{m\omega_0^2}$ – максимальне переміщення системи, викликане статичною дією навантаження P . Використовуючи отримані формули, можна виконати обчислення z_{max} при різних значеннях відношень частот ω/ω_0 і коефіцієнтів n .

Узагальнено результати таких обчислень подані графічно на рисунку 4.3. Видно, що в системі без тертя (*ідеальній системі*) при відношенні $\omega/\omega_0 = 1$ спостерігається явище резонансу (*теоретично амплітуда z_{max} зростає до нескінченності*) і тільки при значеннях $\omega/\omega_0 > 1,41$ амплітуда коливань не перевищує величину z_{cm} . Це визначає доцільність призначення експлуатаційних режимів роботи ТЗ при значеннях $\omega/\omega_0 = 2 \dots 5$.

Введення навіть невеликого тертя в систему ($n_1 > n_0$) призводить до зменшення амплітуд z_{max} до відповідних кінцевих значень. Тому забезпечення необхідної умови $\gamma < 1$ може досягатися шляхом додаткового введення тертя ($n_2 > n_1$) у конструкцію коливальної системи – використання відповідної системи віброзахисту. При значному збільшенні тертя ($n = n_{кр}$) може настати критичне демпфірування (*періодичні коливання перетворюються в аперіодичні*).

У загальному плані під **віброзахистом** слід розуміти комплекс робіт (*проектно-конструкторських, експлуатаційно-захисних*) із зниження вібрацій ТЗ до небезпечного рівня з точки зору його нормальної роботи, а також впливу на навколишнє середовище та людей.

При конструюванні транспортних ТЗ у напрямку віброзахисту використовують системи, які передбачають **віброізоляцію** віброактивних об'єктів або **віброгасіння** відповідних вібрацій.

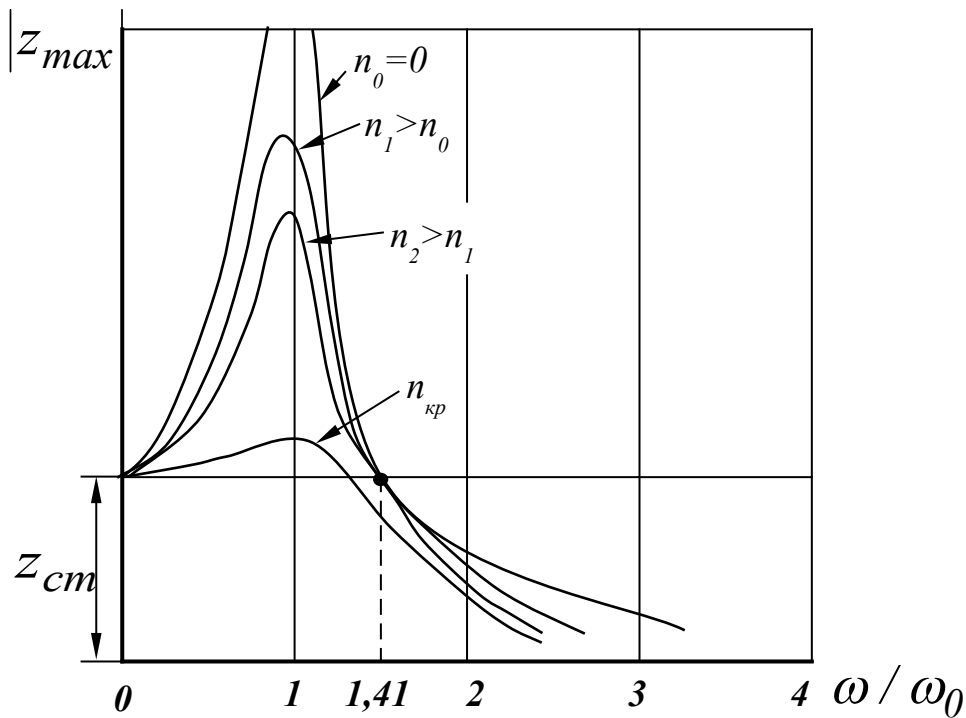


Рисунок 4.3 – До оцінки впливу тертя в системі на
максимальні амплітуди коливань
амплітуди коливань

Системи віброізоляції передбачають ізолювання віброактивного модуля конструкції або ТЗ у цілому від сусідніх модулів, рами транспортного засобу, елементів будівельних споруд. Прикладами таких рішень є: встановлення транспортних КДВЗ на гумово-металевих салінг-блоках (*зменшення передачі вібрацій на раму, кузов транспортного засобу*); конструювання фундаментів стаціонарних віброактивних ТЗ на гумових подушках з зазорами між фундаментом і основним ґрунтом (*зменшення передачі вібрацій на будівельну споруду*); конструювання вібропоглинаючих крісел для водіїв і пасажирів транспортних засобів.

Системи віброгасіння поділяються на **статичні** і **динамічні**.

Статичні системи віброгасіння передбачають:

1 Введення в конструкцію ТЗ елементів, що збільшують в'язкий опір у коливальних процесах, які відбуваються у ТЗ. Це різноманітні гідравлічні і пневматичні демпфери (*амортизатори*), демпфери сухого тертя (*ресори*), електромагнітні демпфери та ін.

2 Конструювання і використання у віброактивних механізмах спеціальних багатошарових деталей, у яких тертя між сусідніми шарами збільшує в'язкий опір коливальним процесам (*наприклад багатошарові телескопічні конструкції валів, що забезпечують зменшення їх крутильних коливань*).

3 Проектування і конструювання ТЗ за умов отримання низького початкового рівня віброактивності. *Прикладами практичної реалізації цього напрямку є використання самоврівноважуючих кінематичних схем механізмів (КДВЗ з опозитним розташуванням циліндрів), конструктивне зрівноваження ланок і механізмів за допомогою противаг, балансування роторів та ін.*

Динамічні (активні) системи віброгасіння передбачають використання спеціальних пристроїв (*з жорстким або адаптивним керуванням*) – віброгасників, що створюють зустрічні динамічні впливи до діючих вібрацій і зменшують їх прояв.

Найпростішим прикладом таких систем є механічна зубчасто-важільна система Ланчестера (рисунок 4.4), що використовується для зрівноваження сил інерції (F_i) поступально-рухомих мас дослідних (*одноциліндрових*) двигунів внутрішнього згорання, а також на деяких автотракторних КДВЗ виробництва Ярославського моторного заводу (*Росія*).

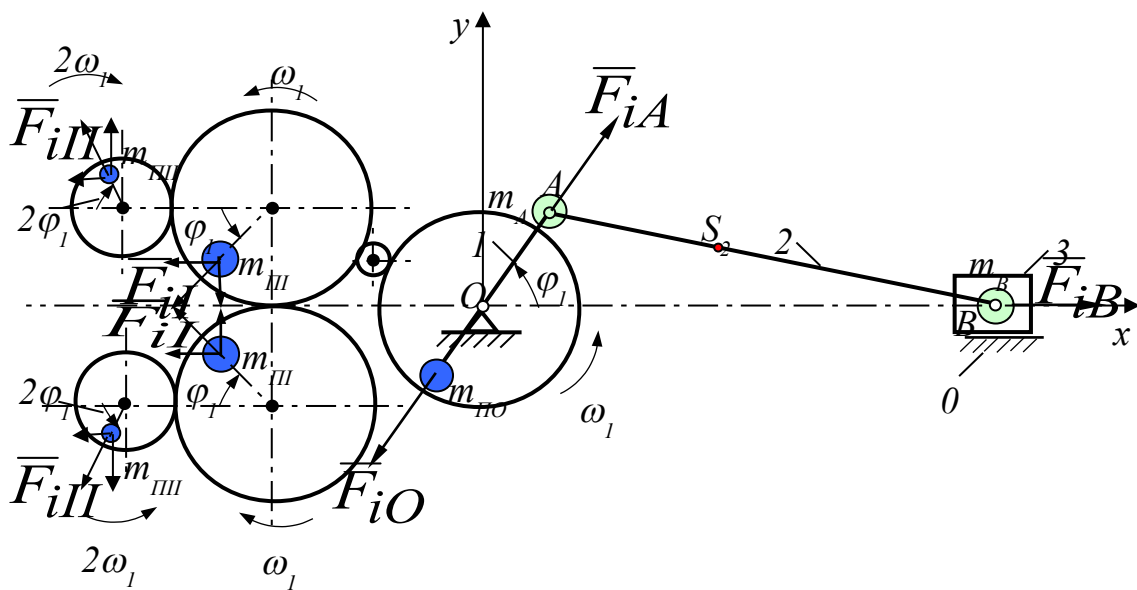


Рисунок 4.4 – Зрівноваження мас, що рухаються поступально за допомогою системи Ланчестера

Для захисту транспортних ТЗ і біологічних об'єктів (у першу чергу людей) від вібрацій в області низьких частот, де статичні системи малоефективні (особливо в умовах дії змінних у часі вібраційних спектрів), використовують автоматизовані адаптивні динамічні системи віброзахисту. З урахуванням складності таких систем їх використовують, як правило, для забезпечення жорстких умов до рівнів вібрації (віброзахист прецизійних пристроїв, верстатів, стартових платформ, крісел космонавтів і пілотів від перевантажень). Керування такими системами реалізується на основі використання методів

компенсації збудження, компенсації відхилення керованої величини або на їх комбінації.

У якості прикладу на рисунку 4.5 показана структурна схема найпростішої такої системи віброзахисту, яка організована на основі використання методу збудження.

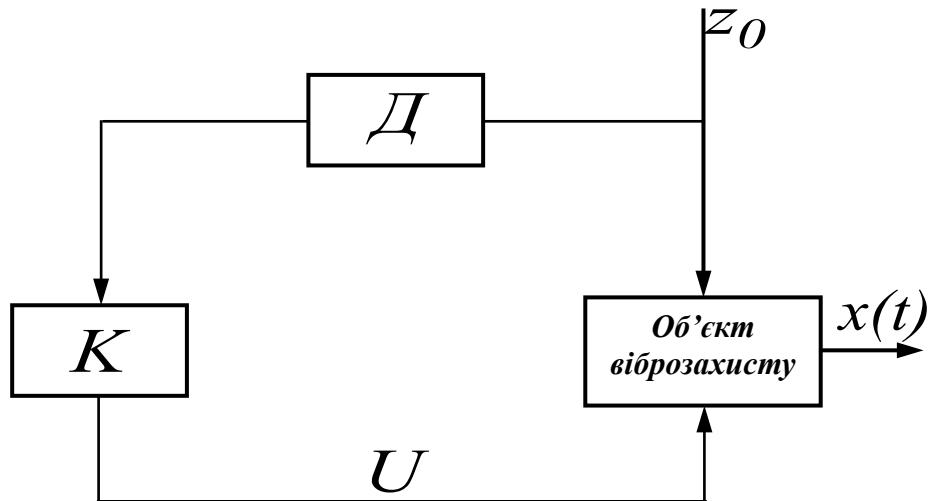


Рисунок 4.5 – Структурна схема динамічної системи віброзахисту з керуванням за методом компенсації збудження

Для керування такою системою необхідно мати можливість реєструвати (моделювати у процесі конструювання) віброзбудження і мати відповідні виконавчі модулі конструкції для їх компенсації. Із схеми видно, що збудження z_0 (наприклад, вертикальні вібропереміщення КДВЗ) сприймається чутливим елементом \mathcal{D} , сигнал з якого передається на компенсуючий пристрій \mathcal{K} . Пристрій \mathcal{K} виробляє керовану протидію U , яка компенсує збудження z_0 і підтримує заданий закон руху об'єкта $x(t)$, при забезпеченні вимог до рівня його вібрацій (ступеня компенсації z_0).

Слід підкреслити, що математичне моделювання реальних законів руху механічних систем ТЗ дозволяє ще на етапах проектування і конструювання розв'язувати розглянуті задачі

прогнозування проявів вібраційних процесів і приймати рішення з забезпечення їх віброзахисту.

5 Розроблення узагальнених математичних моделей з використанням методів математичного планування експерименту

Розглянуті в попередніх розділах теоретичні ММ базуються на системах рівнянь виду $Y = F(Q, X)$, що описують залежність вихідних показників ТЗ (вектор Y) від його вхідних (вектор Q) і внутрішніх (вектор X) параметрів. Такі ММ одержують на основі теоретичних або експериментальних досліджень внутрішньосистемних процесів, закономірностей, явищ, що відбуваються у розглядуваному ТЗ. За результатами досліджень складаються математичні описання усіх елементів конструкції ТЗ і зв'язків між ними.

Поряд з такими ММ при автоматизованому проектуванні і конструюванні ТЗ широко застосовуються **узагальнені математичні моделі (УММ)** (макромоделі, регресійні ММ), при отриманні яких ТЗ умовно подаються у вигляді “чорної шухляди” (рисунок 5.1). Шляхом реєстрації фазових змінних на вході (параметрів вектора Q) і виході (показників вектора Y) і наступної обробки отриманих результатів знаходяться УММ – залежності вигляду $Y = F(Q)$, у яких не розкривається механізм внутрішньосистемних процесів, що протікають у ТЗ.

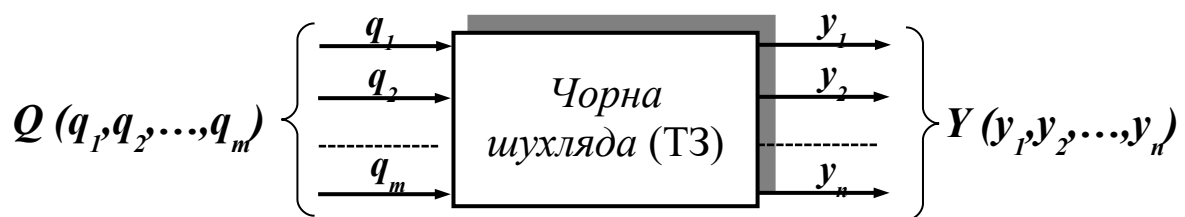


Рисунок 5.1 – До отримання УММ технічних засобів вигляду

Доцільність використання таких УММ при розв’язанні проектно-конструкторських задач визначається малими витратами часу і коштів на їх отримання, простотою і точністю

математичних описань розглядуваних об'єктів, високою гнучкістю (*добре спряжуються з ММ різних ієрархічних рівнів*).

Одним з перспективних напрямків одержання УММ є використання сучасних методів **математичного планування експерименту (МПЕ)**. Ці методи передбачають проведення експериментальних або розрахункових досліджень на основі відповідного математичного плану, який задає визначену мінімальну кількість експериментів або розрахунків, необхідних для отримання простих і точних УММ.

Наприклад, для дослідження впливу тільки на один з показників y_1 чотирьох параметрів q_1, q_2, q_3, q_4 (з *п'ятьма фіксованими значеннями кожного*) необхідно провести $5^4 = 625$ експериментів або розрахунків. У той же час така задача може бути оперативно розв'язана за допомогою УММ вигляду $y_1 = f(q_1, q_2, q_3, q_4)$, для отримання якої з використанням методів математичного планування експерименту необхідно провести тільки 25 експериментів або розрахунків. При цьому УММ забезпечує оперативне визначення показника y_1 при будь-яких значеннях змінних параметрів у межах заданих границь їх варіювання.

У методичному плані отримання УММ з використанням методів МПЕ передбачає таку послідовність дій:

1 З урахуванням виду об'єкта і мети дослідження визначаються показники y_n , змінні параметри (*фактори*) q_m і вигляд УММ – $y_n = f(q_1, q_2, \dots, q_m)$. Встановлюються інтервали варіювання факторів, виконується їх нормування.

2 Залежно від кількості факторів q_m і вигляду УММ обирається (*із довідника з МПЕ*) відповідна матриця планування і складається математичний план проведення дослідження, який задає необхідні значення факторів q_m .

3 Відповідно до математичного плану проводиться експериментальне або розрахункове дослідження, формуються масиви отриманих показників y_n .

4 На основі відповідних масивів показників y_n визначаються параметри (*коефіцієнти*) УММ вигляду $y_n = f(q_1, q_2, \dots, q_m)$.

Перевіряється (за необхідності забезпечується) адекватність отриманих УММ. Оцінюється значущість коефіцієнтів УММ.

5 Знайдені УММ використовуються при розв'язанні проектно-конструкторських задач.

При виборі змінних факторів слід ураховувати, що згідно з математичним планом одночасно змінюються числові значення декількох факторів. Тому обрані фактори повинні відповідати таким основним вимогам:

- сумісність – всі комбінації значень факторів, які задаються за планом, повинні бути здійсненими і безпечними;
- незалежність – повинна забезпечуватися можливість установаження заданого значення фактора незалежно від значень інших факторів;
- відсутність лінійної кореляції (взаємозв'язків) між факторами.

Для універсального запису математичних планів (*матриць планування*) вводяться нормовані значення факторів x :

$$x = \frac{q - q_n}{\Delta q},$$

де q_n – початковий (*нульовий*) рівень змінної q ,

$$q_n = \frac{q_{max} + q_{min}}{2},$$

де q_{max} , q_{min} – відповідно максимальне та мінімальне значення змінної q (*границі заданого інтервалу варіювання*).

Δq – крок варіювання змінної q :

$$\Delta q = \frac{q_{max} - q_{min}}{k},$$

де k – кількість цілих ділянок, на які розбитий інтервал варіювання змінної q . Найчастіше $k = 2$, тобто змінні варіюються на трьох рівнях.

Перехід до нормованих факторів x_m забезпечує простий зв'язок з їх дійсними значеннями q_m , що дозволяє скласти математичний план, маючи відповідну матрицю планування:

Дійсні значення фактора q_m	$q_{m\min}$	q_{mH}	$q_{m\max}$
Відповідні нормовані значення x_m	-1	0	$+1$

Найбільшого поширення у практиці отримання УММ для проектування ТЗ отримали ортогональні математичні плани другого порядку, використання яких передбачає одержання УММ у вигляді поліномів другого ступеня:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i q_i + \sum_{i=1}^m a_{ii} q_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i<j)}}^m a_{ij} q_i q_j.$$

З урахуванням того, що теорія МПЕ базується на методах математичної статистики, при проведенні експериментальних досліджень необхідно здійснювати **рандомізацію** експериментів, які задаються планом, - встановлювати випадкову черговість проведення експериментів за планом. При цьому доцільно використовувати довідкові таблиці випадкових чисел.

Коефіцієнти УММ визначаються за допомогою спеціальних програм, які забезпечують розв'язання системи нормальних рівнянь, наведених нижче у матричній формі:

$$C \cdot A = X_T \cdot Y,$$

де $C = X_T \cdot X$ – інформаційна матриця;
 X – матриця планування;
 X_T – транспонована матриця матриці X ;
 A – матриця-стовпець коефіцієнтів УММ;
 Y – матриця-стовпець отриманих за планом значень (масиву) показника y_n .

Після визначення коефіцієнтів здійснюється перевірка адекватності УММ. У більшості випадків з цією метою обраховується величина дисперсії адекватності $S_{ад}$ і

контролюється умова $S_{ad} \leq [S_{ad}]$. Для розрахунків S_{ad} використовується формула

$$S_{ad} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{f_{ad}}},$$

де n – кількість заданих планом необхідних експериментів (або розрахунків);

y_i, y_{ip} – значення показника y , які отримані при i -му експерименті за планом i потім шляхом розрахунків за допомогою УММ;

$f_{ad} = n - m - 1$ – кількість ступенів вільності S_{ad} (m – кількість змінних q_m).

Більш універсальною є перевірка адекватності УММ за допомогою критерію Фішера F . Ознакою адекватності є виконання умови

$$F = \frac{S_{ad}^2}{S_y^2} \leq F_{(0,05; f_{ad}; f_y)},$$

де, крім вже відомих,

$$S_y = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ip})^2}{f_y}} \text{ – дисперсія відтворюваності;}$$

$f_y = n$ – кількість ступенів вільності S_y ;

$F_{(0,05; f_{ad}; f_y)}$ – табличне (довідкове) значення критерію Фішера при 5%-му рівні значущості для відповідних значень f_{ad}, f_y .

У разі незадовільних результатів наведених вище перевірок адекватність УММ може досягатися шляхом звуження інтервалів варіювання змінних q_m або за рахунок використання математичних планів, де змінні варіюються не на трьох, а на п'яти рівнях.

Досвід використання УММ при конструюванні ТЗ вказує на доцільність оцінювання значущості їх коефіцієнтів a_i , що дозволяє виділити роль того чи іншого фактора у формуванні величини показника y в розглядуваній області факторного

простору. При використанні критерію Стьюдента до числа значущих належать коефіцієнти a_i , для яких виконується умова

$$|a_i| \geq t_{(0,05;f_y)} \frac{S_y}{\sqrt{n}},$$

де, крім вже відомих,

$t_{(0,05;f_y)}$ – табличне (довідкове) значення критерію Стьюдента, що відповідає 5%-й точці розподілення Стьюдента з f_y ступенями вільності.

Нижче розглянуто приклад отримання УММ для опису процесів забезпечення нормальної роботи виробничих автоматизованих ліній (як елементів гнучких виробничих систем). Необхідно отримати УММ для визначення потрібного (за умовами безперебійної роботи автоматизованої лінії) запасу заготовок (показник y) для виготовлення деталей залежно від двох змінних: q_1 – продуктивності автоматизованої лінії (інтервал варіювання 480–960 шт./змінa) і q_2 – дисперсії фактичного випуску деталей (інтервал варіювання 0,01–0,04). Нормовані значення цих змінних (таблиця 5.1) мають вигляд

$$x_1 = (q_1 - 720) / 240; \quad x_2 = (q_2 - 0,025) / 0,015.$$

Таблиця 5.1 – Зв’язок між нормованими і дійсними змінними

$x_{1,2}$	-1	0	$+1$
q_1	480	720	960
q_2	0,01	0,025	0,04

Для отримання УММ $y = f(q_1, q_2)$ у вигляді полінома другого ступеня ($y = a_0 + a_1 \cdot q_1 + a_2 \cdot q_2 + a_{11} \cdot q_1^2 + a_{22} \cdot q_2^2 + a_{12} \cdot q_1 \cdot q_2$) обрано математичний план другого порядку для двох змінних, що варіюються на трьох рівнях. План складено відповідно до матриці планування з урахуванням зв’язків між x_1, x_2 та q_1, q_2 і наведено нижче (таблиця 5.2).

Таблиця 5.2

№	Матриця планування		Математичний план		Експериментальні дані	Отримані з УММ
	x_1	x_2	q_1	q_2	y	y_p
1	1	1	960	0,04	77	77,3
2	1	-1	960	0,01	38	38,4
3	-1	1	480	0,04	38	37,8
4	-1	-1	480	0,01	20	19,9
5	0	0	720	0,025	45	45,3
6	1	0	960	0,025	61	60,3
7	-1	0	480	0,025	31	31,3
8	0	1	720	0,04	97	97,0
9	0	-1	720	0,01	29	28,7

У таблиці також наведено експериментальні значення показника y для дев'яти заданих планом співвідношень розглядуваних змінних.

Отриманий масив показників y дозволив за допомогою відповідного програмного забезпечення знайти коефіцієнти УММ. Після перевірки значущості коефіцієнтів за критерієм Фішера коефіцієнт a_1 можна відкинути і УММ набуває вигляд

$$y = 2,02778 + 0,01146 q_2 + 0,00001 q_1^2 - 1111,1 q_2^2 + 1,4583 q_1 q_2.$$

Перевірка адекватності отриманої УММ ($S_{ad} = \pm 0,35$) підтвердила можливість її використання при розв'язанні відповідних задач організації виробництва ТЗ.

Список літератури

1 Системы автоматизированного проектирования / Под ред. И.П. Норенкова. – Минск: Высшая школа, 1987. – Кн. 1 - 9.

2 Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

3 Проектирование, моделирование, конструирование: Учеб. пособие / В.И. Мороз, А.В. Братченко, Ю.Н. Юрченко. – Харьков: ХарГАЖТ, 1997. – 83 с.

4 Мороз В.І., Братченко О.В., Ліньков В.В. Основи конструювання і САПР: Навч. посібник – Харків: ПП видавництва “Нове слово”, 2003. – 194 с.

