

УДК 621.391

ВОЛКОВ А.С., к.т.н., доцент,
 ПРИХОДЬКО С.И., д.т.н., профессор,
 ШТОМПЕЛЬ Н.А., к.т.н., доцент (УкрГАЗТ),
 ЗУБЕНКО В.А., к.т.н., доцент (Кировоградский национальный технический университет)

Исследование характеристик алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения

Проведено исследование эффективности алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения, параметры которых заданы через модифицированный обобщенный порождающий многочлен, при использовании метода алгебраического декодирования на основе разработанной математической модели системы передачи данных.

Ключевые слова: сверточные коды, перемежение, скорость кодирования, обобщенный порождающий многочлен, коды Рида-Соломона.

Постановка проблемы и анализ литературы

На каналы связи телекоммуникационных систем оказывают влияние помехи различного рода, которые приводят к появлению одиночных и групповых ошибок. Большинство существующих помехоустойчивых кодов позволяют исправлять только первый вид ошибок, т.е. предназначены для применения в каналах с аддитивным белым гауссовым шумом (АБГШ). Хотя известно [1, 2], что многие каналы связи характеризуются наличием «памяти» (например, канал Рэля), приводящей к группированию ошибок в пакеты. Для исправления ошибок в таких каналах можно использовать сверточные коды Ивадаре или блочные коды Файра [2], но они обладают рядом недостатков, поэтому в современных телекоммуникационных системах более перспективным направлением является использование различных классов помехоустойчивых кодов перемежения с заданными параметрами и характеристиками на основе теории конечных полей.

С использованием последнего подхода в [3] показано, что параметры некоторого несистематического сверточного кода перемежения можно алгебраически задавать через модифицированный обобщенный порождающий многочлен. В качестве данного многочлена может выступать видоизмененный порождающий многочлен недвоичного блочного кода, например кода БЧХ или Рида-Соломона. В [4] предложен метод построения алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения со скоростью кодирования $R = 1/n_0$ (где n_0 – длина кадра кодового слова) на основе преобразованного порождающего многочлена кода

Рида-Соломона, а в [5] данный подход обобщен на случай кодов с произвольной скоростью кодирования.

Также в [6] разработан метод алгебраического декодирования данных сверточных кодов перемежения, который позволяет исправлять возникающие пакеты ошибок.

Таким образом, актуальной задачей является оценка эффективности разработанных методов построения и декодирования алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения.

Цель статьи

Исследование характеристик алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения с заданной скоростью кодирования на основе преобразованных порождающих многочленов кода Рида-Соломона.

Основная часть

В [5] предложен метод построения алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения со скоростью кодирования $R = k_0/n_0$, которые обладают максимально достижимой корректирующей способностью. Параметры получаемых алгебраических сверточных кодов перемежения (АСКП) полностью определяются модифицированным обобщенным порождающим многочленом, который является сутью видоизмененным порождающим многочленом некоторого (N, K) кода Рида-Соломона.

При этом существует однозначное соответствие между параметрами данного недвоичного блочного кода и соответствующего алгебраического

несистематического (n_0, k_0, r, M) сверточного кода перемежения:

- длина кадра информационного слова $k'_0 = M \log_q |H| = Mk_0$;

- длина кадра кодового слова $n'_0 = Mn_0 = Mm$;

- скорость кодирования $R = k'_0 / n'_0 = k_0 / n_0$;

- память кода $r' = Mr$;

- длина информационного блока $k' = (r'+1)k'_0$;

- длина кодового блока $n' = (r'+1)n'_0 = k'n'_0 / k'_0$;

- длина кодового ограничения $v' = r'k'$;

- свободное кодовое расстояние $d_\infty \geq D$.

Тогда соответствующий вычислительный алгоритм, основанный на предложенном методе построения алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения со скоростью кодирования $R = k_0 / n_0$, можно представить в виде последовательности следующих шагов.

ШАГ 1. Задание требуемых параметров алгебраического несистематического (n_0, k_0, r, M) сверточного кода перемежения над полем $GF(q)$.

ШАГ 2. Выбор образующего поля расширения $GF(q^m)$ ($m = n_0$) и расчет его параметров.

ШАГ 3. Выбор (N, K) кода Рида-Соломона с максимально достижимым кодовым расстоянием $D = N - K + 1$ над соответствующим полем $GF(q^m)$.

ШАГ 4. Определение порождающего многочлена (N, K) кода Рида-Соломона $G(x)$ суть обобщенного порождающего многочлена исходного алгебраического несистематического (n_0, k_0, r) сверточного кода.

ШАГ 5. Получение модифицированного обобщенного порождающего многочлена $G(x^M)$ алгебраического несистематического (n_0, k_0, r, M) сверточного кода перемежения.

ШАГ 6. Определение порождающих многочленов $g_1(x^M), g_2(x^M), \dots, g_{n_0}(x^M)$ алгебраического несистематического (n_0, k_0, r, M) сверточного кода перемежения и построение схемы кодера.

ШАГ 7. Расчет длины информационного блока k' , длины кодового блока n' , длины кодового ограничения v' и уточнение свободного кодового расстояния d_∞ алгебраического несистематического (n_0, k_0, r, M) сверточного кода перемежения.

Рассмотрим выполнение шагов приведенного выше алгоритма более подробно.

На первом шаге алгоритма осуществляется задание требуемых конструктивных параметров алгебраического несистематического сверточного кода перемежения: глубины перемежения M , длины кадра информационного слова k'_0 , длины кадра кодового слова n'_0 , памяти кода r' , свободного кодового расстояния кода d_∞ .

Выбор конкретных значений конструктивных параметров зависит от характеристик канала связи, в частности, длительности пакетов ошибок.

На втором шаге данного алгоритма в зависимости от величины $n_0 = n'_0 / M$ выбирается степень расширения m исходного поля $GF(q)$ и производится расчет его параметров: примитивного многочлена и элементов поля.

Результатом выполнения третьего шага алгоритма является выбор кода Рида-Соломона с параметрами, которые определяются следующими выражениями, которые связаны с требуемыми конструктивными параметрами искомого алгебраического несистематического сверточного кода перемежения:

- минимальное кодовое расстояние $D \leq d_\infty$;

- степень порождающего многочлена $r = D - 1$;

- длина кодового слова $N = q^m - 1$;

- число информационных символов $K = N - r = N - D + 1$;

- скорость кода $R = K / N$.

На четвертом шаге алгоритма определяется порождающий многочлен выбранного на предыдущем шаге кода Рида-Соломона, который в общем случае имеет форму

$$G(x) = (x - \alpha^b)(x - \alpha^{b+1}) \dots (x - \alpha^{b+D-2}), \quad (1)$$

где $\alpha^b, \alpha^{b+1}, \dots, \alpha^{b+D-2}$ – корни многочлена $G(x)$, принадлежащие полю $GF(q^m)$;

b – неотрицательное целое число;

D – минимальное кодовое расстояние кода Рида-Соломона.

Для применения алгебраического метода задания конструктивных параметров некоторого исходного несистематического сверточного кода необходимо представить многочлен (1) следующим образом:

$$G(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_r x^r, \quad (2)$$

где r – число проверочных символов в кодовом слове, $r = D - 1$;

$\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_r$ – корни многочлена $G(x)$,

принадлежащие полю $GF(q^m)$.

Тогда полученный порождающий многочлен кода Рида-Соломона (2) фактически является обобщенным порождающим многочленом некоторого алгебраического сверточного кода с соответствующими конструктивными параметрами, являющегося базовым для построения искомого алгебраического несистематического сверточного кода перемежения, который удобно записать как

$$G(x) = G_0 + G_1x + G_2x^2 + \dots + G_r x^r, \quad (3)$$

где G_0, G_1, \dots, G_r – символы, принадлежащие полю $GF(q^m)$.

Далее на пятом шаге алгоритма осуществляется преобразование порождающего многочлена (3) с учетом требуемой глубины перемежения M , в результате которой находится модифицированный обобщенный порождающий многочлен соответствующего алгебраического несистематического сверточного кода перемежения

$$G(x^M) = G_0 + G_1x^M + G_2x^{2M} + \dots + G_r x^{rM}. \quad (4)$$

Отметим, что в результате преобразования (4) q^m -е символы исходного обобщенного порождающего многочлена не изменяются, происходит только их «растягивание» за счет вставки $M - 1$ нулей между соседними символами.

На шестом шаге алгоритма осуществляется отображение q^m -го модифицированного обобщенного многочлена искомого кода перемежения в m порождающих многочленов, символы которых принадлежат полю $GF(q)$

$$\begin{aligned} g_1(x^M) &= g_{1,0} + g_{1,1}x^M + g_{1,2}x^{2M} + \dots + g_{1,r}x^{rM}, \\ g_2(x^M) &= g_{2,0} + g_{2,1}x^M + g_{2,2}x^{2M} + \dots + g_{2,r}x^{rM}, \\ &\dots \\ g_{n_0}(x^M) &= g_{n_0,0} + g_{n_0,1}x^M + g_{n_0,2}x^{2M} + \dots + \\ &+ g_{n_0,r}x^{rM}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $g_{j,i}$ – символы, принадлежащие полю $GF(q)$, $j = 1, 2, \dots, n_0$, $i = 0, 1, 2, \dots, r$.

Синтез кодера алгебраического несистематического сверточного кода перемежения осуществляется на основе анализа коэффициентов $g_{j,i}$ при формальной переменной x в (5), определяющих

наличие или отсутствие связи между элементами регистра сдвига, а также определении необходимой длины регистра сдвига кодера, которая соответствует памяти кода $r' = rM$.

На последнем шаге алгоритма происходит расчет соответствующих конструктивных параметров алгебраического несистематического сверточного кода перемежения: длины информационного блока $k' = (r'+1)k'_0$, длины кодового блока $n' = (r'+1)n'_0 = k'n'_0/k'_0$, длины кодового ограничения $v' = r'k'$. Также при необходимости осуществляется уточнение свободного кодового расстояния полученного кода перемежения d_∞ .

Аналогично можно получить вычислительный алгоритм декодирования алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения со скоростью кодирования $R = k_0/n_0$, который основан на разработанном алгебраическом методе декодирования [6].

Для оценки эффективности кодирования алгебраическими несистематическими сверточными кодами перемежения в различных каналах связи требуется создание математической модели системы передачи данных, использующей предложенные кодовые конструкции и разработанный метод их декодирования. Данная модель должна обеспечивать возможность изменения конструктивных параметров алгебраических сверточных кодов перемежения, поддерживать различные модели каналов связи и их характеристики, а также иллюстрировать энергетическую эффективность разработанных сверточных кодовых конструкций при заданных условиях передачи.

Построение математической модели системы передачи данных, использующей для повышения достоверности передачи информации предложенные алгебраические сверточные коды перемежения, основано на программной реализации данных вычислительных алгоритмов построения и декодирования алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения.

Схема разработанной математической модели системы передачи данных, которая позволяет исследовать свойства и характеристики несистематических сверточных кодов перемежения, алгебраически заданных модифицированным обобщенным порождающим многочленом (суть преобразованным порождающим многочленом кода Рида-Соломона), а также алгебраического метода их декодирования представлена на рис. 1.

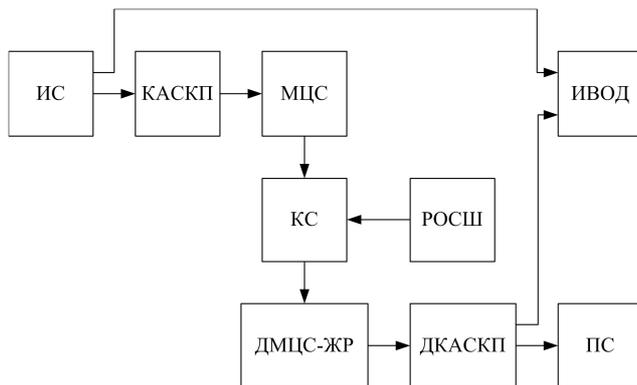


Рис. 1. Схема математической модели системы передачи данных с кодеком алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения:

ИС - источник сообщения, КАСКП - кодер алгебраического сверточного кода перемежения, МЦС - модулятор цифрового сигнала, КС - канал связи, ДМЦС-ЖР - демодулятор цифрового сигнала с «жестким» решением, ДКАСКП - декодер алгебраического сверточного кода перемежения, ПС - приемник сообщения, ИВОД - измеритель вероятности ошибки декодирования, РОСШ - регулятор отношения сигнал/шум

ИС формирует псевдослучайную последовательность информационных символов с равномерным распределением вероятностей заданной длины, подлежащих передаче по каналу связи к ПС. Далее полученная информационная последовательность поступает на вход КАСКП для последующего кодирования, а также на вход ИВОД для определения вероятности ошибки декодирования исследуемого кода.

КАСКП реализует вычислительный алгоритм построения некоторого алгебраического несистематического сверточного кода перемежения с требуемыми конструктивными параметрами, которые задаются модифицированным обобщенным порождающим многочленом и определяются исходя из условий эксперимента. Дополнительно КАСКП обеспечивает модификацию информационной последовательности, которая необходима для реализации помехоустойчивого кодирования предложенными кодовыми конструкциями. Результатом выполнения операций на данном этапе моделирования является формирование кодовой последовательности алгебраического несистематического сверточного кода перемежения с заданными параметрами, которая поступает на вход МЦС.

Далее МЦС обеспечивает отображение кодовых символов рассматриваемого алгебраического сверточного кода перемежения в сигналы двоичной фазовой цифровой модуляции (ДФМ).

Полученный модулированный сигнал передается по КС, в котором к полезному сигналу добавляется шумовая составляющая, характеристики которой определяются выбранной моделью канала связи в зависимости от условий эксперимента. В разработанной математической модели системы передачи данных КС обеспечивает формирование шума, вероятностные характеристики которого соответствуют модели аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) или модели Рэлея. Первая модель канала обеспечивает формирование случайных помех с нулевым математическим ожиданием и заданной дисперсией, а вторая модель канала – пакеты ошибок некоторой длительности и интенсивности.

РОСШ предназначен для выбора необходимого отношения сигнал/шум в канале связи в зависимости от конструктивных параметров исследуемого алгебраического сверточного кода перемежения.

Искаженный помехами сигнал поступает на вход ДМЦС-ЖР, который реализует оценку принятого сигнала в соответствии с «жестким» решением и формирование принятого слова алгебраического несистематического сверточного кода перемежения:

Далее полученная последовательность поступает на вход ДКАСКП, который реализует вычислительный алгоритм декодирования алгебраического несистематического сверточного кода перемежения. В результате операций, которые осуществляются в ДКАСКП, формируется декодированная информационная последовательность, которая поступает к ПС, а также на вход ИВОД для оценки эффективности передачи информации с использованием некоторого алгебраического сверточного кода перемежения в заданных условиях.

В результате вычислений, которые осуществляются в ИВОД, и параметров установленных с помощью РОСШ, строятся соответствующие графики, иллюстрирующие численные результаты проведенного эксперимента.

В качестве примера рассмотрим сравнение результатов моделирования алгебраических несистематических сверточных кодов перемежения со скоростью кодирования $R = 1/3$, глубиной перемежения $M = 7$ и памятью кода $r' = 14$, $r' = 28$, $r' = 42$, применяемых для повышения достоверности передачи информации через канал связи, в котором действуют пакеты ошибок, с теоретическими пределами вероятностей битовой ошибки для двоичной фазовой модуляции в канале АБГШ и канале Рэлея представлены на рис. 2 – 4.

Из анализа рис. 2 – 4 следует, что применение:

- алгебраического несистематического (3, 1, 2, 7) сверточного кода перемежения в канале с рэлеевскими замираниями при отношении сигнал/шум $E_c / N_0 = 30$ дБ обеспечивает уменьшение вероятности битовой

ошибки декодирования до $P_6 = 10^{-5}$ по сравнению с теоретическим пределом для фазовой модуляции в канале Рэля ($P_6 = 8 \cdot 10^{-3}$);

- алгебраического несистематического (3, 1, 4, 7) сверточного кода перемежения при отношении сигнал/шум $E_6/N_0 = 20$ дБ обеспечивает уменьшение вероятности битовой ошибки декодирования до $P_6 = 8 \cdot 10^{-4}$ по сравнению с теоретическим пределом для фазовой модуляции в канале Рэля

($P_6 = 8,5 \cdot 10^{-2}$);

- алгебраического несистематического (3, 1, 6, 7) сверточного кода перемежения при отношении сигнал/шум $E_6/N_0 = 20$ дБ обеспечивает уменьшение вероятности битовой ошибки декодирования до $P_6 = 9,5 \cdot 10^{-4}$ по сравнению с теоретическим пределом для фазовой модуляции в канале Рэля ($P_6 = 6 \cdot 10^{-2}$).

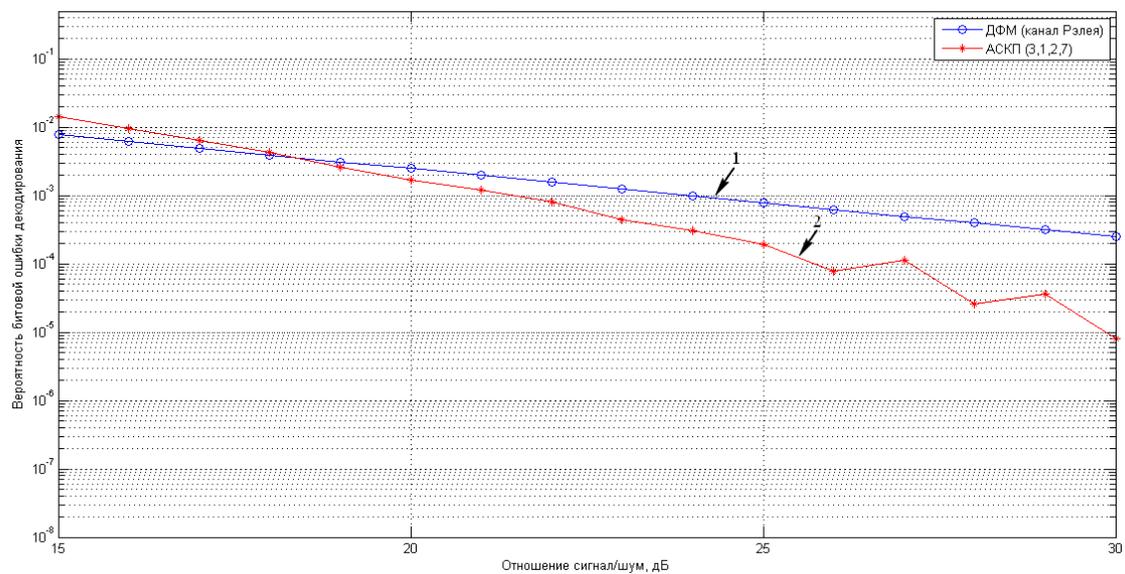


Рис. 2. Зависимость вероятности битовой ошибки декодирования от величины отношения/сигнал для алгебраических несистематических (3, 1, 2, 7) сверточных кодов перемежения:
1 – ДФМ (канал Рэля), 2 – АСКП (3, 1, 2, 7)

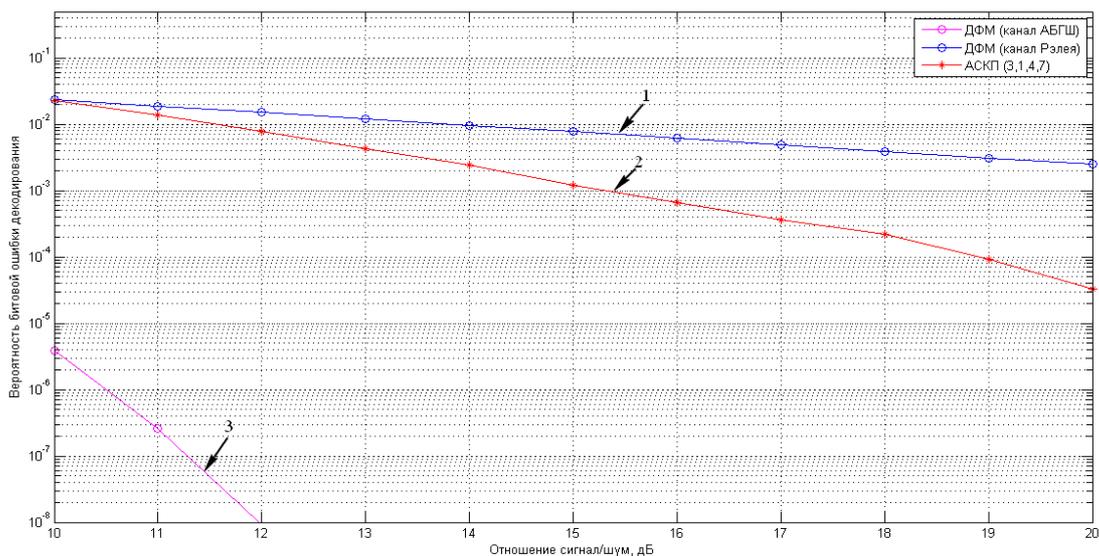


Рис. 3. Зависимость вероятности битовой ошибки декодирования от величины отношения/сигнал для алгебраических несистематических (3, 1, 4, 7) сверточных кодов перемежения:
1 – ДФМ (канал Рэля), 2 – АСКП (3, 1, 4, 7), 3 – ДФМ (канал АБГШ)

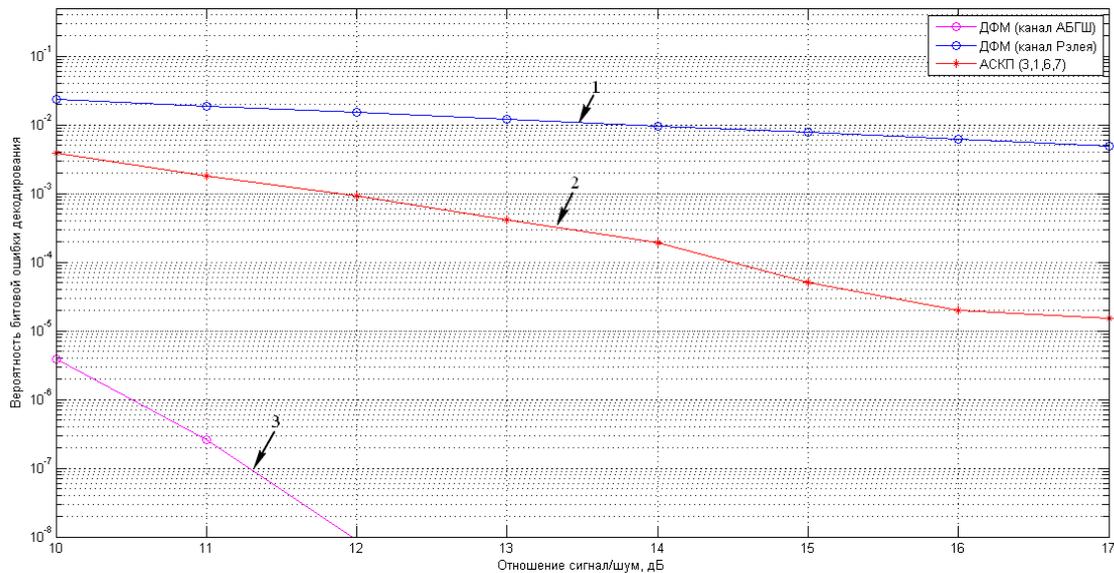


Рис. 4. Залежність ймовірності біткової помилки декодування від величини відношення сигнал/шум для алгебраїчних несистематических (3, 1, 6, 7) сверточних кодів перемешення: 1 – ДФМ (канал Рэлея), 2 – АСКП (3, 1, 6, 7), 3 – ДФМ (канал АБГШ)

Выводы

Применение в телекоммуникационных системах алгебраических несистематических сверточных кодов перемешения, параметры которых заданы через модифицированный обобщенный порождающий многочлен, совместно с разработанным методом их алгебраического декодирования позволяет значительно повысить энергетическую эффективность от кодирования или снизить на несколько порядков вероятность битовой ошибки декодирования при заданном отношении сигнал-шум в каналах связи с пакетами ошибок.

Литература

1. Вернер, М. Основы кодирования [Текст]: учебник для ВУЗов / М. Вернер. – М.: Техносфера, 2004. – 288 с.
2. Питерсон, У. Коды, исправляющие ошибки [Текст] / У. Питерсон, Э. Уэлдон: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – 596 с.
3. Приходько, С.И. Метод модификации обобщенного порождающего многочлена алгебраических сверточных кодов / С.И. Приходько, А.С. Волков, Н.А. Штомпель, А.В. Боцул // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: науково-технічний журнал. – Харків: УкрДАЗТ, 2012. – № 6. – С. 15 – 19.
4. Приходько, С.И. Метод построения алгебраических сверточных кодов перемешения [Текст] / А.В. Боцул, А.С. Волков, С.И. Приходько, Н.А. Штомпель // Збірник наукових праць

Української державної академії залізничного транспорту. – Харків: УкрДАЗТ, 2013. – № 136. – С. 232 – 235.

5. Боцул, А.В. Метод модификации обобщенного порождающего многочлена алгебраических сверточных кодов / А.В. Боцул, А.С. Волков, С.И. Приходько, Н.А. Штомпель, // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: науково-технічний журнал. – Харків: УкрДАЗТ, 2014. – № 2. – С. 8 – 11.
6. Боцул, А.В. Особенности метода декодирования алгебраических сверточных кодов перемешения [Текст] / А.В. Боцул, А.С. Волков, С.И. Приходько, Н.А. Штомпель, Биалл Хамзе // Системи обробки інформації: збірник наукових праць. – Харків: ХУПС ім. І. Кожедуба, 2013. – Вип. 2 (109). – С. 146 – 149.

Волков О.С., Приходько С.І., Штомпель М.А., Зубенко В.О. Дослідження характеристик алгебраїчних несистематических згорткових кодів перемешування. Здійснено дослідження ефективності алгебраїчних несистематических згорткових кодів перемешування, параметри яких задані через модифікований узагальнений породжуючий багаточлен, при використанні методу алгебраїчного декодування на основі розробленої математичної моделі системи передачі даних.

Ключові слова: згорткові коди, перемешування, швидкість кодування, узагальнений породжуючий багаточлен, коди Ріда-Соломона.

Volkov A.S., Prihodko S.I., Shtompel N.A., Zubenko V.

The investigation of characteristics of algebraic nonsystematic interleaved convolutional codes.

The investigation of the efficiency of algebraic nonsystematic interleaved convolutional codes with the parameters set with the help of the modified generalized generator polynomial has been conducted using the method of algebraic decoding based on the developed mathematical model of the data transmission system.

Key words: convolutional codes, interleaving, coding rate, generalized generator polynomial, Reed-Solomon codes.

Рецензент д.т.н., профессор Краснобаев В.А.
(Полтавский национальный технический
университет имени Ю.Кондратюка)

Поступила 09.09.2014 г.